

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke
Band: 24 (1933)
Heft: 22

Artikel: Ueber die Auswertung von Auslaufkurven
Autor: Jasse, Erich
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1059545>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 03.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Rohe Schätzungen für die gesamten Haushaltungen der Schweiz.

Tabelle VI.

			Lampen			Kleinmotoren			Thermische Apparate			Total		
			1927	1930	1932	1927	1930	1932	1927	1930	1932	1927	1930	1932
Zahl der Apparate	Total	$\times 10^3$	8000	9600	10100	72	96	125	1100	1300	1500	9172	10 996	11 775
	pro 1000 Einw.		200	240	270	1,8	2	3	27	32	36,6	228,8	274	309,6
Jahres-Energie Verbrauch	Total	$\times 10^6$ kWh	120	150	163	4	6	6	180	300	480	304	456	649
	pro Einw.	kWh	30,0	37,5	39,8	1,0	2	1,4	45	75	117	76	114,5	158,2
Jahres-Einnahmen der Werke	Total	$\times 10^6$ Fr.	50,8	60	64	0,8	1,6	1,5	11,4	21	30	63	82,6	95,3
	pro Einw.	Fr.	12,7	15	15,6	0,2	0,4	0,32	2,85	5,25	7,3	15,75	20,65	23,22
Mittlerer Preis	Rp/kWh		42,3	40	39,2	20,0	26,7	25,0	6,35	7,0	6,25	20,7	18,0	14,7

elektrifiziert sind, als die Gemeindewerke von Tabelle V. Wir erinnern diesbezüglich z. B. an die im Bulletin 1933 Nr. 7 erschienene Mitteilung über den Stand der elektrischen Küchen in einigen Gemeinden des Verteilungsnetzes der EKZ.

Bei Anlass der «Saffa» zuerst, und später bei Anlass der «Hyspa» haben wir Tabellen veröffentlicht, die rohe Schätzungen enthielten über Zahl und Anschlusswert der in den Haushaltungen befindlichen elektrischen Apparate sowie über den

mutmasslichen Energieverbrauch und die entsprechenden Kosten. Wir wiederholen diese Zahlen in Tabelle VI und stellen sie den jüngst ermittelten gegenüber, obwohl sie zeigen, dass unsere Schätzungen von 1927 und 1930 wahrscheinlich in einigen Punkten nicht ganz zutreffend waren.

Zum Schluss möchten wir nicht unterlassen, allen Werken zu danken, die durch die Beantwortung der Fragebogen die Durchführung unserer Aufgabe ermöglicht haben.

Ueber die Auswertung von Auslaufkurven.

Von Erich Jasse, Spandau.

621.313-58

Unter Bezugnahme auf die Arbeit von Engler und Zeindler im Bull. SEV 1929, Nr. 8, versucht der Autor, die beim Auslauf von Maschinen auftretenden Vorgänge zu analysieren und dabei vor allem die Lagerreibung von der Luftreibung zu trennen. Er kommt dabei zu interessanten, praktisch brauchbaren Resultaten.

En se référant à l'étude de MM. Engler et Zeindler qui a paru au No. 8 du Bull. ASE 1929, l'auteur essaye d'analyser les phénomènes qui se produisent lorsqu'une machine tourne par inertie, en particulier de séparer le frottement dans les paliers du frottement dans l'air, et aboutit à des résultats pratiques intéressants.

I. Einleitung.

Auslaufkurven stellen die Abhängigkeit der Geschwindigkeit von der Zeit dar, wenn ein Körper sich selbst überlassen wird, also keine äussere Kraft beschleunigend auf ihn wirkt. Auf jede Bewegung wirkt jedoch eine hemmende Kraft, die man allgemein als Reibung bezeichnet und die sich in der Hauptsache aus zwei Teilen zusammensetzt. Der eine Teil ist die eigentliche Reibung, nämlich die gegen feste Körper; hierbei wird noch gleitende und rollende Reibung unterschieden; doch wollen wir hierauf nicht weiter eingehen. Der zweite Teil ist der Luftwiderstand, auch kurz Luftreibung genannt. Die Bewegung selbst kann fortschreitend oder drehend sein. In dieser Arbeit wollen wir uns nur mit der Drehbewegung befassen, wie sie bei allen umlaufenden Maschinen vorkommt.

Ueber die Auslaufkurven von solchen Maschinen ist im Laufe der Zeit mancherlei geschrieben

worden, und es mag vermessen erscheinen, hierüber sich weiter zu äussern. Auch ist dem Verfasser sicher nur ein geringer Teil solcher Arbeiten bekannt geworden. Trotzdem möge es ihm gestattet sein, einige Ueberlegungen mitzuteilen; es ist vielleicht doch möglich, dass der eine oder der andere der Fachgenossen aus der besonderen Fassung der Aufgabe eine Anregung zur Anwendung oder zur Weiterarbeit entnimmt. Dies ist um so wahrscheinlicher, als vor einiger Zeit einige an hervorragender Stelle im Maschinenbau tätige Herren dem Verfasser gegenüber Zweifel geäussert haben, dass es möglich sein soll, das Trägheitsmoment eines umständlich zusammengesetzten Drehkörpers durch technische Messung zu bestimmen, d. h. ohne kostspielige Vorrichtungen. Eine solche Bestimmung kann nun aber sehr gut aus der Auslaufkurve gewonnen werden, wobei gleichzeitig noch weitere wertvolle Ergebnisse herauskommen.

2. Die Ableitung einer Gleichung.

Um eine Beziehung zwischen der Drehzahl oder Winkelgeschwindigkeit einer Maschine und der Zeit während des Auslaufs abzuleiten, müssen wir gewisse Annahmen machen. Ein schwieriges Gebiet ist dabei die eigentliche Reibung, die Lagerreibung. Besonders bei kleineren Drehzahlen ist das Moment der Lagerreibung stark veränderlich, wie schon aus den von Roehle¹⁾ zusammengestellten Reibungsziffern hervorgeht. Seitdem ist auf diesem Gebiete viel gearbeitet worden²⁾. Es ergeben sich dabei meist keine sehr einfachen Beziehungen zwischen der Geschwindigkeit und der Reibungsziffer, also auch dem Reibungsmoment. Bei den heute angewandten hohen Geschwindigkeiten zeigt sich jedoch, dass man praktisch für einen grossen Drehzahlbereich mit konstantem Moment rechnen darf. Ferner ist bekannt, dass das vom Luftwiderstand (einschliesslich der eigentlichen Luftreibung) hervorgerufene Moment mit dem Quadrat der Geschwindigkeit wächst. Ist ω die Winkelgeschwindigkeit, so kann man hiernach setzen:

$$\text{Verlust durch Lagerreibung } P_1 = M_1 \cdot \omega. \quad (1)$$

Verlust durch Luftwirbelung und Luftreibung

$$P_2 = M_2 \cdot \omega^3 \quad (2)$$

Die Gleichung der Auslaufkurve wird somit

$$\Theta \frac{d\omega}{dt} = -M_1 - M_2 \cdot \omega^2 \quad (3)$$

wenn Θ das Trägheitsmoment der umlaufenden Teile ist. Mit der Anfangsbedingung $\omega = \omega_n$ für $t = 0$ heisst die Lösung

$$\omega = \Omega \cdot \frac{\omega_n - \Omega \cdot \operatorname{tg} \frac{t}{T}}{\Omega + \omega_n \cdot \operatorname{tg} \frac{t}{T}}, \quad (4)$$

worin der einfachen Schreibweise wegen

$$T = \frac{\Omega}{\sqrt{M_1 \cdot M_2}} = \frac{\Theta \omega_n^2}{\sqrt{P_1 \cdot P_2}}; \quad (5)$$

$$\Omega = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}} = \omega_n \cdot \sqrt{\frac{P_1}{P_2}}$$

gesetzt wurde.

Bei sehr kleinen Geschwindigkeiten wächst die Lagerreibung stark; in der Ruhe beträgt das zu ihrer Ueberwindung nötige Drehmoment ein Vielfaches desjenigen bei hoher Drehzahl. Da es hier nur auf angenäherte Darstellung des wirklichen Vorganges ankommt, so soll für das Reibungsmoment bei kleinen Drehzahlen die folgende Funktion benutzt werden:

¹⁾ Fritz Roehle, Trennung der Lager- und Luftreibungsverluste umlaufender Maschinen aus der Form der Auslaufkurve, ETZ 1905, S. 794.

²⁾ Eine Zusammenstellung von solchen Arbeiten findet sich beispielsweise in der Zeitschrift «Maschinenbau» 1923, S. 134.

$$M_r = M_1 + (k-1) M_1 \left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \right] \text{ für } \omega \leq \omega_1 \quad (6)$$

Hiermit ist gesagt, dass im Stillstand ($\omega = 0$) der k -fache Wert von M_1 auftritt und dass dieser Wert M_1 für $\omega = \omega_1$ erreicht wird, von wo an dann die Gl. (4) gelten soll. Unsere Differentialgleichung für $\omega < \omega_1$ heisst jetzt

$$\Theta \frac{d\omega}{dt} = -k M_1 + (k-1) M_1 \frac{\omega^2}{\omega_1^2} - M_2 \omega^2 \quad (7)$$

mit der Voraussetzung, dass das zweite Glied rechts stets grösser als das dritte ist. Mit der Bedingung $\omega = \omega_1$ für $t = 0$ schreiben wir die Lösung in folgender Form:

$$\omega = \Omega_1 \cdot \frac{\omega_1 - \Omega_1 \cdot \operatorname{Zg} \frac{t}{T_1}}{\Omega_1 - \omega_1 \cdot \operatorname{Zg} \frac{t}{T_1}} \quad (8)$$

wobei die eingeführten Kenngrössen die folgende Bedeutung haben:

$$T_1 = \frac{\Theta \omega_n^2}{\sqrt{k P_1 \left[(k-1) \frac{\omega_n^2}{\omega_1^2} P_1 - P_2 \right]}}; \quad (9)$$

$$\Omega_1 = \omega_n \sqrt{\frac{k P_1}{(k-1) \frac{\omega_n^2}{\omega_1^2} P_1 - P_2}}$$

Diese beiden Ausdrücke sind etwas umständlich zusammengesetzt. Nun sind die hier mitgeteilten Berechnungsarten vorzugsweise auf schnelllaufende Maschinen angewendet worden, die ja wegen der heute sehr verbreiteten Turbogeneratoren, Motoren, Lüfter und Verdichter mit Drehzahlen von 1500 und 3000 stark im Vordergrund stehen. Für diese Fälle lassen sich in Gl. (9) einige Vereinfachungen vornehmen. Wie weit solche auch bei langsam laufenden Maschinen berechtigt sind, müsste an Hand von Versuchsergebnissen erst noch entschieden werden. Der Faktor k dürfte mit 10 im allgemeinen nicht zu niedrig eingesetzt sein. Ferner kann man bei Schnellläufern ω_1/ω_n etwa gleich $1/10$ bis $1/30$ setzen und schliesslich ist hier etwa $P_2 = 3 P_1$ bis $5 P_1$. Mit diesen Zahlenwerten wird aber

$$P_2 \ll (k-1) \cdot \left(\frac{\omega_n}{\omega_1} \right)^2 \cdot P_1 \quad (10)$$

Daher soll als Grenzfall $P_2 = 0$ in Gl. (9) eingesetzt werden, und es wird dann

$$T_1 = \frac{\Omega \omega_n \omega_1}{P_1 \sqrt{k(k-1)}} = \frac{\Theta \omega_1}{M_1 \sqrt{k(k-1)}}; \quad (9a)$$

$$\Omega_1 = \omega_1 \sqrt{\frac{k}{k-1}}$$

Die abgeleiteten Gleichungen der Auslaufkurve sollen jetzt zunächst rechnerisch ausgewertet wer-

den, ehe ein Vergleich mit Messungen gezogen wird.

3. Die Auslaufzeit und die Umlaufzahl.

Durch Umkehrung der Gl. (4) kann man die Zeit bestimmen, welche bis zur Erreichung einer bestimmten Geschwindigkeit vergangen ist, und es soll mit t_1 die Zeit bezeichnet werden, zu welcher der Wert ω_1 erreicht wird. Ferner werde in Gl. (8) mit t_2 die Zeit bezeichnet, zu welcher $\omega = 0$ geworden ist. Hieraus ergibt sich nun die gesamte Auslaufzeit der Maschine

$$t_1 + t_2 = T \left[\arctan \frac{(\omega_n - \omega_1) \Omega}{\Omega^2 + \omega_n \omega_1} + \frac{T_1}{T} \cdot \text{ar} \text{ctg} \frac{\omega_1}{\Omega_1} \right] \quad (11)$$

Wir wollen jetzt die schon genannten Zahlenwerte hier einsetzen und mit Hilfe von Gl. (5) und (9 a) den Betrag der eckigen Klammer berechnen (Tabelle I).

Tabelle I.

k	$\frac{\omega_1}{\omega_n}$	$\frac{P_2}{P_1}$	c_1	c_2	$c_1 + c_2$
10	1/10	3	0,875	0,033	0,908
10	1/10	5	0,929	0,043	0,972
10	1/30	3	0,989	0,011	1,000
10	1/30	5	1,073	0,014	1,087
10	0	3	1,047	0	1,047
10	0	5	1,149	0	1,149

Hierin ist für die beiden Glieder der eckigen Klammer der Kürze halber c_1 und c_2 gesetzt. Wie die Zahlen zeigen, schwankt der Wert der eckigen Klammer nicht sehr stark; insbesondere ist das zweite Glied immer sehr klein und es dürfte hier genügen, $\omega_1 = 0$ zu setzen, so dass also die Auslaufzeit wird

$$t_a = T \cdot \arctan \frac{\omega_n}{\Omega} \quad (12)$$

In vielen Fällen wird die Arcus-Tangens-Funktion nahezu den Wert 1 haben. Dann wird angenähert

$$t_a \approx T = \frac{\Theta \omega_n^2}{\sqrt{P_1 \cdot P_2}} \quad (12a)$$

Für die praktische Rechnung soll das Schwungmoment GD^2 in tm^2 und die minutliche Drehzahl n eingeführt werden. Dann ist, wie ohne weiteres verständlich,

$$t_a = \left(\frac{\pi}{60} \right)^2 \cdot \frac{GD^2 \cdot n^2}{\sqrt{P_1 \cdot P_2}} \text{ in s} \quad (12b)$$

Die Verluste sind dabei in kW einzusetzen.

Eine weitere Grösse, die sich aus der Gleichung der Auslaufkurve berechnen lässt, ist der Auslaufwinkel, d. i. der Winkel, welcher von dem Drehkörper bis zum Stillstand durchlaufen wird. Nennen wir diesen Winkel φ , so wird

$$\varphi = \int_0^{t_a} \omega \cdot dt \quad (13)$$

Das Integral ist entsprechend den beiden Gl. (4) und (8) in zwei Teile φ_1 mit den Grenzen ω_n und ω_1 und φ_2 mit den Grenzen ω_1 und 0 zu zerlegen. Die Lösung wird am einfachsten, wenn man die Zeit mit Hilfe der Differentialgleichungen (3) und (7) sowie der Kenngrössen Gl. (5) und (9) entfernt. Es ergibt sich schliesslich

$$\begin{aligned} \varphi_a &= \varphi_1 + \varphi_2 \\ &= \frac{T \Omega}{2} \left[\ln \frac{\Omega^2 + \omega_n^2}{\Omega^2 + \omega_1^2} + \frac{T_1 \Omega_1}{T \Omega} \cdot \ln \frac{\Omega_1^2}{\Omega_1^2 - \omega_1^2} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

Hierin ist zunächst

$$T \Omega = \frac{\Theta \omega_n^3}{P_2} = \frac{\Theta}{M_2} \quad (15)$$

und ferner

$$\frac{T_1 \Omega_1}{T \Omega} = \frac{P_2}{(k-1) \frac{\omega_n^2}{\omega_1^2} P_1 - P_2} \approx \frac{1}{k-1} \left(\frac{\omega_1}{\omega_n} \right)^2 \cdot \frac{P_2}{P_1}$$

Nennt man wieder der Kürze halber c' und c'' die beiden Glieder der eckigen Klammer, so erhält man mit $k = 10$ und den weiteren schon benützten Zahlenwerten Tabelle II.

Tabelle II.

$\frac{\omega_1}{\omega_n}$	$\frac{P_2}{P_1}$	c'	c''	$c' + c''$
1/10	3	1,357	0,008	1,365
1/10	5	1,743	0,013	1,756
1/30	3	1,383	0,001	1,384
1/30	5	1,786	0,001	1,787
0	3	1,386	0	
0	5	1,792	0	

Der Vergleich der Zahlen zeigt, dass für die betrachteten Bedingungen auch hier das zweite Glied bedeutungslos ist. Im ersten Glied ist der Einfluss von ω_1 sehr gering, so dass man auch diese Grösse als verschwindend weglassen darf. Damit erhält man mit Gl. (5) die einfache Formel

$$\varphi_a = \frac{\Theta \omega_n^3}{2 P_2} \cdot \ln \frac{P_1 + P_2}{P_1} \quad (14a)$$

Für die praktische Anwendung soll diese Formel noch etwas geändert werden. Zunächst ist der durchlaufene Winkel eine Grösse, die durch Versuch schlecht zu erfassen ist. Dagegen lässt sich die Gesamtzahl der Umläufe mittels eines Umlaufzählers leicht feststellen. Auf einem Zählwerk kann man diesen Wert leicht ablesen. Bezeichnet Z die Gesamtumlaufzahl, so ist

$$\varphi = 2 \pi Z \quad (15)$$

Ferner soll wieder das Schwungmoment in tm^2 und die minutliche Drehzahl n eingeführt werden. Dann wird

$$Z = \frac{\pi^2 \cdot 10^3}{432} \cdot \frac{GD^2}{P_2} \left(\frac{n}{100} \right)^3 \cdot \ln \frac{P_1 + P_2}{P_1} \quad (16)$$

Der Zahlenfaktor ergibt ausgerechnet 22,8; den Logarithmus haben wir nicht erst, wie meist gern getan, in den gemeinen für die Grundzahl 10 umgewandelt, da ja der natürliche Logarithmus in der «Hütte» und anderen Handbüchern gegeben ist. Die Verluste sind wie bisher in kW einzusetzen.

Hierbei taucht unwillkürlich die Frage auf, in welcher Weise Drehzahl und Auslaufwinkel in jedem Zeitpunkt während des Auslaufs zusammenhängen. Da wir bei den Zahlenvergleichen bisher gesehen haben, dass die veränderliche Lagerreibung nur sehr geringen Einfluss auf die Ergebnisse hatte, so wollen wir hiervon ganz absehen. Dann können wir den Zusammenhang zwischen ω und φ aus Gl. (14) entnehmen, indem wir nur das erste Glied berücksichtigen. Es folgt daher für den durchlaufenen Winkel φ , wenn die Winkelgeschwindigkeit von ω_n auf ω abgenommen hat, die Beziehung

$$\varphi = \frac{T \Omega}{2} \ln \frac{\Omega^2 + \omega_n^2}{\Omega^2 + \omega^2} \quad (17)$$

Die Umkehrung dieser Gleichung unter Benutzung von Gl. (5) ergibt

$$\frac{\omega}{\omega_n} = \sqrt{\left(1 + \frac{P_1}{P_2}\right) e^{-\frac{2\varphi}{T \Omega}} - \frac{P_1}{P_2}} \quad (17a)$$

In Fig. 1 ist diese Beziehung als Kurve aufgetragen, und zwar für die beiden schon wiederholt benutzten Verlustverhältnisse 3 und 5. Beide Kurven zei-

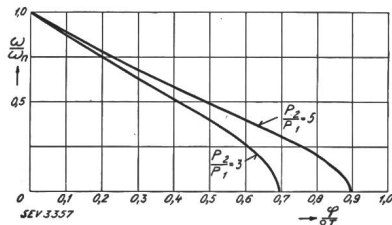


Fig. 1.

gen einen Verlauf, den man auf dem allergrössten Teil recht gut durch eine Gerade ersetzen könnte. Dieselbe Beobachtung haben Engler und Zeindler³⁾ an ihren Tachogrammen gemacht. Das Schreibwerk ihres Tachographen wurde von seiner Welle angetrieben und daher ist der Vorschub des Papierstreifens proportional dem durchlaufenen Winkel. Wir sehen jetzt, dass diese lineare Abhängigkeit nur eine scheinbare ist. Es wäre daher bedenklich, aus einem solchen Versuchsergebnis etwa weitere Schlüsse ziehen zu wollen. Setzt man nämlich entsprechend der gefundenen Geraden die Gleichung an

$$\omega = a - b \varphi,$$

³⁾ A. Engler, A. Zeindler, Trennung der Verluste und Ermittlung des Schwungmomentes von elektrischen Maschinen mit Hilfe des Auslaufverfahrens, Bull. SEV 1929, S. 217.

so würde durch Differentiation nach der Zeit folgen, dass das hemmende Moment proportional der Drehzahl ist, da ja $d\varphi/dt = \omega$ ist. Dies ist aber im Widerspruch mit der Erfahrung.

4. Die Auswertung einer gemessenen Kurve.

Wie eingangs erwähnt, soll hier unter Auslaufkurve die Abhängigkeit der Drehzahl einer Maschine von der Zeit bei freiem Auslauf, also ohne äussere Energiezufuhr, verstanden werden. Zur Aufnahme einer solchen Kurve wird man zweckmässig die Drehzahl etwas über den Nennwert erhöhen, um bei diesem schon eine zuverlässige Auswertung zu ermöglichen. In Fig. 2 ist eine solche aufgenommene Kurve als Kurve a wiedergegeben.

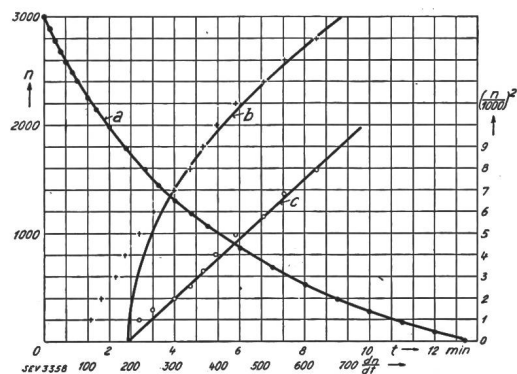


Fig. 2.

Ausser dieser Kurve benötigen wir bei einer beliebigen Drehzahl, am besten für den Nennwert, die verbrauchte Leistung. Eine solche Messung ist durch Antrieb mit einem Elektromotor leicht durchzuführen. Von dessen aufgenommener Leistung muss man nur die von ihm verbrauchten Wicklungs- und Eisenverluste, unter Umständen auch vielleicht noch seine Erregungsverluste, in Abzug bringen. Die Reibungsverluste des Motors sind natürlich beim Auslauf wirksam und müssten durch einen besonderen Versuch mit dem Motor allein (Eichung) abgetrennt werden. Für den hier vorliegenden Zweck ist dies jedoch nebensächlich. Bei der in Fig. 2 gezeigten Auslaufkurve (Kurve a) eines Turbogenerators nebst Antriebsmotor (für die Prüfung) betrug die «Gesamtreibung» des Aggregats 147,5 kW bei der Nenn Drehzahl 3000.

Wenn wir nun die Auslaufkurve zeichnerisch differenzieren und den Differentialquotienten $\frac{dn}{dt}$ als Abszisse zu der Ordinate n auftragen, so müssen wir, wenn unsere Gl. (3) richtig sein soll, eine parabelähnliche Kurve erhalten. Dann muss diese Kurve etwa durch die folgende Gleichung dargestellt werden können:

$$\frac{dn}{dt} = a + b n^2$$

Wenn wir hierin n^2 als Veränderliche ansehen, so ist dies die Gleichung einer Geraden, so dass wir auf diese Weise ein leichtes Erkennungszeichen erhalten, wie weit sich der Versuch mit unseren An-

nahmen deckt. In Fig. 2 ist nun $\frac{dn}{dt}$ als Kreuz für den jeweiligen Punkt von n , für den der Wert bestimmt wurde, und dann nochmals als Ringlein für das zugehörige n^2 aufgetragen. Diese letzten Punkte sind nun durch die Gerade c verbunden. Wir erkennen, dass die Punkte ziemlich gut in die Gerade bis herab zu einer Drehzahl von etwa 1200 fallen. Die dieser Geraden entsprechende Parabel ist als Kurve b eingezeichnet und gehorcht der Gleichung

$$\frac{dn}{dt} = 192 + 55 \left(\frac{n}{1000} \right)^2 \text{ in } \frac{\text{U}}{\text{min}^2}.$$

Derartige Auswertungen sind im Laufe der Jahre sowohl vom Verfasser als auch von anderen an einer sehr grossen Anzahl schnellaufender Maschinen durchgeführt worden. Es zeigte sich fast immer bis herab zu etwa $\frac{1}{3}$ der Nenndrehzahl eine recht gute Uebereinstimmung mit einer Parabelform. Aus der letzten Gleichung ergibt sich für $n = 3000$ der Wert $\frac{dn}{dt} = 192 + 55 \cdot 9 = 687$. Damit erhält man

als Lagerreibung den Betrag $P_1 = \frac{192}{687} \cdot 147,5 = 41,5$ kW und daher bleibt als Luftreibung $P_2 = 147,5 - 41,5 = 106$ kW für diesen Maschinensatz. Nun muss die Gleichung bestehen

$$P_1 + P_2 = \theta \omega \frac{d\omega}{dt} = \frac{GD^2}{4} \cdot \frac{(2\pi)^2}{60^3} n \frac{dn}{dt} \quad (18)$$

wobei, wie immer in diesem Abschnitt, $\frac{dn}{dt}$ den Drehzahlabfall bezeichnet. Wir erhalten daher aus den gefundenen Zahlenwerten

$$GD^2 = \frac{(P_1 + P_2) \cdot 60^3}{\pi^2 \cdot n \frac{dn}{dt}} = \frac{147,5 \cdot 60^3}{\pi^2 \cdot 3000 \cdot 687} = 1,57 \text{ tm}^2$$

Aus den Zeichnungen der Maschinen war für den Generatorläufer 1,417 tm^2 und für den Motorläufer 0,152 tm^2 berechnet worden; die Summe stimmt also genau mit dem vorigen Wert überein. Eine solche fast vollkommene Uebereinstimmung zwischen den gewonnenen Messwerten und den aus den Zeichnungen berechneten Schwungmomenten ist stets beobachtet worden. Dabei erfolgte die Berechnung aus der Zeichnung ohne jede Kenntnis des Versuchs.

Mit Bezug auf Kurve b möge noch darauf aufmerksam gemacht werden, dass zwischen 2200 und 2000 U/min eine merkliche Abweichung von der Parabel auftritt. Solche Stellen wurden fast immer beobachtet, und es wird vermutet, dass hier eine kritische Drehzahl liegt. Eine genauere Untersuchung dieses Umstandes ist noch nicht durchgeführt. Nachdem jetzt das Schwungmoment bekannt ist, wollen wir nach Gl. (12 b) die Auslaufzeit berechnen. Wir erhalten

$$t_a = \left(\frac{\pi}{60} \right)^2 \cdot \frac{1,57 \cdot 3000^2}{\sqrt{41,5 \cdot 106}} = 584 \text{ s.}$$

Gemessen sind $12' 56,2'' = 776$ s, also eine beträchtlich grössere Zeit. Hiermit stimmt auffällig der Umstand überein, dass für kleine Drehzahlen der Differential-Quotient unterhalb der Parabel b liegt.

Eine weitere Grösse, die wir vorhin abgeleitet haben, ist die Gesamtumlaufzahl, für welche wir Gl. (16) gefunden haben. Diese Grösse können wir aber auch aus der Auslaufkurve entnehmen; sie wird nämlich durch die Fläche zwischen der Kurve und den beiden Koordinatenachsen dargestellt. Die Berechnung dieser Fläche lässt sich, besonders wenn man Millimeterpapier benutzt, sehr leicht durch Abzählen mit genügender Genauigkeit durchführen. Es ergibt sich für den vorliegenden Fall $Z = 12\,800$ Umläufe. Unter Benutzung der vorhin erhaltenen Zahlenwerte errechnen wir aus Gl. (16) den Wert

$$Z = 22,8 \cdot \frac{1,57}{106} \cdot \left(\frac{3000}{100} \right)^3 \cdot \ln \frac{147,5}{41,5} = 11\,600 \text{ Umläufe.}$$

Die Uebereinstimmung mit der Messung ist in diesem Falle wesentlich besser als bei der Auslaufzeit. Auch die bei dieser in Gl. (12 a) vernachlässigte Arcus-Tangens-Funktion behebt diesen Unterschied in der Zeit nicht, da sie in diesem Falle den berechneten Wert von t_a nur um 1,2 % erhöhen würde.

In dem schon erwähnten Aufsatz von Engler und Zeindler³⁾ ist auf Grund der an Tachogrammen beobachteten linearen Abhängigkeit zwischen Umlaufzahl (Auslaufwinkel) und Drehzahl eine Gleichung für die Gesamtumlaufzahl abgeleitet, welche sich mit unseren Zeichen wie folgt schreibt:

$$Z = \frac{\pi^2}{60^3} \cdot \frac{GD^2 \cdot n^2 \cdot n_0}{P_1 + P_2} \quad (19)$$

Hierin ist n_0 die Drehzahl, bei welcher der Auslauf beginnt, und n diejenige, bei welcher der Verbrauch gemessen wurde. Mit unseren Zahlenwerten erhalten wir

$$Z = \frac{\pi^2}{60^3} \cdot \frac{1,57 \cdot 3000^3}{147,5} = 13\,100 \text{ Umläufe.}$$

Die Uebereinstimmung mit dem gemessenen Wert ist ebenfalls sehr gut. Wenn man beachtet, dass Engler und Zeindler ihre Berechnungsart offenbar bei Drehzahlen unter 100 entwickelt haben, so ist es um so erfreulicher, dass sie auch bei schnellaufenden Maschinen gute Ergebnisse hat. Um nun die Formel ihrer Herleitung gemäss auf den vorliegenden Fall richtig anzuwenden, ist in Fig. 3 die Integralkurve des in Fig. 2 gezeigten Auslaufs unter Benutzung der unmittelbaren Messpunkte aufgezeichnet. Die Form der Kurve stimmt dem Augenschein nach recht gut mit Fig. 1 überein. In der Nähe von 2000 U/m zeigt sich auch hier eine auffällige Unregelmässigkeit, wie es sich schon an

Kurve *b* auf Fig. 2 zeigt. Der erste Teil der Kurve in Fig. 3 von 3000 bis 2400 U/m ist vollständig geradlinig, und wenn man die Neigung dieser Geraden zur Bestimmung der Verluste in Gl. (19)

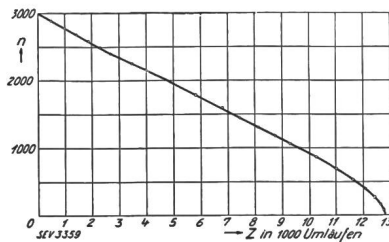


Fig. 3.

einsetzt, so ist $n_0/Z = 2000/9000$ und mit dem jetzt als bekannt vorausgesetzten Schwungmoment ergibt sich

$$P_1 + P_2 = \frac{\pi^2}{60^3} \cdot 1,57 \cdot 3000^2 \cdot \frac{2000}{9000} = 143 \text{ kWh,}$$

also etwa 3 % weniger als gemessen.

5. Schlussbemerkungen.

Wir haben versucht, die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Grössen aufzudecken und wollen jetzt kurz die Möglichkeiten der Anwendung besprechen. In Gl. (18) kann man entweder das Trägheitsmoment oder die Verluste als bekannt ansehen und mit Hilfe von $d\omega/dt$ aus der gemessenen Kurve die andere dieser beiden Grössen berechnen. Da nun in einer sehr grossen Zahl von Fällen bei gemessenen Verlusten das nach Gl. (18) berechnete Trägheitsmoment mit dem aus der Zeichnung berechneten übereinstimmt, so darf man umgekehrt den aus letzterem und der Auslaufkurve bestimmten Verlust als praktisch ausreichend genau ansehen. Die Aufteilung dieses Verlustes in Lagerreibung und Luftreibung ist dann nach Fig. 2 auf Grund der Gl. (3) leicht durchführbar. Diese Massnahme ist ausserordentlich wichtig, wenn man den Verlust für andere Drehzahlen kennen muss, ohne eine Messung durchführen zu können. In einem solchen Falle sollte wegen Schleuderung bestimmter Maschinenteile mit sehr hoher Drehzahl der auftretende Verlust abgeschätzt werden. Es wurde deshalb eine Auslaufkurve von etwas über

3000 U/m an aufgenommen, aus den Abmessungen das Schwungmoment, hiermit der Verlust berechnet, dieser aufgeteilt, wie im Abschnitt 4 beschrieben, und schliesslich auf die gewünschte Drehzahl umgerechnet. Da diese Auslaufkurve sehr sorgfältig mit vielen Punkten aufgenommen war, so wurde hier der Versuch gemacht, die Differentiation unter Benutzung der Messpunkte analytisch durchzuführen. Hierbei wurde die von *Horst von Sanden*⁴⁾ in seiner «Praktischen Analysis» auf Seite 73 gegebene Formel benutzt und die erhaltene Kurve mit Hilfe der Formel auf Seite 113 zweimal geglättet. Der so bestimmte Differential-Quotient wurde über n^2 aufgetragen. Dabei zeigte sich, dass er sehr stark und unregelmässig schwankte. Dagegen passte sich der zeichnerisch mit einem durchsichtigen Zeichendreieck gewonnene Wert zwanglos einer Geraden an.

Wenn man in Gl. (18) mit der Beziehung $\omega = d\varphi/dt$ die Zeit herausschafft, so erhält man

$$P_1 + P_2 = \Theta \cdot \omega^2 \cdot \frac{d\omega}{d\varphi} \quad (20)$$

Aus dieser Gleichung kann ohne weiteres Gl. (19) abgeleitet werden, wie wohl ohne weiteres verständlich ist. Es sei nur daran erinnert, dass bei linearem Verlauf der Differentialquotient $\frac{dn}{d\varphi}$ in das Ver-

hältnis $\frac{n_0}{Z}$ übergeht. Da also Gl. (18) und (19) im Grunde dasselbe aussagen, so ist die im vorigen Abschnitt festgestellte Abweichung von 3 % etwas auffällig.

So gut nun nach allem die Berechnung des Schwungmoments bei bekanntem Verlust oder umgekehrt stimmt, so stark ist die Abweichung bei der Auslaufzeit. Es zeigt sich im allgemeinen, dass die wirkliche Auslaufzeit um etwa ± 20 % von dem Wert nach Gl. (12 a) abweicht, unter Umständen sogar noch mehr wie in dem Zahlenbeispiel. Glücklicherweise ist meistens eine grössere Genauigkeit nicht gefordert. Eine bessere Uebereinstimmung zeigt Messung und Rechnung bei der Umlaufzahl.

⁴⁾ Horst von Sanden, Praktische Analysis; Handbuch der angewandten Mathematik, Bd. 1, B. G. Teubner, Leipzig 1914.

Elektrisch geheizte Oefen in der Glasindustrie und ihre Wirtschaftlichkeit.¹⁾

Von J. Horowitz, Olten.

621.365:666

Der Autor beschreibt die Entwicklung der elektrischen Schmelzöfen zur Glasfabrikation, wobei verschiedene interessante technologische Fragen zur Sprache kommen. Die ersten Versuche, Glas elektrisch zu schmelzen, liegen etwa 25 Jahre zurück; es gelang aber erst in den letzten Jahren, der Schwierigkeiten, besonders des Verfärbungsproblems Herr zu werden und elektrische Schmelzöfen zu bauen, die einwandfreies Glas liefern und zugleich Aussicht auf Konkurrenzfähigkeit gegenüber den mit Brennstoffen geheizten Oefen haben. Es wird anhand einer Wirtschaftlichkeitsrechnung gezeigt, dass

L'auteur expose le développement des fours électriques pour la fabrication du verre, s'arrêtant sur différentes questions technologiques intéressantes. Les premiers essais tendant à utiliser l'électricité dans la verrerie remontent à 25 ans environ en arrière; toutefois ce n'est qu'au cours des dernières années qu'on est parvenu à surmonter les difficultés, en particulier le problème de la décoloration, et à construire des fours livrant un verre irréprochable et susceptibles de concurrencer les fours à combustibles. D'après les calculs de rendement, le prix de l'énergie électrique doit actuelle-