Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 24 (1933)

Heft: 19

Artikel: Ueber die Berechnung der Nutenstreuung bzw. der Nutleitwertzahl in den von den Wicklungen ausgefüllten Teilen

Autor: Schönbächler, K.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1059538

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 07.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

gerüstet sind, die ihnen gestattet, sich auch manuell in irgendeiner Weise zu beschäftigen.

Der Aufruf geht nun an die schweizerischen Elektrizitätswerke, sie möchten dieser Frage ihre wohlwollende Aufmerksamkeit zuwenden und an der Generalversammlung in Lugano im Sinne vorstehender Anregung einen Beschluss fassen. Wenn von den 340 Kollektivmitgliedern des SEV, welche zugleich Mitglieder des VSE sind, nur die Hälfte bereit wäre, je einen der arbeitslosen jungen Techniker aufzunehmen, dann stünden wir vor einer schönen Tat, und in manchem Schweizerhause würde die Not der Zeit leichter und tragbarer. Des Dankes der ganzen schweizerischen Technikerschaft aber dürfte der VSE versichert sein.

Ueber die Berechnung der Nutenstreuung bzw. der Nutleitwertzahl in den von den Wicklungen ausgefüllten Teilen.

Von *K. Schönbächler*, Genf.

621.3.013.5: 621.313.045

Die «Nutleitfähigkeit» bzw. die Nutleitwertzahl über eine Spulenseitenhöhe wird in der Literatur allgemein durch den Wert $\lambda = 1{,}25 \cdot \frac{h}{3\,b}$ *dargestellt. In den nachstehenden Ausführungen wird abgeleitet, dass* λ *von der Stabzahl abhängig ist, und dass sich speziell für kleine Stabzahlen grössere Werte ergeben, als die erwähnte Formel angibt. Es wird für den betrachteten Teil der Nutleitwertzahl eine allgemeine Formel entwickelt, welche im Spezialfalle: Stabzahl* $w = \infty$ *in den Wert* $\lambda = 1{,}25 \cdot \frac{h}{3\,b}$ *übergeht. Ferner wird abgeleitet, dass auch die Leitwertzahl der Gegeninduktivität zwischen zwei Spulenseiten einer Nut von der Stabzahl abhängig ist.*

Dans la littérature technique, on donne généralement, pour le calcul de la conductivité magnétique d'une encoche — ou mieux, pour le coefficient des fuites correspondant à la hauteur d'une section — l'expression $\lambda = 1{,}25 \cdot \frac{h}{3\,b}$. *Dans les considérations qui vont suivre, l'auteur se propose de prouver que ce coefficient dépend du nombre de conducteurs de l'encoche et que, si ce nombre est petit, la valeur réelle de* λ *est supérieure à celle qui découle de la formule usuelle. L'auteur établit une formule générale pour le coefficient de fuites, formule qui se résout à l'expression* $\lambda = 1{,}25 \cdot \frac{h}{3\,b}$ *pour le cas spécial où le nombre de conducteurs* w *devient infiniment grand. Il démontre enfin que le coefficient de fuites de l'induction mutuelle de deux sections placées dans une même encoche dépend également du nombre de conducteurs.*

In der Literatur wird die Nutleitfähigkeit oder, besser ausgedrückt, die Nutleitwertzahl über eine Spulenseitenhöhe allgemein durch die Formel $\lambda = 1{,}25 \cdot \frac{h}{3\,b}$ dargestellt (Fig. 1). Die Betrachtung der nachstehenden Fälle ergibt indessen folgende Ableitungen:

A. Eine Spulenseite mit der Stabzahl 1 (Fig. 1).

Für diese und alle nachfolgenden Ableitungen wird der Ampèrewindungsbedarf für das Eisen vernachlässigt. Die Rechnung bezieht sich immer auf 1 cm Eisenlänge (Richtung senkrecht zur Ebene der Fig. 1). Ferner wird auch immer eine gleichmässige Stromverteilung über den Leiterquerschnitt angenommen; d. h. die Beeinflussung der Stromverteilung durch die Wirbelstrombildung wird in diesen Ableitungen nicht berücksichtigt.

Es bezeichne IW das Stromvolumen bzw. die Ampèrestabzahl der Spulenseite (über die Höhe h). Die Ampèrestabzahl über die Höhe x beträgt somit:

$$i w_x = IW \cdot \frac{x}{h}$$

und die Induktion an der Stelle x:

$$B_x = 1{,}25 \cdot \frac{i w_x}{b} = 1{,}25 \cdot \frac{IW}{b} \cdot \frac{x}{h}$$

Der Fluss über die Höhe dx wird (für 1 cm Eisenlänge):

$$\mathrm{d}\,\Phi_x = B_x \cdot \mathrm{d}\,x = 1{,}25 \cdot \frac{IW}{b} \cdot \frac{x}{h} \cdot \mathrm{d}\,x$$

und der totale Fluss über die Höhe h:

$$\Phi = \int_0^h 1{,}25 \cdot \frac{IW}{b \cdot h} \cdot x \cdot \mathrm{d}\,x = 1{,}25 \cdot \frac{IW}{b \cdot h} \cdot \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^h = 1{,}25 \cdot IW \cdot \frac{h}{2\,b}$$

(Der Inhalt des Dreiecks auf der rechten Seite der Fig. 1 stellt den Fluss Φ dar.)

Bei einer zeitlichen Aenderung des Stromvolumens IW und der damit proportionalen Aenderung des Flusses Φ wird die in der Spulenseite induzierte EMK:

$$E = -w \cdot \frac{\mathrm{d}\,\Phi}{\mathrm{d}\,t} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Die Stabzahl (resp. Windungszahl) w zur Erzeugung der EMK ist für den ganzen Fluss Φ von gleicher Grösse, d. h. = 1.

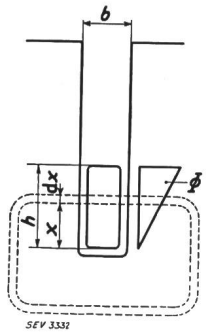

Fig. 1.

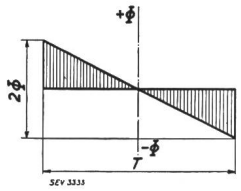

Fig. 2.

Die Ampèrestäbe nehmen von null bis zu einem maximalen Werte geradlinig zu, die Stabzahl zur

Erzeugung der EMK bleibt hingegen über die ganze Höhe h konstant $= 1$.

Nimmt man für die Berechnung von E den einfachen Fall zeitlich geradliniger Strom- bzw. Flussänderung an (Fall geradliniger Kommutierung), so ergibt sich für die Aenderung des Stromes vom Werte $+I$ zum Werte $-I$ bzw. des Flusses vom Werte $+\Phi$ zum Werte $-\Phi$ (Fig. 2):

$$E = -w \cdot \frac{2\,\Phi}{T} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

T bezeichnet die Zeit in Sekunden, während der sich die Aenderung des totalen Flusses von $+\Phi$ in $-\Phi$ vollzieht.

Die Gleichung für die EMK (pro cm Eisenlänge) lautet somit:

$$E_1 = -1 \cdot \frac{2}{T} \cdot IW \cdot 1{,}25 \cdot \frac{h}{2\,b} \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

oder

$$E_1 = -\frac{2}{T} \cdot IW \cdot \lambda_1 \cdot 10^{-8} \text{ Volt,}$$

worin

$$\underline{\lambda_1 = 1{,}25 \cdot \frac{h}{2\,b}}$$

die Nutleitwertzahl über die Höhe h für den betrachteten Fall mit der Stabzahl 1 darstellt.

B. Eine Spulenseite mit der Stabzahl 2 (Fig. 3).
(Zwei übereinanderliegende Stäbe in Serie geschaltet.)

Es bezeichne:

IW_1 = Ampèrestabzahl des Stabes 1,
IW_2 = Ampèrestabzahl des Stabes 2.

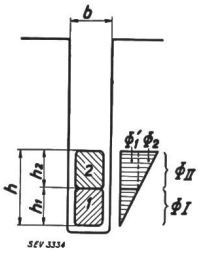

Fig. 3.

Für den Stab 1 berechnet sich Φ_I wie unter A:

$$\Phi_I = 1{,}25 \cdot IW_1 \cdot \frac{h_1}{2\,b}$$

Φ_I ist der Fluss, der durch den Stab 1 fliesst und mit ihm verkettet ist.

Ebenso berechnet sich die im Stabe 1 durch Φ_I induzierte EMK zu:

$$E_I = -1 \cdot \frac{2}{T} \cdot IW_1 \cdot 1{,}25 \cdot \frac{h_1}{2\,b} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Der Fluss, welcher durch den Stab 2 fliesst und zum Teil von den IW_1, zum Teil von den IW_2 erzeugt wird, berechnet sich zu:

$$\Phi_{II} = 1{,}25 \cdot IW_1 \cdot \frac{h_2}{b} + 1{,}25 \cdot IW_2 \cdot \frac{h_2}{2\,b}$$

$$(\Phi_{II} = \Phi_1' + \Phi_2)$$

Der Fluss Φ_{II} ist mit den Stäben 1 und 2 verkettet, und die EMK, welche von ihm in den Stäben 1 und 2 erzeugt wird, beträgt:

$$E_{I\,II} = -2 \cdot \frac{2 \cdot \Phi_{II}}{T} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Es ist $IW_1 = IW_2 = \frac{IW}{2}$, wenn IW die Ampèrestabzahl der ganzen Spulenseite bezeichnet.

Die Isolationsdicke zwischen zwei Stäben derselben Spulenseite soll vernachlässigt werden, und es wird somit:

$$h_1 = h_2 = \frac{h}{2}$$

Mit Einsetzung der obigen Umformungen wird:

$$E_{I\text{-}II} = -2 \cdot \frac{2}{T} \cdot \frac{IW}{2} \cdot 1{,}25 \cdot \frac{h}{2\,b}\left[1 + \frac{1}{2}\right] \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Die EMK, welche in den in Serie geschalteten Stäben 1 und 2 pro Zentimeter Eisenlänge erzeugt wird, berechnet sich zu:

$$E_2 = E_I + E_{I\text{-}II}$$

$$E_2 = -\frac{2}{T} \cdot IW \cdot \frac{1}{2^2} \cdot 1{,}25 \cdot \frac{h}{b} \cdot \left\{\frac{1}{2} + 2 \cdot \left[1 + \frac{1}{2}\right]\right\} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Bringt man diese Gleichung noch auf die bequemere Form, in welcher die Stabzahl der Spulenseite als Faktor auftritt (Multiplikation von Zähler und Nenner mit der Stabzahl), so wird:

$$E_2 = \cdot \frac{2}{T} \cdot IW \cdot \frac{2}{2^3} \cdot 1{,}25 \cdot \frac{h}{b} \cdot \left\{\frac{1}{2} + 2 \cdot \left[1 + \frac{1}{2}\right]\right\} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Es schreibt sich E_2 auch:

$$E_2 = -\frac{2}{T} \cdot IW \cdot 2 \cdot \lambda_2 \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

worin:

$$\lambda_2 = \frac{1{,}25}{2^3} \cdot \frac{h}{b} \cdot \left\{\frac{1}{2} + 2 \cdot \left[1 + \frac{1}{2}\right]\right\}$$

ausgewertet:

$$\underline{\lambda_2 = 1{,}25 \cdot \frac{7}{16} \cdot \frac{h}{b}}$$

C. Eine Spulenseite mit der Stabzahl 3 (Fig. 4).
(Drei übereinanderliegende Stäbe in Serie geschaltet.)

Es bezeichne:

$IW' = \frac{IW}{3}$ = Ampèrestabzahl eines Stabes.

$h' = \frac{h}{3}$ = Höhe eines Stabes.

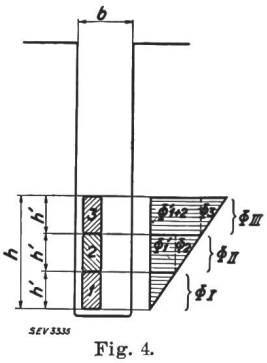

Fig. 4.

Es berechnet sich ähnlich wie unter B:

$$\Phi_{I} = 1{,}25 \cdot \frac{IW}{3} \cdot \frac{h}{3\,b} \cdot \frac{1}{2}$$

$$E_{I} = -1 \cdot \frac{2}{T} \cdot \frac{IW}{3} \cdot 1{,}25 \cdot \frac{h}{3\,b} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

$$\Phi_{II} = 1{,}25 \cdot \frac{IW}{3} \cdot \frac{h}{3\,b} \cdot \left[1 + \frac{1}{2}\right]$$

$$E_{I\text{-}II} = -2 \cdot \frac{2}{T} \cdot \frac{IW}{3} \cdot 1{,}25 \cdot \frac{h}{3\,b} \cdot \left[1 + \frac{1}{2}\right] \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

$$\Phi_{III} = 1{,}25 \cdot \frac{2 \cdot IW}{3} \cdot \frac{h}{3\,b} + 1{,}25 \cdot \frac{IW}{3} \cdot \frac{h}{3\,b} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Phi_{III} = 1{,}25 \cdot \frac{IW}{3} \cdot \frac{h}{3\,b} \cdot \left[2 + \frac{1}{2}\right]$$

$$E_{I\text{-}III} = -3 \cdot \frac{2}{T} \cdot \frac{IW}{3} \cdot 1{,}25 \cdot \frac{h}{3\,b} \cdot \left[2 + \frac{1}{2}\right] \cdot 10^{-8} \text{Volt.}$$

$$E_3 = E_{I} + E_{I\text{-}II} + E_{I\text{-}III}$$

$$E_3 = -\frac{2}{T} \cdot IW \cdot \frac{1}{3^2} \cdot 1{,}25 \cdot \frac{h}{b} \cdot \left\{\frac{1}{2} + 2 \cdot \left[1 + \frac{1}{2}\right] + 3 \cdot \left[2 + \frac{1}{2}\right]\right\} \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

oder umgeformt:

$$E_3 = -\frac{2}{T} \cdot IW \cdot \frac{3}{3^3} \cdot 1{,}25 \cdot \frac{h}{b} \cdot \left\{\frac{1}{2} + 2 \cdot \left[1 + \frac{1}{2}\right] + 3 \cdot \left[2 + \frac{1}{2}\right]\right\} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

$$E_3 = -\frac{2}{T} \cdot IW \cdot 3 \cdot \lambda_3 \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

$$\lambda_3 = \frac{1{,}25}{3^3} \cdot \frac{h}{b} \cdot \left\{\frac{1}{2} + 2 \cdot \left[1 + \frac{1}{2}\right] + 3 \cdot \left[2 + \frac{1}{2}\right]\right\}$$

ausgewertet: $\underline{\lambda_3 = 1{,}25 \cdot \frac{11}{27} \cdot \frac{h}{b}}$

D. Eine Spulenseite mit der Stabzahl w.

(Anzahl w übereinanderliegende Stäbe in Serie geschaltet.)

Durch Betrachtung der Resultate und Ableitungen unter A—C lassen sich schon die allgemeinen Formeln für den Fall: Stabzahl $= w$ aufschreiben. Diese lauten:

1. $E_W = -\frac{2}{T} \cdot IW \cdot w \cdot \lambda_W \cdot 10^{-8}$ Volt

(pro cm Eisenlänge).

2. $$\lambda_w = \frac{1{,}25}{w^3} \cdot \frac{h}{b} \cdot \left\{1 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \left[1 + \frac{1}{2}\right] + 3 \cdot \left[2 + \frac{1}{2}\right] + 4 \cdot \left[3 + \frac{1}{2}\right] + \ldots + w \cdot \left[(w-1) + \frac{1}{2}\right]\right\}$$

Der Klammerausdruck $\{\ldots\ldots\}$ stellt eine arithmetische Reihe zweiter Ordnung dar. (Zweiter Ordnung, weil die zweite Differenzenreihe konstant ist.) Die Reihe lautet:

$$0{,}5 + 3 + 7{,}5 + 14 + 22{,}5 + \ldots + w \cdot [(w-1) + 0{,}5]$$

Erste Differenzenreihe:	2,5	4,5	6,5	8,5	.....
Zweite Differenzenreihe:	2	2	2		.....

Die Summe der Reihe beträgt somit:

$$S_w = \binom{w}{1} \cdot 0{,}5 + \binom{w}{2} \cdot 2{,}5 + \binom{w}{3} \cdot 2$$

$$S_w = \frac{w}{2} + \frac{w \cdot (w-1)}{1 \cdot 2} \cdot 2{,}5 + \frac{w \cdot (w-1) \cdot (w-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 2$$

Die weitere Auswertung gibt:

$$S_w = \frac{4}{12} \cdot w^3 + \frac{3}{12} \cdot w^2 - \frac{1}{12} \cdot w$$

Es schreibt sich somit:

$$\lambda_w = \frac{1{,}25}{w^3} \cdot \frac{h}{b} \cdot S_w$$

Die allgemeine Formel für die Nutleitwertzahl einer Spulenseite über ihre Höhe h lautet demnach:

$$\underline{3.\ \lambda_w = 1{,}25 \cdot \frac{h}{b} \cdot \left\{\frac{4}{12} + \frac{3}{12\,w} - \frac{1}{12\,w^2}\right\}}$$

worin w die Anzahl der übereinanderliegenden und in Serie geschalteten Stäbe bedeutet.

E. Eine Spulenseite mit der Stabzahl $w = \infty$.

Für den Spezialfall $w = \infty$ geht die Formel für λ_w über in:

$$\lambda_{w=\infty} = 1{,}25 \cdot \frac{h}{3\,b}$$

d. h. man erhält den Wert, den man allgemein in der Literatur vorfindet.

Vergleichsweise sei noch der übliche Ableitungsgang der Formel für $\lambda_W = \infty$ wiedergegeben (Fig. 1 mit Annahme $w = \infty$).

$$d\,\Phi_x = 1{,}25 \cdot \frac{IW}{b} \cdot \frac{x}{h} \cdot dx$$

$$dE_x = -\frac{2}{T} \cdot w_x \cdot d\,\Phi_x \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

Weil $w = \infty$ ist, wird $w_x = w \cdot \frac{x}{h}$

$$E_{(W=\infty)} = -\frac{2}{T} \cdot 1{,}25 \cdot \frac{IW}{b \cdot h} \cdot \frac{w}{h} \cdot \int_0^h x^2\,dx \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

ausgewertet:

$$E_{(W=\infty)} = -\frac{2}{T} \cdot IW \cdot w \cdot 1{,}25 \cdot \frac{h}{3\,b} \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

oder

$$E_{(W=\infty)} = -\frac{2}{T} \cdot IW \cdot w \cdot \lambda_{W=\infty} \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

worin $\lambda_{w=\infty} = 1{,}25 \cdot \frac{h}{3\,b}$

Wie ersichtlich ist, gilt diese Ableitungsart nur für den Fall $w = \infty$.

F. Zusammenstellung der Resultate:

Die allgemeine Formel (3 D) für λ_w kann auch geschrieben werden:

$$\lambda_w = 1{,}25 \cdot z \cdot \frac{h}{b}$$

worin $z = \left\{ \frac{4}{12} + \frac{3}{12 \cdot w} - \frac{1}{12 \cdot w^2} \right\}$

Es wird für:

$w =$	1	2	3	4	5	.....	∞
$z =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{11}{27}$	$\frac{25}{64}$	$\frac{19}{50}$	.....	$\frac{1}{3}$
$=$	0,500	0,437	0,407	0,390	0,380	....	0,333

G. Allgemeine Betrachtung über die Nutleitwertzahl λ_w.

Die Grösse λ_w, welche wohl am besten Nutleitwertzahl einer Spulenseite über ihre Höhe h genannt wird, ist nicht identisch mit der magnetischen Leitfähigkeit der Nut über die Höhe h. Letztere sei mit λ_M bezeichnet und sie ist stets gleich:

$$\lambda_M = 1{,}25 \cdot \frac{h}{b}$$

Die Leitwertzahl λ_w kann allgemein auch direkt mit Verwendung der magnetischen Leitfähigkeit λ_M bzw. der magnetischen Teilleitfähigkeiten $\lambda'_M = \frac{\lambda_M}{w} = 1{,}25 \cdot \frac{h}{w \cdot b}$ berechnet werden.

Aus der Formel 2 D ist ersichtlich, dass sich λ_w aus einer Summe von Produkten aufbaut, deren einzelne Faktoren sich folgendermassen darstellen:

1. Die magnetische Teilleitfähigkeit $\lambda'_M = 1{,}25 \cdot \frac{h}{w \cdot b}$
2. Ein Faktor für die Wirksamkeit der Teile der totalen Ampèrestabzahl in den einzelnen Stäben (Faktoren $\frac{1}{w} \cdot \frac{1}{2}$; $\frac{1}{w} \cdot \left[1 + \frac{1}{2}\right]$; $\frac{1}{w} \cdot \left[2 + \frac{1}{2}\right]$ usw.)
3. Ein Verkettungsfaktor, d. h. ein Faktor, der angibt, welcher Teil der totalen Stabzahl w, mit dem entsprechenden Fluss durch die einzelnen Stäbe, verkettet ist (Faktoren $\frac{1}{w}$, $\frac{2}{w}$, $\frac{3}{w}$, $\frac{4}{w}$ usw.)

H. Leitwertzahl einer Nut für die Berechnung der magnetischen Streuung allein, d. h. ohne Berücksichtigung der Verkettungen (Fig. 5).

Soll für Nuten nur die Grösse des magnetischen Flusses über die Höhe h berechnet werden, so wird:

$$\Phi = 1{,}25 \cdot IW \cdot \frac{h}{2\,b} = IW \cdot \lambda_F$$

IW = totale Ampèrestabzahl der Nut.

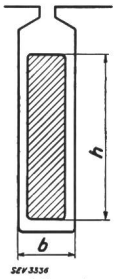

Fig. 5.

Unter Vernachlässigung der Isolationsdicke zwischen den Stäben ist diese Gleichung für jede beliebige Stabzahl gültig. Es ist also allgemein die Leitwertzahl für die Flussberechnung einer Nut über die Höhe h:

$$\lambda_F = 1{,}25 \cdot \frac{h}{2\,b}$$

(Entsprechend den Ausführungen unter G definiert sich der hierin enthaltene Faktor $\frac{1}{2}$ als Faktor für die Wirksamkeit der Ampèrewindungen über die Höhe h.)

J. Nutleitwertzahl für zwei übereinanderliegende Spulenseiten.

Leitwertzahl der Gegeninduktivität.

Die Spulenseiten 1 und 2 sollen verschiedenen Spulen mit gleicher Ampèrestabzahl (IW') und gleicher Anzahl (w) übereinanderliegender und in Serie geschalteter Stäbe angehören:

Es ist also:

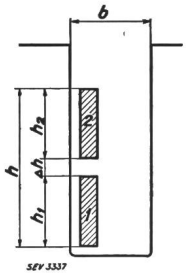

Fig. 6.

$$IW_1 = IW_2 = IW'$$
$$w_1 = w_2 = w$$

Die Berechnung erstrecke sich wiederum nur über die Höhe h (Fig. 6). Die Bestimmung der einzelnen EMK und Leitwertzahlen ergibt entsprechend den Ableitungen unter A bis G folgende Formeln:

1. $E_{11\,h_1} = -\frac{2}{T} \cdot IW' \cdot w \cdot \lambda_{11\,h_1} \cdot 10^{-8}$ Volt.

Der Index 11 bedeutet: In Spulenseite 1 wirksam und von Spulenseite 1 erzeugt. Der Index h_1 bedeutet, dass sich die Rechnung nur auf die Höhe h_1 bezieht. $\lambda_{11\,h_1}$ berechnet sich nach Formel 3 D:

$$\lambda_{11\,h_1} = 1{,}25 \cdot \frac{h_1}{b} \cdot \left\{ \frac{4}{12} + \frac{3}{12\,w} - \frac{1}{12\,w^2} \right\}$$

2. $E_{11(\Delta h + h_2)} = -\frac{2}{T} IW' \cdot w \cdot \lambda_{11(\Delta h + h_2)} \cdot 10^{-8}$ Volt.

$\lambda_{11\,(\Delta h + h_2)} = 1{,}25 \cdot \frac{\Delta h + h_2}{b}$ (unabhängig von der Stabzahl w)

3. $E_{12} = -\frac{2}{T} \cdot IW' \cdot w \cdot \lambda_{12} \cdot 10^{-8}$ Volt.

Der Index 12 bedeutet: In Spulenseite 1 wirksam, von Spulenseite 2 erzeugt.

$$\lambda_{12} = 1{,}25 \cdot \frac{h_2}{2\,b} \text{ (unabhängig von der Stabzahl } w\text{).}$$

Der Faktor $\frac{1}{2}$, welcher in λ_{12} vorkommt, berücksichtigt, entsprechend den Ausführungen unter G, die Wirksamkeit der Ampèrestäbe der Spulenseite 2 (Fig. 7).

4. $E_{22} = -\frac{2}{T} \cdot IW' \cdot w \cdot \lambda_{22} \cdot 10^{-8}$ Volt.

λ_{22} berechnet sich nach Formel 3 D:

$$\lambda_{22} = 1{,}25 \cdot \frac{h_2}{b} \cdot \left\{\frac{4}{12} + \frac{3}{12\,w} - \frac{1}{12\,w^2}\right\}$$

5. $E_{21} = -\frac{2}{T} \cdot IW' \cdot w \cdot \lambda_{21} \cdot 10^{-8}$ Volt.

λ_{21} ist wiederum von der Stabzahl abhängig und berechnet sich folgendermassen:

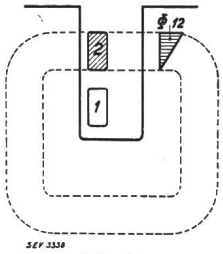

Fig. 7.

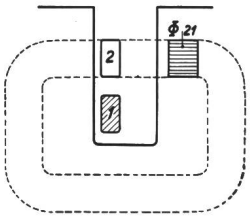

Fig. 8.

Wie Fig. 8 zeigt, ist der Fluss Φ_{21} über die ganze Höhe der Spulenseite 2 gleichmässig verteilt.

Es ist:

$$\Phi_{21} = 1{,}25 \cdot IW' \cdot \frac{h_2}{b}$$

Wenn nun die Spulenseite $2\,w$ übereinanderliegende und in Serie geschaltete Stäbe besitzt, so beträgt der Fluss, der durch einen dieser Stäbe fliesst:

$$\Phi_{21\,w} = 1{,}25 \cdot IW' \cdot \frac{h_2}{w \cdot b}$$

Aehnlich wie in den Ableitungen unter A bis D schreiben sich die Formeln für die EMK:

Stab I: $E_I = -\frac{2}{T} \cdot IW' \cdot 1{,}25 \cdot \frac{h_2}{w \cdot b} \cdot 10^{-8}$ Volt.

Stäbe I-II: $E_{I\text{-}II} = -2 \cdot \frac{2}{T} \cdot IW' \cdot 1{,}25 \cdot \frac{h_2}{w \cdot b} \cdot 10^{-8}$ Volt.

. . . . . .

Stäbe I-w: $E_{I\text{-}w} = -w \cdot \frac{2}{T} \cdot IW' \cdot 1{,}25 \cdot \frac{h_2}{w \cdot b} \cdot 10^{-8}$ Volt.

Die totale EMK ist gleich der Summe dieser Teil-EMK:

$$E_{21} = -\frac{2}{T} \cdot IW' \cdot 1{,}25 \cdot \frac{h_2}{w \cdot b} \cdot \{1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + w\} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

umgeformt:

$$E_{21} = -\frac{2}{T} \cdot IW' \cdot w \cdot 1{,}25 \cdot \frac{h_2}{w^2 \cdot b} \cdot \{1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + w\} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

$$E_{21} = -\frac{2}{T} \cdot IW' \cdot w \cdot \lambda_{12} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

(Obige Formel 5.)

Es ist:

$$\lambda_{21} = 1{,}25 \cdot \frac{h_2}{w^2 \cdot b} \cdot \{1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + w\}$$

Der Klammerausdruck ist eine arithmetische Reihe erster Ordnung und ihre Summe beträgt:

$$S_w = \frac{w^2 + w}{2}$$

Es lautet somit die allgemeine Formel für λ_{21}:

$$\underline{\lambda_{21} = 1{,}25 \cdot \frac{h_2}{b} \cdot \left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{2\,w}\right\}}$$

worin w = Anzahl der übereinanderliegenden und in Serie geschalteten Stäbe einer Spulenseite.

Setzt man:

$$\lambda_{21} = 1{,}25 \cdot Z_{21} \cdot \frac{h_2}{b}$$

worin $Z_{21} = \left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{2\,w}\right\}$, so wird für:

w =	1	2	3	4	5	.....	∞
Z_{21} =	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{10}$	.....	$\frac{1}{2}$

Der Mittelwert der über die Höhe h pro Spulenseite und pro Zentimeter Eisenlänge erzeugten EMK berechnet sich zu

$$E_m = \frac{E_{11\,h_1} + E_{11\,(\Delta h + h_2)} + E_{12} + E_{22} + E_{21}}{2}$$

$$E_m = -\frac{2}{T} \cdot IW' \cdot w \cdot \left\{\frac{\lambda_{11\,h_1} + \lambda_{11\,(\Delta h + h_2)} + \lambda_{12} + \lambda_{22} + \lambda_{21}}{2}\right\} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

λ_{12} und λ_{21} sind die Leitwertzahlen der Gegeninduktivität, bezogen über die Höhe h. Wie die Ableitungen zeigen, wird für den Spezialfall $w = \infty$: $\lambda_{12} = \lambda_{21} = 1{,}25 \cdot \frac{h_2}{2\,b}$. Es kann also nur im Spezialfalle: Stabzahl $w = \infty$, entsprechend den Angaben in der Literatur $\lambda_{12} = \lambda_{21}$ (resp. $L_{12} = L_{21} = M$ für die entsprechenden Induktivitäten) gesetzt werden.