

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke
Band: 24 (1933)
Heft: 12

Artikel: Transformatoren mit verstärkten Jochen
Autor: Vidmar, Milan
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1059524>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 03.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

REDAKTION:

Generalsekretariat des Schweiz. Elektrotechn. Vereins und des Verbandes Schweiz. Elektrizitätswerke, Zürich 8, Seefeldstr. 301

VERLAG UND ADMINISTRATION:

Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei A.-G., Zürich 4
Stauffacherquai 36/38

Nachdruck von Text oder Figuren ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit Quellenangabe gestattet

XXIV. Jahrgang

N^o 12

Mittwoch, 7. Juni 1933

Transformatoren mit verstärkten Jochen.

Von Dr. techn. Milan Vidmar, ordentlicher Professor an der jugoslawischen Universität in Ljubljana.

621.314.21.0014

Das Problem der Jochverstärkung widerstand bisher der theoretischen Untersuchung. Der Ausbau der wirtschaftlich-konstruktiven Theorie, die der Verfasser in seinem Vortrag im Wiener Elektrotechnischen Verein vor kurzem zusammengefasst hat, gibt dem vorliegenden Problem die notwendigen Untersuchungsmittel in die Hand.

Es wird zunächst gezeigt, wie man vom Transformator ohne Jochverstärkung zum Transformator mit verstärkten Jochen gelangt, ohne die Herstellungskosten und die Verluste im Kupfer zu ändern. Der anschliessende Vergleich der Verluste im Eisen zeigt die überraschende Tatsache, dass Jochverstärkungen bis 106% keine Nachteile bringen. Es wird ferner festgestellt, dass eine Jochverstärkung von 41% den grössten Vorteil bringt, nämlich eine Verkleinerung der Verluste im Eisen im Ausmass von 5,5%.

Zum Schluss wird die Frage aufgeworfen, inwieweit die Rücksicht auf den Magnetisierungsstrom die Ausnützung der Vorteile der Jochverstärkung hindert. Dabei zeigt sich, dass Jochverstärkungen bis etwa 20% den Magnetisierungsstrom sogar verkleinern und dass auch höhere Jochverstärkungen praktisch unbedenklich sind. Damit wird der Nachweis geliefert, dass ungefähr 30prozentige Jochverstärkungen, die sich im Transformatorbau vielfach eingebürgert haben, berechtigt und empfehlenswert sind.

Le problème du renforcement de la culasse des transformateurs a résisté jusqu'à présent aux recherches théoriques. Le développement de la théorie que l'auteur a exposée il y a peu de temps à l'Association Viennoise des Electriciens fournit les moyens nécessaires pour s'attaquer à la solution de ce problème.

L'auteur montre tout d'abord comment on parvient du transformateur sans renforcement de la culasse au transformateur à culasse renforcée sans modifier les frais de fabrication ni les pertes dans le cuivre. La comparaison des pertes dans le fer révèle le fait intéressant qu'un renforcement pouvant atteindre jusqu'à 106% n'offre aucun inconvénient. D'autre part, l'auteur constate qu'un renforcement de la culasse de 41% est le plus avantageux, car il permet de diminuer de 5,5% les pertes dans le fer.

Pour terminer, l'auteur se demande jusqu'à quel point le renforcement de la culasse est compatible avec les exigences relatives au courant de magnétisation. Il s'est avéré que, lorsque le renforcement est porté jusqu'à 20% environ, il s'en suit même une diminution du courant de magnétisation et qu'au delà de cette limite, l'influence du renforcement est parfaitement négligeable. La preuve est donc fournie qu'un renforcement de la culasse de 30% environ, pratiqué maintenant déjà dans la construction des transformateurs, est justifié et recommandable.

Der reife Transformatorbau hat immer noch Probleme, die theoretisch nicht erledigt sind. Die praktische Lösung der meisten Probleme, die in diese Gruppe gehören, ist allerdings schon längst gefunden. Aber jeder praktischen Lösung muss erst nachträglich die theoretische Untersuchung die unbedingt notwendige Schärfe geben. Das gilt ganz besonders für das nachfolgende Problem, dessen theoretische Lösung dem Verfasser sehr lange nicht gelingen wollte.

Es ist allgemein bekannt, dass man im Transformatorbau nicht gezwungen ist, den unbewickelten Jochen denselben Querschnitt zu geben, wie den bewickelten Säulen. Physikalisch ist es einerlei, mit welcher Dichte der Kraftfluss von einer Säule zur anderen strömt. Auch technologisch ist es einerlei. Die meisten Transformatoren bekamen verstärkte Joche, das heisst, sie hatten in den Jochen grössere Eigenquerschnitte als in den Säulen. Das umgekehrte Grössenverhältnis konnte man in der Praxis nirgends beobachten. Man fand meist Jochverstärkungen von 10 bis 40%, selten mehr.

In ganz alten Zeiten allerdings gab es Transformatoren mit ganz gewaltigen Jochverstärkungen.

Heutzutage werden immer noch Transformatoren mit verstärkten Jochen gebaut. Kleinere öfters als grosse. Es gibt allerdings auch Firmen, die grundsätzlich keine Jochverstärkungen annehmen wollen. Die Frage drängt sich auf, wie es mit der Jochverstärkung eigentlich steht. Bringt sie Vorteile oder nicht? Hat es einen Sinn, den Jochen einen anderen Querschnitt zu geben als den Säulen?

Ueberall im Elektromaschinenbau sieht man den Kraftfluss auf seinem Wege durch die Maschine seine Dichte ändern. Der bewickelte Teil des Eisens hat überall die grösste Liniendichte, im unbewickelten Teil sinkt die Liniendichte bei den meisten Maschinen ganz gewaltig. Warum sollte gerade der Transformator eine Ausnahme bilden?

Folgende Ueberlegung liegt auf der Hand. Jede Verkleinerung des Eisenquerschnittes bringt im bewickelten Teil des Eisenkernes eine Erleichterung für die Wicklung. Wenn man z. B. beim Transformator den Eisenkern, der ursprünglich überall

den gleichen Querschnitt hatte, dort einschnürt, wo die Wicklung auf ihm sitzt, so muss man wohl an dieser Stelle mit einer Erhöhung der ursprünglichen Liniendichte rechnen, gleichzeitig aber auch mit einer Verkleinerung der mittleren Windungslänge. Das ist gewiss ein Erfolg. Die Kehrseite der Medaille ist allerdings die Erhöhung der Verluste im Säuleneisen und die Steigerung des Magnetisierungsstroms.

Vor einiger Zeit bekam der Verfasser das Schaubild Fig. 1 in die Hände, das die Entwicklung des Oeltransformators vom Jahre 1896 bis zum Jahre 1926 übersehen lässt. Das Schaubild bezieht sich auf einen 100-kVA-Oeltransformator, 50 Per./s, 6000 V. Es gilt für den Oeltransformator der Oesterreichischen Siemens-Schuckert-Werke in Wien. Für das vorliegende Problem ist es ausserordentlich aufschlussreich.

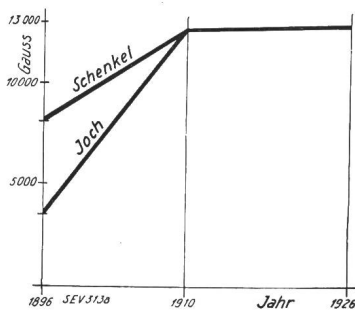


Fig. 1.

Im Jahre 1896 begannen die Oesterreichischen Siemens-Schuckert-Werke beim 100-kVA-Oeltransformator mit 3500 Gauss in den Jochen und mit 8100 Gauss in den bewickelten Säulen. Das gab eine 2,32fache Jochverstärkung. Im Laufe der Jahre verkleinerte sich die Jochverstärkung und verschwand im Jahre 1910 vollständig.

Der Transformator begann demnach ungefähr so wie die umlaufenden elektrischen Maschinen. Er schlug aber einen anderen Weg ein. Er verwarf die Vorbilder, berücksichtigte offenbar seine eigenen Schwierigkeiten und Bedürfnisse und bewertete die Jochverstärkung selbständig.

Wenn man daran geht, das Problem der Jochverstärkung bei Transformatoren exakt zu lösen, muss man zunächst eine einwandfreie Grundlage schaffen. Es genügt nicht, zwei Transformatoren nebeneinander zu stellen, von denen der eine durchwegs den gleichen Eisenquerschnitt hat, der andere dagegen verstärkte Joche und beide dieselbe Leistung. Sie müssen auch unbedingt den gleichen Aufwand an Eisen und Kupfer aufweisen und gleiche Verluste im Kupfer. Der Unterschied muss sich in den Verlusten der beiden miteinander zu vergleichenden Eisenkerne zeigen.

Selbst wenn man auf diese Weise genau vergleicht, läuft man Gefahr, auf Abwege zu geraten. Man kann nämlich ganz leicht Konstruktionen zu vergleichen versuchen, die nicht gleichwertig sind. So kann z. B. der Transformator ohne Jochverstär-

kung nach dem allgünstigsten Entwurf hergestellt, mit dem kleinsten Aufwand an Material gebaut sein, während der Transformator mit verstärkten Jochen nicht die gelungenste Konstruktion ist. Zur exakten Lösung des vorliegenden Problems gehört demnach unbedingt noch der Nachweis, dass beide Vergleichskonstruktionen aus den Baustoffen alles herausgeholt haben, was zu holen ist.

Die E. u. M. brachte in ihrem heurigen 6. Heft den Vortrag, den der Verfasser am 25. Januar d. J. im Elektrotechnischen Verein in Wien hielt. In diesem Vortrag berichtete er über die Grundgesetze des wirtschaftlichsten Aufbaues des Transformators und bewies sie. Sie lassen sich kurz folgendermassen zusammenstellen:

Der billigste Transformator muss gleiche Unkosten mit seiner Jahresverlustarbeit im Eisen verursachen wie mit seiner Jahresverlustarbeit im Kupfer. Sein arbeitendes Eisen muss ebensoviel kosten wie das arbeitende Kupfer. Seine Joche müssen ebensoviel Eisen enthalten wie seine Säulen.

Diese konstruktiven Grundgesetze müssen der folgenden Untersuchung zugrunde gelegt werden. Mit ihrer Hilfe allein kann jeder Vergleich richtig beurteilt werden. Sie werden es ermöglichen, die günstigste Ausführung eines Transformators gegebener Leistung, gegebener Kupfer- und Eisengewichte und gegebener Verluste im Kupfer neben die günstigste Ausführung eines Transformators mit verstärkten Jochen zu stellen, die die gleiche Leistung, die gleichen Gewichte und die gleichen Verluste im Kupfer hat. Der Unterschied, der sich in den Verlusten der beiden Eisenkerne zeigen wird, ist für das Problem der verstärkten Joche entscheidend.

Nach all dem nehmen wir einen Transformator an, der alles aus den Baustoffen herausholt, der somit den oben angeführten wirtschaftlich-konstruktiven Grundgesetzen vollkommen Genüge leiste, und setzen voraus, dass er in den Jochen denselben Querschnitt habe wie in den Säulen. Die Hauptdaten, die unverändert bleiben müssen, sind:

- P die Leistung in kVA,
- G_k das Gewicht des Kupfers in kg,
- G_e das Gewicht des Eisenkernes in kg,
- P_k die Verluste im Kupfer in W.

Ändern wird sich beim Uebergang von den unverstärkten Jochen zu den verstärkten:

- P_e die Verlustarbeit im Eisenkern in W.

Nun vergrössern wir dem vorliegenden Transformator den Jochquerschnitt x mal. Die Leistung hat sich dabei nicht geändert, das Gewicht der Wicklung ebenfalls nicht. Die Verluste im Kupfer bleiben die gleichen. Geändert hat sich allerdings das Gewicht des Eisenkernes und ausserdem die Verlustarbeit im Eisen.

Es hat sich noch etwas geändert. Die geänderte Konstruktion befolgt nicht mehr die wirtschaftlich-konstruktiven Grundgesetze. Der Eisenkern ist dem Wicklungskupfer gegenüber teurer geworden und

das Jocheisen kostet jetzt mehr als das Säuleneisen. Die Konstruktion mit verstärkten Jochen ist nicht die günstigste, sie kann deshalb mit der ursprünglichen, von der angenommen wurde, dass sie dem günstigsten Entwurf entspricht, nicht verglichen werden.

Es gibt einen merkwürdigen Weg, der zur einwandfreien Vergleichsbasis führt. Die Konstruktion mit verstärkten Jochen lässt sich verhältnismässig einfach so umgestalten, dass ihr die wirtschaftlich-konstruktiven Grundgesetze nichts mehr vorwerfen können.

Wir lassen die verstärkten Joche so wie sie sind und verlängern nun die Säulen x mal. Dabei soll auch die Wicklung x mal umfangreicher werden. Mit dieser zweiten Aenderung erreichen wir die vorgeschriebene Gleichheit der Kosten für Eisenkern und Wicklungskupfer und gleichzeitig gleiches Gewicht des Joch- und Säuleneisens. Man beachte zunächst, dass im Vergleich mit der ursprünglichen Konstruktion die Joche jetzt die gleiche Länge haben, dagegen einen x mal grösseren Querschnitt, während die Säulen bei ursprünglichem Querschnitt x mal länger geworden sind. Der ganze Eisenkern ist demnach jetzt x mal schwerer, als er beim ursprünglichen Vergleichstransformator ohne Jochverstärkung war. Das Kupfergewicht ist jetzt ebenfalls x mal grösser. Die Leistung ist zweifellos auch x mal grösser geworden, weil die Wicklung x mal mehr Windungen hat. Kurz, der Transformator mit verstärkten Jochen ist jetzt wirtschaftlich-konstruktiv einwandfrei, er hat aber leider eine x mal zu grosse Leistung und der Vergleich mit dem ursprünglichen Transformator ohne Jochverstärkung ist deshalb noch immer nicht möglich.

Es ist noch eine dritte konstruktive Umgestaltung notwendig. Diesmal verkleinern wir *alle* Abmessungen des Transformators, ohne an der Strom- und Liniendichte etwas zu ändern, $x^{1/2}$ mal. Was hat sich geändert? An der geometrischen Form der Konstruktion bestimmt nichts. Die Gleichheit des Aufwandes für arbeitendes Eisen und Kupfer ist beiderseits gleich geblieben. Das Jocheisen wiegt immer noch genau so viel wie das Säuleneisen. Das Gewicht des Wicklungskupfers ist aber x mal kleiner geworden und ebenso das Gewicht des Eisenkernes. Wicklungskupfer und Kerneisen wiegen demnach nach der dritten Umformung wieder genau so viel wie beim ursprünglichen Transformator ohne Jochverstärkung. Auch die Verluste im Kupfer sind jetzt genau so gross wie beim ursprünglichen Transformator, nachdem bei allen Umgestaltungen die Stromdichte ungeändert geblieben ist.

Wie steht es aber mit der Leistung? Nach der zweiten Umgestaltung war sie x mal grösser als beim ursprünglichen Transformator. Aendert man alle Abmessungen eines Transformators, ohne die Stromdichte im Kupfer und die Liniendichte im Eisen zu berühren, y mal, so ändert sich die Leistung y^4 mal. Der Querschnitt des Kraftflusses ändert sich nämlich y^2 mal, und ebenso ändert sich der Querschnitt jeder Windung. Das Produkt des Kraftflusses und

des Wicklungsstromes ist aber der Leistung proportional.

Nachdem wir nun bei der dritten Umgestaltung alle Abmessungen des Transformators $x^{1/2}$ mal kleiner gemacht haben, so ist die Leistung gegenüber der zweiten Gestalt des Transformators $x^{1/2}$ mal kleiner geworden. Gegenüber dem Vergleichstransformator ohne Jochverstärkung hat der Transformator mit verstärkten Jochen nach der dritten Umformung eine $x^{1/2}$ mal kleinere Leistung.

Die letzte Schwierigkeit, die noch die Leistung bereitet, lässt sich ganz leicht wegräumen. Wir erhöhen ganz einfach die Liniendichte im ganzen Eisenkern $x^{1/2}$ mal, halten aber an der dritten Gestalt des Transformators mit dem x mal verstärkten Joch fest. Damit erreichen wir endlich die ursprüngliche Leistung wieder und haben nun einen Transformator vor uns, der ein verstärktes Joch hat, dagegen die gleiche Leistung, das gleiche Eisenkerngewicht, das gleiche Gewicht des Wicklungskupfers und die gleichen Verluste im Kupfer. Die Verluste im Eisen haben sich zweifellos geändert. Wie sie sich geändert haben, das muss erst festgestellt werden.

Es ist nicht überflüssig, einen kurzen Ueberblick über die dreistufige Umgestaltung des ursprünglichen Transformators ohne Jochverstärkung zu werfen. Wir finden z. B., dass die Säulenlänge bei der zweiten Umgestaltung x mal grösser geworden ist, um bei der dritten $x^{1/2}$ mal kleiner zu werden. Gegenüber dem ursprünglichen Transformator hat demnach der Transformator mit verstärkten Jochen $x^{3/2}$ mal längere Säulen. Seine Joche sind dagegen $x^{1/2}$ mal kürzer. Der Jochquerschnitt des Vergleichstransformators mit Jochverstärkung ist offenbar nur $x^{1/2}$ mal grösser als beim ursprünglichen Transformator ohne Jochverstärkung. Dafür sind die Säulen des Transformators mit verstärkten Jochen im Querschnitt $x^{3/2}$ mal schwächer.

Die Wicklung ist nach der zweiten Umformung in axialer Richtung x mal länger geworden. Nach der dritten Umgestaltung ist ihre axiale Länge nur noch $x^{1/2}$ mal grösser als beim ursprünglichen Transformator ohne Jochverstärkung. Dafür ist die radiale Höhe $x^{1/2}$ mal kleiner, und ebenso die mittlere Windungslänge. Auf diese Weise ergibt sich das ursprüngliche Kupfergewicht.

Die hier beschriebenen Aenderungen sind für den konstruktiven Uebergang vom günstigsten Entwurf ohne Jochverstärkung zum günstigsten Entwurf mit verstärkten Jochen massgebend. Beachtenswert ist dabei, dass der Umgestaltungsfaktor x anzeigt, wievielmals das Joch des endgültigen Transformators stärker ist als seine Säule. Er bedeutet aber nicht, dass der endgültige Transformator x mal stärkere Joche hat als der ursprüngliche.

Der Uebergang vom Transformator ohne Jochverstärkung zum Transformator mit verstärkten Jochen ist für das vorliegende Problem von grundlegender Bedeutung. Deshalb wird er in Tabelle I noch einmal übersichtlich zusammengestellt. In

Tabelle I.

Operation	Bezeichnung	Haupteigenschaften				
		Leistung	Kupfergewicht	Eisengewicht	Verluste im Kupfer	Verluste im Eisen
Annahme	Vergleichstransformator ohne Jochverstärkung	P	G_k	G_e	P_k	P_e
x malige Jochverstärkung	Erste Umformung	P	G_k	$\frac{G_e}{2}(1+x)$	P_k	—
x malige Säulenverlängerung	Zweite Umformung	$x \cdot P$	$x \cdot G_k$	$x \cdot G_e$	$x \cdot P_k$	—
$x^{1/3}$ malige Verkleinerung aller Abmessungen	Dritte Umformung	$\frac{P}{x^{1/3}}$	G_k	G_e	P_k	—
$x^{1/3}$ malige Erhöhung der Liniendichte	Vergleichstransformator mit Jochverstärkung	P	G_k	G_e	P_k	$P_e = f(x)$

dieser Zusammenstellung fehlt lediglich die Angabe der Aenderung der Verluste im Eisen. Diese Aenderung richtet sich selbstverständlich nach dem Verstärkungsfaktor x und ist dessen Funktion. So wird sie auch in der Zusammenstellung angedeutet, und Sache der weiteren Untersuchung ist es, über diese Funktion die notwendige Klarheit zu gewinnen.

Wie ändern sich die Verluste im Eisen im Verlaufe der vier Operationen, die von den unverstärkten Jochen zu den verstärkten führen? Es ist leicht, die Aenderung anzugeben, wenn die Abhängigkeit der Verluste im Eisen vom Eisengewicht und von der Liniendichte bekannt ist. Den Gewichten sind die Verluste zweifellos proportional. Man kann auch noch annehmen, dass sie dem Quadrat der Liniendichte proportional sind. Innerhalb des in Betracht kommenden Bereiches ist dieses Verlustgesetz bestimmt genau genug.

Transformatoren mit verstärkten Jochen ändern die Liniendichte beim Kraftflussübergang aus den Säulen in die Joche. Die Verluste ihres Kerneisens müssen demnach für Joch und Säule getrennt berechnet werden. Der Rechnung kommt dabei der Umstand zugute, dass beim ursprünglichen Vergleichstransformator ohne Jochverstärkung die Gewichte und deshalb auch die Verluste zu gleichen Teilen auf Säule und Joch entfallen. Betrogen sie demnach ursprünglich P_e Watt, so werden sie nach der ersten Umformung auf:

$$\frac{P_e}{2} \left(1 + \frac{1}{x} \right)$$

sinken.

Nach der zweiten Umformung steigen sie auf:

$$\frac{P_e}{2} \left(x + \frac{1}{x} \right)$$

Die dritte Umformung wirft sie auf:

$$\frac{P_e}{2x} \left(x + \frac{1}{x} \right)$$

zurück. Die Erhöhung der Liniendichte bei der letzten Operation steigert sie endlich auf:

$$P_e \frac{x + \frac{1}{x}}{2x^{1/3}}$$

Nach all dem ist die für das vorliegende Problem entscheidende Funktion des Jochverstärkungsfaktors durch folgende Gleichung bestimmt:

$$f(x) = \frac{x + \frac{1}{x}}{2x^{1/3}} \quad (1)$$

Ihr kritischer Wert ist 1. Ueberschreitet sie ihn, so warnt sie vor der zugeordneten Jochverstärkung. Alle Jochverstärkungen, für die die Funktion kleiner als 1 wird, sind empfehlenswert. Das ist die Lösung des Jochverstärkungsproblems.

Fig. 2 zeigt die Jochverstärkungsfunktion graphisch. Es ist klar, dass die Kurve beim Wert $x = 1$ durch den Funktionswert $f(x) = 1$ hindurchgehen muss. Der so bestimmte Punkt entspricht eben dem Transformator ohne Jochverstärkung. Ungemein wichtig ist dagegen die Feststellung, dass die Verstärkungsfunktion in einem ziemlich weiten Bereich unterhalb des kritischen Wertes bleibt. Sie unterschreitet ihn zwar nicht sehr erheblich, aber sie unterschreitet ihn. Erst beim Wert $x = 2,06$ nimmt sie wieder den kritischen Wert an. Die Joche können demnach sogar den doppelten Säulenquerschnitt bekommen, ohne die Konstruktion zu verteuern. Es zeigt sich nach all dem, dass Joch-

verstärkungen bis 106 % theoretisch in Betracht kommen; ein Ergebnis, dass sehr interessant erscheint.

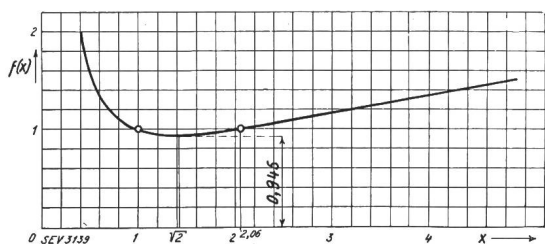


Fig. 2.

Eine genauere Untersuchung führt zunächst zum günstigsten Jochverstärkungsfaktor. Er beträgt, wie man leicht berechnen kann:

$$x_{\text{opt}} = \sqrt{2}$$

d. h., eine 41prozentige Vergrößerung des Jochquerschnittes gegenüber dem Säulenquerschnitt verspricht die grössten Vorteile.

Es ist:

$$f(x)_{\text{min}} = 0,945$$

Um rechnermässig den Verstärkungsbereich festzulegen, der für die Transformatoren einwandfrei in Betracht kommt, müssen wir die Gleichung:

$$\frac{x + \frac{1}{x}}{2x^{1/3}} = 1$$

auflösen. Eine Wurzel dieser Gleichung, nämlich:

$$x = 1$$

ist bereits bekannt. Nun kann man durch Einführung von:

$$x^2 = y$$

eine kubische Gleichung:

$$y^3 - 5y^2 + 3y + 1 = 0$$

aufbauen, die sich nach Berücksichtigung der bereits bekannten Wurzel:

$$y = 1$$

auf die quadratische Gleichung:

$$y^2 - 4y - 1 = 0$$

reduzieren lässt. Sofort erhält man:

$$y = 2 \pm \sqrt{5}$$

oder den zweiten Grenzpunkt des erlaubten Verstärkungsbereiches:

$$x = \sqrt{2 + \sqrt{5}} = 2,06$$

im Einklang mit Fig. 2.

Es ist recht interessant, an Hand des soeben ermittelten Ergebnisses die Geschichte des Transformatorenbaues zu befragen. Fig. 1 zeigt, dass im Jahre 1896 die Oesterreichischen Siemens-Schuckert-Werke etwas oberhalb des zweiten Grenzpunktes des erlaubten Verstärkungsbereiches angefangen haben. Bis zum Jahre 1910 durchliefen sie den ganzen Verstärkungsbereich, um bei Konstruktionen ohne Jochverstärkung zu landen. Diese Konstruktion erhielt sich dann bis auf den heutigen Tag.

Fig. 2 gibt eine klare Antwort auf die immerhin mögliche Frage, warum man die Joche bei Transformatoren nicht mit kleinerem Querschnitt gebaut hat als die Säulen. Die Kurve der Verluste im Eisen steigt unterhalb des unteren Grenzpunktes, der gleichen Querschnitten in Säule und Joch entspricht, scharf an. Sie warnt eindringlich vor solchen Versuchen.

Die günstigste Jochverstärkung verspricht gegenüber der Konstruktion ohne Jochverstärkung bei gleichem Baustoffaufwand und gleichen Verlusten im Kupfer eine Verkleinerung der Verluste im Eisen um 5,5 %. Warum sollen diese 5,5 % nicht herausgeholt werden? Warum werden so viele Transformatoren ohne Jochverstärkung gebaut? Heutzutage ist doch eine kostenlose Verkleinerung der Verluste im Eisen um 5,5 % ein ganz beachtenswerter Fortschritt.

Der Verfasser hat als Transformatorenkonstrukteur in den 25 Jahren seiner Wirksamkeit keinen einzigen Transformator gebaut, ohne ihm das Joch zu verstärken, und zwar fast durchwegs um 30 bis 40 %. Ohne die hier beschriebene Lösung zu kennen, hat er ungefähr die günstigste Lösung gefunden, wie meistens die langjährige Erfahrung jeden echten Konstrukteur ohne Theorie in die Nähe der günstigsten Lösungen führt. Wenn aber doch sehr angesehene Firmen auf den theoretisch erreichbaren Vorteil verzichten, so müssen sie irgendwelche Bedenken gegen verstärkte Joche haben.

In der Tat sind solche Bedenken möglich. Die durchgeführte Rechnung zeigt, dass der Transformator mit verstärktem Joch im Säuleneisen eine $x^{1/3}$ mal höhere Liniendichte bekommt, als der Vergleichstransformator ohne Jochverstärkung. Dem günstigsten Verstärkungsfaktor:

$$x = \sqrt{2}$$

entspricht z. B. eine Erhöhung der Liniendichte um etwas mehr als 12 %. Das ist nicht wenig. Wenn der Transformator ohne Jochverstärkung bereits mit einer Liniendichte arbeitet, die man als hoch bezeichnet, so wird man sich scheuen, durch die Jochverstärkung noch höher zu gehen. Man nimmt z. B. bei einem 100-kVA-Transformator ohne Jochverstärkung eine Liniendichte von 13 000 Gauss gerne an. Wenn nun die günstigste Jochverstärkung 14 600 Gauss im Säuleneisen fordert, so schrickt man zurück.

Es gab Zeiten, da man im Transformatorenbau auch bei einer Leistung von 100 kVA auf 14 000

Gauss und darüber ging. Man machte aber damit keine guten Erfahrungen. Der Leerlaufstrom wurde unangenehm, ganz besonders aber die dritte Oberwelle des Magnetisierungsstromes. Vor ihr wich man zurück. Allerdings etwas zu radikal. Denn man machte bei diesem Rückzug meistens keinen Unterschied zwischen Konstruktion mit Jochverstärkung und ohne Jochverstärkung.

Nur die Rücksicht auf den Magnetisierungsstrom kann den Konstrukteur von der Jochverstärkung abbringen und nur diese Rücksicht trieb offenbar viele Konstrukteure zum Verzicht auf eine wichtige Lösung des Transformatorbaues. Deshalb ist es unbedingt notwendig, auch noch die Frage einwandfrei zu erledigen, ob der Transformator mit Jochverstärkung tatsächlich den Magnetisierungsstrom vergrößert.

Dieses Zusatzproblem lässt sich nicht exakt lösen. Die Magnetisierungskurve lässt sich bekanntlich sehr schwer analytisch fassen. Aber für den vorliegenden Zweck ist eine anständige Annäherung gut genug.

Wir wollen annehmen, dass der Höchstwert des Magnetisierungsstromes mit der vierten Potenz der Liniendichte steigt. Wenn z. B. bei 10 000 Gauss 4 AW/cm notwendig sind, wären nach diesem Näherungsgesetz bei 13 000 Gauss ungefähr 11,5 AW/cm und bei 15 000 Gauss ungefähr 20 AW/cm nötig. Diese Werte dürften ganz gut entsprechen, jedenfalls können sie für eine überschlägige Rechnung benützt werden.

Geht man beim Vergleich vom Magnetisierungsstrom des Transformators ohne Jochverstärkung aus, so hätte man zu beachten, dass er zur Hälfte von den Jochen, zur anderen Hälfte von den Säulen verursacht wird. Beim Transformator mit verstärkten Jochen verschiebt sich die Aufteilung des Magnetisierungsstromes auf Joch und Säule. Hier muss für jeden der beiden Teile der Magnetisierungsstrom besonders berechnet werden.

Weiter oben wurde festgestellt, dass der Jochverstärkungsfaktor x eine $x^{1/3}$ fache Verkürzung der Joche bringt. In dem gleichen Verhältnis muss er demnach auch den Jochanteil des Magnetisierungsstromes verkleinern. Ausgiebiger ist aber der Umstand, dass die Verstärkung den Jochquerschnitt x mal vergrößert, womit die Liniendichte x mal kleiner wird. Allerdings muss bei der letzten Operation, die zum einwandfreien Transformator mit verstärkten Jochen führt, die Liniendichte $x^{1/3}$ mal vergrößert werden. Gegenüber der Konstruktion ohne Jochverstärkung haben nach all dem die Joche bei verstärktem Querschnitt eine $x^{2/3}$ mal kleinere Liniendichte. So wird im ganzen der Jochanteil des Magnetisierungsstromes:

$$x^{1/3} \cdot (x^{2/3})^4 = x^3 \text{ mal kleiner}$$

Der Säulenanteil des Magnetisierungsstromes verhält sich allerdings anders. Die Säule des Transformators mit verstärkten Jochen ist $x^{2/3}$ mal län-

ger, als die Säule des Transformators ohne Jochverstärkung. Ihre Liniendichte ist $x^{1/3}$ mal grösser. Der Säulenanteil des Magnetisierungsstromes wird demnach durch die Jochverstärkung:

$$x^{2/3} \cdot (x^{1/3})^4 = x^2 \text{ mal vergrößert}$$

So erhält man endlich den Vergleich der Magnetisierungsströme, genauer gesagt, der Höchstwerte der Magnetisierungsströme durch den nachfolgenden Ausdruck festgelegt:

$$\psi(x) = \frac{x^2 + \frac{1}{x^3}}{1 + 1} \quad (2)$$

Dieser Ausdruck nimmt natürlich den Wert 1 an, wenn $x = 1$ wird. Das ist eben der Fall des Transformators ohne Jochverstärkung. Damit ist auch die eine Grenze jenes Bereiches festgelegt, in dem der Magnetisierungsstrom des Transformators mit Jochverstärkung *kleiner* wird, als der Magnetisierungsstrom des Vergleichstransformators ohne Jochverstärkung. Die andere Grenze bekommt man offenbar durch Auflösung der Gleichung:

$$\frac{x^2 + \frac{1}{x^3}}{2} = 1$$

Die Gleichung fünften Grades, die sich auf diese Weise ergibt, kann selbstverständlich um einen Grad erniedrigt werden, weil eine ihrer Wurzeln bereits bekannt ist. Es hätte aber keinen Sinn, exakte Methoden anzuwenden, weil die ganze Rechnung nicht exakt ist. Durch Versuche kann man aber schnell finden, dass:

$$x = \sqrt[4]{2}$$

ziemlich genau der Gleichung genügt.

Man sieht also, dass Jochverstärkungen bis ungefähr 20 % keine Vergrößerung des Eisenmagnetisierungsstromes bringen. Geht man allerdings bis zur oben ermittelten wirtschaftlich günstigsten Jochverstärkung von 41 %, so bekommt man eine Vergrößerung des Eisenmagnetisierungsstromes im Ausmasse von etwa 18 %. Selbst dieser kleine Nachteil kann als unbedenklich in Kauf genommen werden.

Bei kleinen Jochverstärkungen wird der Magnetisierungsstrom sogar kleiner, als bei Transformatoren ohne verstärkte Joche. Allerdings sind die Unterschiede ganz geringfügig. Selbst beim günstigsten Wert:

$$x = \sqrt[5]{1,5}$$

kommt eine Magnetisierungsstromverkleinerung von nur etwa 2 % heraus.

Die hier gegebene Lösung des Zusatzproblems zeigt klar genug, dass die Angst vor dem Magnetisierungsstrom bei Transformatoren mit verstärkten

Jochen unbegründet ist. Ganz unbegründet sind die Bedenken bei Verstärkungen, die nicht mehr ausmachen als etwa 20 %. Man kann die Vergrößerung des Magnetisierungsstromes bei der wirtschaftlich günstigsten Jochverstärkung als unangenehm empfinden. Dann wird man sich vielleicht mit einer 30prozentigen Jochverstärkung begnügen, die den Magnetisierungsstrom nur noch um 7 % vergrößert.

Ein ähnliches Bild bekommt man schliesslich, wenn man auch noch die dritten Oberwellen des Magnetisierungsstromes untersucht. Auch von dieser Seite können ernste Bedenken nicht kommen.

Deshalb ist der Schluss berechtigt, dass lediglich der fehlende klare Einblick in die wirklichen Verhältnisse des Jochverstärkungsproblem es schuld daran sein kann, dass Transformatoren ohne Jochverstärkung gebaut wurden und werden.

Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit sind deshalb nicht wertlos. Sie leuchten ziemlich scharf in eine Gebiet hinein, das bisher der theoretischen Untersuchung hartnäckigsten Widerstand geleistet hat. Sie gibt den Transformatorenkonstruktoren recht, die gefühlsmässig Jochverstärkungen angewendet haben und dabei in der Nähe von ungefähr 30 % Jochverstärkung geblieben sind.

Die Elektrizität an der XVII. Schweizer Mustermesse in Basel.

Vom Generalsekretariat des SEV und VSE, Zürich. (Ing. M. Baumann.)

606.4(494)

Wie in früheren Jahren wurde auch die diesjährige (XVII.) Schweizer Mustermesse, welche vom 25. März bis 4. April 1933 in Basel stattfand, mit einem offiziellen Pressetag eröffnet. In seiner Eröffnungsrede konnte Herr Dr. W. Meile, Direktor der Schweizer Mustermesse, die freudige Mitteilung machen, dass trotz der Krisenzeit die Messe 1933 in der Beteiligung einen ganz unerwarteten Erfolg aufweist. Die Aussteller meldeten sich so zahlreich an, dass in einigen Gruppen nicht alle Anmeldungen berücksichtigt werden konnten. Gegenüber 1123 im Vorjahre betrug dieses Jahr die effektive Ausstellerezahl 1157.

Im folgenden möchten wir, wie in früheren Jahren, einige Eindrücke wiedergeben, die uns ein Besuch der Gruppe «Elektrizitätsindustrie» bzw. der Elektrizitätsbranche an der diesjährigen Mustermesse hinterlassen hat. Dabei sei ausdrücklich erwähnt, dass dieser Bericht keinen Anspruch auf Vollständigkeit weder in bezug auf Aussteller noch auf ausgestellte Objekte erhebt. Genaue Auskunft darüber gibt der offizielle Messekatalog. Allgemein möchten wir noch bemerken, dass sich laut offiziellem Messekatalog unter der Gruppe «Elektrizitätswirtschaft» 57 Firmen (im Vorjahre 54) und unter anderen Gruppenbezeichnungen noch ca. 16 weitere Firmen (im Vorjahre ca. 15) an der Ausstellung mit elektrischen Apparaten beteiligten.

Elektrische Koch-, Heiz- und andere Wärmeapparate.

Das rege Interesse, das diesem Zweig der Elektrizitätsindustrie bis jetzt an jeder Mustermesse entgegengebracht wurde, mochte wohl die Fabrikanten elektrothermischer Apparate dazu bewegen haben, auch dieses Jahr ihre Erzeugnisse in der von früher her bekannten Reichhaltigkeit zur Schau zu bringen. Konnte man früher oft noch Apparate mit mehr oder weniger Unvollkommenheiten sehen, so waren solche an der diesjährigen Messe kaum mehr anzutreffen. In der Praxis zutage getretene Mängel wurden durch entsprechende Umkonstruktion des betreffenden Modells zu verbessern ver-

sucht. Bei allen führenden Firmen zeigte sich deutlich das Streben nach möglichst einfacher und zweckmässiger Formgebung und Bedienungsmöglichkeit ihrer Produkte. Daneben wurde aber auch die finanzielle Seite nicht vergessen. Die heutigen Preise sind derart, dass sich jedermann für wenig Geld einen in der Schweiz hergestellten Apparat anschaffen kann, wodurch er nicht nur Gewähr für eine gute und solide Konstruktion hat, sondern auch noch etwas zur Linderung der allgemeinen Krise in unserem Lande beiträgt. Nach diesen allgemeinen Bemerkungen zu den Wärmeapparaten sei kurz angeführt, was die einzelnen Firmen elektrothermischer Apparate an der diesjährigen Mustermesse besonders Sehenswertes ausgestellt hatten.

Die *Therma A.-G.*, Schwanden, zeigte wiederum eine Reihe von Neuerungen. Neben einem Herdmodell mit Backofen im Sockel und mit 2 Koch-



Fig. 1.
Therma-Schulherd.

platten von 220 mm \varnothing und 1 bzw. 2 Platten von 140 mm \varnothing , das durch seine schmale Ausführung besonders auffiel, wurde ein neuer Schulherd vorgeführt (Fig. 1). Er weist einen normalen Backofen und 4 Kochplatten auf, von denen je zwei von der