Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 24 (1933)

Heft: 4

Artikel: Die günstigste Form von Stromwandlerkernen

Autor: Billig, Ernst

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1059506

Hinsicht ist dieses Postulat bei der vorliegenden Unternehmung weitgehend verwirklicht. Wie aus Tabelle III hervorgeht, betragen die Abgaben an die Stadt rund 15 % der Einnahmen. Die Nettodividende in den letzten fünf Jahren erreichte regelmässig 8 %, entsprechend ca. 6½ % für das seit 1922 von den Aktionären einbezahlte Kapital. Bei einer vertraglichen Regelung der geschilderten Art würde es sich darum handeln, diese beiden Ansätze z. B. in der genannten Höhe zu fixieren und die Bestimmungen über die Verteilung des Reingewinns, der angesammelten Rücklagen und des Rückkaufes damit in Einklang zu bringen. Betrachtet man die Dividende und die Abgabe an die Stadt als Kostenteile, so wäre eine Ordnung auf dieser Grundlage als Energieabgabe zu Selbstkosten zu bezeichnen. Grundsätzlich gehören in diesem Fall alle Erträge, welche die Betriebskosten einschliesslich Zinsen, Abgaben und Dividenden übersteigen, alle Rücklagen in Form echter und gebundener Reserven, soweit sie die natürliche Entwertung übersteigen, der Gesamtheit der Konsumenten. Damit sie ihnen in Form ermässigter Tarife zugute kommen können, dürfen sie dem Werk nicht entfremdet werden, sondern müssen sozusagen unlösbar mit den Anlagen verknüpft bleiben. Die Aktionäre werden zu Gläubigern des Werkes, die Höhe ihres Kapital- und Dividendenanspruches lässt sich vertraglich zahlenmässig zum voraus umschreiben und bildet die Basis eines allfälligen Rückkaufes. Die vertraglichen Abgaben an den Fiskus brauchen nicht unbedingt in voller Höhe ausbezahlt zu werden, es lässt sich auch eine vertragliche Regelung durchführen derart, dass ein Teil der Abgaben als Guthaben der Stadt beim Werk angesammelt wird und gelegentlich zum Auskauf der andern Aktionäre Verwendung findet. Der Effekt einer solchen Bestimmung wäre dem Heimfall gleichzustellen und hätte den Vorzug, dass alle Unsicherheiten über die Durchführung der Eigentumsübertragung vermieden werden könnten.

Zum Schlusse mag die bemerkenswerte Tatsache hervorgehoben werden, dass, wie bereits angedeutet, die tatsächliche Ordnung von dieser postulierten Selbstkostenanrechnung gegenüber den Konsumenten nicht merklich abweicht. Dieser Umstand ist nicht zufälliger Natur, sondern wird vielmehr dadurch bewirkt, dass der wohlverstandene Ausgleich aller berechtigten Interessen nach einem Gleichgewicht dieser Art strebt und der Rahmen des Vertrages kein Hindernis dafür darstellt. Diesen Kräften gegenüber tritt die Möglichkeit gewisser Missbräuche, die der Vertragstext nicht unbedingt ausschliesst, vollkommen in den Hintergrund. Bei der praktischen Durchführung sind im Gegenteil mit der Zeit gewisse Härten ausgemerzt und ungeeignete Bestimmungen durch bessere ersetzt worden. Die Zusammenarbeit zwischen Stadt und Elektrizitätswerk auf Grund der abgeschlossenen Verträge hat sich als fruchtbar und gedeihlich erwiesen.

Es kann somit festgestellt werden, dass der Betrieb der Elektrizitätswerke grosser Gemeinwesen durch Zweige der öffentlichen Verwaltung nicht die einzig befriedigende Form der Elektrizitätsversorgung darstellt. Am Beispiel des Elektrizitätswerkes Strassburg wird gezeigt, dass Stadtverwaltung und Energiekonsumenten sich auf vertraglichem Wege und als Folge gemeinsamer Interessen aller Beteiligten grundsätzlich ebenso grosse wirtschaftliche Vorteile von einem privaten Werk sichern können, wie ihnen der Eigenbetrieb bieten würde.

Die günstigste Form von Stromwandlerkernen.

Von Dr.-Ing. *Ernst Billig*, Wien.

621.314.224—187

Es wird gezeigt, wie den beiden einander widersprechenden Bedingungen für grosse Messgenauigkeit — kleine Kraftlinienlänge und kleine Kupferverluste der Sekundärwicklung — durch die günstigste Form des Stromwandlerkernes am besten entsprochen wird.

L'auteur montre comment il est possible, par la forme la plus favorable du noyau du transformateur d'intensité, de tenir compte des deux conditions d'exactitude contradictoires: faible longueur des lignes de force et faibles pertes dans le cuivre de l'enroulement secondaire.

1. Einfluss der Querschnittsform auf die Messgenauigkeit.

Beim Entwurf eines Messwandlers geht man gewöhnlich von den Abmessungen des Kernfensters aus (bzw. dem innern Kerndurchmesser bei Durchführungswandlern), die durch Amperewindungszahl und Isolationsabstände festgelegt sind. Nach bekannten Verfahren [1]) erhält man dann den der Genauigkeit und der Bürde des Wandlers entsprechenden Kernquerschnitt bzw. das Kerngewicht. Die zweckmässigste Aufteilung dieses Querschnittes in Schichthöhe mal Jochbreite soll im folgenden behandelt werden.

Betrachten wir einen üblichen Wandlerkern von länglich rechteckigem Querschnitt ($h > b$, Fig. 1). Welche Folgen hätte eine Aenderung des Seitenverhältnisses? Wird der Kern noch höher — und damit schmäler — geschichtet, so werden einerseits die Kraftlinien kürzer und durch die entsprechende Verminderung der magnetisierenden *AW* die Messgenauigkeit erhöht; andrerseits wird

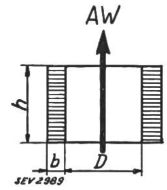

Fig. 1.

[1]) E. Billig, «Ein Beitrag zur Vorausberechnung der Fehler von Stromwandlern», ETZ 1933.

der Umfang des Kernquerschnittes grösser und damit wachsen Windungslänge bzw. Gewicht und Kupferverluste der Sekundärwicklung. Die Gesamtbürde und die Messfehler des Wandlers steigen. Bei quadratischer Querschnittsform des Kernes werden die Kupferverluste am kleinsten, doch wird die Kraftlinienlänge sehr gross. Querschnitte mit breiter Form ($b > h$) scheiden von vornherein aus, da in diesem Falle sowohl Kupferverluste als auch Kraftlinienlänge unnötig gross werden. Es muss sich also für jeden Fall ein günstigster rechteckiger Querschnitt ($h > b$) finden lassen, dessen Seitenverhältnis wir nun berechnen wollen.

2. Berechnung der günstigsten Querschnittsform [2]).

Wir gehen von einem konstanten Eisengewicht

$$G_E = \gamma_E \cdot \pi \cdot (D + b) \cdot b \cdot h \tag{1}$$

und einem konstanten Kupfergewicht

$$G_K = 2\gamma_K \cdot w\, q_K \cdot (b + h) \tag{2}$$

aus und fragen nach dem Seitenverhältnis $\varkappa = h/b$, bei dem die kleinsten Strom- und Winkelfehler auftreten. Aus der Stromdichte der Sekundärwicklung

$$\sigma = \frac{I}{q_K} = \frac{2\gamma_K \cdot AW}{G_K} \cdot (b + h) \tag{3}$$

ergeben sich ihre Kupferverluste

$$P_{VK} = \frac{G_K}{\gamma_K \cdot \lambda_K} \cdot \sigma^2 = \frac{(b + h)^2}{C} \tag{4}$$

Mit dem spezifischen Gewicht $\gamma_K = 8{,}9 \cdot 10^{-3}$ kg/cm^3 und der elektrischen Leitfähigkeit $\lambda_K = 57{,}1 \cdot 10^4$ $(\Omega \cdot \mathrm{cm})^{-1}$ wird die Konstante

$$C = \frac{\lambda_K}{4\gamma_K} \cdot \frac{G_K}{AW^2} = \left(\frac{4000}{AW}\right)^2 \cdot G_K \tag{5}$$

Der Wandler sei sekundär mit einer rein Ohmschen Nutzbürde r_n Ohm, bzw. $P_n = I^2 \cdot r_n$ VA belastet. Bei Vernachlässigung der Sekundärstreuung wird die Gesamtbelastung

$$P = P_n + P_{VK} \tag{6}$$

In einer früheren Arbeit [1]) zeigte der Verfasser, dass die Messfehler $\triangle$ von normalen Stromwandlern in folgender Form dargestellt werden können:

$$\triangle = k \cdot \left(\frac{P}{G_E}\right)^{\alpha} \cdot \left(\frac{l_m}{AW}\right)^{1+\alpha} \tag{7}$$

wo $\alpha \approx 2/3$ ist. Dieselbe Darstellungsweise ergibt sich auch für Stromwandler, bei denen durch Anwendung von «Kunstschaltungen» das Eisen auf eine höhere Induktion vormagnetisiert ist. Nur wird für solche Wandler $\alpha = 1$.

Wir suchen nach den Bedingungen, unter denen das Produkt $P^{\alpha} \cdot l_m^{1+\alpha}$ ein Minimum wird. Durch Differentiation erhalten wir als Minimumbedingung

$$\frac{dP}{dl_m} = -\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \cdot \frac{P}{l_m}$$

[2]) Alle Dimensionen in cm und kg.

Setzen wir

$$\beta = 1 + \frac{1}{\alpha} = \begin{cases} 2{,}5 \text{ für normale Wandler,} \\ 2{,}0 \text{ für vormagnetisierte Wandler,} \end{cases}$$

und für die mittlere Kraftlinienlänge $l_m = \pi(D + b)$, so wird

$$\frac{dP}{db} = -\frac{P_n + P_V}{D + b} \tag{8}$$

Für P_V substituieren wir Gl. (4), setzen

$$A = C \cdot P_n = \left(\frac{4000}{AW}\right)^2 \cdot P_n \cdot G_K \tag{9}$$

und erhalten für das Minimum

$$\frac{dP}{db} = -\frac{\beta}{C} \cdot \frac{A + (b + h)^2}{D + b} \tag{8a}$$

Die Belastung P kann sich nur mit den Kupferverlusten P_V ändern.

Nach Gl. (6) und (4) wird also

$$\frac{dP}{db} = \frac{2(b + h)}{C} \cdot \left(1 + \frac{dh}{db}\right).$$

Da das Eisengewicht konstant gehalten werden soll, folgt aus Gl. (1)

$$\frac{dh}{db} = -\frac{h}{b} \cdot \frac{D + 2b}{D + b} \quad \text{oder}$$

$$\frac{dP}{db} = -\frac{2(b + h)}{C} \cdot \left(\frac{h}{b} \cdot \frac{D + 2b}{D + b} - 1\right) \tag{10}$$

Aus Gleichsetzung von (8a) und (10) erhält man eine Beziehung zwischen b und h, aus der, unter Berücksichtigung von Gl. (1), diese beiden Werte zu errechnen sind. Man stösst hierbei jedoch auf grosse Schwierigkeiten, da sich Gleichungen höheren Grades ergeben. Wir nehmen daher zu folgender Näherungsmethode unsere Zuflucht, die für die Praxis genügend genaue Resultate liefert.

Führen wir in unsere Gleichungen das Breitenverhältnis

$$\delta = \frac{D}{b} \tag{11}$$

ein, so erhalten wir aus Gleichsetzung von (8a) und (10) für das günstigste Seitenverhältnis $\bar{\varkappa}$ die quadratische Gleichung

$$\bar{\varkappa}^2 \cdot \left[1 - \frac{\beta}{2(2 + \delta)}\right] + \bar{\varkappa} \cdot \left[1 - \frac{1 + \beta + \delta}{2 + \delta}\right] - \frac{\beta\left(\frac{A}{b^2} + 1\right) + 2(1 + \delta)}{2(2 + \delta)} = 0.$$

Der Koeffizient des linearen Gliedes ist sehr klein und kann gleich Null gesetzt werden. Es wird also

$$\bar{\varkappa} = \sqrt{\frac{\beta\left(\frac{A}{b^2} + 1\right) + 2(1 + \delta)}{4 - \beta + 2\delta}}$$

Berücksichtigt man ferner, dass

$$\frac{A}{b^2} \gg 1\,; \quad \frac{2(1 + \delta)}{4 - \beta + 2\delta} \approx 1$$

und dass man eventuell noch $4-\beta$ gegen 2 vernachlässigen kann, so erhalten wir als Endergebnis

$$\bar{\varkappa} = \sqrt{\frac{\beta}{2} \cdot \frac{A}{D \cdot b} + 1} \tag{12}$$

Für die Durchrechnung eines bestimmten Falles geht man nun am besten so vor, dass man unter Zugrundelegung eines guten Mittelwertes für δ die Blechbreite $\bar{b}$ aus Gl. (1) und (10) ermittelt. Wir wählen $\delta = 7$ und erhalten nach einigen Zwischenrechnungen

$$\bar{b} \approx \sqrt{\frac{AW \cdot G_E}{300 \cdot \sqrt{P_n \cdot G_K}}} \tag{13}$$

Dieser Wert wird meistens genügen; will man genauere Resultate, so berechnet man mit diesem Werte für $\bar{b}$ aus Gl. (12) das genaue Querschnittsverhältnis und erhält aus Gl. (1) die Kernabmessungen.

Das in Gl. (9) und (13) auftretende Kupfergewicht bestimmt man am besten, indem man von der Stromdichte σ' bei quadratischem Kern ausgeht, die normalerweise zwischen 150 und 200 A/cm² liegt. Es ist

$$G_K \approx \frac{0{,}23\,AW}{\sigma'} \cdot \sqrt{\frac{G_E}{D}} \tag{14}$$

3. *Diskussion des Ergebnisses.*

Um den Einfluss der einzelnen Parameter klarer zu überblicken, setzen wir in Gl. (12) $\beta = 2{,}25$; $b = D/7$ und erhalten mit Gl. (9)

$$\bar{\varkappa} = \sqrt{\left(\frac{11230}{D \cdot AW}\right)^2 \cdot P_n \cdot G_K + 1} \tag{12a}$$

Es ergibt sich also, dass Wandler, die mit einer im Verhältnis zu den Eigenverlusten der Wicklung grossen Bürde belastet sind ($P_n \cdot G_K$ gross), ein schlank rechteckiges Kernprofil, dagegen Wandler für hohe Spannungen und grosse AW-Zahlen ein mehr quadratisches Profil haben sollen. Dies zeigt in anschaulicher Weise Fig. 2; der Wandler mit 15 VA Nutzleistung und 1 kg Kupfergewicht zu Grunde gelegt sind.

4. *Beispiel.*

Für einen Durchführungswandler in Kunstschaltung von 1200 AW und 40 VA ist die günstigste Kernform zu bestimmen. Der aus Spannungsrücksichten vorgeschriebene Innendurchmesser sei $D = 25$ cm. Das für die Einhaltung der Messgenauigkeit erforderliche Eisengewicht ist zu $G_E = 30$ kg bestimmt worden.

Das Kupfergewicht ergibt sich nach Gl. (14)

$$G_K \approx \frac{0{,}23 \cdot 1200}{200} \cdot \sqrt{\frac{30}{25}} = 1{,}51 \text{ kg},$$

die günstigste Kernbreite nach (13)

$$\bar{b} \approx \sqrt{\frac{1200 \cdot 30}{200 \cdot \sqrt{40 \cdot 1{,}51}}} = 3{,}93 \text{ cm}.$$

Mit $\beta = 2$; $C = \left(\frac{4000}{1200}\right)^2 \cdot 1{,}51 = 16{,}8$ und $A = 16{,}8 \cdot 40 = 671$ cm² wird das günstigste Seitenverhältnis nach (12)

$$\bar{\varkappa} = \sqrt{\frac{2 \cdot 671}{2 \cdot 3{,}93 \cdot 25} + 1} = 2{,}80$$

und die Kernabmessungen nach (1)

$$\bar{b} = \sqrt{\frac{30 \cdot 10^3}{\pi \cdot 7{,}6 \cdot (25+4) \cdot 2{,}80}} = 4 \text{ cm};$$

$$h = 2{,}80 \cdot 4{,}0 = 11 \text{ cm}.$$

Die mittlere Kraftlinienlänge ist $\bar{l}_m = \pi\,(25+4) = 91$ cm, die Kupferverluste nach (4)

$$\bar{P}_{VK} = \frac{(4+11)^2}{16{,}8} = 13{,}4 \text{ W}.$$

Die Messfehler sind also proportional

$$\bar{P} \cdot \bar{l}_m^2 = (40 + 13{,}4) \cdot 91^2 = 442\,000.$$

Wird die günstigste Querschnittsform nicht eingehalten, so erhöhen sich die Messfehler, wie Tabelle I zeigt.

Tabelle I.

$\varkappa$	b cm	h cm	l_m cm	P_{VK} W	P VA	$P \cdot l_m^2 \cdot 10^{-4}$
0,34	10,0	3,4	116,0	10,6	50,6	68,0
1,00	$6{,}3_5$	$6{,}3_5$	98,5	9,6	49,6	48,1
2,75	4,0	11,0	91,0	13,4	53,4	**44,2**
7,32	2,5	18,3	86,4	25,7	65,7	49,0
11,63	2,0	$23{,}2_5$	84,9	37,8	77,8	56,0
21,00	1,5	31,6	83,4	65,0	105,0	73,0

Die Aenderung der mittleren Kraftlinienlänge, der Kupferverluste und der Messfehler mit dem Seitenverhältnis zeigt Fig. 3.

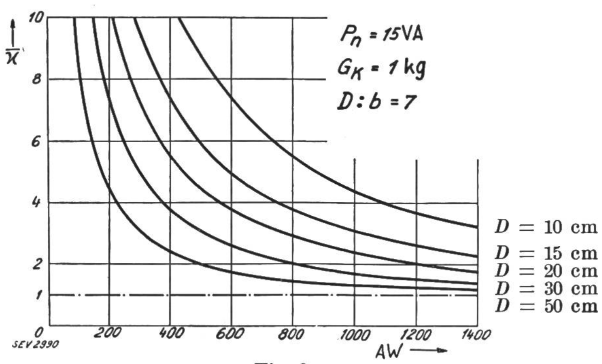

Fig. 2.

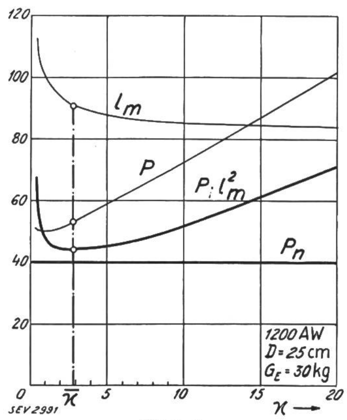

Fig. 3.