

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 23 (1932)

Heft: 7

Artikel: Die Kompensation des Erdschlussstromes in Freileitungsnetzen mit langen Teilstrecken

Autor: Gastel, A. van

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1059319>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BULLETIN

REDAKTION:

Generalsekretariat des Schweiz. Elektrotechn. Vereins und des Verbandes Schweiz. Elektrizitätswerke, Zürich 8, Seefeldstr. 301

VERLAG UND ADMINISTRATION:

Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei A.-G., Zürich 4
Stauffacherquai 36/38

Nachdruck von Text oder Figuren ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit Quellenangabe gestattet

XXIII. Jahrgang

Nº 7

Mittwoch, 30. März 1932

Die Kompensation des Erdschlusstromes in Freileitungsnetzen mit langen Teilstrecken.

Von A. van Gastel, Ingenieur, Baden.

621.316.935

Der Autor leitet praktisch brauchbare Formeln ab für die rechnerische Bestimmung des Erdschlusstromes in Höchstspannungs-Freileitungsnetzen mit langen Teilstrecken, und zwar für die Einfachleitung, die Ringleitung und die Doppelleitung. Es wird untersucht, welchen Einfluss der Ort des Erdschlusses auf die Kompensation des Erdschlusstromes hat, wenn die Löschspule genau abgestimmt wird; es werden die Kompensationsbedingungen festgestellt und die Formeln zur Berechnung der Löschspuleninduktivität abgeleitet. Auch die verteilte Aufstellung von Löschspulen wird besprochen und zum Schluss wird kurz die Dissonanzabstimmung behandelt.

Die Berechnungen werden nach der Methode von Fortescue (Methode der symmetrischen Komponenten) gemacht, die in einem Anhang kurz erläutert wird.

L'auteur établit des formules pratiques pour déterminer par le calcul le courant de court-circuit à la terre dans les réseaux aériens à très haute tension, à sections non bifurquées de grande longueur, lorsque les lignes sont simples, doubles ou bouclées. Il étudie ensuite l'influence de l'endroit où se produit le court-circuit sur la compensation du courant de court-circuit, lorsque la bobine d'extinction est exactement accordée, fixe les conditions de la compensation et en déduit les formules pour calculer l'inductivité des bobines d'extinction. Après avoir traité la disposition répartie des bobines d'extinction, l'auteur termine par un bref exposé de l'accord par dissonance.

Les calculs sont effectués par la méthode de Fortescue (méthode des composantes symétriques), expliquée succinctement dans un appendice.

I. Einleitung.

Für die Berechnung des Erdschlusstromes irgend eines Freileitungsnetzes wird durchwegs angenommen, dass die Leiter keine Induktivität und keinen Ohmschen Widerstand besitzen. Diese Annahme erlaubt bei der Berechnung des Erdschlusstromes die längs der einzelnen Leiter gleichmässig verteilte Kapazität gegen Erde in einem Punkt zu konzentrieren. Bezeichnet

C die in einem Punkt konzentrierte Kapazität gegen Erde einer Netzphase (in F),

U_p die Phasenspannung (in V),

ω die Kreisfrequenz, an die Betriebsfrequenz f gebunden durch die Beziehung $\omega = 2\pi f$,

I_e den Erdschlusstrom (in A), so gilt für ein symmetrisches Dreiphasennetz, dessen Kapazitäten gegen Erde gleich gross sind:

$$I_e = 3\omega CU_p \quad (1)$$

Der Erdschlusstrom eilt der Spannung der erdgeschlossenen Phase um 90° vor und kann folglich durch einen dieser Spannung um 90° nach-eilenden und ebenfalls über die Erdschlusstelle fliessenden Strom aufgehoben werden. Die Erzeugung dieses induktiven Stromes ergibt sich aus der Erdung des Netznulnpunktes über eine Drosselspule. Die für eine vollständige Kompensation des Erdschlusstromes erforderliche Spuleninduktivität L kann mit Hilfe der Formel

$$L = \frac{1}{3\omega^2 C} \quad (2)$$

ermittelt werden.

Soweit ist das Problem ganz einfach. Es drängt sich nun aber die Frage auf, ob auch für lange Leitungen (mit einer Länge von 100 km oder mehr) die Vernachlässigung der Induktivität der Leiter und die Konzentration der gleichmässig verteilten Kapazitäten gegen Erde in einem Punkt für die Berechnung des Erdschlusstromes noch zulässig ist. Ebenso taucht die Frage auf, ob die Kompensation des Erdschlusstromes von der Entfernung zwischen Erdschluss und Kompensations-Drosselspule (Löschspule) beeinflusst wird. Eine solche Beeinflussung scheint auf den ersten Blick nicht ausgeschlossen; die Induktivität der Schleife: «kranke Phase — Erdschlusstelle — Erde — Löschspule» nimmt proportional mit ihrer Länge, d. h. mit der Entfernung des Erdschlusses zu. Es könnte also leicht möglich sein, dass der Kompensationsgrad sich mit dem Ort des Erdschlusses ändern würde.

Diese beiden Fragen gewinnen an Bedeutung durch den Umstand, dass sich in letzter Zeit die Tendenz bemerkbar macht, die induktive Erdung des Netznulnpunktes auch auf Höchstspannungsnetze (über 110 kV) zu übertragen, was zweifellos auf die guten Betriebserfahrungen mit der Erdschluskkompensation in Hochspannungsnetzen (bis 110 kV) zurückzuführen ist. Ein wichtiger Punkt

darf aber nicht übersehen werden. Die Uebertragungsspannung wird erhöht um grössere Entfernnungen zu überbrücken, womit nun aber der Erd-schlußstrom sehr rasch eine beträchtliche Grösse erreicht. Mithin wird nur durch möglichst genaue Abstimmung der Löschkupuleninduktivität auf die Netzkapazität gegen Erde der Reststrom an der Erd-schlußstelle in Grenzen gehalten werden können, welche eine sichere Lösung des Erdschlusslichtbogens unter allen Umständen gewährleisten. Würde nun aber die Abstimmung sich mit der Lage des Erdschlusses im Netz sehr stark ändern, so wäre es leicht möglich, dass der Reststrom den Grenzwert für sicheres Löschen des Erdschlusslichtbogens überschreiten würde. Dann wäre der Schutz illusorisch. Soll dagegen der Schutz unter allen Verhältnissen wirksam sein, dann darf die Abstimmung der Induktivität im Netznulpunkt von der Lage des Erdschlusses im Netz nicht oder praktisch nicht beeinflusst werden.

Der Inhalt dieses Aufsatzes umfasst:

- die Ableitung von praktisch brauchbaren Formeln für die rechnerische Bestimmung des Erd-schlußstromes in Höchstspannungs-Freileitungsnetzen mit langen Teilstrecken;
- die Untersuchung des Einflusses, den der Ort des Erdschlusses auf die Kompensation des Erd-schlußstromes hat, wenn die Löschkupule genau abgestimmt wird (Resonanz-Abstimmung).

Die Untersuchung berücksichtigt die der Wirklichkeit entsprechende gleichmässige Verteilung der Teilkapazitäten der Leiter gegen Erde sowie den Einfluss der Induktivitäten der Schleifen: «Leiter-Leiter» und «Leiter-Erde». Die Ohmschen Widerstände werden alle vernachlässigt; es handelt sich also um die Blindstromkompensation. Schliesslich beziehen sich alle Rechnungen und Resultate auf ein symmetrisches Dreiphasensystem; sie können aber auch sinngemäss auf jedes beliebige System übertragen werden.

II. Der Erdschluss.

Der Erdschluss kennzeichnet sich durch einen starken Rückgang des Isolationswertes einer Phase gegen Erde oder geerdeten Konstruktionsteilen der Anlage. Die Folge ist eine Spannungsverschiebung gegen Erde, welche die drei Phasen in gleicher Weise berührt und welche sich über das ganze metallisch zusammenhängende Netz ausdehnt.

In einem gesunden symmetrischen Netz ist der Nullpunkt im Diagramm der Spannungen zugleich der Schwerpunkt des Systems der Teilkapazitäten gegen Erde. Nullpunkt und Kapazitätsschwerpunkt besitzen gleiches Potential, so dass, wenn beide miteinander leitend verbunden werden (die direkte Erdung des Nullpunktes), über diese Verbindung kein Strom fliessst. Allerdings gilt dies streng genommen nur, wenn die Spannungen keine dritte, neunte usw. Oberwellen enthalten. Die Spannungen der drei Phasen gegen Erde bilden ein symmetrisches System; deren Summe ist für jeden beliebigen Punkt im Netz gleich Null. Auch die Summe der

Ladeströme, welche über die Teilkapazitäten gegen Erde fliessen, ist gleich Null. Es fliessst kein Rückstrom über Erde, und genau so, wie die Spannungen gegen Erde, bilden auch die Ladeströme der Teilkapazitäten gegen Erde ein vollkommen symmetrisches System.

Durch den Erdchluss tritt, wie oben erwähnt, eine Spannungsverschiebung gegen Erde auf. Die Spannung gegen Erde der vom Erdchluss betroffenen Phase wird kleiner, diejenige der beiden gesunden Phasen steigt an und die Summe dieser drei Spannungen wird von Null verschieden. Nicht nur das Spannungssystem, sondern auch das System der Ladeströme gegen Erde erfährt eine Aenderung. Die Ladeströme der beiden gesunden Phasen werden grösser; der Ladestrom der kranken Phase nimmt ab, dafür muss aber die kranke Phase den Erdchlussstrom über die Transformatoren auf die beiden gesunden Phasen verteilen. Das wesentliche ist, dass sowohl die Spannungen gegen Erde wie auch die Ladeströme bei Erdchluss unsymmetrische Systeme bilden.

Gerade diese Unsymmetrie ist es, welche die rechnerische Behandlung des Problems erschwert, wenigstens falls die normalen Rechnungsmethoden angewendet werden. Für unsymmetrische Verhältnisse eignet sich ganz besonders die Anwendung der Rechnungsmethode nach Fortescue (Rechnung mit Hilfe der symmetrischen Komponenten¹⁾). Es wird sich nachher zeigen, dass die Anwendung dieser Methode zu einer bedeutenden Vereinfachung in der Behandlung des Erdchlusskompensationsproblems führt.

III. Anwendung der Methode Fortescue auf die Strom- und Spannungsverhältnisse bei Erdschluss.

Wenn angenommen wird, dass an der Erd-schlußstelle kein Uebergangswiderstand auftritt, ist das System der Spannungen gegen Erde der drei Phasen gegeben durch

$$\begin{aligned} U_R &= 0 \\ U_S &= a^2 U - U \\ U_T &= a U - U \end{aligned} \quad (3)$$

Die Spannung U ist an die verkettete Netzspannung U_v im Punkt des Erdchlusses gebunden durch die Beziehung

$$U = \frac{U_v}{\sqrt{3}} \quad (4)$$

Die drei Spannungen U_R , U_S und U_T bilden ein unsymmetrisches System (Fig. 1). Die symmetrischen Komponenten sind

$$\begin{aligned} U_0 &= -U \\ U_m &= U \\ U_g &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Sowohl aus dem ursprünglichen System (3), als auch aus dem Komponentensystem (5) ist ersicht-

¹⁾ In einem Anhang zu diesem Aufsatz wird diese Methode kurz erläutert, siehe Seite 168.

lich, dass der Erdschluss sich vom normal gesunden Betriebszustand grundsätzlich nur unterscheidet durch eine für alle drei Phasen gleich grosse und

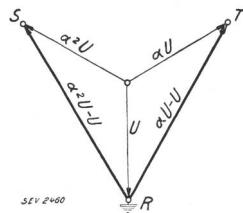


Fig. 1.
Spannungen gegen
Erde.
Phase R hat Erd-
schluss.

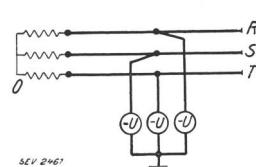


Fig. 2.
Spannungsverschiebung
gegen Erde als Folge des
Erdschlusses.
Phase R hat Erdschluss.

gleich gerichtete Spannungsverschiebung gegen Erde. Dies lässt sich wie folgt ausdrücken:

«Für die rechnerische Behandlung des Erdschlussproblems kann der Erdschluss mit Vorteil ersetzt werden durch drei Spannungsquellen, welche einerseits mit Erde und andererseits mit den drei Phasen verbunden sind.»

Diese drei einphasigen Quellen liefern die drei Spannungen ($-U$) gleicher Grösse und Richtung (Fig. 2). Damit sind nun aber drei einphasige Systeme entstanden, jedes mit einem eigenen Oberleiter (einer Phase des Netzes) und die drei zusammen mit der Erde als gemeinsamer Rückleiter. Wenn eine Nullpunktsreaktanz eingeschaltet ist, kann diese in drei Reaktanzen (für jedes einphasige System eine Reaktanz) aufgelöst werden; die Grösse der Nullpunktsreaktanz ist mit 3 zu multiplizieren. Schliesslich ist der Erdschlussstrom gleich der Summe der Leiterströme der drei einphasigen Systeme im Punkt des Erdschlusses, und weil immer von symmetrischen Systemen die Rede ist, ist der Erdschlussstrom dem dreifachen Wert des Leiterstromes eines einzigen einphasigen Systems gleich. Es genügt jetzt, alle Rechnungen

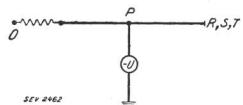


Fig. 3.
Durch Parallelschaltung der
drei Phasen R, S und T ent-
steht dieses einpolige
Schema.

durchzuführen an einem einphasigen System mit Spannung ($-U$) gegen Erde an der Erdschlussstelle (Fig. 3).

IV. Berechnung des Erdschlussstromes.

Die Berechnung des Erdschlussstromes unter Berücksichtigung der gleichmässigen Verteilung der Leiterkapazitäten gegen Erde und der gleichmässig verteilten Induktivitäten der Leiter, jedoch mit Vernachlässigung aller Ohmschen Widerstände, wird nachstehend ausführlich durchgeführt an einer von einer Seite gespeisten Einfachleitung. Ferner werden für einige weiteren Netzelemente, z. B. für den Ring und die Doppelleitung, in kürzester Form die Rechnungen wiederholt und die Resultate besprochen.

A. Einfachleitung.

Fig. 4 zeigt das einphasige Ersatzschema. Der Erdschluss sei in einem Punkt P am Anfang der

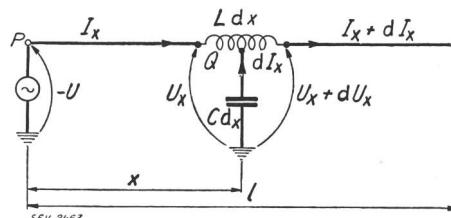


Fig. 4.
Erdschluss in P. Ströme und Spannungen im
Punkt Q.

Leitung gedacht. Die Spannungsverschiebung in diesem Punkt sei mit ($-U$) bezeichnet. Ferner bedeutet:

- L die Leiterinduktivität pro Längeneinheit und Phase, wenn die drei Phasen von gleichgerichteten Strömen gleicher Grösse durchflossen werden und der Strom über Erde zurückfließt;
- C die Teilkapazität gegen Erde, pro Längeneinheit und Phase;
- ω die Kreisfrequenz;
- l die Länge der Leitungsstrecke;
- j die symbolische Schreibweise für die Phasenverschiebung 90° . So eilt der Strom I der Spannung U um 90° vor, wenn $I = j\omega CU$, dagegen der Spannung U um 90° nach, wenn $I = -j\frac{U}{\omega L}$

Im Punkt Q in einer Entfernung x vom Anfang der Leitung gerechnet (Fig. 4) gelten die nachstehenden Spannungs- und Strom-Differentialgleichungen

für die Spannungsänderung

$$dU_x = -jI_x \omega L dx \quad (6)$$

für die Stromänderung

$$dI_x = -jU_x \omega C dx \quad (7)$$

Aus (6) und (7) ergibt sich eine Differentialgleichung zweiter Ordnung für die Spannung gegen Erde.

$$\frac{d^2 U_x}{dx^2} = -U_x \omega^2 LC \quad (8)$$

Die Lösung dieser Gleichung hat die Form

$$U_x = M e^{j\omega V_{LC} x} + N e^{-j\omega V_{LC} x}$$

$$I_x = \sqrt{\frac{C}{L}} (-M e^{j\omega V_{LC} x} + N e^{-j\omega V_{LC} x})$$

M und N sind Integrationskonstanten, deren Bestimmung aus den Grenzwerten für U und I erfolgt. Diese Grenzwerte sind

$$\begin{array}{ll} \text{für } x = 0 & U_x = -U \\ \text{für } x = l & I_x = 0 \end{array}$$

Leitungen und nach der Streckenlänge. Ist die Streckenlänge sehr klein, so darf die einfache Formel

$$I_e = -3jU\omega Cl$$

angewendet werden. Mit wachsender Länge der Strecke nimmt der Einfluss der weiteren Glieder sehr rasch zu. Wird das zweite Glied $\frac{1}{3}\omega^2 L Cl^2$ der Formel (11e) gleich gross wie das erste Glied 1, so wird die Reihe ganz bestimmt divergent und ihre Summe, d. h. I_e , unendlich gross. Aus

$$\frac{1}{3}\omega^2 L Cl^2 = 1$$

lässt sich für eine gegebene Frequenz und für ein gegebenes Mastbild die Leitungslänge bestimmen, bei welcher eine Leistungsübertragung ohne besondere Hilfsmittel nicht mehr möglich ist, wie auch die Uebertragungsspannung gewählt wird. Es gilt dies nicht nur für den Erdchluss, sondern auch für den fehlerfreien Betrieb, denn es gelten, abgesehen von Faktor 3, die gleichen Formeln für die Ladeströme I_c gegen Erde im Normalbetrieb

$$I_c = -jU\omega Cl \left(1 + \frac{1}{3}\omega^2 L Cl^2 + \dots \right) \quad (12)$$

Die Berücksichtigung der Spannungsverhältnisse bei Erdchluss führt zu einer weiteren Einschränkung der maximal zulässigen Leitungslänge. Es sei der Erdchluss am Anfang der Leitungstrecke. Die Spannung am Ende der Leitung beträgt dann

$$U_1 = -U \left(1 + \frac{1}{2}\omega^2 L Cl^2 + \frac{5}{24}\omega^4 L^2 C^2 l^4 + \dots \right) \quad (13)$$

Wird angenommen, dass die Spannung der beiden gesunden Phasen gegen Erde am Ende der Leitung nicht über $1,15 U \sqrt{3}$ ansteigen darf, so darf die Spannungsverschiebung des Nullpunktes nicht mehr als $1,3 U$ betragen (Fig. 6). Diese Bedingung wird erfüllt, wenn

$$\frac{1}{3}\omega^2 L Cl^2 \leq 0,15$$

Wird eine Genauigkeit von 1 % in der Berechnung des Erdschlußstromes verlangt, so wird hierzu die Berücksichtigung des dritten Gliedes der Formel

$$(11e) \text{ ausreichen, denn es ist für } \frac{1}{3}\omega^2 L Cl^2 = 0,15$$

$$\text{das dritte Glied } \frac{2}{15}\omega^4 L^2 C^2 l^4 = 1,2 \cdot 0,15^2 = 0,027$$

$$\text{und das vierte Glied } \frac{17}{315}\omega^6 L^3 C^3 l^6 = 1,46 \cdot 0,15^3 = 0,005 < 0,01$$

Der Erdschlußstrom wird in diesem Fall

$$I_e = -3jU\omega Cl (1 + 0,15 + 0,027 + 0,005 + \dots) = -3jU\omega Cl (1,182\dots)$$

oder um 18 % grösser als nach der Formel

$$I_e = -3jU\omega Cl.$$

$$\text{Aus } \frac{1}{3}\omega^2 L Cl^2 = 0,15$$

lässt sich jetzt für eine gegebene Frequenz und für eine gegebene Leitung die grösste Streckenlänge bestimmen, für welche die obige Spannungsbedingung ($U_{\max} \leq 1,15 U \sqrt{3}$) auch bei Erdchluss eingehalten werden kann, eine Betriebsspannung U am Anfang der Leitung vorausgesetzt.

An Hand eines Beispieles können die Verhältnisse wohl am besten überblickt werden. Für eine 220-kV-Leitung, welche mit der Frequenz 50 betrieben wird, ist

$$\omega L = 1,5 \text{ Ohm/km}$$

$$\omega C = 2,4 \cdot 10^{-6} \text{ Ohm}^{-1}/\text{km}$$

Der Erdschlußstrom beträgt, gerechnet mit Hilfe der Formel $I_e = 3jU\omega Cl$ für je 100 km Leitung ca. 92 A. Wird der Erdschlußstrom gerechnet mit Hilfe der Formeln (11e) und (11f), so ergeben sich bei verschiedenen Streckenlängen die grössten und kleinsten Werte pro 100 km für einen Erdchluss am Anfang oder Ende bzw. in der Mitte der Leitungstrecke nach Tabelle I. Dazu gehören die

Tabelle I.

Streckenlänge km	$I_{e\max}$ pro 100 km A	$I_{e\min}$ pro 100 km A
100	93,0	92,3
200	96,7	93,0
300	103,3	94,6
400	114,7	96,7

in Tabelle II zusammengestellten Spannungsverhältnisse, wenn der Erdchluss am Anfang der Leitung auftritt und die Nullpunktsverlagerung an der

$$\text{Erdschlußstelle } \frac{220}{\sqrt{3}} = 127 \text{ kV} \text{ beträgt.}$$

Tabelle II.

Streckenlänge km	Spannungsverlagerung am Ende der Leitung kV	Spannung gegen Erde der beiden gesunden Phasen kV
100	129,3	222,0
200	136,4	228,1
300	150,7	240,5
400	174,9	261,5

Der Verlauf der Spannung gegen Erde am Ende der Leitungstrecke in Funktion der Streckenlänge für einen Erdchluss am Anfang geht aus der Kurve Fig. 7 hervor. Darin sind zudem die höchstzulässigen Spannungen gegen Erde angegeben, vorausgesetzt, dass die Spannung am Ende diejenige am Anfang um 5 %, 10 %, 15 % und 20 % überschreiten darf. Die zugehörigen maximalen Streckenlängen können abgelesen werden; sie betragen resp. 230, 310, 370 und 410 km. Eine Erhöhung der höchst zulässigen Spannungszunahme von 15 auf 20 % gibt eine Vergrösserung der maximalen Streckenlänge von 370 auf 410 km, also um 40 km. Die vorstehenden Werte beziehen sich alle auf eine ein- oder doppelseitig gespeiste Einfachleitung.

Es ist vielleicht nützlich, hier noch zu bemerken, dass die Induktivität der Leitung sich für

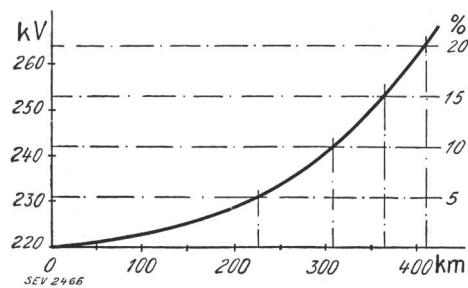


Fig. 7.

Maximale Spannung der gesunden Phasen in Funktion der Länge der Leitungsstrecke.

jeden Leiter zusammensetzt aus seiner Eigeninduktivität und den gegenseitigen Induktivitäten der beiden anderen Leiter oder

$$L = L_{11} + M_{21} + M_{31} \quad (14)$$

B. Ringleitung.

Die Berechnung des Erdschlusstromes einer Ringleitung, einfach oder vielfach gespeist, bietet keine Schwierigkeiten. Die Ringleitung kann auf-

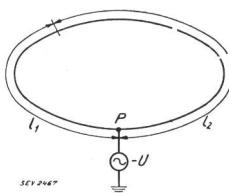


Fig. 8.
Erdschluss im Punkt P
einer Ringleitung.

gefasst werden als aus zwei Einfachleitungen zusammengestellt (Fig. 8), jede mit einem Erdschluss am Anfang der Strecke. Der Erdschlusstrom für die Strecke l_1 hat die Grösse

$$I_{e1} = -3jU\omega Cl_1 - \left(1 + \frac{1}{3}\omega^2 LCl_1^2 + \frac{2}{15}\omega^4 L^2 C^2 l_1^4 + \dots\right) \quad (15)$$

Der Erdschlusstrom für die Strecke l_2 hat die Grösse

$$I_{e2} = -3jU\omega Cl_2 - \left(1 + \frac{1}{3}\omega^2 LCl_2^2 + \frac{2}{15}\omega^4 L^2 C^2 l_2^4 + \dots\right) \quad (16)$$

Der gesamte Erdschlusstrom I_e wird

$$I_e = -3jU\omega C \left\{ l_1 + l_2 + \frac{1}{3}\omega^2 LC (l_1^3 + l_2^3) + \frac{2}{15}\omega^4 L^2 C^2 (l_1^5 + l_2^5) + \dots \right\} \quad (17)$$

Wird für den ganzen Ring das gleiche Mastbild verwendet und zudem ein Material und ein Querschnitt gewählt, so ist

$$l_1 = l_2 = \frac{1}{2}L$$

und

$$I_e = -3jU\omega Cl \cdot \left(1 + \frac{1}{12}\omega^2 LCl^2 + \frac{1}{120}\omega^4 L^2 C^2 l^4 + \dots\right) \quad (18)$$

Die Grösse des Erdschlusstromes ist vollständig unabhängig vom Ort des Erdschlusses.

C. Doppelleitung.

Die Bestimmung des Erdschlusstromes einer langen Doppelleitung gestaltet sich etwas weniger einfach, weil mit der induktiven Beeinflussung zu rechnen ist, welche die beiden Leitungen gegenseitig besitzen. Die gegenseitigen Induktivitäten der sechs Leiter werden mit den Koeffizienten M_{12} bis M_{65} bezeichnet. Es ist aber

$$M_{12} = M_{21} \text{ usw.},$$

so dass im ganzen nur 15 Koeffizienten der gegenseitigen Induktivität vorhanden sind. Dazu gibt es 6 Koeffizienten L_{11} bis L_{66} der Selbstduktivität, so dass schliesslich 21 Koeffizienten die Induktivität des Systems beherrschen.

Eine bedeutende Vereinfachung ergibt sich dadurch, dass das dreiphasige System gegen Erde genau so wie bei der Einfachleitung als ein einphasiges System betrachtet werden kann, so dass an Stelle der Doppelleitung mit insgesamt 6 Leitern eine Doppelleitung mit nur 2 Leitern tritt. Die Erde bildet der gemeinsame Rückleiter der beiden einphasigen Systeme. Die Koeffizienten M können deshalb wie folgt zusammengefasst werden:

$$\begin{aligned} L_1 &= L_{11} + M_{21} + M_{31} & L_4 &= L_{44} + M_{54} + M_{64} \\ L_2 &= L_{22} + M_{32} + M_{12} & L_5 &= L_{55} + M_{65} + M_{45} \\ L_3 &= L_{33} + M_{13} + M_{23} & L_6 &= L_{66} + M_{46} + M_{56} \\ M_1 &= M_{41} + M_{51} + M_{61} & M_4 &= M_{14} + M_{24} + M_{34} \\ M_2 &= M_{42} + M_{52} + M_{62} & M_5 &= M_{15} + M_{25} + M_{35} \\ M_3 &= M_{43} + M_{53} + M_{63} & M_6 &= M_{16} + M_{26} + M_{36} \end{aligned} \quad (19)$$

Zudem soll angenommen werden, dass durch Verdrillung der Leiter eine symmetrische Anordnung entstanden ist, so dass

$$\begin{aligned} L_1 &= L_2 = L_3 = L_4 = L_5 = L_6 = L \\ M_1 &= M_2 = M_3 = M_4 = M_5 = M_6 = M \end{aligned} \quad (20)$$

Für diesen Fall sind die Strom- und Spannungsverhältnisse in einem Punkte P (Fig. 9) gegeben durch die Differentialgleichungen

$$\begin{cases} dU_{x1} = -jI_{x1}\omega L dx - jI_{x2}\omega M dx \\ dI_{x1} = -jU_{x1}\omega C dx \\ dU_{x2} = -jI_{x2}\omega L dx - jI_{x1}\omega M dx \\ dI_{x2} = -jU_{x2}\omega C dx \end{cases} \quad (21)$$

Aus diesem Differentialgleichungssystem ergibt sich für die Spannung U_{x1} gegen Erde eine Differentialgleichung vierter Ordnung

$$\frac{d^4U_{x1}}{dx^4} + \frac{d^2U_{x1}}{dx^2} 2\omega^2 CL + U_{x1}\omega^4 C^2 (L^2 - M^2) = 0 \quad (22)$$

Die Lösung hat die Form

$$U_{x1} = O e^{jAx} + P e^{-jAx} + R e^{jBx} + S e^{-jBx}$$

$$\text{wenn } A = \omega \sqrt{C(L+M)} \\ B = \omega \sqrt{C(L-M)}$$

Die Integrationskonstanten O, P, R und S können aus den Grenzwerten für U und I bestimmt werden; auch die nachstehenden Gleichungen sind zu berücksichtigen.

$$U_{x2} = O e^{jAx} + P e^{-jAx} - R e^{jBx} - S e^{-jBx} \\ I_{x1} = -\omega C \left(\frac{O}{A} e^{jAx} - \frac{P}{A} e^{-jAx} + \frac{R}{B} e^{jBx} - \frac{S}{B} e^{-jBx} \right) \\ I_{x2} = -\omega C \left(\frac{O}{A} e^{jAx} - \frac{P}{A} e^{-jAx} - \frac{R}{B} e^{jBx} + \frac{S}{B} e^{-jBx} \right)$$

Die Grenzwerte für U und I sind für einen Erdchluss am Anfang der Leitung

$$\text{für } x = 0 \quad U_{x1} = -U \quad U_{x2} = -U \\ \text{für } x = l \quad I_{x1} = 0 \quad I_{x2} = 0$$

Daraus folgt:

$$O = -U \frac{e^{-jA1}}{e^{jA1} + e^{-jA1}} \\ P = -U \frac{e^{jA1}}{e^{jA1} + e^{-jA1}} \\ R = O \\ S = O$$

Mit diesen Konstanten wird die Lösung der Differentialgleichungen (21)

$$U_{x1} = U_{x2} = -U \frac{e^{jA(l-x)} + e^{-jA(l-x)}}{e^{jA1} + e^{-jA1}} \quad (23)$$

$$I_{x1} = I_{x2} = -U \sqrt{\frac{C}{L+M}} \frac{e^{jA(l-x)} - e^{-jA(l-x)}}{e^{jA1} + e^{-jA1}} \quad (24)$$

Der Erdschlußstrom für einen Erdchluss am Anfang der Leitungstrecke hat die Grösse

$$I_e = 6(I_x)_{x=0} = -6U \sqrt{\frac{C}{L+M}} \frac{e^{jA1} - e^{-jA1}}{e^{jA1} + e^{-jA1}} \quad (25a)$$

Der Vergleich mit der Formel (11a) für eine Einfachleitung zeigt als Unterschied

- a) die Verdoppelung des Erdschlußstromes entsprechend der doppelten Länge der Leitung, als Einfachleitung gerechnet, indem an Stelle der Zahl 3 jetzt die Zahl 6 tritt;
- b) den Einfluss der gegenseitigen Induktivität der beiden Leitungen: an Stelle der Induktivität L der Einfachleitung tritt die Induktivität $L+M$ der Doppelleitung.

Für einen Erdchluss am Ende der Leitungstrecke hat der Erdschlußstrom die gleiche Grösse, jedoch entgegengesetzte Richtung, also

$$I_e = 6U \sqrt{\frac{C}{L+M}} \frac{e^{jA1} - e^{-jA1}}{e^{jA1} + e^{-jA1}} \quad (25b)$$

Schliesslich ergibt sich für den Erdchluss in einem beliebigen Punkt P in einer Entfernung y vom Anfang der Strecke die Grösse des Erdschlußstromes nach der Formel

$$I_{ey} = -6\omega C U \frac{A}{\frac{e^{jAy} - e^{-jAy}}{e^{jAy} + e^{-jAy}} + \frac{e^{jA(l-y)} - e^{-jA(l-y)}}{e^{jA(l-y)} + e^{-jA(l-y)}}} \quad (25c)$$

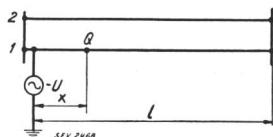


Fig. 9.
Doppelleitung mit Erd-
schluss am Anfang der
Strecke.

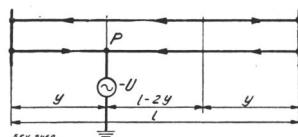


Fig. 10.
Stromverlauf in der
Doppelleitung. Erd-
schluss in P.

Durch Reihenentwicklung der e -Funktionen kann auch die obige Formel in eine für den praktischen Gebrauch besser passende Form gebracht werden. Es ist

$$I_{ey} = -6j U C l \left[1 + \frac{1}{3} \omega^2 C (L+M) l^2 - \omega^2 C M 2y(l-y) + \frac{2}{15} \omega^4 C^2 (L+M)^2 l^4 - \omega^4 C^2 M^2 \frac{4}{3} y(l^3 - 4yl^2 + 6y^2l - 3y^3) - \omega^4 C^2 L M \frac{4}{3} y(l^3 - 2y^2l + y^3) + \dots \right] \quad (25d)$$

Auch jetzt ist der Erdschlußstrom am Anfang der Strecke gleich gross wie am Ende, denn es ist sowohl für $y = 0$ als auch für $y = l$

$$I_e = -6j U \omega C l \left\{ 1 + \frac{1}{3} \omega^2 C (L+M) l^2 + \frac{2}{15} \omega^4 C^2 (L+M)^2 l^4 + \dots \right\} \quad (25e)$$

Für einen Erdchluss in der Mitte der Leitungstrecke ($y = \frac{1}{2}l$) ist

$$I_e = -6j U \omega C l \left\{ 1 + \frac{1}{3} \omega^2 C (L+M) l^2 + \frac{2}{15} \omega^4 C^2 (L+M)^2 l^4 + \dots - \frac{1}{2} \omega^2 C M l^2 - \frac{1}{12} \omega^4 C^2 M^2 l^4 - \frac{5}{12} \omega^4 C^2 L M l^4 + \dots \right\} \quad (25f)$$

Die Glieder der Formel (25d)

$$2y(l-y) \\ \frac{4}{3}y(l^3 - 4yl^2 + 6y^2l - 3y^3) \\ \frac{4}{3}y(l^3 - 2y^2l + y^3)$$

werden alle für $y = \frac{1}{2}l$ ein Maximum. Der Erdschlußstrom wird somit ein Minimum, wenn der Erdchluss in der Mitte der Leitungstrecke auftritt. Die weitere Betrachtung zeigt, dass im vorliegenden

Fall der Erdschlußstrom nicht so stark vom Ort des Erdschlusses abhängig ist, viel weniger als bei der Einfachleitung. Die gegenseitige Induktivität der beiden Leitungen und die Stromrichtung, welche für die beiden Leitungen innerhalb einer Strecke mit Länge $2y$ verschieden ist (Fig. 10) und dadurch die Spannungserhöhung des kapazitiven Erdschlußstromes reduziert, sind Ursache dieser kleineren Veränderlichkeit.

V. Kompensation des Erdschlußstromes.

Nachdem im Abschnitt IV die Formeln zur Bestimmung der Grösse des Erdschlußstromes abgeleitet wurden und anschliessend gezeigt wurde, innerhalb welcher Grenzen sich der Erdschlußstrom mit dem Ort des Erdschlusses ändert, werden in diesem Abschnitt die Kompensationsbedingungen festgelegt. Ausgehend von der vollständigen Kompensation des Blindstromes, d. h. von der Resonanzabstimmung, werden die Formeln zur Berechnung der Löschspuleninduktivität aufgestellt. Die Ohmschen Widerstände werden alle vernachlässigt. Nacheinander werden die Einfachleitung, die Ring- und die Doppelleitung kompensiert. Schliesslich werden die Unterteilung der Löschspule und die Kompensationsbedingungen bei verteilter Aufstellung der Löschspulen besprochen. Am Schluss wird kurz die Dissonanzabstimmung erwähnt.

A. Einfachleitung.

1. Löschspule am Anfang der Leitungsstrecke.

a) *Erdschluss am Anfang*. Fig. 11 stellt das einpolige Ersatzschema dar. Der Spulenstrom ist

$$I_d = \frac{-U}{j\omega L_d} \quad (26)$$

Der Erdschlußstrom hat die Grösse (Formel 11a)

$$I_e = -3U \sqrt{\frac{C}{L} \frac{e^{jA_1} - e^{-jA_1}}{e^{jA_1} + e^{-jA_1}}}$$

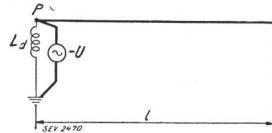


Fig. 11.
Einfachleitung mit Erdschluss in P . Löschspule am Anfang der Strecke.

Aus der Bedingung für eine vollständige Kompensation (Resonanzabstimmung)

$$I_d + I_e = 0$$

folgt unmittelbar

$$\frac{-U}{j\omega L_d} - 3U \sqrt{\frac{C}{L} \frac{e^{jA_1} - e^{-jA_1}}{e^{jA_1} + e^{-jA_1}}} = 0$$

oder die erforderliche Spuleninduktivität zu

$$j\omega L_d = -\frac{1}{3} \sqrt{\frac{L}{C} \frac{e^{jA_1} + e^{-jA_1}}{e^{jA_1} - e^{-jA_1}}} \quad (27)$$

b) *Erdschluss am Ende*. Wenn der Erdschluss am Ende statt am Anfang der Strecke auftritt, ergibt sich genau die gleiche Formel zur Berechnung der Induktivität der Resonanz-Löschspule. Die Ableitung erfolgt am einfachsten, wenn von den Gleichungen für die Strom- und Spannungsverteilung ausgegangen wird.

$$U_x = Me^{j\omega VLCx} + Ne^{-j\omega VLCx}$$

$$I_x = \sqrt{\frac{C}{L}} (-Me^{j\omega VLCx} + Ne^{-j\omega VLCx})$$

Zur Bestimmung der Konstanten M und N gelten die nachstehenden Grenzbedingungen

$$\text{für } x = 0 \quad U_x = I_d j \omega L_d \quad I_x = -\frac{1}{3} I_d$$

$$\text{für } x = l \quad U_x = -U \quad I_x = 0$$

Es wird aus $U_x = -U$ und $I_x = 0$

$$M = -\frac{1}{2} U e^{-jA_1}$$

$$N = -\frac{1}{2} U e^{jA_1} \quad \text{wenn } A = \omega \sqrt{LC}$$

und aus $U_x = I_d j \omega L_d$ und $I_x = -\frac{1}{3} I_d$

$$j \omega L_d = -\frac{1}{3} \sqrt{\frac{L}{C} \frac{e^{jA_1} + e^{-jA_1}}{e^{jA_1} - e^{-jA_1}}} \quad (27)$$

c) *Erdschluss an einem beliebigen Ort*. Der Erdschluss sei im Punkt P (Fig. 12) in einer Entfernung y vom Anfang der Leitungsstrecke. Durch den

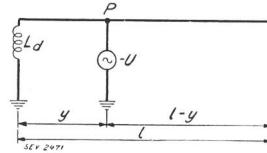


Fig. 12.

Einfachleitung mit Erdschluss in P . Löschspule am Anfang der Strecke.

Erdschluss wird die Strecke in zwei Teile getrennt, der erste Teil mit der Löschspule am Anfang und mit dem Erdschluss am Ende, der zweite Teil ohne Spule und mit dem Erdschluss am Anfang der Strecke.

Die Grenzbedingungen zur Bestimmung der konstanten M und N sind in diesem Fall

$$\text{für } x = 0 \quad U_x = I_d j \omega L_d \quad I_x = -\frac{1}{3} I_d$$

$$\text{„ } x = y \quad U_x = -U$$

$$\text{„ } x = l \quad I_x = 0$$

Aus $U_x = -U$ und $I_x = 0$ folgt:

$$M = -U \frac{e^{-jA_1}}{e^{jA(l-y)} + e^{-jA(l-y)}}$$

$$N = -U \frac{e^{jA_1}}{e^{jA(l-y)} + e^{-jA(l-y)}}$$

Mit Hilfe dieser Konstanten ergibt sich nun aus $U_x = I_d j \omega L_d$ und $I_x = -\frac{1}{3} I_d$ die Gleichung für die Abstimmung der Löschspule

$$j\omega L_d = -\frac{1}{3} \sqrt{\frac{L}{C}} \frac{e^{jA_1} + e^{-jA_1}}{e^{jA_1} - e^{-jA_1}} \quad (27)$$

Der Wert für die Induktivität der Löschspule, welcher der Resonanzabstimmung entspricht, ist vom Ort des Erdschlusses vollständig unabhängig, denn die Formel (27) enthält nur die Streckenlänge l und nicht die Entfernung y des Erdschlusses. Das Resultat ist um so bemerkenswerter, als die Grösse des Erdschlüßstromes des ungeschützten Netzes vom Ort des Erdschlusses abhängig war.

Die Strom- und Spannungsverhältnisse bei Erdchluss können — Resonanzabstimmung vorausgesetzt — wie folgt gedeutet werden: *Durch den Erdchluss wird die Spannungsverschiebung der drei Phasen gegen Erde festgelegt und festgehalten. Die Löschspule liefert die über die Teilkapazitäten gegen Erde fließende zusätzliche kapazitive Belastung.*

2. Löschspule am Ende der Leitungsstrecke.

a) *Erdschluss am Anfang.* Ausgehend von den Gleichungen für die Strom- und Spannungsverteilung

$$U_x = Me^{j\omega}V_{LC}x + Ne^{-j\omega}V_{LC}x$$

$$I_x = \sqrt{\frac{C}{L}} (-Me^{j\omega}V_{LC}x + Ne^{-j\omega}V_{LC}x)$$

ergibt sich nach Auswertung der Grenzbedingungen

$$\text{für } x = 0 \quad U_x = -U \quad I_x = 0$$

$$\text{für } x = l \quad U_x = I_d j \omega L \quad I_x = \frac{1}{3} I_d$$

für die auf Resonanz abgestimmte Induktivität der Löschspule der Wert

$$j\omega L_d = -\frac{1}{3} \sqrt{\frac{L}{C}} \frac{e^{jA_1} + e^{-jA_1}}{e^{jA_1} - e^{-jA_1}} \quad (27)$$

b) *Erdschluss am Ende.* Die Verhältnisse sind die gleichen wie für den Fall 1 a). Der Wert für die Spuleninduktivität, welche der Resonanzabstimmung entspricht, ist auch hier

$$j\omega L_d = -\frac{1}{3} \sqrt{\frac{L}{C}} \frac{e^{jA_1} + e^{-jA_1}}{e^{jA_1} - e^{-jA_1}} \quad (27)$$

c) *Erdschluss an einem beliebigen Ort.* Die Entfernung der Erdschlüßstelle, vom Anfang der Leitungsstrecke gerechnet, sei mit y bezeichnet. Durch den Erdschluss wird die Strecke in zwei Teile getrennt, der erste Teil mit dem Erdschluss am Ende, der zweite Teil mit dem Erdschluss am Anfang und mit der Löschspule am Ende.

Die Grenzbedingungen zur Bestimmung der Konstanten M und N aus den Strom- und Spannungsgleichungen sind

$$\text{für } x = 0 \quad I_x = 0$$

$$\text{„ } x = y \quad U_x = -U$$

$$\text{„ } x = l \quad U_x = I_d j \omega L_d \quad I_x = \frac{1}{3} I_d$$

aus $U_x = -U$ und $I_x = 0$ folgt

$$M = N = -U \frac{1}{e^{jA_1} + e^{-jA_1}}$$

Und aus $U_x = I_d j \omega L_d$ und $I_x = \frac{1}{3} I_d$ ergibt sich der Wert L_d für die auf Resonanz abgestimmte Induktivität der Löschspule aus der Formel

$$j\omega L_d = -\frac{1}{3} \sqrt{\frac{L}{C}} \frac{e^{jA_1} + e^{-jA_1}}{e^{jA_1} - e^{-jA_1}} \quad (27)$$

Auch in diesem Falle ist die Kompensation vom Ort des Erdschlusses vollkommen unabhängig.

Zwischen der Aufstellung der Löschspule am Anfang oder am Ende der Leitung besteht kein Unterschied. Die beiden Aufstellungsorte sind mit Bezug auf die Kompensation gleichwertig. Ferner kann mit Leichtigkeit nachgewiesen werden, dass dies auch allgemein für jeden beliebigen Punkt der Leitung als Aufstellungsort der Spule gilt, so dass für eine gegebene Leitung und Frequenz nur eine Bedingung für Resonanzabstimmung besteht (Formel 27).

Da die Formel:

$$j\omega L_d = -\frac{1}{3} \sqrt{\frac{L}{C}} \frac{e^{jA_1} + e^{-jA_1}}{e^{jA_1} - e^{-jA_1}}$$

die Betriebsspannung nicht enthält, hat die Abgleichung der Löschspule mit dieser Grösse nichts zu tun. Ebenso wenig kommt die Spannung gegen Erde vor; sämtliche Spannungsverhältnisse sind somit für die Abstimmung und für die Kompensation bedeutungslos. Schliesslich ist es gleichgültig, ob die Leitung nur von einer Seite oder ausserdem auch noch von der andern Seite gespeist wird.

B. Ringleitung.

Die Kompensationsverhältnisse für die Ringleitung können durch Teilung der Leitung auf einfache Art aus denen der Einfachleitung abgeleitet werden. In Fig. 13 ist die Teilung dargestellt. Wie bei der Kompensation der Einfachleitung erwähnt, wird die zusätzliche kapazitive Belastung bei Resonanzabstimmung der Löschspule restlos durch die Löschspule geliefert. Diese zusätzliche Belastung

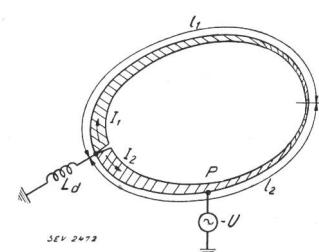


Fig. 13.
Stromverlauf in einer kompensierten Ringleitung.
Erdschluss im Punkt P .

fließt im Ring von der Löschspule ausgehend links und rechts über die beiden Ringhälften. Es gibt also auf der Ringleitung einen Punkt, in dem die zusätzlichen Ströme von links und rechts einander treffen, d. h. der Strom gleich Null ist. In diesem Punkt wird die Teilung vorgenommen. Wenn die Ringleitung auf ihrer Länge überall das gleiche

Mastbild aufweist, befindet sich dieser Punkt dem Anschlussort der Löschspule diametral gegenüber. Die Länge jeder Ringhälfte ist in diesem Falle

$$l_1 = l_2 = \frac{1}{2}l$$

Auch die Löschspule (Induktivität L_d) wird unterteilt, und zwar kann diese Unterteilung derart gemacht werden, dass jeder Teil eine Ringhälfte kompensiert. Sind die Ringhälften gleich lang, so ist auch die Löschspule in zwei gleich grosse Teilsulen zu unterteilen. Jede einzelne Spule soll dazu die doppelte Induktivität ($2 L_d$) aufweisen.

Die Kompensationsbedingung für eine Ringhälfte lautet

$$j\omega 2L_d = -\frac{1}{3}\sqrt{\frac{L}{C}} \frac{e^{j\alpha\frac{1}{2}} + e^{-j\alpha\frac{1}{2}}}{e^{j\alpha\frac{1}{2}} - e^{-j\alpha\frac{1}{2}}}$$

Für den ganzen Ring gilt also

$$j\omega L_d = -\frac{1}{6}\sqrt{\frac{L}{C}} \frac{e^{j\alpha\frac{1}{2}} + e^{-j\alpha\frac{1}{2}}}{e^{j\alpha\frac{1}{2}} - e^{-j\alpha\frac{1}{2}}} \quad (28)$$

Für die Bestimmung der Grösse der Löschspule genügt es, wenn die Eigenschaften der Ringleitung (Länge, Mastbild) und die Betriebsfrequenz bekannt sind. Die Abstimmung der Spule bleibt gleich, wo auch der Erdschluss auftritt. Die Speisung des Ringes (Einfach- oder Mehrfachspeisung), der Ort des Anschlusses der Spule und die Betriebsspannung spielen überhaupt keine Rolle.

C. Doppelleitung.

Die Durchführung der Rechnung für eine Doppelleitung (Fig. 14) unter Berücksichtigung der

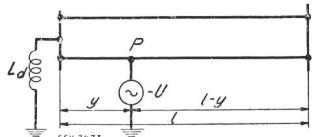


Fig. 14.
Kompensierte Doppel-
leitung.
Erdschluss in P .

gegenseitigen induktiven Beeinflussung der beiden Leitungen gibt als Resultat

$$j\omega L_d = -\frac{1}{6}\sqrt{\frac{L+M}{C}} \frac{e^{j\alpha_1} + e^{-j\alpha_1}}{e^{j\alpha_1} - e^{-j\alpha_1}} \quad (29)$$

In dieser Formel ist

$$A = \omega \sqrt{C(L+M)}$$

Wenn die Induktivität der Löschspule der Bedingung gemäss Formel (29) entspricht, handelt es sich um eine Resonanz-Löschspule. Der Ort des Erdschlusses hat in diesem Falle auf die Abstimmung keinen Einfluss, ebenso wenig wie die Betriebsspannung. Die Löschspule kann am Anfang oder am Ende der Doppelleitung angeschlossen sein; für die Bemessung der Löschspule ist dies bedeutungslos. Schliesslich kann die Doppelleitung einfach oder mehrfach gespeist sein; auch dies ändert nichts an der Formel (29).

D. Unterteilung der Löschspule.

An der in der Fig. 15 dargestellten Einfachleitung ist sowohl am Anfang wie auch am Ende eine Löschspule angeschlossen.

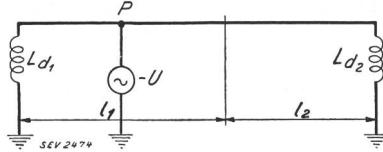


Fig. 15.
Doppelseitig kompen-
sierte Einfachleitung.
Erdschluss in P .

Die am Anfang der Leitung angeschlossene Spule sei auf die Leitungslänge l_1 abgestimmt; ihre Induktivität ist gegeben durch die Formel

$$j\omega L_{d1} = -\sqrt{\frac{L}{C}} \frac{e^{j\alpha_1} + e^{-j\alpha_1}}{e^{j\alpha_1} - e^{-j\alpha_1}} \quad (30)$$

Die zweite Spule wird auf die verbleibende ungeschützte Leitungslänge l_2 abgestimmt, so dass

$$j\omega L_{d2} = -\sqrt{\frac{L}{C}} \frac{e^{j\alpha_2} + e^{-j\alpha_2}}{e^{j\alpha_2} - e^{-j\alpha_2}} \quad (31)$$

Ferner ist

$$l_1 + l_2 = l$$

Die Leitung ist auch auf diese Art vollständig kompensiert. Es fragt sich, ob die Verteilung der Löschspulenleistung über mehrere Anschlussstellen Vorteile bietet. Tatsächlich ist dies der Fall, und zwar mit Rücksicht auf die Spannungsverhältnisse. An einem einfachen Beispiel lassen sich die Spannungsverlagerungen gegen Erde bestimmen. Dazu wird eine Einfachleitung gewählt und diese einmal mit nur einer Spule am Anfang oder am Ende der Leitung kompensiert, das zweite Mal werden zwei Spulen, eine am Anfang, die zweite am Ende der Leitung, die Kompensation besorgen.

I. Einseitige Kompensation.

Die Leitungslänge sei mit l , die Spannungsverschiebung gegen Erde am Ort des Erdschlusses mit U und die Induktivität der auf die Leitung abgestimmten Spule mit L_1 bezeichnet. Für diese Spule gilt also

$$j\omega L_1 = -\frac{1}{3}\sqrt{\frac{L}{C}} \frac{e^{j\alpha_1} + e^{-j\alpha_1}}{e^{j\alpha_1} - e^{-j\alpha_1}}$$

Die Spannungsverlagerung in einem Punkt P , in einer Entfernung x vom Anfang der Leitungsstrecke aus gerechnet, für einen Erdschluss im Punkt Q , in einer Entfernung y , ebenfalls vom Anfang der Strecke aus gerechnet, ist gegeben durch die Formel

$$U_x = -U \cdot \frac{\left(1+3j\omega L_1\sqrt{\frac{C}{L}}\right)e^{j\alpha x} - \left(1-3j\omega L_1\sqrt{\frac{C}{L}}\right)e^{-j\alpha x}}{\left(1+3j\omega L_1\sqrt{\frac{C}{L}}\right)e^{j\alpha y} - \left(1-3j\omega L_1\sqrt{\frac{C}{L}}\right)e^{-j\alpha y}} \quad (33)$$

Wenn berücksichtigt wird, dass

$$1 + 3j\omega L_1 \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{-2e^{-jA_1}}{e^{jA_1} - e^{-jA_1}} \quad (34)$$

und

$$1 - 3j\omega L_1 \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{2e^{jA_1}}{e^{jA_1} - e^{-jA_1}} \quad (34)$$

wird die Spannungsverlagerung

$$U_x = -U \frac{e^{jA(l-x)} + e^{-jA(l-x)}}{e^{jA(l-y)} + e^{-jA(l-y)}} \quad (35)$$

Die Spannungsverschiebung gegen Erde wird ein Maximum am Ende der Leitungsstrecke für einen Erdschluss am Anfang ($x = l$ und $y = o$).

Es wird

$$U_{\max} = -U \frac{2}{e^{jA_1} + e^{-jA_1}} \quad (36)$$

Mit Hilfe der Reihenentwicklung der e -Funktionen lässt sich obige Formel in eine mehr praktische Formel umwandeln.

$$e^{jA_1} + e^{-jA_1} = 2 \left(1 - \frac{A^2 l^2}{2} + \frac{A^4 l^4}{24} - \dots \right)$$

$$U_{\max} = U \frac{1}{1 - \frac{A^2 l^2}{2} + \frac{A^4 l^4}{24} - \dots}$$

oder $U_{\max} = -U \left(1 + \frac{1}{2} A^2 l^2 + \frac{5}{24} A^4 l^4 + \dots \right)$ (37)

Die Spannungsverlagerung gegen Erde steigt von dem Betrag $-U$ am Anfang auf den Betrag gemäss Formel (37) am Ende der Leitungsstrecke an. Die Zunahme beträgt

$$\Delta U = -U \left(\frac{1}{2} A^2 l^2 + \frac{5}{24} A^4 l^4 + \dots \right) \quad (38)$$

2. Doppelseitige Kompensation.

Genau die gleichen Verhältnisse ergeben sich für eine doppelseitig kompensierte Einfachleitung der doppelten Länge ($2l$), wenn die Spulen am Anfang und am Ende gleich gross gewählt werden. Die Hälfte der Strecke (Länge l) wird in diesem Falle von einer Spule mit der Induktivität L_1 kompensiert. Diese Anordnung ist die vorteilhafteste, denn sobald Spulen ungleicher Grösse gewählt werden, wird von der grössten der beiden Spulen auch der grössere Teil der Leitung kompensiert. Dabei steigt aber die Spannungsverlagerung gegen Erde (aus Formel 37) verhältnismässig rasch an. Wird z. B. angenommen, dass die Leistungen der Spulen am Anfang und am Ende der Leitung sich verhalten wie $2 : 1$, so schützt die grösste Spule die Länge $\frac{2}{3} \cdot 2l = \frac{3}{4}l$. Die Spannungsverlagerung gegen Erde wird demnach

$$U_{\max} = -U \left(1 + \frac{1}{2} \frac{16}{9} A^2 l^2 + \frac{5}{24} \frac{256}{81} A^4 l^4 + \dots \right)$$

die Zunahme der Verlagerungsspannung

$$\Delta U = -U \frac{16}{9} \left(\frac{1}{2} A^2 l^2 + \frac{5}{24} \frac{16}{9} A^4 l^4 + \dots \right)$$

Wenn für die am Anfang und Ende mit gleich grossen Spulen geschützte Leitung $\Delta U = 10\%$ zugelassen wird, beträgt für die zuletzt behandelte gleich lange Strecke $\Delta U = \frac{16}{9} \cdot 10\% + \dots$ oder mehr als 17,7%.

Das vorerwähnte Beispiel zeigt, dass für den Erdschlußschutz sehr langer Leitungsstrecken die doppelseitige Kompensation mit Rücksicht auf die Begrenzung der Spannungsverlagerung gegen Erde von Vorteil ist.

Die Spannung der beiden gesunden Phasen gegen Erde beträgt

$$a^2 U - U \left(1 + \frac{1}{2} A^2 l^2 + \frac{5}{24} A^4 l^4 + \dots \right) \quad (39)$$

und $a U - U \left(1 + \frac{1}{2} A^2 l^2 + \frac{5}{24} A^4 l^4 + \dots \right)$

Für Mittelspannungsnetze und Hochspannungsnetze bis 220 kV mit relativ kurzen Leitungsstrecken dürfen die Korrekturglieder ohne weiteres vernachlässigt werden. Dagegen sind sie bei längeren Strecken und Spannungen über 220 kV zu berücksichtigen. Es kann nun die Spannerhöhung der gesunden Phasen durch doppelseitige Kompensation oder, mehr allgemein gesprochen, durch verteilte Kompensation begrenzt werden. Schon früher (siehe Seite 161) wurde als Beispiel eine 220-kV-Leitung mit $\omega L = 1,5$ Ohm/km und $\omega C = 2,4 \cdot 10^{-6}$ Ohm⁻¹/km erwähnt. Für eine solche Leitung ist $A^2 = \omega^2 LC = 3,6 \cdot 10^{-6}$. Um die Spannerhöhung gegen Erde auf den Wert 1,1 mal verkettete Spannung zu begrenzen, darf ΔU den Wert 0,2 U nicht überschreiten. Folglich ergibt sich mit Hilfe der Formel (38)

$$-0,2U = -U \left(\frac{1}{2} 3,6 \cdot 10^{-6} l^2 + \frac{5}{24} 12,96 \cdot 10^{-12} l^4 + \dots \right)$$

oder, wenn l ein Vielfaches von 100 km darstellt, $0,2 = (0,018 l^2 + 0,00027 l^4 + \dots)$

Der Wert für l ist etwas grösser als 3. Eine Leitungslänge über 300 km braucht also unbedingt doppelseitige oder verteilte Kompensation, damit die gesunden Phasen unter keinen Umständen eine Spannung gleich $1,1 U^{1/3} = 242$ kV annehmen können.

E. Dissonanzabstimmung.

Am Schluss sei noch kurz mit einigen Worten die Dissonanzabstimmung erwähnt. Alle in diesem Aufsatz abgeleiteten Formeln gelten — es wurde solches am Anfang bereits erwähnt — für Resonanzabstimmung der Löschspule. Da aber gerade bei den Höchstspannungsübertragungen über grosse Entfernungen der Erdschlußstrom sehr beträchtliche Werte erreicht, ist die Resonanzabstimmung als die einzige zulässige Abstimmung zu betrachten.

Schon bei sehr kleinen Verstimmungen würde sonst die selbstdämmende Löschung des Erdschlusslichtbogens in Frage gestellt. Die Bevorzugung der Resonanzabstimmung in diesem Falle ist damit gerechtfertigt. Der Zweck der Dissonanzabstimmung, die Unterdrückung der Verlagerungsspannung im normal gesunden Betrieb als Folge der unsymmetrischen Anordnung der Phasen, muss in Höchstspannungsnetzen mit anderen Mitteln erreicht werden (Verdrillung der Phasen, Ausgleich mit Hilfe von Drosselpulsen).

VI. Zusammenfassung.

Die an einzelnen Netzelementen (Einfach-, Doppel- und Ringleitung) durchgeföhrten Berechnungen des Erdschlüssestromes, einmal für das vollständig isolierte, das zweite Mal für ein erdschlüssekompenziertes Netz, berechtigen zu den nachstehenden Schlussfolgerungen:

1. Aus der gleichmässigen Verteilung der Kapazitäten gegen Erde und der Berücksichtigung der Leiterinduktivitäten ergibt sich im vollständig isolierten Netz eine Abhängigkeit der Grösse des Erdschlüssestromes vom Ort des Erdschlusses.

2. Trotzdem ist die Kompensation des Erdschlüssestromes bei Resonanzabstimmung der Löschspulen vom Ort des Erdschlusses vollständig unabhängig.

3. Die Art der Netzspeisung (Einfach- oder Vielfachspeisung) sowie die Netzspannung selber sind auf die Resonanzabstimmung ohne Einfluss.

4. Auch die Art der Verteilung der Löschspulen (konzentriert in einem Punkt oder über mehrere Punkte verteilt) spielt für die Resonanzabstimmung gar keine Rolle.

5. Für sehr lange Leitungsstrecken ist bei Erdschluss mit Rücksicht auf die Begrenzung der Spannung der gesunden Phasen gegen Erde eine Verteilung der Löschspulen über die Länge der Leitungsstrecke die gegebene Lösung.

6. Die Bestimmung der Löschspulen-Induktivitäten kann *immer*, d. h. auch in Höchstspannungsnetzen mit sehr langen Uebertragungsleitungen, auf Grund der Leiterangaben, der Netzlänge und der Frequenz durchgeföhrert werden.

Anhang.

Die Methode der Rechnung mit Hilfe der symmetrischen Komponenten, nach deren Erfinder C. L. Fortescue vielfach kurz als die Fortescue-Methode bezeichnet, eignet sich ganz besonders zur mathematischen Behandlung von unsymmetrischen Strom- und Spannungsproblemen in dreiphasigen Netzen. Die Erleichterung in der Behandlung wird dadurch erreicht, dass das unsymmetrische Strom- oder Spannungssystem in drei neue symmetrische Systeme gespalten wird. Diese sind:

- das normale rechtsläufige (mitläufige) System,
- das linksläufige (gegenläufige) System,
- das gleichgerichtete (Null-) System.

Das mitläufige System besteht aus drei Strömen oder Spannungen gleicher Grösse, die aber um 120°

in Richtung voneinander abweichen, so dass, wenn die Ströme oder Spannungen durch Vektoren dargestellt und in der Reihenfolge der Phasen aufgezählt werden, jeder Vektor dem vorgenannten um 120° nacheilt. Werden die Vektoren, entsprechend den Phasen R, S, T, mit Indices 1, 2, 3 bezeichnet, so bilden z. B. I_1 , I_2 und I_3 ein mitläufiges Stromsystem (Fig. 16).

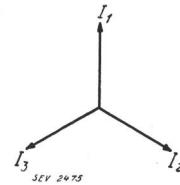


Fig. 16.
Mitläufiges Strom-
system.

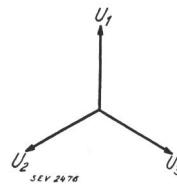


Fig. 17.
Gegenläufiges Spannungs-
system.

Das gegenläufige System besteht aus 3 Vektoren gleicher Grösse, die ebenfalls um 120° in Richtung voneinander abweichen, bei denen aber der Phasen-Reihenfolge R, S, T die Vektor-Reihenfolge 1, 3, 2 entspricht. Also bilden die drei Spannungen U_1 , U_2 , U_3 nach Fig. 17 ein gegenläufiges System.

Durch Vertauschung von 2 Vektoren geht ein gegenläufiges System in ein mitläufiges System über (ähnlich wie bei einem Drehstrommotor durch Vertauschung von 2 Phasen die Drehrichtung umkehrt).

Das gleichgerichtete System besteht aus drei Strömen oder Spannungen gleicher Grösse und gleicher Richtung. Da in einem Drehstrom-Dreileiter-System die Summe der drei Phasenströme gleich Null sein muss, sind die drei gleichgerichteten Ströme gezwungen, über Erde zurückzufließen. Ist ein Nulleiter vorhanden, so fliesst der Rückstrom über diesen. Wenn in einem Dreiphasensystem die Strom- oder Spannungsverhältnisse gegenüber Erde oder Nulleiter betrachtet werden, spielt das gleichgerichtete System die Hauptrolle.

Die Rechnung mit Hilfe der symmetrischen Komponenten benützt die symbolische Schreibweise für die Vektoren. Demnach wird ein Spannungsvektor in der positiven Richtung der reellen Hauptachse dargestellt durch $+U$. Ein zweiter Spannungsvektor, welcher dem soeben genannten um 90° voreilt, erhält die Bezeichnung jU . Dessen Richtung entspricht der positiven Richtung der imaginären Hauptachse.

Auf diese Art können die drei Spannungen eines Dreiphasensystems wie folgt geschrieben werden:

$$\left. \begin{aligned} \text{Phase R : } & U \\ \text{Phase S : } & \left(-\frac{1}{2} - j\frac{1}{2}\sqrt{3} \right) U \\ \text{Phase T : } & \left(-\frac{1}{2} + j\frac{1}{2}\sqrt{3} \right) U \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

Gewöhnlich wird der Zahlenfaktor $\left(-\frac{1}{2} + j\frac{1}{2}\sqrt{3} \right)$ mit dem Buchstaben «a» angedeutet. Eben-

so wie j ist auch « a » ein Operator, der die Eigenschaft besitzt, den ihm zugefügten Vektor zu drehen. Der Drehungswinkel für j beträgt 90° , derjenige für « a » 120° , beide Winkel in der voreilenden Richtung (d. h. nach links) gerechnet. Wird der Operator a zweimal nacheinander angewendet mit dem Zweck, den Vektor um $2 \cdot 120^\circ = 240^\circ$ zu drehen, so ist die Schreibweise a^2 (zu vergleichen mit $j^2 = -1$).

So können jetzt die drei Spannungen eines normalen Dreiphasensystems auch wie folgt dargestellt werden:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Phase } R : U \\ \text{Phase } S : a^2 U \\ \text{Phase } T : a U \end{array} \right\} \quad (41)$$

Die Summe dieser drei Spannungen ist Null, also ist

$$1 + a^2 + a = 0 \quad (42)$$

Dies folgt übrigens auch aus:

$$1 + \left(-\frac{1}{2} - j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) + \left(-\frac{1}{2} + j \frac{1}{2} \sqrt{3} \right) = 0$$

Wie eingangs erwähnt, wird jedes unsymmetrische System zerlegt in drei symmetrische Systeme. Das mitläufige System, bestehend aus den drei mitläufigen Komponenten, wird mit dem Index m , das gegenläufige System mit dem Index g und das gleichgerichtete System mit dem Index o bezeichnet. Auf ein Spannungssystem angewendet, schreiben sich die drei Systeme:

das mitläufige: $U_m, a^2 U_m, a U_m$
das gegenläufige: $U_g, a U_g, a^2 U_g$
das gleichgerichtete: U_o, U_o, U_o

Der Zusammenhang mit dem ursprünglichen System U_1, U_2, U_3 ist durch den nachstehenden Satz Gleichungen gegeben.

$$\left. \begin{array}{l} U_m = \frac{1}{3} (U_1 + a U_2 + a^2 U_3) \\ U_g = \frac{1}{3} (U_1 + a^2 U_2 + a U_3) \\ U_o = \frac{1}{3} (U_1 + U_2 + U_3) \\ a^2 U_m = \frac{1}{3} (a^2 U_1 + U_2 + a U_3) \\ a U_g = \frac{1}{3} (a U_1 + U_2 + a^2 U_3) \\ U_o = \frac{1}{3} (U_1 + U_2 + U_3) \\ a U_m = \frac{1}{3} (a U_1 + a^2 U_2 + U_3) \\ a^2 U_g = \frac{1}{3} (a^2 U_1 + a U_2 + U_3) \\ U_o = \frac{1}{3} (U_1 + U_2 + U_3) \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{für Phase } R \\ \text{für Phase } S \\ \text{für Phase } T \end{array} \quad (43)$$

und umgekehrt:

$$\left. \begin{array}{l} U_1 = U_m + U_g + U_o \\ U_2 = a^2 U_m + a U_g + U_o \\ U_3 = a U_m + a^2 U_g + U_o \end{array} \right\} \quad (44)$$

Wirtschaftliche Mitteilungen.— Communications de nature économique.

Energiewirtschaft der Schweizerischen Bundesbahnen (SBB) und Fortschritte der Elektrifizierung im Jahre 1931. 31(494)+625.1(494)

Eine Zusammenstellung der Quartalsberichte der Generaldirektion der SBB pro 1931 ergibt folgendes¹⁾:

1. Allgemeines.

a) *Etzelwerk.* Am 3. März 1931 genehmigte der Verwaltungsrat der SBB die Konzession für die Ausnützung der Wasserkräfte der Sihl beim Etzel²⁾. Der Baubeginn sollte im Laufe des Jahres 1931 erfolgen, mit Inbetriebsetzung im Herbst 1934; im Laufe des Berichtsjahres wurde der Bau um ein Jahr verschoben. Infolgedessen wurde der Energie lieferungsvertrag mit den NOK zur Deckung des Energiebedarfes im Betriebsjahr 1934/35 um ein Jahr verlängert.

b) Mit dem Aargauischen Elektrizitätswerk wurde eine Vereinbarung betreffend den gemeinschaftlichen Bau und Betrieb einer 66-kV-Leitung von Aarau nach Frick getroffen.

c) Der Verwaltungsrat genehmigte die Projekte und bewilligte die zu deren Ausführung nötigen Kredite für die Elektrifizierung folgender Linien: Zürich—Uster—Rapperswil—Ziegelbrücke, Zürich—Affoltern—Zug, Delsberg—Delle und Ziegelbrücke—Linthal.

d) Mit der Bodensee-Toggenburgbahn wurde ein Vertrag für die Energielieferung an diese Bahn abgeschlossen.

e) Die im Unterwerk Seebach zum Zweck des Energiebezuges von den NOK aufgestellte Umformeranlage von 6000 kW wurde auf Ende des Jahres bereitgestellt.

¹⁾ Siehe dasselbe pro 1930: Bull. SEV 1931, No. 8, S. 197.

²⁾ Siehe Bull. SEV 1929, No. 24, S. 805.

3. Kraftwerke.

Kraftwerk Ritom. Der Ritomsee war bis Ende März um rund 25 m abgesenkt, so dass er noch einen Nutzinhalt von $5 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ aufwies. Ende April erreichte er bei $3 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ Nutzinhalt seinen tiefsten Stand. Bereits Ende Juli wies er dank reicher Niederschläge und des Zuflusses des Cadlimobaches den vollen Stauinhalt von $27 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ auf. Ende November wurde mit der Absenkung begonnen. Ende Jahr waren noch $23,5 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ verfügbar.

Kraftwerk Amsteg. Am 17. Februar musste eine Maschinengruppe infolge Generatordefekt ausser Betrieb genommen und repariert werden.

Kraftwerk Barberine. Ende März betrug der nutzbare Stauseeinhalt $22,5 \cdot 10^6 \text{ m}^3$, Ende Juni $29,7 \cdot 10^6 \text{ m}^3$, Ende September $35,9 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ und Ende Dezember $24 \cdot 10^6 \text{ m}^3$. Im Laufe des Sommers wurden die Ausbesserungsarbeiten an der durch Frost beschädigten Wasserseite der Staumauer weitergeführt.

Kraftwerk Vernayaz. Zur Behebung von Vibrationen wurden an zwei Einphasengeneratoren in jedem Kraftwerk die vorhandenen kurzen Fundamentanker durch längere ersetzt und die Fundamente durch Zementeinspritzungen verstärkt. Dasselbe wurde im *Kraftwerk Amsteg* vorgenommen.

Kraftwerk Massaboden. Am 13. Januar erfolgte unterhalb Mörel ein Felssturz, welcher ca. 70 m des Zulaufkanals zerstörte und die Ausserbetriebsetzung des Kraftwerkes während drei Monaten verursachte.

4. Uebertragungsleitungen.

Es wurden Uebertragungsleitungen von Kerzers nach Neuenburg und von Rapperswil nach Muttenz gebaut. Sie kamen am 4. Oktober resp. am 1. November in Betrieb.