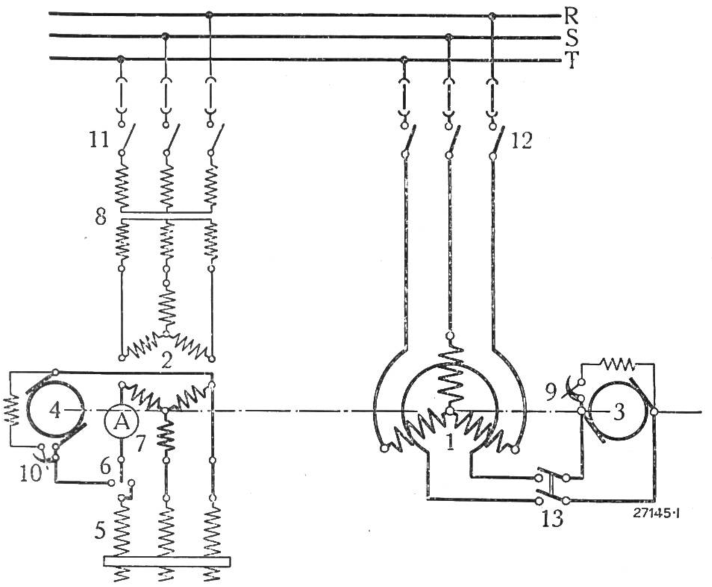

Fig. 9.

des Magnetregulators eingeschaltet ist. Nach erfolgtem Anlauf wird derselbe durch die Kurzschlussschiene des Anlassers kurzzeitig überbrückt, der Erreger also etwas übererregt. Die Unbestimmtheit der Polarität hat hier keine Bedeutung. SI-Motoren eignen sich u. a. zum Anwerfen von synchronen Blindleistungsmaschinen; allfällige Fehlwinkel bis zu 30° können durch Aenderung der Magneterregung leicht korrigiert werden. Hier wird für den Anwurfsmotor zweckmässig ein Erregerumschalter beigegeben, um falsche Polarität und damit Zuschalten bei Phasenopposition zu verhindern (Fig. 9). Der günstigste Augenblick liegt zeitlich beim Beginn derjenigen Halbwellen des Schlupfstromes, welche gleiche Richtung, bzw. gleiche Polarität haben wie der Erregerstrom, was mit Hülfe eines polarisierten Amperemeters leicht erkannt werden kann.

Ueber die Grundlagen der elektrischen Mass-Systeme, insbesondere über die Dimension der Dielektrizitätskonstanten und der Permeabilität.

Von Prof. Dr. *H. Greinacher*, Bern.

537.7 : 621.317.(81

Da in der technischen Literatur hin und wieder unvollständige oder unrichtige Darstellungen über die elektrischen Maßsysteme enthalten sind (Beispiele werden zitiert), erläutert der Autor die Entwicklung der verschiedenen theoretischen Maßsysteme, weist auf die prinzipiellen Unterscheidungsmerkmale hin und geht zum Schluss kritisch auf das praktische (technische) Masssystem ein, unter besonderer Berücksichtigung des Masses der Dielektrizitätskonstanten und der Permeabilität.

On rencontre encore trop souvent dans la littérature technique des idées fausses ou incomplètes au sujet des systèmes de mesures électriques; c'est pourquoi l'auteur, qui en cite des exemples, explique le développement des différents systèmes théoriques de mesures, rend attentif aux différences de principe qui les distinguent et critique pour finir le système pratique (technique) de mesures, en tenant spécialement compte de la mesure de la constante diélectrique et de la perméabilité.

Es besteht kein Zweifel: In der theoretischen Literatur gibt es ausgezeichnete Darstellungen der elektrischen Mass-Systeme und erschöpfende Zusammenstellungen der Dimensionsverhältnisse. Es seien nur die vorbildlichen Tabellen in M. Abraham-Föppl: Theorie der Elektrizität, 1921, Bd. I, Seite 225 und M. Planck: Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, 1928, Seite 204, mit den entsprechenden Ausführungen erwähnt. Dagegen findet man in der praktischen Literatur (Experimentalphysik, Elektrotechnik) gelegentlich unvollständige, ja fehlerhafte Darstellungen. Insbesondere sind es die Dimensionen der Dielektrizitätskonstanten und der Permeabilität (bzw. der Suszeptibilität), die etwa unrichtig angegeben werden (z. B. in Landolt-Börnstein: Physikalisch-chemische Tabellen, 1912, Seite 1268; G. Benischke: Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik, 1914, Seite 598). Es scheint mir daher nicht ganz überflüssig zu sein, einiges über die Dimensionen der Dielektrizitätskonstanten und der Permeabilität, trotz des ehrwürdigen Alters dieser beiden

Begriffe, zu sagen und bei dieser Gelegenheit etwas auf die Grundlagen der elektrischen Mass-Systeme einzugehen.

Die Dimension einer physikalischen Grösse erhält man bekanntlich aus einer Formel, welche ausser der gesuchten nur dimensionsbekannte Grössen enthält. So würden wir aus dem Coulombschen Gesetz $K = \frac{e_1 \, e_2}{\varepsilon \, r^2}$ die Dimension der elektrischen Ladung finden, wenn wir die Dimension der Dielektrizitätskonstanten ε irgendwie schon kennten. Nun ist dies aber nicht der Fall, da es keine Beziehung gibt, die ausser ε lauter bekannte Grössen enthält. Um „absolut", d. h. im C.G.S.-System messen zu können, muss man daher eine Festsetzung für ε treffen. Die einfachste ist die, dass man ε unbenannt und für das Vakuum gleich 1 annimmt. Damit steht man dann auf dem Boden des elektrostatischen Mass-Systems. Hingegen muss betont werden, dass die genannte Festsetzung allein zur Begründung dieses Mass-Systems nicht ausreicht. Denn sie erlaubt nur, die rein elektrostatischen Grössen festzulegen, während die magnetischen hiermit noch keinesfalls bestimmt sind. Um ein Mass-System für elektrische und magnetische Grössen *zugleich* festzulegen, braucht es *zwei* Definitionen. Nehmen wir als zweite Bedingung etwa die, dass auch die Permeabilität μ dimensionslos und für das Vakuum gleich 1 sein solle, so erhalten wir das *Gaußsche Mass-System,* bzw. dessen Dimensionsverhältnisse. Dieses hat den grossen Vorteil, dass es elektrische und magnetische Grössen gleichmässig berücksichtigt. Man beachte in dieser Hinsicht die gleichwertige Auffassung der korrespondierenden Grössen e und m, sowie ε und μ in den beiden, im übrigen gleichlautenden Coulombschen Gesetzen:

$$K = \frac{e_1 \, e_2}{\varepsilon \, r^2} \text{ und } K = \frac{m_1 \, m_2}{\mu \, r^2} \tag{1}$$

Das Gaußsche Mass-System stellt gewissermassen eine Vereinigung der beiden rein elektrostatischen und magnetostatischen Mass-Systeme zu einem elektromagnetischen Mass-System dar (nicht zu verwechseln mit dem Maxwellschen elektromagnetischen Mass-System!). Durch die Festsetzung von ε sind alle elektrischen, durch diejenige von μ alle magnetischen Grössen normiert. Und zwar sind durch die beiden Beziehungen (1) nicht nur die Dimensionen, sondern auch die Masseinheiten des Gaußschen Systems festgelegt. Natürlich liessen sich bei *gleichen* Dimensionsverhältnissen auch andere Einheiten fixieren. Man hätte nur zu schreiben:

$$K = k \, \frac{e_1 \, e_2}{\varepsilon \, r^2} \text{ und } K = k' \, \frac{m_1 \, m_2}{\mu \, r^2},$$

wo k und k' irgendwelche Zahlenfaktoren bedeuten. Was die Grössen ε und μ anbetrifft, so wird man allerdings von den Annahmen des Gaußschen Systems, die sich durch Einfachheit und Zweckmässigkeit auszeichnen, kaum abgehen wollen. Hingegen für e und m lassen sich andere Einheiten sehr wohl begründen. Wählen wir etwa $k = k' = 4\pi$, so erhalten wir das *Lorentzsche (rationelle) Mass-System.* Bei diesem sind u. a. die Einheiten für Elektrizitäts- und Magnetismusmengen andere. Wir erhalten, wenn wir die in diesem System gemessenen Grössen überstrichen kennzeichnen $\overline{e} = e \sqrt{4\pi}$ und $\overline{m} = m \sqrt{4\pi}$. Das Lorentzsche Mass-System zeichnet sich dadurch aus, dass der so häufig in den Formeln vorkommende Zahlenfaktor 4π verschwindet. So lautet z. B. der Ausdruck für die elektrische und magnetische Energiedichte im Gaußschen System: $\frac{\varepsilon \, \mathfrak{E}^2}{8\pi}$ bzw. $\frac{\mu \, \mathfrak{H}^2}{8\pi}$, (2)

im Lorentzschen aber: $\frac{\varepsilon \, \mathfrak{E}^2}{2}$ bzw. $\frac{\mu \, \mathfrak{H}^2}{2}$.

Was aber beide Systeme gleicherweise charakterisiert, ist der Umstand, dass in den Formeln, welche elektrische und magnetische Grössen *gleichzeitig* enthalten, immer die Lichtgeschwindigkeit (c) und zwar in ganzzahligen Potenzen auftritt.

Anders ist es nun im *elektrostatischen* und auch im *elektromagnetischen Mass-System.* Weder im einen noch im andern enthalten die Beziehungen c. Man kann zu diesen Systemen gelangen, wenn man entweder ε oder μ anders als im Gaußschen System festsetzt. Lässt man Dimension und Masseinheit von ε bestehen, ersetzt aber μ durch $\mu' c^2$, so erhält man die Formeln im elektrostatischen System und bemerkt, dass c explicite verschwindet. Lässt man andererseits μ bestehen und ersetzt ε durch $\varepsilon'' c^2$, so entstehen die elektromagnetischen Formeln. Auch diese enthalten c nicht explicite und sind im übrigen *völlig gleichlautend mit denen des elektrostatischen Systems.* Wenn wir mit ' die elektrostatisch gemessenen, mit '' die elektromagnetisch gemessenen Grössen kennzeichnen, so haben wir beispielsweise:

$$K = \frac{e'^2}{\varepsilon' r^2} = \frac{e''^2}{\varepsilon'' r^2} \text{ und } K = \frac{m'^2}{\mu' r^2} = \frac{m''^2}{\mu'' r^2}.$$

Verständlich werden diese Verhältnisse indessen erst, wenn wir auf die theoretischen Grundlagen des Elektromagnetismus zurückgreifen. Erst dann werden wir zeigen können,

1. dass in jedem Mass-System stets zwei Grössen beliebig definiert werden dürfen,

2. welches die beiden Festsetzungen für die einzelnen Mass-Systeme sind.

Man kann nun entweder die Maxwellschen Grundgleichungen heranziehen, oder aber die beiden Formeln für die Energiestrahlung (Poynting) und für die Energiedichten des elektrostatischen und magnetischen Feldes benützen. Dem letzteren Verfahren kommt die grössere Allgemeinheit zu, da die Maxwellschen Gleichungen sich aus jenen Formeln herleiten lassen. Wir wollen uns indessen doch der Maxwellschen Gleichungen bedienen und sie in der für unsere Dimensionsbetrachtungen ausreichenden, einfachen Form schreiben:

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} &= C \operatorname{rot} \mathfrak{H} \\ \text{und } \mu \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} &= C \operatorname{rot} \mathfrak{E}. \end{aligned} \tag{3}$$

Wir sehen, dass hier ausser den Feldstärken $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$ drei Grössen erscheinen, deren Dimensionen und Einheiten noch nicht bestimmt sind. Zwei davon dürfen offenbar willkürlich festgesetzt werden, die dritte ist dann durch (3) fixiert. Multipliziert man nämlich die beiden Gleichungen (3) miteinander und setzt die Dimensionen der beiden Seiten einander gleich, so findet man:

$$\left[\varepsilon \mu \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t}\right] = [C^2 \operatorname{rot} \mathfrak{H} \operatorname{rot} \mathfrak{E}],$$

d. h.
$$[\varepsilon \mu] \frac{[\mathfrak{E}\, \mathfrak{H}]}{t^2} = [C^2] \frac{[\mathfrak{H}\, \mathfrak{E}]}{l^2},$$

oder:
$$\left[\frac{C^2}{\varepsilon \mu}\right] = l^2 t^{-2}. \tag{4}$$

Hierin sind ε und μ definiert durch (2) und C durch den Poyntingschen Strahlungsvektor:

$$\mathfrak{S} = \frac{C}{4\pi} [\mathfrak{E}, \mathfrak{H}]. \tag{5}$$

Während ε und μ Materialkonstanten bedeuten, stellt C eine universelle Grösse dar. Aus den Maxwellschen Gleichungen folgt übrigens, dass der Ausdruck (4) nicht nur die *Bedeutung* eines Geschwindigkeitsquadrates besitzt, sondern, dass wirklich

$$\frac{C^2}{\varepsilon \mu} = v^2 \tag{4a}$$

geschrieben werden kann, wo v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Wellen im Medium ε, μ bedeutet.

Die drei gebräuchlichen theoretischen Mass-Systeme des Elektromagnetismus gründen sich nun auf folgende Annahmen:

Wert von			ergibt	
$\varepsilon = \varepsilon$	$\mu = \mu$	$C = (c)$	Gaußsches (Lorentzsches)	Mass-System
$\varepsilon' = \varepsilon$	$\mu' = \left(\frac{\mu}{c^2}\right)$	$C' = 1$	Elektrostatisches	Mass-System
$\varepsilon'' = \left(\frac{\varepsilon}{c^2}\right)$	$\mu'' = \mu$	$C'' = 1$	Elektromagnetisches	Mass-System

Hierbei bedeuten die eingeklammerten Werte diejenigen, die sich nach Wahl der beiden anderen (nicht eingeklammerten) aus Beziehung (4a) ergeben. C erhält für $\varepsilon = \mu = 1$, d. h. für das Vakuum, den Wert c (Vakuumlichtgeschwindigkeit).

Man erkennt, dass c explicite nur im Gaußschen System auftreten wird und in den beiden anderen nur implicite in μ' bzw. ε'' enthalten ist. Die Gleichheit der Formeln im statischen und magnetischen Mass-System findet ferner ihre Begründung darin, dass in beiden Systemen $C = 1$ gesetzt ist, wodurch schon (4a) gleichlautende Form erhält. Um also eine Formel auf das Mass-System zu diagnostizieren, wird man erst feststellen, ob c auftritt. Ist das der Fall, so liegt das Gaußsche System vor; ist c nicht vorhanden, dann können zunächst alle drei Systeme vorliegen. Das Gaußsche ist indessen dann ausgeschlossen, wenn in der betreffenden Formel elektrische und magnetische Grössen gleichzeitig enthalten sind (Beispiel: Biot-Savartsches Gesetz).

Unbequem sind im elektrostatischen und elektromagnetischen Mass-System die überaus kleinen Werte von μ' bzw. ε''. Diese lassen sich jedoch dadurch umgehen, dass man nicht die Absolut- sondern die *Relativ*werte gegenüber dem Vakuum angibt, also statt $\mu' : \frac{\mu'}{\mu_0'}$ und statt $\varepsilon'' : \frac{\varepsilon''}{\varepsilon_0''}$, wodurch man die üblichen Zahlenangaben erhält. Beachtenswert ist der Umstand, dass die Dimensionen der Dielektrizitätskonstanten und der Permeabilität je nach dem Mass-System verschieden sind. Zumeist sind es zwar reine Zahlen. Nur im elektrostatischen Mass-System ist die Permeabilität eine reziprokes Geschwindigkeitsquadrat und im elektromagnetischen Mass-System ist es die Dielektrizitätskonstante. Während dementsprechend die Dielektrizitätskonstante des Vakuums im elektrostatischen Mass-System den Wert 1 besitzt, hat sie im elektromagnetischen den Wert $\frac{1}{c^2}$.

Es wird vielleicht der Umstand interessieren, dass der Wert der Dielektrizitätskonstanten für das Vakuum (ε_0'') ohne Kenntnis von c gefunden werden kann. Natürlich lässt sich dann umgekehrt aus dem so bestimmten Wert von ε_0'' nach der Beziehung $\varepsilon_0'' = \frac{1}{c^2}$ die Lichtgeschwindigkeit c berechnen. Ueber diese Methode zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit ist seinerzeit berichtet worden[1]). Hier soll wenigstens der Weg skizziert werden. Man bringt, um ε_0'' bestimmen zu können, in ein Vakuum hinein eine Elektronenwolke. Die Dielektrizität des Raumes wird hierdurch nur unmerklich wenig geändert. Auf die Raumladung wendet man nun die Poissonsche Gleichung an:

$$\varepsilon_0'' \triangle V'' = -4\pi\varrho'' \tag{6}$$

V'' = Potential, ϱ'' = Raumladungsdichte (beides elektromagnetisch gemessen). Da $\triangle V''$ und ϱ'' sich nicht direkt bestimmen lassen, stellt man einen Raumladungsstrom I'' her zwischen einem heissen Draht (Glühelektronen) und einer kalten Elektrode. Mit Hilfe der Poissonschen Gleichung leitet man die Formel für die Raumladungs-

[1]) H. Greinacher. Zeitschrift für Physik. 10,63. 1922.

charakteristik ab (Schottky-Langmuirsche Formel). Diese enthält dann ebenfalls ε_0''. Die anderen Grössen dieser Formel (V'', I'' und e''/m) sind nun leicht zu messen, so dass sich das als unbekannt vorausgesetzte ε_0'' berechnen lässt. Weiterhin folgt dann das gesuchte c. Die bisherigen Methoden zur Bestimmung dieser Grösse, welche die Messung der elektrischen Ladung, der Stromstärke, der Spannung, des Widerstandes oder der Kapazität in beiden Mass-Systemen zur Grundlage haben[2]), werden hiermit um eine weitere vermehrt, welche sich der Dielektrizitätskonstanten bedient.

Zum Schluss wollen wir uns noch die Frage nach dem Wert der Dielektrizitätskonstanten und der Permeabilität im sog. *praktischen Mass-System* stellen. In diesem System ist die Festsetzung getroffen, dass alle magnetischen Grössen gleich wie im elektromagnetischen Mass-System gemessen werden sollen; ferner, dass alle elektrischen Energien in Joule anzugeben sind. Weiterhin werden gewisse Umrechnungsfaktoren festgesetzt, z. B. 1 V $= 10^8$ e. m. Einheiten und 1 A $= 10^{-1}$ e.m. Einheiten[3]). Daraus folgt unmittelbar, dass $\mu^* = \mu$ zu setzen ist (* bedeutet: im praktischen Mass-System gemessen). Aber welches ist nun der Wert und die Dimension von ε^*? Wir haben:

Energiedichte $$\frac{\varepsilon \mathfrak{E}^2}{8\pi} = \frac{\varepsilon^* \mathfrak{E}^{*2}}{8\pi} 10^7 \text{ Erg/cm}^3 \tag{7}$$

d. h. $$\varepsilon^* = \varepsilon \left(\frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{E}^*}\right)^2 10^{-7}$$

Da $\mathfrak{E} = -\dfrac{\partial V}{\partial n}$, so ist auch $$\varepsilon^* = \varepsilon \left(\frac{V}{V^*}\right)^2 10^{-7}$$

und da $$\frac{V}{V^*} = \frac{1}{300} = \frac{10^8}{c},$$

so folgt $$\varepsilon^* = \varepsilon \left(\frac{10^8}{c}\right)^2 10^{-7} = \frac{\varepsilon}{c^2} 10^9 = \varepsilon'' \, 10^9.$$

Die Dielektrizitätskonstante des Vakuums wäre somit im praktischen Mass-System $\overset{*}{\varepsilon}_0 = 1{,}11\ldots 10^{-12}$, also, wenn schon wesentlich grösser als ε_0'', so doch noch „unpraktisch“ klein. Auch hier empfiehlt sich daher die Angabe der Relativwerte gegenüber dem Vakuum. Ueberhaupt hat die Bezeichnung „praktisches System“ nur die Bedeutung „in der Praxis verwendetes System“, aber keinesfalls den Sinn, dass es etwa besonders rationell und harmonisch sei. Im Gegenteil, es ist alles andere, als einheitlich befriedigend. Z. B. verlieren die Formeln zumeist ihre einfache Fassung infolge des Auftretens willkürlich erscheinender Zahlenfaktoren. So lautet das elektrostatische Coulombsche Gesetz, wie leicht zu zeigen:

$$K = 10^7 \frac{\overset{*}{e}_1 \overset{*}{e}_2}{\varepsilon^* r^2} \text{ Dyn.} \tag{8}$$

Aber nicht nur das, sonst durchaus gleichwertige Formeln können verschiedene Zahlenfaktoren aufweisen. So schreibt sich, wegen der einseitigen Bevorzugung der magnetischen Grössen, das magnetostatische Coulombsche Gesetz wieder in der einfachen Form:

$$K = \frac{\overset{*}{m}_1 \overset{*}{m}_2}{\mu^* r^2} \text{ Dyn.} \tag{8a}$$

Besonders unschön tritt diese Ungleichheit bei Ausdrücken hervor, wo elektrische und magnetische Grössen nebeneinander auftreten. Für die Energiedichte des elektromagnetischen Feldes haben wir beispielsweise den inhomogenen Ausdruck:

---

[2]) Sh. Kohlrausch. Lehrbuch der prakt. Physik. 1927, S. 666.

[3]) Man beachte übrigens, dass, wenn der Wert irgend einer Einheit angegeben wird (z. B. 1 A $= 10^{-1}$ e. m. E.), dann bei einer Umrechnung der Masszahlen (z. B. I'' in I^*) die Zahlenfaktoren reziprok einzusetzen sind. In unserem Beispiel: $I^* = 10^{+1} \, I''$.

$$\frac{\varepsilon^* \mathfrak{E}^{*2}}{8\pi} 10^7 + \frac{\mu^* \mathfrak{H}^{*2}}{8\pi} \text{ Erg/cm}^3. \qquad (9)$$

Zum Schluss sei noch darauf hingewiesen, dass mit den Annahmen $\mu^* = \mu$ und $\varepsilon^* = \frac{\varepsilon}{c^2} 10^9$ auch die dritte Fundamentalgrösse C, der Faktor des Poyntingschen Vektors, nach (4a) bestimmt ist. Man erhält:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{C^*}{\sqrt{\varepsilon^* \mu^*}} = \frac{C^*}{\sqrt{\mu \frac{\varepsilon}{c^2} 10^9}} \qquad (10)$$

D. h.

$$C^* = \sqrt{10^9},$$

also einen Wert, der durchaus nicht sinnvoll erscheint. Doch das ist ja auch nicht zu erwarten bei einem nur auf praktische Bedürfnisse eingestellten System. Dass ein solches sich kaum etwa zu einer Darstellung der Theorie des Elektromagnetismus eignen dürfte, ist nach allem ohne weiteres verständlich. Hierfür wird man stets das Gaußsche bzw. Lorentzsche Mass-System mit seiner harmonischen Grundlage (Gleichberechtigung der elektrischen und magnetischen Grössen) bevorzugen.

Technische Mitteilungen. — Communications de nature technique.

Ueber den Zusammenhang zwischen Spannung, Lichtausbeute und Lebensdauer der Glühlampen
(s. letzte Nummer, S. 579/80).

Berichtigung. 621.326

In der Tabelle S. 580 ist bei den Zahlen für den Lichtstrom das Komma am unrichtigen Ort. Die Zahlen sollen heissen: *407* (99 V), *502* (104,5 V), *606* (110 V) und *842* (121 V).

Nava-Photozellen.

537.312 : 621.383 : 621.397

Die Photozellen beruhen auf dem sogenannten lichtelektrischen Effekt, auch Hallwachs-Effekt genannt, welche Erscheinungen in der Physik seit geraumer Zeit bekannt sind und besonders von Elster und Geitel eingehend untersucht und bereits praktisch ausgenutzt wurden. In Laboratorien waren Photozellen, meist durch mühsame Arbeit selbst hergestellt, seit beiläufig zehn Jahren öfter anzutreffen. Besonders in der astronomischen Messpraxis wurden sie bald zum unentbehrlichen Instrument.

Für technische Anwendungen kamen diese Zellen erst in Betracht, als deren serienweise Erzeugung zu erschwinglichem Preise zuerst in den Vereinigten Staaten (z. B. Raytheon-Co. in Cambridge) und später auch in Europa (z. B. die Nava-Zellen der Tungsram-Werke) aufgenommen wurde.

Diese Zellen, deren Ausführung Fig. 1 zeigt, bestehen aus einem evakuierten Glaskolben, dessen eine Kalotte auf der Innenwand den photoelektrisch aktiven Belag trägt, der auf interessante Art mittels Glaselektrolyse ins Zelleninnere gebracht wird. Die durch den Lichteinfall aus dem Atomverband des Natriumbelages ausgelösten Photo-Elektronen werden von einer Gegenelektrode in Form einer Wolframspirale aufgenommen. Der Belag ist mit einem und die Anode mit zwei Stiften des Sockels verbunden, von denen der vierte «blind» ist. Da

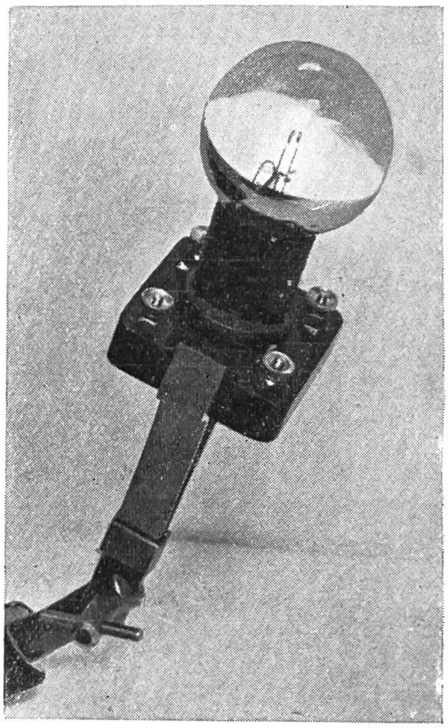

Fig. 1.
Nava-Photozelle „E", passend in normale Radioröhrenfassungen.

der Vierstiftsockel in jeden normalisierten Radioröhrensockel passt, kann diese Zelle in der Praxis äusserst bequem gehandhabt werden.

Ohne hier auf die sehr interessante Theorie