

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 20 (1929)  
**Heft:** 23

**Artikel:** Diagramm des Spannungsabfalles in einem Netzwidestand bei Phasenschiebung  
**Autor:** Werdenberg, W.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1060787>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 03.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Diagramm des Spannungsabfalles in einem Netzwidestand bei Phasenschiebung.

Von W. Werdenberg, Dipl.-Ing., Zürich.

513 : 621.319.13(004) : 621.312(0065)

Es wird ein Diagramm abgeleitet, aus dem der algebraische Spannungsabfall in Funktion des Verhältnisses  $\text{tg } \varphi = \text{Blindleistung durch Wirkleistung bei konstanter Wirkleistung}$  abgelesen werden kann und die Anwendung dieses Diagrammes auf Leitungen und Transformatoren gezeigt.

L'auteur établit un diagramme qui donne la chute de tension algébrique en fonction du rapport  $\text{tg } \varphi = \text{puissance réactive sur puissance active, pour une puissance active constante}$ . Il montre l'application de ce diagramme aux lignes et aux transformateurs.

### 1. Einleitung.

In letzter Zeit wird der Verkleinerung der Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung immer mehr Aufmerksamkeit geschenkt und an vielen Orten zur Verbesserung des Leistungsfaktors der Einbau von Phasenschiebern vorgenommen. Diese werden oft, um in möglichst vielen Netzteilen den Strom zu verkleinern, bei den Verbrauchern selbst, also am Ende von Leitungen und auf der Sekundärseite von Transformatoren angeschlossen. Dadurch werden die Spannungsabfälle<sup>1)</sup> im Netz je nach dessen Art mehr oder weniger merklich geändert. Ein einfach zu konstruierendes und nachfolgend beschriebenes Diagramm gestattet, sich rasch ein Bild dieser Aenderung zu machen.

Die bereits in einem Netzteil bestehende Wirkkomponente des Stromes wird durch den Anschluss eines Phasenschiebers nur unwesentlich geändert, da dessen Verluste klein sind und zudem der Vergrößerung der Wirkleistung durch den Phasenschieber die Verkleinerung derselben durch Minderverluste im betroffenen Netzteil gegenüberstehen. Bei einer Kompensation wird also nur die Blindkomponente wesentlich verändert. Das Verhältnis von Blindleistung zu Wirkleistung ( $\text{tg } \varphi$ ) ist daher ein direktes Mass für die bezogene Blindleistung, so dass der Spannungsabfall mit Vorteil in Abhängigkeit von  $\text{tg } \varphi$  bei konstant abgegebener Wirkleistung dargestellt wird.

### 2. Konstruktion des Diagramms.

Zur Konstruktion des Diagramms für einen beliebigen Netzwidestand werden dessen Ohmscher und induktiver oder geometrischer Spannungsabfall bei  $\cos \varphi = 1$ , d. h.  $\text{tg } \varphi = 0$  für eine beliebige Wirkleistung (z. B. 1 kW) als bekannt vorausgesetzt. Der Verlauf des Spannungsabfalles in Abhängigkeit von  $\text{tg } \varphi$  wird dann auf folgende Weise gefunden (Fig. 1):

Für den Spannungsabfall und  $\text{tg } \varphi$  werden zwei beliebige, für die Darstellung bequeme Masstäbe gewählt. In einem rechtwinkligen Koordinatensystem werden auf der Ordinate der Ohmsche und auf der Abszisse der induktive Spannungsabfall für  $\text{tg } \varphi = 0$  im gewählten Masstabe von  $O_0$  aus abgetragen. Durch die damit erhaltenen Punkte  $A_0$  und  $C_0$  wird eine Gerade gezogen. ( $A_0C_0$  ist der geometrische Spannungsabfall.) Vom Punkte  $C'_0$  aus, der durch Abtragen der Ein-

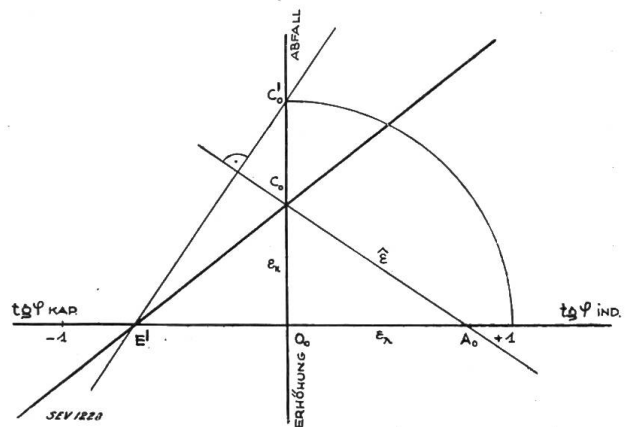


Fig. 1.

Verlauf des Spannungsabfalles in Abhängigkeit von  $\text{tg } \varphi$ .

- $\epsilon_r$  Ohmscher Spannungsabfall bei  $\text{tg } \varphi = 0$ .
- $\epsilon_\lambda$  Induktiver Spannungsabfall bei  $\text{tg } \varphi = 0$ .
- $\hat{\epsilon}$  Geometrischer Spannungsabfall bei  $\text{tg } \varphi = 0$ .

<sup>1)</sup> Wenn nichts anderes bemerkt wird, soll unter Spannungsabfall stets der algebraische Spannungsabfall verstanden werden.

heit des  $\operatorname{tg} \varphi$ -Masstabes von  $O_0$  aus gefunden wird, wird auf  $C_0A_0$  eine Senkrechte gezogen, die die Abszisse in  $E'$  schneidet. Die Gerade durch die Punkte  $E'$  und  $C_0$



Fig. 2.

OA Spannung auf der Verbraucherseite.  
 OC Spannung auf Erzeugerseite.  
 AC Geometrischer Spannungsabfall.  
 $AB \sim AB'$  Algebraischer Spannungsabfall.

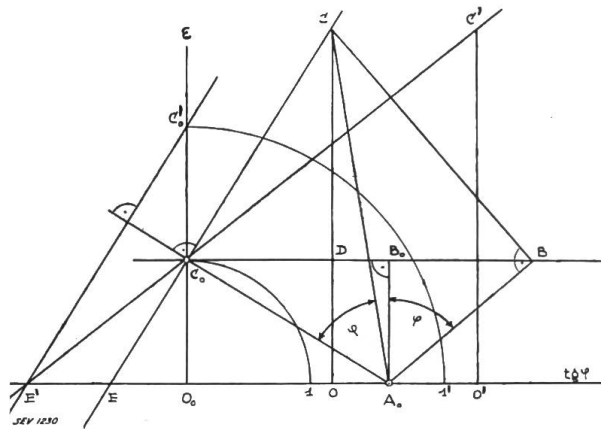


Fig. 3.

stellt nun den Verlauf des algebraischen Spannungsabfalles in Abhängigkeit von  $\operatorname{tg} \varphi$  bei konstanter Wirkleistung dar, wenn auf der Ordinate und Abszisse noch die Skalen für Spannungsabfall bzw.  $\operatorname{tg} \varphi$  abgetragen werden.

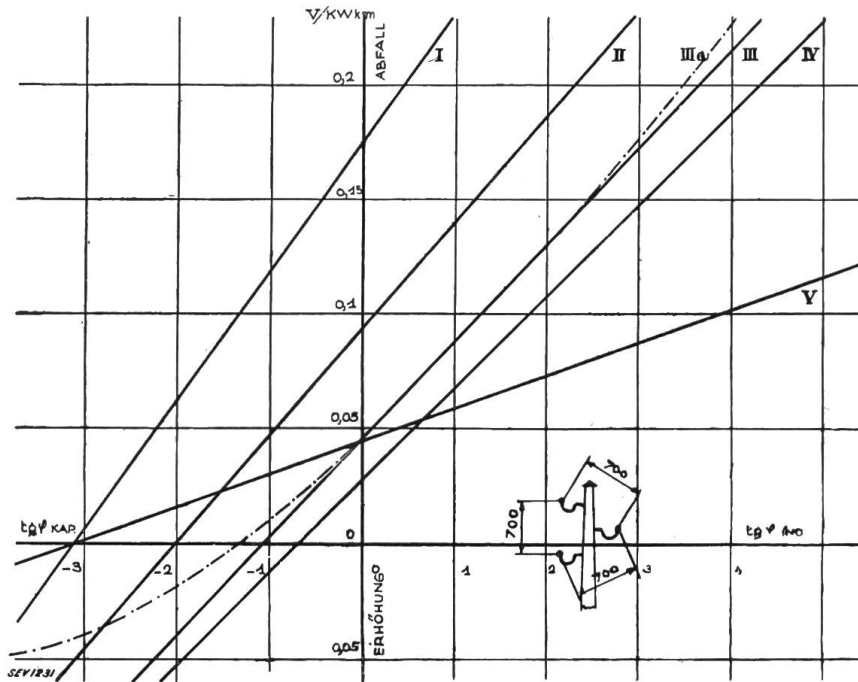


Fig. 4.

Spannungsabfall pro kW und km in 8 kV-Drehstromleitungen bei konstant abgegebener Leistung in Funktion von  $\cos \varphi$ .

Freileitungen:

- I 4 mm  $\varnothing$  Cu;  $R = 1,39 \Omega/\text{km Phase}$ ;  $L = 1,22 \text{ mH}/\text{km Phase}$ .
- II 5,5 mm  $\varnothing$  Cu;  $R = 0,72 \Omega/\text{km Phase}$ ;  $L = 1,16 \text{ mH}/\text{km Phase}$ .
- III 8 mm  $\varnothing$  Cu;  $R = 0,35 \Omega/\text{km Phase}$ ;  $L = 1,08 \text{ mH}/\text{km Phase}$ .
- (IIIa 8 mm  $\varnothing$  Cu; Tatsächlicher Verlauf für 20 000 kW/km.)
- IV 10 mm  $\varnothing$  Cu;  $R = 0,2:3 \Omega/\text{km Phase}$ ;  $L = 1,038 \text{ mH}/\text{km Phase}$ .

Kabel:

- V 8 mm  $\varnothing$  Cu;  $R = 0,35 \Omega/\text{km Phase}$ ;  $L = 0,33 \text{ mH}/\text{km Phase}$ ;  $C_b = 0,2 \mu\text{F}/\text{km Phase}$ .

### 3. Beweis.

Der Beweis der Richtigkeit der angegebenen Konstruktion gründet sich auf die Annahme, dass der algebraische Spannungsabfall gleich der Projektion des geometrischen Spannungsabfalles auf die Spannung der Erzeuger- oder Verbraucherseite sei (Fig. 2). Da der Spannungsabfall in allen praktisch vorkommenden Fällen in bezug auf die Netzspannung klein ist, ist diese Annahme für unsern Zweck ohne weiteres zulässig. Aus dieser Annahme folgt, dass die Phasenverschiebung auf der Erzeugerseite gleich derjenigen auf der Verbraucherseite ist; denn der Punkt  $O$  kommt nach dem Unendlichen zu liegen, so dass  $CO$

parallel  $AO$  wird. Im vorangegangenen Abschnitt ist daher der Phasenverschiebung keine nähere Bezeichnung gegeben worden.

In der Fig. 3 stelle  $\triangle A_0 B_0 C_0$  das Spannungsdreieck aus Ohmschem ( $A_0 B_0$ ) und induktivem ( $B_0 C_0$ ) Spannungsabfall bei  $\text{tg } \varphi = 0$  und einer bestimmten Wirkleistung dar. Verbraucherspannung und Strom fallen in die Richtung von  $A_0 B_0$ ; die Erzeugerspannung fällt in die Richtung von  $O_0 C_0$ . Der algebraische Spannungsabfall ist also für  $\text{tg } \varphi = 0$  gleich  $A_0 B_0$  oder  $O_0 C_0$ . Da die Wirkleistung konstant bleiben soll, wird bei einer Änderung der Blindleistung auch die Wirkkomponente des Stromes und aller stromproportionalen Grössen konstant bleiben. Für eine beliebige andere Phasenverschiebung  $\varphi$  wird somit der Punkt  $B$  des neuen Spannungsabfalldreieckes auf einer senkrecht zu  $A_0 B_0$  stehenden und durch  $B_0$  gehenden Geraden liegen. Die andern Seiten des Dreieckes vergrößern sich proportional  $\frac{A_0 B}{A_0 B_0}$ . Dreieck  $A_0 B C$  ist das zur Phasenverschiebung  $\varphi$  gehörende Spannungsdreieck, und nach der anfangs erwähnten Annahme ist also  $CO$  der dazu gehörende algebraische Spannungsabfall. Der geometrische Ort aller Punkte  $C$  ist bekanntlich eine durch  $C_0$  gehende Gerade, die senkrecht zu  $A_0 C_0$  steht; denn es ist, wegen der Aehnlichkeit der beiden Dreiecke  $C_0 A_0 B_0$  und  $C A_0 B$ :

$$\sphericalangle C_0 A_0 C = \sphericalangle B_0 A_0 B$$

und

$$\frac{C A_0}{C_0 A_0} = \frac{B A_0}{B_0 A_0};$$

d. h. es ist:

$$\triangle C C_0 A_0 \sim \triangle B B_0 A_0.$$

Daraus folgt, dass für alle Phasenverschiebungen  $\varphi$  der Winkel  $CC_0 A_0$  ein Rechter ist und dass somit alle Punkte  $C$  auf der senkrecht zu  $A_0 C_0$  stehenden Geraden  $EC$  liegen.

Auf der Geraden  $O_0 O$  könnte nun durch Abtragen aller  $\sphericalangle \varphi$  der zu den verschiedenen Punkten  $O$  gehörende  $\text{tg } \varphi$  gefunden werden. Diese  $\text{tg } \varphi$ -Skala kann aber mit Hilfe folgender Ueberlegung einfacher ermittelt werden:

Da das Dreieck  $CDB$  ähnlich Dreieck  $B B_0 A_0$  und das Dreieck  $C_0 B_0 A_0$  ähnlich Dreieck  $C B A_0$  ist, verhält sich:

$$\frac{A_0 B_0}{A_0 B} = \frac{DB}{CB} \text{ und } \frac{A_0 B_0}{A_0 B} = \frac{C_0 B_0}{CB}.$$

Daraus folgt:

$$DB = C_0 B_0,$$

oder:

$$B_0 B = C_0 D,$$

oder:

$$B_0 B = O_0 O.$$

Wird nun die Strecke  $A_0 B_0$  gleich „Eins“ gesetzt, so stellt die Strecke  $B_0 B$  in diesem Masstabe den Tangens der Phasenverschiebung  $\varphi$  dar; nach dem Vorangegangenen kann nun aber auf  $O_0 O$  der zu den Spannungsabfällen  $OC$  gehörende  $\text{tg } \varphi$  durch Abtragen dieses Masstabes gefunden werden.

Gewöhnlich wird man aber das Bedürfnis haben, Spannungs- und  $\text{tg } \varphi$ -Masstab unabhängig voneinander zu wählen. Der Verlauf des algebraischen Spannungsabfalles wird dann wieder durch eine durch  $C_0$  gehende, aber zu  $O_0 A_0$  anders als

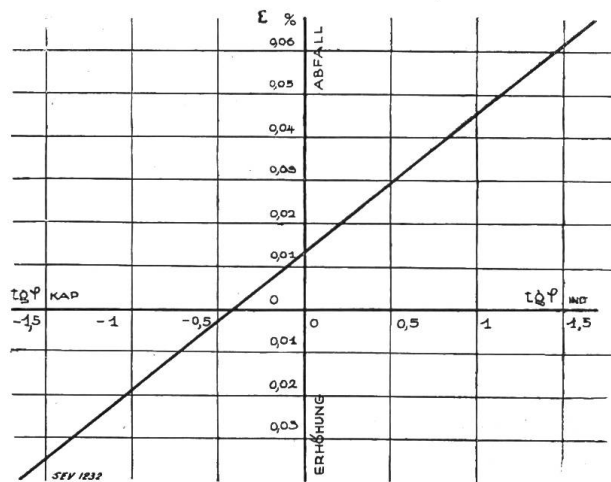


Fig. 4.  
Spannungsabfall in einem 280 kVA Drehstrom-Transformator 8300/540 V bei konstanter Wirkleistung und variabler Blindleistung.  
ε Spannungsabfall in % bei einer Wirklast von 1% der Nennlast.

$EC$  geneigte Gerade  $E'C'$  dargestellt. Die Richtung dieser Geraden  $E'C'$  kann so gefunden werden:

Ist nicht mehr  $O_0C_0$  die Einheit des  $\operatorname{tg} \varphi$ -Masstabes, sondern  $O_0C'_0$ , so dass dem Punkte  $O$  der Punkt  $O'$  entspricht, so wird von  $C'_0$  auf  $A_0C_0$  eine Senkrechte gezogen, die die Gerade  $O_0A_0$  im Punkte  $E'$  schneidet, welcher dann mit  $C_0$  die Lage der gesuchten Geraden bestimmt. Es ist nämlich:

$$\frac{E'O_0}{E'O'} = \frac{C_0O_0}{C'O'} = \frac{E'O_0}{E'O_0 + O_0O'}$$

und

$$\frac{E'O_0}{EO_0} = \frac{C'_0O_0}{C_0O_0} = \frac{O_0O'}{O_0O}, \text{ woraus folgt}$$

$$E'O_0 = EO_0 \frac{O_0O'}{O_0O}.$$

Wird dieser Wert für  $E'O_0$  in der ersten Gleichung eingesetzt, so heisst sie:

$$\frac{C_0O_0}{C'O'} = \frac{EO_0}{EO_0 + O_0O'}$$

Da sich aber auch verhält  $\frac{EO_0}{EO} = \frac{C_0O_0}{CO}$ ,

ist  $\frac{C_0O_0}{C'O'} = \frac{C_0O_0}{CO}$ ,

oder:  $\underline{C'O' = CO.}$

Damit ist der Beweis für die Richtigkeit der Diagrammkonstruktion erbracht.

#### 4. Beispiele.

Die Fig. 4 und 5 zeigen einige praktische Ausführungen des Diagrammes.

Fig. 4 zeigt den Verlauf des Spannungsabfalles von Drehstromleitungen für 8000 V. Hier wird mit Vorteil die Einheit des Spannungsabfalles in V pro km Leitungslänge und pro kW übertragene Wirkleistung gewählt, da alsdann wegen der direkten Proportionalität leicht auf beliebige Leitungslängen und Leistungen umgerechnet werden kann. Sollen z. B. auf einer 8 mm  $\varnothing$ -Cu-Leitung 500 kW bei einem  $\operatorname{tg} \varphi = 1$  10 km weit übertragen werden, so beträgt der Spannungsabfall:

$$500 \text{ kW} \cdot 10 \text{ km} \cdot 0,086 \text{ V/kW km} = 430 \text{ V.}$$

Die Grösse 0,086 V/kW km ist aus dem Diagramm für  $\operatorname{tg} \varphi = 1$  und Gerade III abgelesen worden. Bei starker Voreilung, wenn  $\operatorname{tg} \varphi$  Werte von z. B. mehr als  $-2$  annimmt, und gleichzeitig grosser kW km-Zahl gelten die aus dem Diagramm abgelesenen Werte nur noch angenähert; der Punkt, wo der Spannungsabfall gleich Null wird, wird später oder gar nicht mehr erreicht (z. B. Kurve IIIa).

Der Spannungsabfall in einem Transformator ist in Fig. 5 dargestellt und hier in Prozenten der Klemmenspannung für 1% Wirkbelastung abgetragen. Auch hier kann einfach auf andere Belastungen umgerechnet werden.