

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 18 (1927)  
**Heft:** 9

**Artikel:** Ueber die Veränderung der Beanspruchung der Leiter in Freileitungen mit Hängeisolatoren, bei Auslenkung der Isolatorenketten in Leitungsrichtung  
**Autor:** Langhard, K.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1060467>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 03.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Ueber die Veränderung der Beanspruchung der Leiter in Freileitungen mit Hängeisolatoren, bei Auslenkung der Isolatorenketten in Leitungsrichtung.

Von K. Langhard, Dipl.-Ing., Bern.

621.319.22 (004)

An Hand der Differentialrechnung leitet der Verfasser einen Ausdruck für die Zu- oder Abnahme der Ausgangsspannung als Funktion der Auslenkung der Isolatorenketten ab. Im Verlauf der Untersuchung zeigt sich, dass die Veränderung der Ausgangsspannung als einfache kubische Funktion der Ausgangsspannung selbst dargestellt werden kann, was zu bedeutender Beschränkung der rechnerischen Arbeit gegenüber den üblich verwendeten Methoden führt.

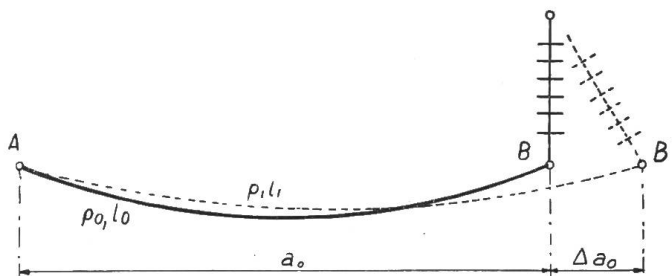
An einem vergleichenden Beispiel weist der Verfasser die gute Uebereinstimmung mit den bisher angewendeten Verfahren nach.

L'auteur se sert du calcul différentiel pour dériver une expression indiquant la variation de la tension initiale  $p$  dans un conducteur aérien suspendu, en fonction de la déviation  $\Delta a$  des chaînes d'isolateurs. Il montre que cette fonction peut être réduite approximativement à une formule simple où  $p$  n'intervient qu'à la troisième puissance, ce qui facilite beaucoup le calcul. Un exemple comparatif prouve enfin que les résultats obtenus ainsi concordent de manière satisfaisante avec ceux des méthodes usuelles.

Wir betrachten ein Stück einer Leitung, die bei  $A$  abgespannt und in  $B$  an eine bewegliche Isolatorenkette aufgehängt ist. Verschiebt sich  $B$  um  $\Delta a_0$  nach  $B'$ , so verändert sich die Länge der Seillinie um  $\Delta l_0$  und die Beanspruchung um  $\Delta p_0$ ; genügend genau darf angenommen werden,  $B$  wandere auf einer horizontalen Geraden nach  $B'$ .

Bisher wandte man gewöhnlich die aus dem Hookschen Gesetz gefolgerte Formel an:

$$p_1^3 + p_1^2 \left[ E - (E + p_0) \frac{a_1}{l_0} \right] = \frac{\gamma^2 a_1^3}{24 l_0} (E + p_0) \tag{1}$$



$$a_1 = a_0 + \Delta a_0$$

S.E.V. 723.

Fig. 1.

woraus man dann  $p$  als Funktion von  $a_1 = a_0 + \Delta a_0$  berechnen kann. Dies ist jedoch eine umständliche Arbeit, weil der Koeffizient des quadratischen Gliedes von  $p$  logarithmisch berechnet werden muss, da die Differenz im Verhältnis zu  $E$  sehr klein ist. Hernach kann  $p$  erst durch Probieren gefunden werden.

Es soll nun hier eine Formel entwickelt werden, die jenen Schwierigkeiten aus dem Wege geht, und sofort brauchbare Resultate liefert.

Aus dem Hookschen Gesetz folgt (siehe Fig. 1):

$$\frac{l_1}{l_0} = \frac{E + p_1}{E + p_0} \text{ oder } l_1 = \frac{l_0}{E + p_0} (E + p_1)$$

allgemein gilt:

$$\frac{dl}{dp} = \frac{l}{E + p} \tag{2}$$

Es gilt ferner:

$$l_0 = a_0 + \frac{a_0^3 \gamma^2}{24 p_0^2} \text{ oder allgemein } l = a + \frac{a^3 \gamma^2}{24 p^2}$$

Differentieren wir auch diesen Ausdruck nach der Veränderlichen  $p$ , so erhalten wir:

$$\frac{dl}{dp} = \frac{da}{ap} + \frac{3 \cdot 24 \cdot a^2 \gamma^2 p^2 \frac{da}{dp} - a^3 \cdot \gamma^2 \cdot 2 \cdot 24 \cdot p}{24^2 \cdot p^4} \tag{3}$$

$$24 p^3 \frac{dl}{dp} = 24 p^3 \frac{da}{dp} + 3 a^2 \gamma^2 p \frac{da}{dp} - 2 a^3 \cdot \gamma^2$$

$$24 p^3 \frac{dl}{dp} = \frac{da}{dp} \left\{ 24 p^3 + 3 a^2 \gamma^2 p \right\} - 2 a^3 \gamma^2 \quad (3a)$$

$\frac{dl}{dp}$  setzen wir aus (2) in (3a) ein und erhalten:

$$24 p^3 \frac{l}{E+p} = \frac{da}{dp} \left( 24 p^3 + 3 a^2 \gamma^2 \cdot p \right) - 2 a^3 \gamma^2$$

$$\frac{da}{dp} = \frac{2 a^3 \gamma^2 (E+p) + 24 p^3 l}{(E+p) (24 p^3 + 3 p a^2 \gamma^2)}$$

und

$$\frac{dp}{da} = \frac{(E+p) (24 p^3 + 3 p a^2 \gamma^2)}{2 a^3 \gamma^2 (E+p) + 24 p^3 l} \quad (4)$$

Das Glied  $3 p a^2 \gamma^2$  dürfen wir gegenüber  $24 p^3$  vernachlässigen (Nachweis später im Beispiel) und erhalten schliesslich den einfachen Wert:

$$\frac{dp}{da} \cong \frac{(E+p) 12 p^3}{a^3 \gamma^2 (E+p) + 12 p^3 l} \quad (4a)$$

Für kleine Auslenkungsintervalle  $\Delta a$  (ca. 10 zu 10 cm) dürfen wir von der Differentialgleichung zur Differenzgleichung übergehen und erhalten schliesslich:

$$\Delta p = \frac{(E+p) 12 p^3}{a^3 \gamma^2 (E+p) + 12 p^3 l} \Delta a \quad (5)$$

Diese Formel gibt uns also bei einem gegebenen Anfangszustand  $a, l, E$  mit der Ausgangsspannung  $p$  für ein beliebiges, kleines Auslenkungsintervall  $\pm \Delta a$  der Hängekette sofort die Zunahme  $\Delta p$  der Beanspruchung oder deren Abnahme.

Beziehen wir uns auf Fig. 1 so erhalten wir sukzessiv folgende Ergebnisse:

*Ausgangszustand:*  $\Sigma \Delta a = 0, p_0, l_0, a_0.$

Auslenkung um  $\Delta a_0$ :

$$\Delta p_0 = \frac{(E+p_0) 12 p_0^3}{a_0^3 \gamma^2 (E+p_0) + 12 p_0^3 l_0} \Delta a_0$$

$\Delta p_0 + p_0 = p_1.$

*Neuer Zustand:*  $p_1, a_1, l_1.$

Auslenkung um  $\Delta a_1$ :

$$\Delta p_1 = \frac{(E+p_1) 12 p_1^3}{a_1^3 \gamma^2 (E+p_1) + 12 p_1^3 l_1} \Delta a_1$$

$\Delta p_1 + p_1 = p_2$

oder allgemein

$$\Delta p = \frac{A p^3}{B + C p^3} \Delta a.$$

Wir können sukzessiv somit aus jedem vorhergehenden  $p$  aus der Formel den Zuwachs von  $p$  resp. dessen Abnahme, und also auch das neue, dem Auslenkungsintervall  $\Delta a$  entsprechende  $p$  erhalten. Im weiteren Verlauf der Untersuchung zeigt sich nun aber das *bemerkenswerte Resultat, dass die Veränderung der Koeffizienten  $A, B, C$  auf das  $\Delta p$  praktisch keinen Einfluss ausübt, dass man somit die einmal bei dem Ausgangszustand  $\Sigma \Delta a = 0$  berechneten Werte  $A, B$  und  $C$  für die ganze Rechnung beibehalten kann* (Nachweis im Beispiel).

Wir erhalten somit die einfache Schlussgleichung:

$$\Delta p = \frac{(E+p_0) 12 p^3}{a_0^3 \gamma^2 (E+p_0) + 12 p^3 l_0} \Delta a \quad \text{oder} \quad (6)$$

$$\Delta p = \frac{Ap^3}{B + Cp^3} \Delta a. \quad (6a)$$

Der Differenzenquotient lässt sich also als einfache kubische Funktion der Ausgangsbeanspruchung selbst darstellen.

Die Koeffizienten  $A$ ,  $B$ ,  $C$  können bequem mit dem Rechenschieber berechnet werden, denn die Formel ist ziemlich unempfindlich; z. B. genügt es in Formel (6) für den Wert  $l_0$  einfach die Horizontalabstand  $a_0$  selbst einzusetzen.

An Hand eines vergleichenden Beispiels soll die neue Methode noch weiter auseinandergesetzt werden.

Gegeben seien:

$$a_0 = 300 \text{ m}, E = 7,55 \cdot 10^5 \text{ kg cm}^{-2} \quad \gamma \text{ 2 kg Schnee} = 13,45 \cdot 10^{-3} \text{ kg cm}^{-3} \quad p_0 = 1570 \text{ kg cm}^{-2}.$$

Es soll der Verlauf der Beanspruchung nachgewiesen werden, wenn die Isolatorenkette (siehe Fig. 1): 1. von 0 auf +40 cm, 2. von 0 auf -40 cm auslenkt.

Wir untersuchen die Aufgabe:

- I. Nach der bisher gebräuchlichen Formel (1)
- II. Nach der neuen Formel (6).

I. Berechnung nach Formel (1):

Wir teilen die Auslenkungsstrecke von -40 cm ÷ +40 cm in Intervalle von 10 cm =  $\Delta a$  ein.

$$p^3 + p^2 \left( E - (E + p_0) \frac{a}{l_0} \right) \cong \frac{\gamma^2 a^2}{24} (E + p_0)$$

$$l_0 = a_0 + \frac{a_0^3 \gamma^2}{24 p_0^2} = 300,826 \text{ m}.$$

Nach umständlicher logarithmischer Auswertung der Formel (1) erhalten wir:

Tabelle I.

$\Sigma \Delta a$ m	$\Delta a$ m	$p$ kg cm <sup>-2</sup>
- 0,10	- 0,10	1505
- 0,20	- 0,10	1440
- 0,30	- 0,10	1385
- 0,40	- 0,10	1340
0,00		1570
+ 0,40	+ 0,10	1905
+ 0,30	+ 0,10	1810
+ 0,20	+ 0,10	1720
+ 0,10	+ 0,10	1645

II. Berechnung nach Formel (6):

Wir geben zuerst die vollständige Berechnung wieder und treten erst am Schluss der Abhandlung auf den Nachweis der Richtigkeit der im vorhergehenden Teil aufgestellten Vereinfachungen ein.

$$\frac{\Delta p}{\Delta a} = \frac{(E + p_0) 12 p^3}{a_0^3 \gamma^2 (E + p_0) + 12 p^3 l_0} = \frac{Ap^3}{B + Cp^3}.$$

Wir berechnen vorerst die Konstanten  $A$ ,  $B$ ,  $C$  zu:

$$\begin{aligned} A &= 90,7 \cdot 10^5 \text{ kg cm}^{-2} \\ B &= 36,9 \cdot 10^{14} \text{ kg}^3 \text{ cm}^{-5} \\ C &= 3,62 \cdot 10^5 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Nach Reduktion erhalten wir:

$$\Delta p = \frac{90,7 \cdot \left(\frac{p}{1000}\right)^3}{36,9 + 3,62 \left(\frac{p}{1000}\right)^3} \Delta a.$$

Falls wir  $p$  in  $\text{kg cm}^{-2}$ ,  $\Delta a$  in  $\text{cm}$  einsetzen, so ergibt sich direkt  $\Delta p$  in  $\text{kg cm}^{-2}$ :

Tabelle II.

$\Sigma \Delta a$ m	$\Delta a$ m	$\Delta p$ kg cm <sup>-2</sup>	$p$ kg cm <sup>-2</sup>
- 0,40	- 0,10	- 52	1330
- 0,30	- 0,10	- 56	1382
- 0,20	- 0,10	- 63	1438
- 0,10	- 0,10	- 69	1501
0,00		0	1570
+ 0,10	+ 0,10	+ 69	1639
+ 0,20	+ 0,10	+ 75	1714
+ 0,30	+ 0,10	+ 83	1797
+ 0,40	+ 0,10	+ 91	1888

Wir erhalten somit aus einer bequemen tabellarischen Rechnung stets ein  $p$  aus dem vorigen; ein Vergleich mit den unter I berechneten Werten zeigt eine sehr gute Uebereinstimmung.

Wir haben der Einfachheit halber die  $\Delta a$  Intervalle etwas gross gewählt. Da der Fehler aber mit wachsendem  $\Delta a$  zunimmt, so lässt sich durch Verkleinerung der  $\Delta a$  Intervalle die Genauigkeit beliebig steigern. Für sehr grosse Auslenkungen ( $> 1,0$  m) wird es sich vielleicht empfehlen nach I als Zwischenwert eine Kontrollordinate zu berechnen und von hier aus nach II auf- und abwärts die weiteren Werte zu bestimmen.

Wir gehen nun dazu über, die Vereinfachungen, die wir im vorigen vorgeschlagen haben, an Hand des Zahlenbeispiels, auf ihre Berechtigung hin zu untersuchen.

1. Wir haben in Formel (4) das Glied  $3pa^2\gamma^2$  gegen  $24p^3$  hin vernachlässigt:

$$p = 1570 \text{ kg cm}^{-2}; a = 300 \cdot 10^2 \text{ cm}; \gamma = 13,45 \cdot 10^{-3} \text{ kg cm}^{-3},$$

somit

$$24 p^3 = 24 \cdot 1570^3 = 92,7 \cdot 10^9 \text{ kg}^3 \text{cm}^{-6}$$

$$3 a^2 \gamma^2 \cdot p = 3 \cdot 300^2 \cdot 10^4 \cdot 13,45^2 \cdot 10^{-6} \cdot 1570 = \underline{0,767 \cdot 10^9 \text{ kg}^3 \text{cm}^{-6}}.$$

Sinkt die Spannung  $p$  auf ca.  $500 \text{ kg cm}^{-2}$ , so wird

$$24 p^3 = 24 \cdot 500^3 = 30 \cdot 10^8 \text{ kg}^3 \text{cm}^{-6}$$

und

$$3 a^2 \gamma^2 p = 3 \cdot 300^2 \cdot 10^4 \cdot 13,45^2 \cdot 10^{-6} \cdot 500 = \underline{2,44 \cdot 10^8 \text{ kg}^3 \text{cm}^{-6}}.$$

Wir sehen, dass im ersten Fall mit der hohen Ausgangsspannung das Glied  $3a^2\gamma^2 p$  ca.  $1\%$  von  $24p^3$  ist. Bei abnehmendem  $p$  wird der Unterschied der beiden Glieder etwas kleiner. Sinkt die Spannung unter  $500 \text{ kg cm}^{-2}$ , so wird es sich empfehlen das Glied  $3 a^2 \gamma^2 p$  noch in die Berechnung mit einzubeziehen, also statt Formel (6), Formel (4) anzuwenden.

2) Annahme der Konstanz der Koeffizienten  $A, B, C$ .

Wir erhielten dem Ausgangszustand  $\Sigma \Delta a = 0$  entsprechend:

$$A = 12(E + p_0) = 90,7 \cdot 10^5 \text{ kg cm}^{-2}$$

$$B = a_0^3 \gamma^2 (E + p_0) = 36,9 \cdot 10^{14} \text{ kg}^3 \text{cm}^{-5}$$

$$C = 12 l_0 = 3,62 \cdot 10^5 \text{ cm}.$$

Betrachten wir den Endzustand  $\Sigma \Delta a = \pm 40$  cm, so hätten wir streng genommen, in die Formel (6) für  $A, B, C$  das  $p, a$  und  $l$  des vorhergehenden Zustandes einsetzen sollen, also:

$$A = 12(7,55 + 0,01797) 10^5 = 90,9 \cdot 10^5 \text{ kg cm}^{-2}$$

$$B = (300 + 0,30)^3 \cdot 10^6 \cdot 13,45^2 \cdot 10^6 (7,55 + 0,01797) \cdot 10^5 = 37,2 \cdot 10^{14} \text{ kg}^3 \text{ cm}^{-5}$$

$$C = 12(300,82 + 0,30) 10^2 = 3,62 \cdot 10^5 \text{ cm.}$$

Mit den veränderten Koeffizienten  $A$ ,  $B$ ,  $C$  würden wir beispielsweise für den Endzustand  $\Sigma \Delta a = +40$  cm folgendes  $\Delta p$  erhalten:

$$\Delta p = \frac{(90,9) 10^5 (1797)^3}{37,2 \cdot 10^{14} + 3,62 \cdot 10^5 (1797)^3} 10 = +90,5 \text{ kg cm}^{-2}.$$

Ein Vergleich mit dem Wert, den wir früher erhalten haben (siehe Tabelle 1), zeigt eine gute Uebereinstimmung.

Wir dürfen somit praktisch  $A$ ,  $B$  und  $C$  als konstant annehmen. Mit diesem Hinweis dürfte jener Punkt abgeklärt sein.

### Technische Mitteilungen. – Communications de nature technique.

#### Ein neuer Wirk- und Blindleistungsmesser.

621.374.6

Aus wirtschaftlichen Gründen registriert man in der Elektrizitätswirtschaft sowohl in der Abgabe wie in der Aufnahme neuerdings vielfach Wirkleistung und Leistungsfaktor. Von diesen Mes-

leistungsfaktors für sich allein in bezug auf die betrieblichen Verhältnisse keineswegs eindeutig, sondern sie kann in allen Fällen, wo es sich nicht um die absolute Grösse des Leistungsfaktors handelt, nur in Verbindung mit der Wirkleistungskurve gelesen werden. Dazu kommen noch beson-

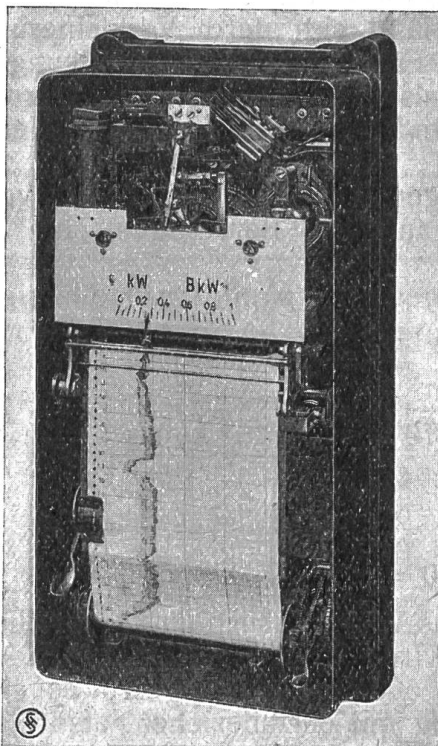


Fig. 1.

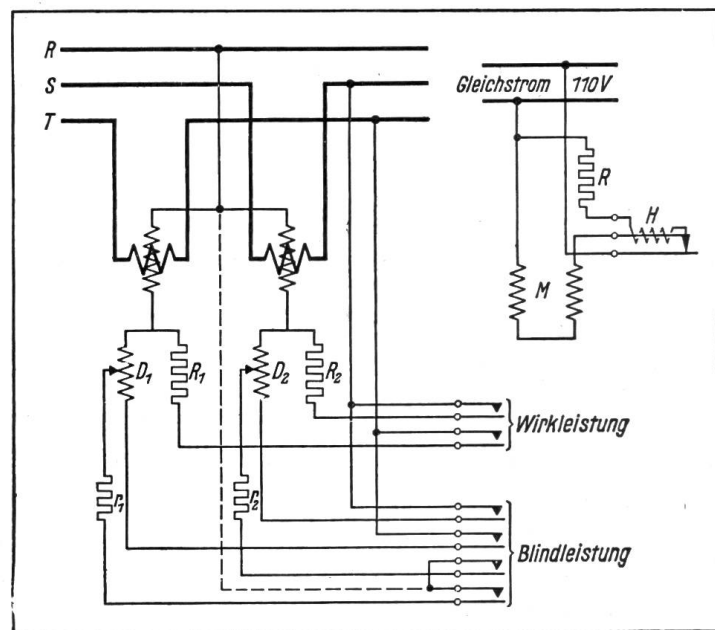


Fig. 2.

sungen ist das Wirkleistungsdiagramm ausserordentlich instruktiv, weil es nicht nur den durch die Zähler summierten Stromverbrauch spezifiziert ausweist, sondern auch Einblicke in die Betriebsorganisation und in die betriebliche Arbeit gestattet. Die Leistungsfaktormessung dagegen hat diese Vorzüge nicht. Abgesehen davon, dass diese Messung ungenau wird, wenn die Belastung unter 20 % der Normallast sinkt, ist die Kurve des

derer messtechnische Schwierigkeiten, wenn die Leistungsaufnahme und -Abgabe wechselt, der Leistungsfaktor also alle vier Quadranten bestreicht. Endlich berechnen die neueren Tarife unmittelbar die Blindleistung und nehmen den Leistungsfaktor lediglich als Masszahl dafür, ob die Blindleistung dem Bezieher positiv oder negativ in Rechnung zu setzen ist. Aus diesen Gründen empfiehlt sich, statt der Messung des Leistungsfaktors die un-