

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 18 (1927)  
**Heft:** 6  
  
**Artikel:** Der induktive Spannungsabfall in Wechselstromleitungen  
**Autor:** Heusser, G.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1060456>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 23.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Tabelle 3. 50 kW abonnierte Leistung.

Elektrizitätswerk	Energiekonsum in kWh pro Jahr		
	30 000	60 000	100 000
	Fr.	Fr.	Fr.
Stockholm <sup>1)</sup> . . . . .	7050	7950	10420
Norrköping <sup>1)</sup> . . . . .	7760	9000	10700
Västerås <sup>1)</sup> . . . . .	7900	9500	11450
Arboga <sup>2)</sup> . . . . .	10500	12590	16300
E. W. des Kantons Zürich <sup>3)</sup> . . . . .	4556	5891	7551
E. W. des Kantons Zürich <sup>4)</sup> . . . . .	5000	6610	9360
E. W. der Stadt Zürich <sup>5)</sup> . . . . .	4800	6624	9570

<sup>1)</sup> Energieabgabe in Hochspannung.  
<sup>2)</sup> Energieabgabe in Niederspannung.  
<sup>3)</sup> Nach Hochspannungs-Sammeltarif (A), gültig ab 1. Januar 1927.  
<sup>4)</sup> Nach Tarif C II, gültig ab 1. Januar 1927.  
<sup>5)</sup> Nach Drehstromtarif (Abgabe in 500 V), gültig ab 1. Januar 1927.

Tabelle 4. Beleuchtungs-Energie.

Elektrizitätswerk	Abonnierte Leistung (kW) . . . . .	0,3	1,2
	Konsumierte Energie pro Jahr (kWh) . . . . .	240	600
		Fr.	Fr.
Stockholm . . . . .		100	250
Norrköping . . . . .		133	333
Västerås . . . . .		133	333
Arboga . . . . .		133	333
E. W. des Kantons Zürich <sup>1)</sup> { ganz Hochtarif . . . . .		120	293
{ 70 % Hoch- und 30 % Niedertarif . . . . .		98	246
E. W. der Stadt Zürich <sup>2)</sup> { ganz Hochtarif . . . . .		126	315
{ 70 % Hoch- und 30 % Niedertarif . . . . .		104	261

<sup>1)</sup> Tarif C I gültig ab 1. Januar 1927.  
<sup>2)</sup> Wechselstromtarif gültig ab 1. Januar 1927.

## Der induktive Spannungsabfall in Wechselstromleitungen.

Von G. Heusser, Ingenieur, Stäfa.

621.319.133 (005)

Die Berechnung des induktiven Anteils des Spannungsabfalles in Wechselstromleitungen wird hauptsächlich dadurch erschwert, dass sich der Rechnungsgang durch den logarithmischen Charakter der Formeln unübersichtlich gestaltet. Besonders erschwerend tritt diese Unübersichtlichkeit hervor, wenn die Verhältnisse von Mehrfachleitungen genauer zu ermitteln sind, bei denen stark ungleiche Leiterabstände vorkommen.

Andererseits werden mit den sich andauernd vermehrenden Anwendungsgebieten der elektrischen Energie nicht nur in den Hochspannungsleitungen, sondern meistens auch schon in den Niederspannungsnetzen Leistungen übertragen, die eine exakte Vorausberechnung der Spannungsabfälle und Leitungsverluste mehr und mehr zur Notwendigkeit machen. Ein Hinweis auf eine in einfacher Weise mögliche Berechnung der Induktionswerte unter Zusammenfassung der für die Praxis in der Hauptsache zu berücksichtigenden Punkte dürfte daher vielleicht einiges Interesse bieten.

### 1. Begriff der Induktion.

Der induktive Spannungsabfall ist bekanntlich eine Wirkung der mit der Periodenzahl des Wechselstromes um einen Leiter entstehenden und wieder verschwindenden magnetischen Felder. Im Gegensatz zum „ohmschen“, durch die Leitfähigkeit des Materials und durch den Querschnitt bestimmten Widerstand einer Leitung ist der „induktive“ Widerstand abhängig von der Periodenzahl  $f$  (resp. Winkelgeschwindigkeit  $2\pi f$ ) des Stromes, vom Leiterdurchmesser und von den gegenseitigen Abständen, so lange man von den besonderen Eigenschaften der Eisenleitungen absieht und mit den für die Praxis erforderlichen Genauigkeitsfaktoren rechnet.

Der induktive Widerstand, oder, wenn die Frequenz unberücksichtigt bleibt, der „Induktionskoeffizient“ einer Leitung stellt also unter den gemachten Einschränkungen eine reine Funktion von Abständen dar.

### 2. Selbstinduktion und gegenseitige Induktion.

Die um einen stromdurchflossenen Leiter entstehenden magnetischen Felder oder Kraftlinienflüsse üben ihre Wirkung auf den Leiter selbst (Selbstinduktion  $= L_s$ ), sowie auf die vorhandenen benachbarten Leiter aus. (Gegenseitige Induktion  $= M$ .) Die beiden Wirkungen lassen sich bei Berechnung der Induktionskoeffizienten getrennt behandeln.

Eine rechnerische Ableitung der Induktionskoeffizienten aus der Feldstärke der um die Leiter entstehenden magnetischen Felder ist u. a. von Hrn. Prof. J. Fischer-Hinnen im Jahre 1917 im Bulletin No. 12 veröffentlicht worden. Es ist der „Selbstinduktionskoeffizient“ eines Leiters von der Länge „ $l$ “ und dem Durchmesser „ $2r$ “, ausgedrückt in Einzelheiten des C. G. S. Systems:

$$L_s = l^{\text{cm}} \left( 4,6 \log \frac{2 l^{\text{cm}}}{r^{\text{cm}}} - 1,5 \right) \text{cm}^1;$$

oder, in Einheiten des praktischen Masssystems umgerechnet, für einen Leiter von  $l = 1$  km Länge:

$$L_s/\text{km} = \left( 0,46 \log \frac{2 l}{r} - 0,15 \right) 10^{-3} \text{Henry/km.}$$

Der „Koeffizient der gegenseitigen Induktion“ berechnet sich für die einfache Leiterlänge „ $l$ “ und den Abstand „ $a$ “ in C. G. S. Einheiten:

$$M = l^{\text{cm}} \left( 4,6 \log \frac{2 l}{a} - 2 \right) \text{cm}^1,$$

oder in Einheiten des praktischen Masssystems ausgedrückt, für  $l = 1$  km Leiterlänge:

$$M/\text{km} = \left( 0,46 \log \frac{2 l}{a} - 0,2 \right) 10^{-3} \text{Henry/km.}$$

Zu beachten ist, dass bei den Ausdrücken  $\frac{2l}{r}$  und  $\frac{2l}{a}$  im Zähler und Nenner die gleichen Masseinheiten eingesetzt werden.

Die beiden vorstehenden Formeln bilden die Grundlage für die Berechnung der Induktionskoeffizienten von beliebigen Leiteranordnungen. Zeichnet man  $L_s$  und  $M$  für verschiedene Werte von  $r$  und  $a$  (Fig. 1) graphisch auf, so lassen sich mit Hilfe der so erhaltenen Kurven die Induktionskoeffizienten aller Leiteranordnungen durch einfache Additionen und Subtraktionen ermitteln.

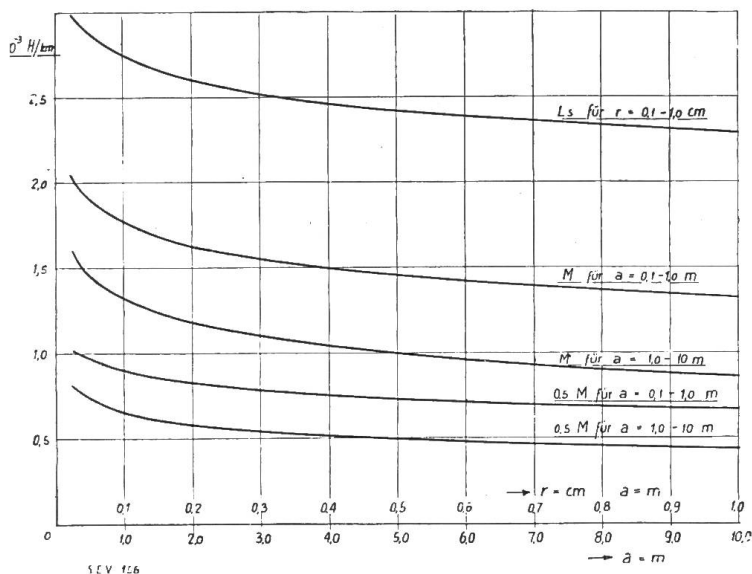


Fig. 1.

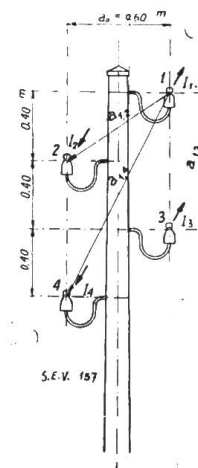


Fig. 2.

### 3. Gesamtinduktion eines Leiters.

Ist eine bestimmte Leiteranordnung, z. B. nach Fig. 2, gegeben, so ist jeder Leiter der selbstinduzierenden Wirkung des eigenen Kraftlinienfeldes, sowie der gegenseitigen Induktion herrührend von den Kraftlinienfeldern der übrigen Leiter ausgesetzt.

Die Felder der gleichgerichteten Ströme unterstützen sich in ihrer Wirkung, diejenigen von entgegengesetzt gerichteten Strömen heben sich auf. Aus dieser gegenseitigen Wechselwirkung bildet sich um jeden Leiter ein resultierendes Kraftlinienfeld, dem der „Gesamtinduktionskoeffizient“ =  $L_g$  des betrachteten Leiters entspricht.

Für die Bestimmung des Gesamtinduktionskoeffizienten eines Leiters ist also die (momentane) Richtung der einzelnen Leiterströme zu berücksichtigen.

### 4. Induktiver Widerstand von Wechselstromleitungen.

Die Leiteranordnung von Fig. 2 diene zur Uebertragung von Wechselstrom vermittle der zwei parallelen Leitungsstränge 1—2 und 3—4. Die Drähte 1 und 3 bilden die Hinleiter, 2 und 4 die Rückleiter, so dass also die Ströme  $I_1$  und  $I_3$ , sowie  $I_2$  und  $I_4$  gleichgerichtet sind. Entgegengesetzt verlaufen die Ströme  $I_1$  gegenüber  $I_2$  und  $I_4$ ;  $I_2$  gegen  $I_1$  und  $I_3$ ;  $I_3$  gegen  $I_2$  und  $I_4$ , sowie  $I_4$  gegen  $I_1$  und  $I_3$ . Ferner ist  $I_1 = I_2$ ,  $I_3 = I_4$ .

Der Leiterdurchmesser betrage 6 mm, der Selbstinduktionskoeffizient ist somit:  $L_s = 2,53 \cdot 10^{-3}$  H/km.

Für die gegenseitigen Induktionskoeffizienten ergeben sich aus den Kurven von Fig. 1 die Einzelwerte:

Abstände $a$		$M$ in $10^{-3}$ H/km
$a_{1,2} = a_{2,3} = a_{3,4} \dots \dots \dots =$	0,72 m	1,38 = $M_{1,2}$ usw.
$a_{1,3} = a_{2,4} \dots \dots \dots =$	0,80 m	1,36 = $M_{1,3}$ usw.
$a_{1,4} \dots \dots \dots =$	1,34 m	1,26 = $M_{1,4}$ usw.

Zu der Selbstinduktion des Leiters 1 addiert sich bei der angenommenen Stromverteilung die gegenseitige Induktion herrührend von Leiter 3, also  $M_{1,3}$ , während  $M_{1,2}$  und  $M_{1,4}$  davon zu subtrahieren sind.

*Gesamtinduktion von:*

$$\text{Leiter 1: } L_{g1} = L_s - M_{1,2} + M_{1,3} - M_{1,4} = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ H/km}$$

$$\text{Leiter 2: } L_{g2} = L_s - M_{2,1} - M_{2,3} + M_{2,4} = 1,13 \cdot 10^{-3} \text{ H/km}$$

$$\text{Leiter 3: } L_{g3} = L_s + M_{3,1} - M_{3,2} - M_{3,4} = 1,13 \cdot 10^{-3} \text{ H/km}$$

$$\text{Leiter 4: } L_{g4} = L_s - M_{4,1} - M_{4,2} - M_{4,3} = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ H/km}$$

Für einen Wechselstrom von 50 Perioden pro Sekunde berechnen sich danach die Konstanten eines Leitungsstranges (Hin- und Rückleitung zusammen) von 1 km Länge zu:

*Induktiver Widerstand oder Induktanz:*

$$L = 2 \pi 50 (1,25 + 1,13) 10^{-3} = 0,747 \text{ Ohm},$$

*Ohmscher Widerstand oder Reaktanz:*

$$r = 0,018 \frac{2000}{28,2} = 1,277 \text{ Ohm},$$

*Gesamtwiderstand oder Impedanz:*

$$R = \sqrt{0,747^2 + 1,277^2} = 1,480 \text{ Ohm}.$$

Ungleiche Belastung der beiden Leiterstränge hat eine geringe Aenderung der Induktanz zur Folge, die aber in der Regel vernachlässigt werden kann. Diese Aenderung ist im folgenden Abschnitt näher behandelt.

### 5. Induktiver Widerstand von Drehstromleitungen.

Bei Drehstrom ist bekanntlich die Summe der drei Phasenströme zufolge der vorhandenen Verschiebung um je  $120^\circ$  gleich Null. Es lässt sich (nach H. Kyser, Elektr. Kraftübertragungen, Ausgabe 1921, Bd. II) annehmen, dass der Hinleiter die volle Stromstärke  $I$ , die beiden Rückleiter je die halbe Stromstärke  $0,5 I$  führen. Die Kraftlinienflüsse der beiden Rückleiter sind nur halb so stark wie beim Hinleiter und demgemäss reduzieren sich ihre Koeffizienten der gegenseitigen Induktion auf die Hälfte. Bezeichnet man die drei Leiter einer Drehstromleitung mit 1, 2, 3, so ist die Gesamtinduktion jedes Leiters:

$$\begin{aligned} L_{g1} &= L_s - 0,5 M_{1,2} - 0,5 M_{1,3}, \\ L_{g2} &= L_s - 0,5 M_{2,1} - 0,5 M_{2,3}, \\ L_{g3} &= L_s - 0,5 M_{3,1} - 0,5 M_{3,2}. \end{aligned}$$

Bei annähernd gleichen Abständen  $a_{1,2}$ ,  $a_{1,3}$  und  $a_{2,3}$  bestimmt sich die mittlere Gesamtinduktion eines Leiters einer Drehstromleitung in abgekürzter Form zu:

$L_g = L_s - M_a$ , wobei für  $M_a$  derjenige Wert zu nehmen ist, der dem Mittel der drei Leiterabstände entspricht. Diese angenäherte Berechnung wird in den allermeisten Fällen für die in der Praxis erforderlichen Genauigkeiten genügen.

Für zwei oder mehrere parallel verlaufende Leitungsstränge lassen sich die Verhältnisse am besten an Hand eines Beispiels erläutern: Eine Niederspannungsleitung bestehe aus einem dreidrähtigen Strang für Kraftabgabe und einem vierdrähtigen Strang für Lichtabgabe (Drehstromverteilung mit Nulleiter). Leiteranordnung und Abstände sollen der Fig. 3 entsprechen, für die sich die nachfolgend zusammengestellten Einzel-Induktionswerte ergeben:

Oberer Leitungsstrang	. . . . .	$3 \times 7$	mm $\odot$ Cu.
Selbstinduktionskoeffizient eines Leiters $L_s$	=	$2,48 \times 10^{-3}$	H/km
Ohmscher Widerstand eines Leiters $r$	=	0,468	Ohm/km
Unterer Leitungsstrang	. . . . .	$3 \times 6 + 5$	mm $\odot$ Cu.
$L_s$ für 6 und 5 mm.	. . . . .	= 2,53 ; $2,57 \times 10^{-3}$	H/km
$r$ für 6 und 5 mm.	. . . . .	= 0,639 ; 0,92	Ohm/km

*Einzelwerte der gegenseitigen Induktionskoeffizienten.*

Abstände $a$	=	m	$M \times 10^{-8}$ H/km
$a_{1,2} = a_{2,3} = a_{3,4} = a_{4,5}$ usw. . . . .	=	0,67	$1,40 = M_{1,2}$ usw.
$a_{1,3} = a_{2,4} = a_{3,5} = a_{4,6}$ „ . . . . .	=	0,60	$1,42 = M_{1,3}$ „
$a_{1,4} = a_{2,5} = a_{3,6} = a_{4,7}$ „ . . . . .	=	1,08	$1,30 = M_{1,4}$ „
$a_{1,5} = a_{2,6} = a_{3,7}$ „ . . . . .	=	1,20	$1,29 = M_{1,5}$ „
$a_{1,6} = a_{2,7}$ „ . . . . .	=	1,62	$1,22 = M_{1,6}$ „
$a_{1,7}$ „ . . . . .	=	1,80	$1,21 = M_{1,7}$ „

Die resultierende Wirkung der Kraftlinienflüsse ist je nach Verteilung der Phasenleiter verschieden. Um eine minimale Gesamtinduktion zu erreichen, sind für die entgegengesetzt verlaufenden Ströme möglichst die kleinen Abstände und für die gleichgerichteten Ströme die grösseren Abstände zu wählen, um die die Selbstinduktion abschwächende Wirkung der gegenseitigen Induktion günstig auszunützen.

Die Gesamtinduktion ändert sich ferner mit Aenderung des Belastungsverhältnisses des obern und untern Leitungsstranges. Für genauere Rechnungen muss deshalb die in den einzelnen Leitern fließende Stromstärke berücksichtigt werden. In den meisten Fällen kann dabei die Vereinfachung gemacht werden, dass die einzelnen Phasen eines Stranges gleichbelastet sind. Für die im folgenden gemachten Annahmen geht die gewählte Verteilung der Phasenströme aus Fig. 3 hervor.

a) Die Belastung sei in je einem Leitungsstrange gleich Null, also ein gleiches Verhältnis, wie wenn nur ein Leitungsstrang vorhanden wäre:

Die Induktionskoeffizienten der drei Leiter des obern Leitungsstranges werden:

$$L_{g1} = L_s - 0,5 M_{1,2} - 0,5 M_{1,3} \\ = (2,48 - 0,70 - 0,71) \cdot 10^{-3} = 1,07 \cdot 10^{-3} \text{ H/km} \\ L_{g2} = 1,08 \cdot 10^{-3} \text{ H/km.} \quad L_{g3} = L_{g1}.$$

Ferner die Induktionskoeffizienten des untern Leitungsstranges:

$$\begin{aligned} L_{g4} &= L_s - 0,5 M_{4,5} - 0,5 M_{4,6} \\ &= (2,53 - 0,70 - 0,71) \cdot 10^{-3} = 1,12 \cdot 10^{-3} \text{ H/km} \\ L_{g5} &= 1,13 \cdot 10^{-3} \text{ H/km.} \quad L_{g6} = L_{g4}. \end{aligned}$$

Da der Nulleiter bei gleicher Belastung der Phasen keinen Strom führt, übt er auf die Leiter 4–6 keine induzierende Wirkung aus und fällt somit für die Berechnung des Induktionskoeffizienten ausser Betracht.

b) Die Stromstärke sei im oberen und unteren Leitungsstrang gleich gross:

Die magnetischen Felder der in gleicher Richtung verlaufenden Ströme  $I_1$  und  $I_4$ ,  $I_2$  und  $I_5$ ,  $I_3$  und  $I_6$  bilden sich in gleichem Richtungssinne und in gleicher Stärke aus. Zum Selbstinduktionskoeffizienten  $L_s$  des Leiters 1 ist der volle Wert des gegenseitigen Induktionskoeffizienten  $M_{1,4}$  zu addieren, dagegen je der halbe Wert der Koeffizienten  $M_{1,2}$  und  $M_{1,3}$ , sowie  $M_{1,5}$  und  $M_{1,6}$  zu subtrahieren. Die Koeffizienten der Gesamtinduktion ergeben sich daraus zu:

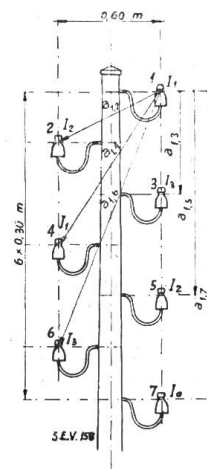


Fig. 3.

$$L_{g1} = L_s - \frac{M_{1,2} + M_{1,3}}{2} + M_{1,4} - \frac{M_{1,5} + M_{1,6}}{2} = 1,12 \cdot 10^{-3} \text{ H/km}$$

$$L_{g2} = L_s - \frac{M_{2,1} + M_{2,3}}{2} + M_{2,5} - \frac{M_{2,4} + M_{2,6}}{2} = 1,02 \cdot 10^{-3} \text{ H/km}$$

$$L_{g3} = L_s - \frac{M_{3,1} + M_{3,2}}{2} + M_{3,6} - \frac{M_{3,4} + M_{3,5}}{2} = 0,96 \cdot 10^{-3} \text{ H/km}$$

$$L_{g4} = L_s - \frac{M_{4,5} + M_{4,6}}{2} + M_{4,1} - \frac{M_{4,2} + M_{4,3}}{2} = 1,01 \cdot 10^{-3} \text{ H/km}$$

$$L_{g5} = 1,07 \cdot 10^{-3} \text{ H/km.} \quad L_{g6} = 1,16 \cdot 10^{-3} \text{ H/km}$$

Induktanz und Impedanz der obern und untern Leitung schwanken je nach Belastungsverhältnissen für die gemachten Annahmen zwischen den Werten:

Oberer Leitungsstrang:

$$\omega L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \frac{1,07 + 1,08 + 1,07}{3} = 0,337 \text{ Ohm/km}$$

$$\text{bis: } \omega L = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \frac{1,12 + 1,02 + 0,96}{3} = 0,324 \text{ Ohm/km}$$

$$R = 0,577 \text{ bis } 0,569 \text{ Ohm/km und Leiter.}$$

Unterer Leitungsstrang:

$$\omega L = 0,353 \text{ bis } 0,339 \text{ } \Omega/\text{km}, \quad R = 0,730 \text{ bis } 0,723 \text{ } \Omega/\text{km.}$$

c) Die Stromstärke im obern Leitungsstrang betrage  $I_1 = I_2 = I_3 = 75 \text{ A}$ , im untern Leitungsstrang:  $I_4 = I_5 = I_6 = 50 \text{ A}$ .

Die Wirkungen der gegenseitigen Induktion werden in diesem Falle für den obern und untern Leitungsstrang verschieden. In Anlehnung an eine Darstellung von Hrn. Prof. U. Jenne in der Schweiz. Technischen Zeitschrift (Jahrgang 1926, No. 40–44) sind in diesem Falle zweckmässig für jeden Leiter die Anteile der induktiven Spannungsabfälle, die sich aus der Gesamtinduktion des betrachteten Leiters, sowie der gegenseitigen Induktion des benachbarten Leitungsstranges ergeben, gesondert zu bestimmen.

Für die Leiter 1–3 erhält man:

$$\begin{aligned} e_{s1} &= \omega L_{g1} I_1 + \omega I_4 \left( M_{4,1} - \frac{M_{5,1} + M_{6,1}}{2} \right) \\ &= 3,14 \cdot 10^{-3} \left\{ 107 \cdot 75 + 50 \cdot \left( 1,30 - \frac{1,29 + 1,22}{2} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$e_{s1} = 25,9 \text{ V/km}$$

$$e_{s2} = \omega \left\{ L_{g2} I_2 + I_5 \left( M_{2,5} - \frac{M_{2,4} + M_{2,6}}{2} \right) \right\}$$

$$e_{s2} = 24,6 \text{ V/km;} \quad e_{s3} = 23,5 \text{ V/km}$$

ebenso für die Leiter 4–6:

$$e_{s4} = \omega \left\{ L_{g4} I_4 + I_1 \left( M_{4,1} - \frac{M_{4,2} + M_{4,3}}{2} \right) \right\}$$

$$e_{s4} = 15,0 \text{ V,} \quad e_{s5} = 16,50 \text{ V,} \quad e_{s6} = 18,7 \text{ V/km}$$



Der gesamte, aus dem ohmschen und induktiven Anteil sich zusammensetzende Spannungsabfall ergibt sich daraus beispielsweise für 400 m einfache Leiterlänge zu:

$$e_1 = 17,4; e_2 = 17,1; e_3 = 16,9 \text{ V; Mittelwert} = 17,1 \text{ V gegenüber } 14,0 \text{ V rein ohmschen Spannungsabfalles,}$$

sowie:

$$e_4 = 13,8; e_5 = 14,0; e_6 = 14,5 \text{ V; Mittelwert} = 14,1 \text{ V gegen } 12,8 \text{ V ohmschen Spannungsverlustes.}$$

In gleicher Weise lassen sich auch die Spannungsabfälle der einzelnen Leiter bei stark ungleicher Belastung der Phasen bestimmen, wobei ein Vergleich der Einzelwerte einen instruktiven Ueberblick über die Wirkungen der Induktion bietet.

## 6. Widerstandswerte und Spannungsabfall von Eisenleitungen.

Die Widerstandswerte von Eisenleitungen ändern sich je nach den Eigenschaften des zur Verwendung gelangenden Materials sehr stark. Die nachfolgenden Angaben sind dem Lehrbuche von H. Kyser, Elektrische Kraftübertragungen, Bd. II, 1921, entnommen.

Der Selbstinduktionskoeffizient eines Eisenleiters von  $l = 1$  km Länge und dem Durchmesser  $2r$  berechnet sich zu:

$$L_s/\text{km} = \left( 0,46 \log \frac{2l}{r} - 0,2 + 0,05 \mu \right) 10^{-3} \text{ H/km,}$$

der Koeffizient der gegenseitigen Induktion für den Leiterabstand  $a$ :

$$M \text{ km} = \left( 0,46 \log \frac{2l}{a} - 0,2 \right) 10^{-3} \text{ H/km.}$$

Die Selbstinduktion ist ausser von der Leiterlänge und dem Leiterdurchmesser noch abhängig von der Permeabilität oder magnetischen Leitfähigkeit  $\mu$  des Eisenleiters. (Die Abhängigkeit von den magnetischen Eigenschaften des den Leiter umgebenden Mediums ist gleich derjenigen der Luft,  $\mu^1 = 1$ , angenommen.) Die Grösse  $\mu$  nimmt bei einer gegebenen Eisensorte ab mit wachsendem Durchmesser und erhöht sich mit zunehmender Stromdichte im Leiter. Einige der von H. Kyser gemachten Angaben sind in Fig. 4 graphisch dargestellt unter teilweiser Extrapolation der Kurven (gestrichelter Teil).

Infolge der Veränderlichkeit von  $\mu$  lässt sich die Selbstinduktion für verschiedene Leiterdurchmesser nicht mehr in einer allgemein gültigen Kurve darstellen, wie dies in Fig. 1 für die praktisch unmagnetischen Leiter erfolgt ist. Der Wert von  $L_s$  muss von Fall zu Fall unter Berücksichtigung der Stromstärke berechnet werden, so dass es zweckmässiger erscheint, dies gleich für die Gesamtinduktion durchzuführen.

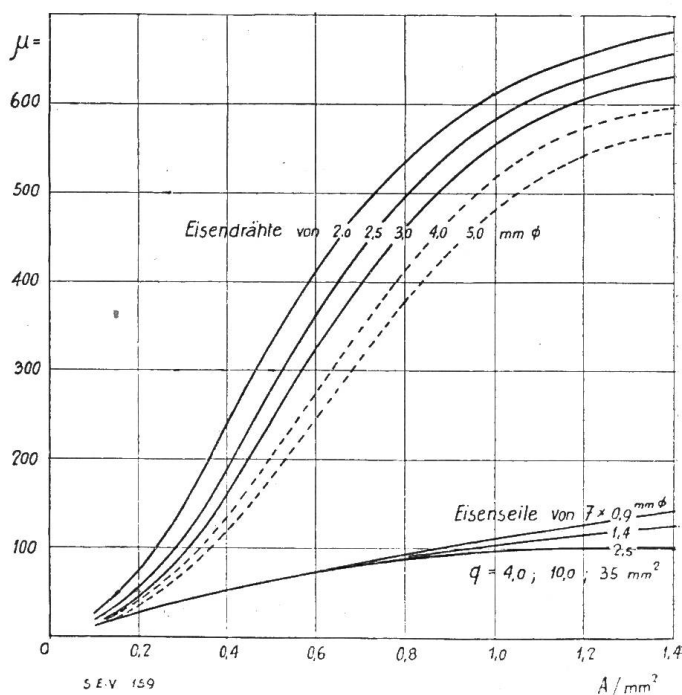


Fig. 4.



Die Gesamtinduktion eines Leiters ist gemäss den Angaben von Abschnitt 4 und 5:

$$L_g = L_s - M,$$

somit für einen Leiter von 1 km einfacher Länge:

$$\begin{aligned} L_g/\text{km} &= \left\{ 0,46 \left( \log \frac{2l}{r} - \log \frac{2l}{a} \right) + 0,05 \mu \right\} 10^{-3} \\ &= \left( 0,46 \log \frac{a}{r} + 0,05 \mu \right) 10^{-3} \text{ H/km.} \end{aligned}$$

Der induktive Widerstand eines Eisenleiters von 0,5 km Länge und 4 mm Durchmesser ergibt sich bei Benützung der dargestellten Angaben bei einem Leiterabstand von 60 cm für Wechselstrom von 50 Perioden zu:

Stromstärke . . . . .	5	10	15	A
Stromdichte im Leiter . . . . .	0,40	0,80	1,20	A/mm <sup>2</sup>
Permeabilität . . . . . $\mu =$	150	450	550	
Gesamtinduktion $L_g$ . . . . . $=$	4,32	11,82	14,32	$10^{-3}$ H
Induktiver Widerstand $L$ . . . . . $=$	1,35	3,71	4,5	$\Omega/\text{Leiter}$

Bei Bestimmung des Gesamtwiderstandes  $R$  ist für Eisenleitungen noch die Wirkung des Skineffektes (Hautwirkung) zu berücksichtigen. In einem stromdurchflossenen Leiter wird bei Wechselstrom die Stromdichte in denjenigen Teilen des Leiters am grössten, in welchen sich das magnetische Feld am stärksten ausbildet. Die Stromdichte nimmt gegen die Oberfläche des Leiters hin zu, der Querschnitt wird nicht voll ausgenützt. Dies tritt um so stärker in Erscheinung, je höher die Periodenzahl ist.

Für unmagnetisches Material gilt nach H. Kyser angenähert:

$$r_w = r_g (1 + 7,5 f^2 d^4 10^{-7}) \text{ Ohm,}$$

wobei:

$r_w$  = ohmscher Widerstand bei Wechselstrom

$r_g$  = ohmscher Widerstand bei Gleichstrom

$f$  = Anzahl Perioden

$d$  = Leiterdurchmesser in cm bezeichnet.

Bei den in der Starkstromtechnik gebräuchlichen Periodenzahlen macht sich die Erscheinung für magnetische Leiter erst bei sehr grossen Querschnitten merkbar geltend.

Für Eisenleitungen wird der ohmsche Widerstand bei Wechselstrom:

$$r_w \text{ Eisen} = r_g \left\{ 1 + \frac{1}{12} \left( \frac{\omega \mu l^{\text{km}}}{r_g 10^4} \right)^2 - \frac{1}{180} \left( \frac{\omega \mu l^{\text{km}}}{r_g 10^4} \right)^4 \right\} \Omega$$

Der ohmsche Widerstand des im Beispiel gewählten Eisenleiters ergibt sich darnach zu:

$$r_g = 0,143 \cdot \frac{500}{12,6} = 5,67 \text{ Ohm; } \omega = 2 \pi f = 314.$$

Stromstärke $I$ . . . . . =	5	10	15	A
Permeabilität . . . . . $\mu$ =	150	450	550	
$\frac{\omega \mu l \text{ km}}{r_g 10^4}$ . . . . . =	0,417	1,25	1,526	
Widerstand $r_w$ . . . . . =	5,74	6,32	6,60	Ohm
woraus man nunmehr erhält: Gesamtwiderstand des Eisenleiters: $R$ . . . . . =	5,90	7,33	7,98	Ohm
Spannungsabfall einer 0,5 km langen Eisenleitung bei Wechselstrom: $e = 2 R I$ . . . . . =	59	147	240	Volt
bei Drehstrom: $e = 1,73 R I$ . . . . . =	51	127	207	Volt
gegenüber Gleichstrom-Zweileiter: $e = 2 r_g I$ . . . . . =	57	113	170	Volt

Das Beispiel zeigt deutlich den stark widerstandserhöhenden Einfluss der magnetischen Eigenschaften des Eisens.

#### 7. Widerstand von Kabelleitungen.

Die induktiven Wirkungen des Wechselstromes machen sich bei Kabelleitungen weniger stark geltend als bei Freileitungen, weil sich bei kleinern Leiterabständen Selbstinduktion und gegenseitige Induktion in vermehrtem Masse aufheben. Auf Grund von Messungen ist aber in einer Abhandlung in der Zeitschrift „Atti Associazione Elettrotecnica Italiana“ (Jahrg. 1910, S. 513 u. ff.) von Hrn. Ing. L. Emanuele nachgewiesen worden, dass die Induktion, wie die in den Leitern, im Bleimantel und in der Eisenarmierung auftretenden Wirbelströme den Widerstand von Kabeln bei grösseren Querschnitten merkbar erhöhen. Bei einem armierten Kabel von  $3 \times 100 \text{ mm}^2$  Leiterquerschnitt (Durchmesser der verseilten Kabeladern  $2r = 1,30 \text{ cm}$ , Leiterabstand  $a = 2,0 \text{ cm}$ ) betrug der gemessene Wechselstromwiderstand z. B. das 1,28fache des für Gleichstrom in Betracht kommenden ohmschen Widerstandes. Für ein nichtarmiertes Kabel gleichen Querschnittes und einem Leiterabstand von  $a = 1,60 \text{ cm}$  machte der Wechselstromwiderstand das 1,09 bis 1,10fache des Gleichstromwiderstandes aus.

Auf Grund der betreffenden Angaben berechnet sich der Induktionskoeffizient für Kabel bis zu ca.  $200 \text{ mm}^2$  Leiterquerschnitt mit befriedigender Uebereinstimmung mit den Messresultaten aus den Leiterabständen  $a$  und dem Leiterdurchmesser  $2r$  für nicht armierte Kabel zu:

$$L_g = 1,06 \div 1,08 \cdot \left( 0,46 \log \frac{a}{r} + 0,05 \right) 10^{-3} \text{ H},$$

d. h., wenn für die Ausrechnung Kurven wie in Fig. 1 benützt werden, zu

$$L_g = 1,06 \div 1,08 (L_s - M).$$

In gleicher Weise gilt für armierte Kabel:

$$L_g = 1,15 \div 1,20 (L_s - M).$$

Die Faktoren  $1,06 \div 1,08$  und  $1,15 \div 1,20$  geben mittlere Grenzwerte an, innert welchen die Induktionskoeffizienten je nach Ausführungsart der Kabel variieren. Bei Leiterquerschnitten von  $200 \text{ mm}^2$  und mehr macht sich ausser der Induktion noch der widerstandserhöhende Einfluss der Wirbelströme in den Leitern, Bleimantel und Eisenarmierung geltend, für welche die erwähnte Abhandlung nähere Rechnungsunterlagen gibt.

### Schlussbemerkungen.

Der Autor hat in langjähriger Betriebspraxis zu wiederholten Malen die Erfahrung machen können, dass sich eine exakte Berechnung der in elektrischen Anlagen auftretenden Spannungsabfälle und der damit verbundenen Energieverluste lohnt. Dies gilt insbesondere, wenn auch die wirtschaftlichen Faktoren in die Rechnung miteinbezogen, den Spannungs- und Energieverlusten also Anlage und Unterhaltskosten vergleichend gegenübergestellt werden.

Der Vorteil der beschriebenen Rechnungsmethode besteht hauptsächlich darin, dass sie mit einfachen Mitteln einen guten Ueberblick über die Wirkungen der Induktion ermöglicht und so einen Vergleich von verschiedenen Leiteranordnungen erleichtert. Für diejenigen Fälle, die sich in der Praxis am häufigsten wiederholen, führen die angegebenen Grundlagen von selbst zu der Vereinfachung, dass man sich für die gebräuchlichen Leiteranordnungen das Verhältnis von  $\frac{R}{r} \left\{ \frac{\text{Gesamtwiderstand}}{\text{ohmscher Widerstand}} \right\}$  für verschiedene Querschnitte berechnet und mit den so erhaltenen Kurven alle weiteren Rechnungen auf die einfache Formel des ohmschen Widerstandes reduziert.

### Wirtschaftliche Mitteilungen. — Communications de nature économique.

621.311(002).

#### Die Erzeugungskosten diesel-elektrischer Energie in den Vereinigten Staaten von Nordamerika<sup>1)</sup>.

Die folgenden Angaben über Betriebs- und Anlagekosten diesel-elektrischer Energieerzeugung in den Vereinigten Staaten von Nordamerika beziehen sich auf 58 Anlagen mit einer installierten Leistung von insgesamt 61000 kW und einer Jahresproduktion von 140000000 kWh.

1. *Anlagekosten.* Nach den erhältlichen Angaben schwanken die Anlagekosten zwischen \$ 120 bis 210 per installiertes kW. (Grundstück- und Gebäudekosten nicht inbegriffen). Allgemein kann man jedoch damit rechnen, dass bei einer installierten Leistung von 100 bis 300 kW die Anlagekosten mindestens \$ 160 betragen werden. Bei Installationen zwischen 500 und 1500 kW erniedrigt sich dieser Preis auf ungefähr \$ 150 pro kW.

2. *Jährliche, feste Kosten.* Ueber den Ansatz der jährlichen Aufwendungen für Kapitaldienst, Abschreibungen, Steuern und Versicherungen in % des Anlagekapitals ist schon viel gestritten worden. Im allgemeinen wird von Motorfabrikanten ein Betrag von 10% als ausreichend angegeben. Hingegen ist es bei den Betriebsleitungen üblich, ohne Rücksicht auf die Höhe der verschiedenen Posten, für die jährlichen festen Kosten 15% des Anlagekapitals anzusetzen.

In industriellen Unternehmungen, die nicht gesetzlichen Vorschriften unterworfen sind, wie die vielen staatlichen Betriebe, herrscht in Amerika der Grundsatz, dass jede Maschinenanlage innert 5 Jahren abgeschrieben sein müsse. Dies ergibt

einen Ansatz von 17,7 %, Steuern und Versicherungen hinzu gerechnet ergäbe rund 20 % des Anlagekapitals als feste Jahreskosten.

Im folgenden ist aber stets mit einem Ansatz von 15 % gerechnet, wobei noch erwähnt sei, dass ein Teil dieses Betrages zur Aeuffnung eines Erneuerungsfonds dient, dessen Zinsertrag mit 6 % in Rechnung gesetzt wurde.

3. *Bedienungskosten.* Die Erfahrung lehrt, dass auch in kleinen Anlagen, wo nur ein Dieselmotor aufgestellt ist, ein Maschinist vorhanden sein muss, der für diesen Posten besonders beruflich ausgebildet worden ist. Nicht Innehalten dieser Regel hat eine bedeutende Erhöhung der Unterhaltungskosten zur Folge.

In kleinen Anlagen, wo 1 bis 2 Gruppen installiert sind, wird pro Schicht ein Mann benötigt. Wo die Maschinen nicht mehr als 10 Stunden im Tag in Betrieb sind, braucht überhaupt nur ein Mann Bedienung angestellt zu werden.

In grösseren Anlagen mit drei und mehr Motoren und einer Gesamt-Bremsleistung von über 750 kW sind pro Schicht zwei Mann notwendig. Die Schichtführer müssen für die Bedienung einer Dieselanlage qualifiziert sein, ihr Stundenlohn wird mindestens 75 cents betragen, während die Hilfsmaschinisten mit 55 cents pro Stunde entlöhnt werden.

4. *Treibölverbrauch.* Für 56 untersuchte Anlagen schwankt der Treibölverbrauch zwischen 0,29 und 0,62 kg/kWh, während der Durchschnittswert 0,34 kg/kWh beträgt. Es stellt sich bei diesen Untersuchungen heraus, dass der Belastungsfaktor keine so bedeutende Rolle spielt, wie man vielfach anzunehmen geneigt ist.

<sup>1)</sup> Nach Electrical World 1927, S. 493.