

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 18 (1927)  
**Heft:** 5

**Artikel:** Transformatoren mit Wicklungen in Kaskadenschaltung  
**Autor:** Wirz, Emil  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1060451>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 04.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# SCHWEIZ. ELEKTROTECHNISCHER VEREIN

# BULLETIN

## ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

Generalsekretariat des } REDAKTION { Secrétariat général de  
Schweiz. Elektrotechnischen Vereins und des } Zürich 8, Seefeldstr. 301 { l'Association Suisse des Electriciens et de  
Verbandes Schweizerischer Elektrizitätswerke } l'Union de Centrales Suisses d'électricité

Verlag und Administration } Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei A.-G. { Editeur et Administration  
Zürich 4, Stauffacherquai 36/38 }

Nachdruck von Text oder Figuren ist nur mit Zustimmung der } Reproduction interdite sans l'assentiment de la rédaction et  
Redaktion und nur mit Quellenangabe gestattet } sans indication des sources

XVIII. Jahrgang  
XVIII<sup>e</sup> Année

Bulletin No. 5

Mai 1927  
Mai

### Transformatoren mit Wicklungen in Kaskadenschaltung<sup>1)</sup>.

Von Dr.-Ing. Emil Wirz, Basel.

*Der Autor untersucht, wie sich die Verhältnisse beim Transformator gestalten, wenn die Primär- und Sekundärwicklung auf getrennten Schenkeln untergebracht sind und beide durch zwei Kaskadenwicklungen zwangsläufig miteinander gekuppelt werden.*

*Er zeigt hierbei an Hand von Vektorgleichungen und Diagrammen, dass diese Kaskadenschaltung bei Transformatoren für die Zukunft neue Anwendungsmöglichkeiten bietet, bei denen der normale Transformator nicht mehr in Frage kommt.*

*Er zeigt ferner, dass sich beim Kaskadentransformator die Verhältnisse experimentell genau so wie beim gewöhnlichen Transformator durch den Leerlauf- und Kurzschlussversuch untersuchen lassen und gibt einige Richtlinien an, wie bei der Dimensionierung und Berechnung der Wicklungen vorzugehen ist.*

*L'auteur examine ce qui se passe dans un transformateur où primaire et secondaire sont disposés sur culasses distinctes et accouplés l'un à l'autre par deux enroulements en cascade.*

*Puis il montre à l'aide d'équations vectorielles et de diagrammes que ce schéma en cascade est susceptible à l'avenir d'ouvrir des possibilités d'application nouvelles, où le transformateur normal n'entrerait plus en considération.*

*L'auteur montre ensuite que les conditions de fonctionnement du transformateur en cascade peuvent être étudiées exactement comme pour le transformateur ordinaire, par essais à vide et en court-circuit; il donne enfin quelques directives concernant le calcul et le choix des dimensions des enroulements.*

Seit mehr als zwei Jahrzehnten ist in der Elektrotechnik bekannt, dass Wicklungen verschiedenartiger elektrischer Maschinen hintereinander geschaltet werden können, so dass bei gleichzeitiger mechanischer Kupplung der rotierenden Teile eine neue Maschinengattung, die sogenannten Kaskadenumformer, entsteht.

Bei dieser Kaskadenschaltung haben wir es mit der elektrischen und mechanischen Kupplung zweier für sich selbständiger asynchroner Wechselstrom- und Gleichstrommaschinen zu tun, die zusammen neue Eigenschaften ergeben<sup>2)</sup>.

Das Prinzip des Kaskadenumformers beruht darauf, die Energie von der Wechselstromseite aus teils elektrisch und teils mechanisch auf die Gleichstromseite zu übertragen, wobei durch die starre Kupplung beide Teile zwangsläufig werden.

Trotzdem wir nun beim allgemeinen Transformator keine rotierenden Teile besitzen, so ist es doch naheliegend, dass bei diesem zwangsläufige Schaltungen möglich sind und wir daher auch im Transformatorenbau von Kaskadenschaltung einzelner Wicklungen oder verschiedener Transformatoren zusammen sprechen können.

Der fehlende rotierende Teil des Transformators hat daher Jahrzehnte hindurch die Anwendung der Kaskadenschaltung verhindert, indem man erst in neuester

<sup>1)</sup> Das Manuskript zu diesem Aufsatz ist uns am 16. Dez. 1926 zugekommen. *Die Red.*

<sup>2)</sup> Siehe auch *Arnold*, Wechselstromtechnik, Band IV, Seite 692.

Zeit zur Einsicht kam, dass beim Transformator entweder sinngemäss die elektrostatischen und elektromagnetischen Eigenschaften, oder aber auch nur die elektromagnetischen und die rein magnetischen Eigenschaften zusammen zwangsläufig miteinander gekuppelt werden können.

Die erstere Art der Kaskadenschaltung bei Transformatoren hat Dessauer<sup>3)</sup> mit den gesteuerten Beanspruchungen des Isoliermaterials angewendet und beruht in der Hauptsache auf der zwangsläufigen Beeinflussung des elektrischen Feldes durch das Potential des Transformators oder eines Teiles desselben.

Die zweite Art der Kaskadenschaltung dagegen beruht auf der gleichzeitigen zwangsläufigen Kupplung der elektrischen und magnetischen Eigenschaften verschiedener Transformatoren oder auch nur einzelner Wicklungsteile desselben zum Zwecke der isolationstechnischen Trennung einzelner Wicklungsteile<sup>4)</sup>.

Bei dieser zweiten Art geschieht dann die zwangsläufige Steuerung vorwiegend durch die magnetischen Flüsse, die durch besondere Wicklungen beeinflusst werden,

Aus diesem Grunde sind auch verschiedene Konstrukteure dazu gekommen, solche gesteuerte zwangsläufige Wicklungen als Schubwicklungen zu bezeichnen, die aber im engsten Sinne des Wortes reine Kaskadenwicklungen sind und mit der technischen Bezeichnung „Schub“ oder „geschoben“ gar nichts zu tun haben.

Es ist deshalb eine allgemeine Pflicht, solche unangebrachte Bezeichnungen schon allein im Interesse der Klarheit richtig zu stellen, da sie nur Verwirrung anrichten und falsche Vorstellungen erwecken.

Wir werden im Laufe unserer Untersuchungen erkennen, dass gerade bei Transformatoren von Schubwicklungen gar nicht gesprochen werden kann, da die Vorbedingungen dazu absolut nicht vorhanden sind.

Im folgenden werden wir nun in der Hauptsache die oben erwähnte zweite Art der Kaskadenschaltungen von Transformatorenwicklungen theoretisch und auf experimenteller Grundlage behandeln, da sie praktisches Interesse bietet und in der Literatur darüber nur einige Beschreibungen und Anwendung aus der Hochspannungstechnik, namentlich bei Prüftransformatoren, vorhanden sind. In neuester Zeit hat Piffner<sup>5)</sup> diese Schaltungen auch bei Messtransformatoren angewendet. Spezielle Gebiete für den Kaskadentransformator scheinen jedoch der Zukunft vorbehalten zu sein, da derselbe als Spannungsregler und als Drosselspule in speziellen Fällen von praktischer Bedeutung werden kann.

Den folgenden Untersuchungen wollen wir nun den allgemeinsten Fall des Kaskadentransformators zugrunde legen, bei welchem die Primär- und Sekundärwicklungen von einander getrennt und auf verschiedenen Eisenkernen untergebracht sind. Die Zwangsläufigkeit für beide Wicklungen soll dann durch zwei einander entgegen geschaltete und auf beide Eisenkerne gleichmässig verteilte Kaskadenwicklungen verursacht werden, indem diese einen gemeinsamen Hauptkraftfluss in beiden Eisenkernen erzeugen. Das Schema der auf jedem Eisenkern angeordneten Wicklungen ist in Fig. 1 dargestellt. Die eingeklammerten Zahlen stellen die Reihenfolge der Wicklungen dar und mit den römischen Zahlen I und II sind die beiden Eisenkerne in bezug auf die Netzspeisung bezeichnet. In diesem Falle bildet jeder Schenkel des Transformators für sich ein besonderes Aggregat, die miteinander durch die gemeinsamen Joche und den Hauptkraftfluss starr verbunden sind. Wie beim rotierenden

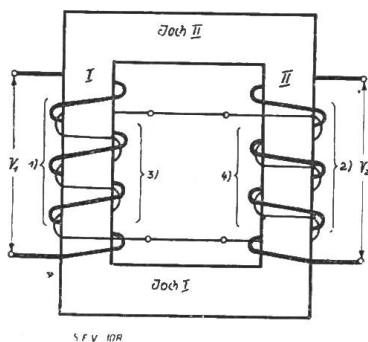


Fig. 1.

Wicklungsschema des Kaskadentransformators mit zwei gegeneinander geschalteten Kaskadenwicklungen.

<sup>3)</sup> Siehe Dessauer, „Ueber Transformatoren mit gesteuerter Beanspruchung des Isoliermaterials“, ETZ 1923, Seite 1087.

<sup>4)</sup> Siehe Hess „Erfahrungen und Fortschritte im Bau des Lufttransformators für sehr hohe Spannungen und dessen Schaltungen“, E. u. M. 1926, Heft 36, Seite 641 u. ff.

<sup>5)</sup> Piffner, „Kaskaden-Erdungsspulen und Messwandler“, ETZ 1926, Heft 2, Seite 44.

Kaskadenumformer die gemeinsame Welle die Zwangsläufigkeit beider Maschinen bewirkt und die Uebertragung von einem auf das andere Aggregat teils über die Welle und teils durch die Ausgleichsleiter der Wicklungen geschieht, wird ähnlich beim Kaskadentransformator die Zwangsläufigkeit durch den gemeinsamen Hauptkraftfluss und die elektrische Energieübertragung durch die Kaskadenwicklungen erreicht, so dass beide Maschinen einander identisch sind. Die einander entgegen geschalteten Kaskadenwicklungen beim Transformator sind äquivalent mit den Ausgleichsleitern zwischen den Wicklungen beim Kaskadenumformer, so dass wir diese niemals als Schubwicklungen oder als Schubleiter bezeichnen können.

Vereinigen wir nun noch die Primär- und Sekundärwicklungen in eine einzige, wie dies bei der Sparschaltung der Fall ist, so gelten dieselben Gesichtspunkte, wobei infolge der dreifachen Verkettung der Wicklungen die Bezeichnung Schubwicklung für die Kaskadenwicklungen vollständig sinnlos wird. Bedenken wir doch, dass an eine Schub- oder Quersfeldwicklung ganz andere Anforderungen gestellt werden, wie dies bei den Kaskadenwicklungen der Fall ist, die als die Träger des gemeinsamen Hauptkraftflusses anzusprechen sind.

Prinzipiell werden wir daher bei getrennten Wicklungen oder bei der Sparschaltung keinen Unterschied finden, so dass wir uns in der Hauptsache theoretisch nur mit dem oben erwähnten einfachen Fall zu befassen brauchen. Die erhaltenen Resultate lassen sich sinngemäss auf alle Spezialfälle übertragen.

Wir legen bei unseren Betrachtungen für die Darstellung der einzelnen Vektoren die komplexe oder symbolische Methode zugrunde, da sich damit ausserordentlich einfach die Vektoren in Diagrammen darstellen lassen.

Um wie beim allgemeinen Transformator auch beim Kaskadentransformator systematisch die Grundgleichungen aufstellen zu können, stellen wir ein dem Wicklungsschema der Fig. 1 äquivalentes Ersatzschema auf, wie dies in Fig. 2 dargestellt wird. Die Indizes der Vektoren entsprechen dort den Zahlen der Wicklungen im Wicklungsschema der Fig. 1, wobei wir entsprechend den verschiedenen Windungszahlen alle Grössen im Verhältnis der Windungszahlen auf die Primärwicklung reduzieren müssen.

In der Ersatzschaltung muss mit dem resultierenden Hauptkraftfluss  $\Phi_H$  die magnetische Zwangsläufigkeit beider Schenkel dargestellt werden. Die Grössen des sekundären Belastungskreises sollen mit dem Index  $A$  und die reduzierten Grössen mit dem Index ( $'$ ) gekennzeichnet werden.

Der Kaskadentransformator werde an eine Netzspannung  $V_1$  primärseitig angeschlossen. Bei Belastung des Sekundärkreises mit einem Strom  $I_2$  durch die Belastungsimpedanz  $Z_A = R_A + j x_A$  an den Klemmen der Sekundärwicklung wird dann die Primärwicklung einen Strom  $I_1$  aufnehmen, der infolge der Impedanz der Primärwicklung  $Z_1 = R_1 + j x_1$  in dieser einen Spannungsabfall  $I_1 z_1$  hervorruft. Ein Teil dieses Primärstromes wird dann zur Erzeugung des primären Kraftflusses  $\Phi_{11}$  im ersten Schenkel des Eisenkörpers verwendet und kommt in der Ersatzschaltung durch den Magnetisierungsstrom  $I_{1a}$  im parallelen Erregerkreis mit seiner Erregeradmittanz  $Y_{1a} = g_{1a} - j b_{1a}$  zum Ausdruck. Der übrige Teil des Primärstromes wird durch die induzierten elektromotorischen Kräfte der ersten Kaskadenwicklung auf diese übertragen, so dass entsprechend der geometrischen Differenz der EMKe der beiden Kaskadenwicklungen in diesen ein Strom  $I_3$  fliesst. Da dieser Strom  $I_3$  auch die zweite Kaskadenwicklung des zweiten Schenkels durchfliesst, so wird ein Teil davon wiederum zur Erzeugung eines magnetischen Kraft-

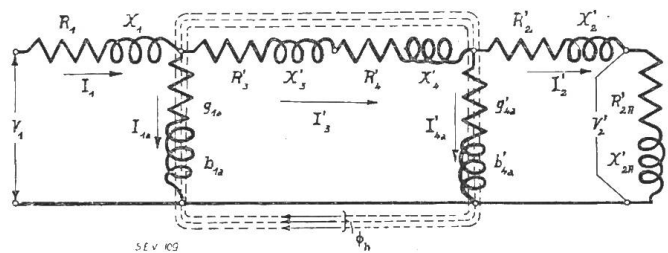


Fig. 2.

Ersatzschaltung des allgemeinen Kaskadentransformators.

flusses  $\Phi_{4II}$  in diesem Schenkel aufgewendet, während der übrige Teil durch Induktion auf die Sekundärwicklung übertragen wird. Dieser Teilstrom  $I_{4a}$ , welcher den Kraftfluss  $\Phi_{4II}$  erzeugt, kommt in der Ersatzschaltung durch den zweiten parallelen Erregerkreis mit der Erregeradmittanz  $\mathcal{Y}_{4a} = g_{4a} - j b_{4a}$  zum Ausdruck. Da die Primär- und Sekundärwicklungen nicht nur allein durch die beiden Kaskadenwicklungen elektrisch mit einander verkettet sind, sondern auch durch den gemeinsamen Eisenweg magnetisch miteinander zusammenhängen, erhalten wir vier verschiedene magnetische Kraftflüsse, die teils im Eisen und teils in Luft verlaufen und für das Verhalten des Kaskadentransformators von ausschlaggebender Bedeutung sind.

Wie wir bereits andeuteten, erzeugt die Primärwicklung im Kern I einen magnetischen Fluss  $\Phi_{1I}$ , der sich seiner Natur nach in zwei Teile teilt, nämlich in den primären Streufluss  $\Phi_{1Is}$ , welcher zum kleineren Teil im Eisen und zum grösseren Teil in Luft um die primären Wicklungen verläuft und den zweiten Teil, den Fluss  $\Phi_{1II}$ , der über die Joche zum zweiten Schenkel verläuft. Dieser schlägt ausschliesslich den Eisenweg ein und wird deshalb gegen den Streufluss  $\Phi_{1Is}$  stark phasenverschoben sein.

Betrachten wir die Verhältnisse im zweiten Schenkel mit dem Erregerkraftfluss  $\Phi_{4II}$ , so erhalten wir dasselbe Bild, indem hier der zweite Streufluss  $\Phi_{4IIs}$  um die Wicklungen des zweiten Schenkels verläuft und der Teilfluss  $\Phi_{4I}$  über die Joche zum ersten Schenkel gelangt.

Für die Kraftflüsse, die in jedem Schenkel erzeugt werden, können wir deshalb die Vektorgleichungen aufstellen:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{1I} &= \Phi_{1II} + \Phi_{1Is} \\ \Phi_{4II} &= \Phi_{4I} + \Phi_{4IIs} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Da in jedem Schenkel auch ein Teil des Flusses des andern Schenkels noch hinzukommt, erkennt man unschwer, dass in jedem Schenkel zwei verschiedene resultierende Hauptkraftflüsse vorhanden sind, die wir durch die Vektorgleichungen zum Ausdruck bringen:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{1t} &= \Phi_{1I} + \Phi_{4I} \\ \Phi_{II t} &= \Phi_{4II} + \Phi_{1II} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Daraus sehen wir aber, da die einzelnen Kraftflüsse verschieden stark phasenverschoben sind, dass auch die beiden Hauptkraftflüsse  $\Phi_{1t}$  und  $\Phi_{II t}$  voneinander phasenverschoben sein müssen und ihrer Grösse nach unter Umständen verschieden sind.

Andererseits sind auf beiden Schenkeln Wicklungen untergebracht, die einander entgegengeschaltet und ausserdem von phasenverschobenen Feldern durchsetzt werden, so dass sich nur dann ein Gleichgewichtszustand im Transformator einstellt, wenn sich die Hauptkraftflüsse, die induzierten Spannungen und die Ströme im Gleichgewicht halten.

Im Belastungszustand des Transformators wird in den Kaskadenwicklungen ein Strom  $I_3$  fliessen und da jede dieser Wicklungen Impedanzen aufweist, nämlich in der ersten  $\mathcal{Z}_3 = R_3 + j x_3$  und in der zweiten  $\mathcal{Z}_4 = R_4 + j x_4$ , wird dieser Strom einen Spannungsabfall  $I_3 (z_3 + z_4)$  hervorrufen, der stets eine Phasenverschiebung zwischen den EMKe dieser Wicklungen beider Schenkel bedingt und damit auch eine bestimmte Phasenverschiebung der Hauptkraftflüsse beider Schenkel vorschreibt. Hätten diese Kaskadenwicklungen keine induktiven und ohmschen Widerstände, so müssten im Gleichgewichtszustand des Transformators beide Flüsse beider Schenkel gleich gross und phasengleich sein. Wie weit sich diese Phasengleichheit der Flüsse und der zugehörigen EMKe erreichen lässt, werden wir weiter unten erkennen.

Aus dieser kurzen Untersuchung erkennen wir bereits, dass beim Kaskadentransformator die Streuung durch die Kaskadenwicklung künstlich vergrößert wird und auch durch die vergrößerten ohmschen Widerstände die Totalverluste grösser als beim gewöhnlichen Transformator werden müssen.

Bei diesem werden die Streufelder hin und wieder als sogenannte Querfelder bezeichnet, so dass uns die Auffassung nahe liegt, dass beim Kaskadentransformator das vergrößerte Streufeld zur Bezeichnung „Quer- oder Schubwicklungen“ für die Kaskadenwicklungen geführt hat. Nun bezwecken wir aber hierbei nicht spezielle Querfelder zu erzeugen, sondern wollen vielmehr mit dieser Schaltung verschiedener Wicklungen ganz bestimmte Eigenschaften des Transformators erreichen, so dass es gar nicht angebracht ist, auf Grund dieser vergrößerten und für uns lästigen Querfelder diese Wicklungen als Schubwicklungen zu bezeichnen, um so mehr als die Vorbedingung für eine Schubwicklung überhaupt nicht vorhanden ist.

Wir sehen, dass beim Kaskadentransformator die Verhältnisse sehr verwickelte sind und es wird daher unsere Aufgabe sein, rechnerisch diese Abhängigkeiten zu ergründen und klarzustellen. Zu diesem Zwecke gehen wir am besten so vor, dass wir die Verhältnisse einmal im Leerlaufzustand des Transformators untersuchen und ein zweites Mal im Kurzschlusszustand, so dass wir dann durch Superposition beider Zustände zum normalen Belastungszustand gelangen<sup>6)</sup>.

### 1. Leerlaufzustand.

Lassen wir beim Kaskadentransformator die Sekundärklemmen offen und schliessen wir die Primärwicklung an eine Netzspannung  $V_{10}$  an, so können wir diesen Zustand durch die Ersatzschaltung der Fig. 3 darstellen. Wir untersuchen zunächst beim Leerlaufzustand die erzeugten Kraftflüsse und Spannungen und die zu deren Erzeugung erforderlichen Magnetisierungsströme.

Die an die Primärwicklung angelegte Spannung  $V_{10}$  erzeugt im zu gehörigen Schenkel I ein Kraftfluss  $\Phi_{1I}$ , welcher die Primär- und erste Kaskadenwicklung gemeinsam durchsetzt. Wie wir bereits auseinander gesetzt haben, tritt zwischen beiden Eisenkernen Streuung auf, so dass der zweite Schenkel nicht mehr vom vollen Primärkraftfluss  $\Phi_{1I}$  durchsetzt wird, sondern nur vom Kraftfluss  $\Phi_{1II}$ , der um den Betrag des Streuflusses  $\Phi_{1IS}$  verringert ist und durch diesen gegenüber dem Fluss  $\Phi_{1I}$  in der Phase verschoben wird. Es muss deshalb stets die Bedingung gelten:

$$\Phi_{1I} > \Phi_{1II} \tag{2}$$

wobei  $\Phi_{1I}$  gegenüber  $\Phi_{1II}$  stets phasenungleich sein wird.

Der Kraftfluss  $\Phi_{1I}$  erzeugt in der Primärwicklung eine EMK  $E_{111}$  und in der zugehörigen Kaskadenwicklung eine EMK  $E'_{311}$ , wobei aus Symmetriegründen bei der Reduktion auf die Primärwicklung  $E_{111} = E'_{311}$  sein muss. Diese induzierte EMK  $E'_{311}$  bildet für die Kaskadenwicklungen den Hauptbestandteil der treibenden Spannung und verursacht in ihnen einen Strom  $I'_{30}$ , welcher wiederum im zweiten Schenkel einen Zusatzkraftfluss  $\Phi_{4II}$  verursacht. Wie im ersten Schenkel gilt auch hier, dass ein Teil als Streufluss  $\Phi_{4IIS}$  und ein zweiter Teil über die Joche zum ersten Schenkel, der Fluss  $\Phi_{4I}$ , gelangt.

Für diese Flüsse gilt wieder die Bedingung:

<sup>6)</sup> Siehe *Wirz*, „Das Problem der parallel arbeitenden Transformatoren auf experimenteller Grundlagé“, Bulletin des S.E.V. 1923, Seite 25.

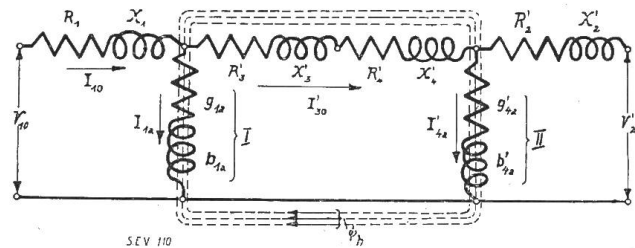


Fig. 3.  
Ersatzschaltung des Kaskadentransformators im Leerlaufzustand.

$$\Phi_{4II} > \Phi_{4I} \tag{3}$$

wobei  $\Phi_{4II}$  gegenüber  $\Phi_{4I}$  stets phasenungleich sein muss.

Der vom Primärkraftfluss herrührende Teilkraftfluss im zweiten Schenkel erzeugt in der zweiten Kaskadenwicklung die EMK  $E'_{4II1}$  und in der Sekundärwicklung die EMK  $E'_{2II1}$ , wobei wiederum auf Primär reduziert, aus Symmetriegründen,  $E'_{4II1} = E'_{2II1}$  sein muss.

Schliesslich erzeugt der Zusatzkraftfluss  $\Phi_{4II}$  in den Wicklungen des zweiten Schenkels die EMKe  $E'_{4II4}$  und  $E'_{2II4}$ ; auch hier muss  $E'_{4II4} = E'_{2II4}$  sein.

Endlich erzeugt der Teilkraftfluss  $\Phi_{4I}$  des Zusatzflusses im ersten Schenkel die EMKe  $E'_{314}$  und  $E'_{114}$ , die reduziert  $E'_{314} = E'_{114}$  sein müssen.

Da also in jeder einzelnen Wicklung je zwei verschiedene EMKe induziert werden, können wir schliesslich die resultierenden EMKe jeder Wicklung durch folgende Vektorgleichungen angeben:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{G}_{11t} &= \mathcal{G}_{111} + \mathcal{G}_{114} \\ \mathcal{G}'_{31t} &= \mathcal{G}'_{311} + \mathcal{G}'_{314} \\ \mathcal{G}'_{4II t} &= \mathcal{G}'_{4II4} + \mathcal{G}'_{4II1} \\ \mathcal{G}'_{2II t} &= \mathcal{G}'_{2II4} + \mathcal{G}'_{2II1} \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

Beide Kaskadenwicklungen sind gegeneinander geschaltet, deshalb wird die resultierende EMK  $E'_{31t}$  des ersten Schenkels die resultierende EMK  $E_{4II t}$  mit dem zugehörigen Spannungsabfall in diesen Wicklungen im Gleichgewicht halten, so dass der Kaskadenstrom  $I'_{30}$  auf einen bestimmten Wert begrenzt wird.

Bisher haben wir bei den Kraftflüssen und induzierten EMKe stillschweigend angenommen, die Windungszahlen der Kaskadenwicklungen verhalten sich wie 1 : 1, und der Kaskadenstrom verlaufe in einer bestimmten, durch die Streuung bedingten Richtung. Theoretisch sind aber je nach der Schaltung bei der Abstufung der Windungszahlen ganz verschiedene Fälle möglich; je nach dem die Windungszahlen

$$w_3 \cong w_4 \tag{5}$$

werden, unterscheiden wir drei verschiedene Grenzzustände. Im ersten Fall für  $w_3 > w_4$  bis  $w_3 = w_4$  hat der Kaskadenstrom  $I_{30}$  eine solche Richtung, dass sein zugehöriger Zusatzkraftfluss  $\Phi_{4II}$  sich zum bestehenden Hauptkraftfluss addiert. Damit besitzen die Gleichungen (4) für die induzierten EMKe strenge Gültigkeit, wie im Wicklungsschema der Fig. 4 angedeutet wird.

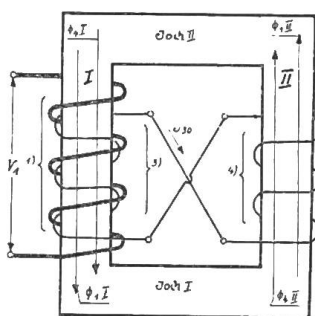


Fig. 4.  
Wicklungsschema mit eingezeichneten Feldern bei gleichsinniger Felderzeugung,  $w_3 \cong w_4$ ;  $I_{30} > 0$ .

Lassen wir die Windungszahl  $w_4$  zunehmen, so wird offenbar ein Zustand eintreten, bei welchem bei Leerlauf der Kaskadenstrom  $I_{30}$  allmählich verschwindet, so dass das Zusatzfeld auch verschwindet. In diesem Falle wären die Streufelder kompensiert, was jedoch praktisch nur mit besonderen Hilfsmitteln möglich sein wird, wie wir später sehen werden.

Im dritten Falle wird  $w_3 < w_4$  und zwar um so viel, bis der Kaskadenstrom  $I_{30}$  seine Richtung umkehrt und damit ein Zusatzfeld  $\Phi_{4II}$  erzeugt wird, das dem Hauptfeld entgegengerichtet ist.

Dieser Spezialfall bedingt deshalb stets im Transformator eine Feldschwächung und damit eine Abdrosselung der induzierten EMKe, so dass dieser Fall bei Drosselspulen mit bestimmter Charakteristik, sowie bei Spezialtransformatoren besondere Bedeutung erlangen kann. In Fig. 5 ist dieser Spezialfall im Wicklungsschema mit den Flüssen angedeutet, jedoch ist hervorzuheben, dass dieser Spezialfall an besondere Bedingungen, ähnlich dem zweiten Falle, geknüpft ist.

Auf Grund dieser Betrachtungen müssen wir beim Kaskadentransformator im Leerlauf den Betriebszustand so definieren, dass wir drei Gebiete für den Kaskadenstrom unterscheiden, je nachdem dieser die Grössenordnung:

$$I_{30} \cong 0 \tag{6}$$

erreicht. Dabei legen wir als positiven Strom die Richtung im Sinne der Speisung der Kaskadenwicklungen von der ersten zur zweiten Wicklung fest.

Aus diesen Gesichtspunkten heraus ergibt sich, dass die Verhältnisse beim Kaskadentransformator schon bei Leerlauf ausserordentlich verwickelt sind und dass der eigentliche Kaskadenstrom mit seinem Spannungsabfall in den Kaskadenwicklungen von ausschlaggebender Bedeutung für die Wirkungsweise des Transformators sein muss. So viel können wir jetzt schon feststellen, dass bei der Dimensionierung solcher Kaskadentransformatoren das Hauptgewicht darauf gelegt werden muss, dass die Kaskadenwicklungen schon allein mit Rücksicht auf die grossen Verluste, sehr reichlich dimensioniert sein müssen.

Mit diesen Grundlagen für die Verhältnisse der Kraftflüsse können wir im folgenden die Bedingungen feststellen, unter welchen ein Kaskadentransformator bei Leerlauf arbeitet, wobei wir jedoch alle Sonderfälle nur soweit berücksichtigen, als diese für die Erforschung der Arbeitsweise desselben erforderlich sind.

Zur allgemeinen Klärung der Verhältnisse beim Kaskadentransformator stellen wir zuerst für unsere Ersatzschaltung bei Leerlauf (Fig. 3) und auf Grund der Spannungsgleichungen der resultierenden EMKe (Gl. 4) die Leerlaufdiagramme auf. Hierbei werden wir die beiden Sonderfälle berücksichtigen müssen, bei welchen  $I_{30} > 0$  und  $I_{30} < 0$  werden, da sich dabei zwei ganz verschiedene Diagramme ergeben.

In Fig. 6 ist das Leerlaufdiagramm für den Fall aufgezeichnet, dass  $I_{30} > 0$  und  $w_3 \cong w_4$  werden. Wie wir daraus erkennen, sind die resultierenden EMKe beider Wicklungen um den Betrag des Vektors des Spannungsabfalles in den Kaskadenwicklungen verschoben. Je grösser deshalb bei Leerlauf der Kaskadenstrom ist, desto grösser wird bei gleichbleibenden induktiven und ohmschen Widerständen die Phasenverschiebung zwischen diesen resultierenden EMKe  $E'_{411t}$  und  $E'_{31t}$ . Da andererseits bei Belastung des Transformators die Kaskadenwicklungen auch noch den Sekundärstrom aufnehmen, müssen diese Wicklungen sehr kräftig dimensioniert sein, damit der Spannungsabfall und diese Phasenverschiebung nicht zu gross werden.

Aus dem Diagramm erkennen wir ferner, dass wir durch eine geeignete Wahl der Grösse des Kaskadenstromes und des Zusatzfeldes die Verhältnisse so gestalten können, dass Primär- und Sekundärspannung genau in Phase miteinander sind. Dies ist bekanntlich von ausserordentlicher Wichtigkeit für die Anwendung dieser Schaltung bei Spannungswandlern, da dort eine sehr kleine Phasenverschiebung Bedingung ist. Bei solchen für eine sehr hohe Primärspannung eröffnet sich deshalb dem Kaskadentransformator ein neues, wichtiges Anwendungsgebiet, da beim normalen Spannungswandler ohne Kaskadenwicklungen das Isolierproblem sehr grosse Schwierigkeiten bereitet. Nachteilig wirken bei dieser Schaltung im allgemeinen nur die erhöhten Verluste und der grössere Leerlaufstrom. Wählen wir die Verhältnisse so, dass  $I_{30} < 0$  und  $w_3 < w_4$  werden, so erhalten wir das in Fig. 7 aufgezeichnete Diagramm. In diesem sind die Verhältnisse schon wesentlich verschieden gegenüber dem ersten Fall, da hier das Zusatzfeld in beiden Schenkeln eine Abdrosselung des Hauptfeldes bewirkt.

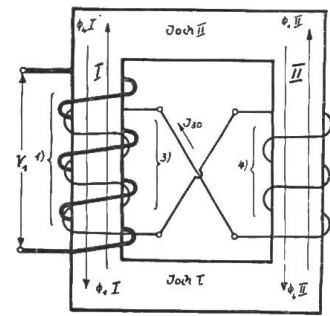
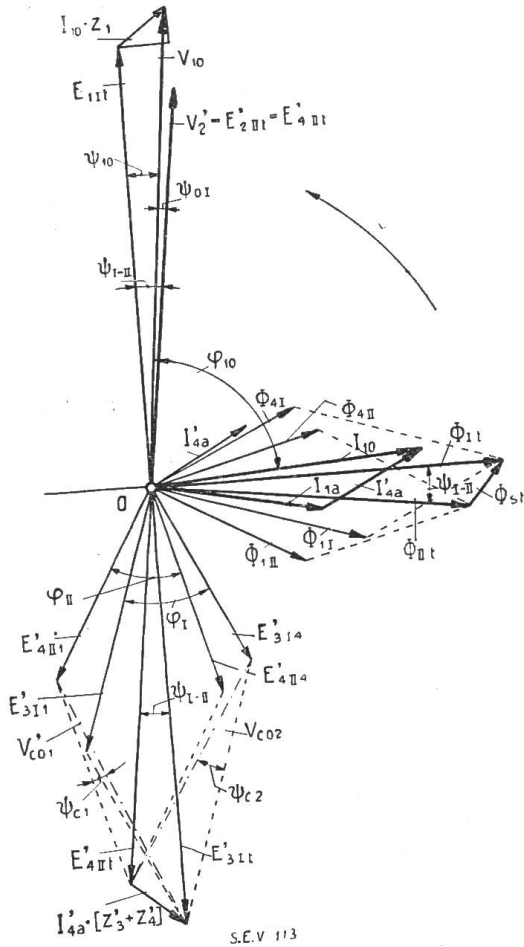


Fig. 5.  
Wicklungsschema mit entgegengesetzter Felderzeugung,  
 $w_3 < w_4$  und  $I_{30} < 0$ .



S.E.V. 113  
Fig. 6.

Leerlaufdiagramm des Kaskadentransformators mit gleichsinnigen Feldern,  $w_3 \leq w_4$  und  $I_{30} > 0$ .

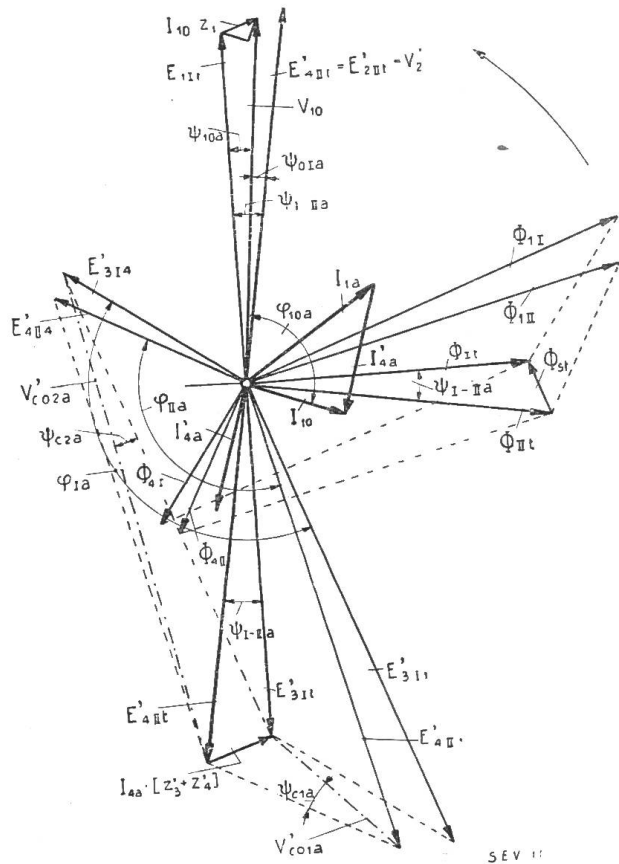


Fig. 7.

Leerlaufdiagramm mit einander entgegengesetzt gerichteten Feldern,  $w_3 < w_4$  und  $I_{30} < 0$ .

Diese Erscheinung hat aber wiederum eine andere gute Wirkung, indem bei Belastung des Transformators der Vollastkaskadenstrom um den Betrag des Leerlaufkaskadenstromes verringert wird und damit der Spannungsabfall ab- und die Sekundärspannung etwas zunimmt.

Wir sehen aus diesem Diagramm, dass wir beim Kaskadentransformator durch eine geeignete Wahl der Windungszahlen und der Schaltung der Kaskadenwicklungen die Verhältnisse in sehr weitgehendem Masse umgestalten können, so dass sich für diesen ein grosses Anwendungsgebiet voraussehen lässt. Insbesondere wird sie dort eine wichtige praktische Bedeutung erlangen, wo bei zunehmender Belastung auch die Spannung zunehmen soll, wie dies bei Spezialgleichrichtern der Telegraphie verlangt wird.

Ein besonderes Merkmal dieses Spezialfalles (in Diagramm Fig. 7) bildet der Leerlaufstrom, da er sehr viel kleiner ist wie im ersten Fall, dafür aber eine sehr ungünstige Phasenlage gegenüber der Primärspannung aufweist. Bei Belastung wird diese ungünstige Erscheinung jedoch durch den sekundären Belastungsstrom wieder aufgehoben.

Für spezielle Zwecke dürfte auch diese Schaltung praktische Anwendung finden, wie oben angedeutet wurde.

Um nun die Verhältnisse bei Leerlauf durch Vektorgleichungen zum Ausdruck zu bringen, müssen wir mittelst der Ersatzschaltung Fig. 3 die resultierenden Scheinwiderstände oder Impedanzen der Wicklungen bestimmen. Hierbei werden wir am zweckmässigsten vom Erregerkreis des Zusatzfeldes ausgehen, der an der

zweiten Kaskadenwicklung einen Scheinleitwert (Erregeradmittanz):

$$y'_{4a} = g'_{4a} - j b'_{4a} \quad (7)$$

verursacht, wobei  $g'_{4a}$  den Wirkleitwert (Konduktanz) und  $b'_{4a}$  den Blindleitwert (Suszeptanz) der Zusatzerregung im Schenkel II darstellen.

Diese Zusatzerregeradmittanz können wir aus dem Eisenweg der Magnetisierung, den Eisenverlusten und der Windungszahl der zweiten Kaskadenwicklung berechnen, wie dies bereits in einer früheren Arbeit angegeben wurde<sup>7)</sup>.

Da nach unserer Ersatzschaltung gemäss Fig. 3 der Zusatzerregerkreis parallel zu den Impedanzen der Kaskadenwicklungen liegt, so ergibt sich die reduzierte Leerlaufimpedanz dieser Wicklung:

$$Z'_{40} = Z'_4 + \frac{1}{y'_{4a}} \quad (8)$$

Nach unserer Voraussetzung wird die erste Kaskadenwicklung in Gegenschaltung an die zweite angeschlossen, so dass wir die Impedanz  $Z'_3$  zur Gl. (8) addieren müssen.

Die totale Leerlaufimpedanz des Kaskadenkreises ist daher:

$$Z'_{c0} = Z'_3 + Z'_4 + \frac{1}{y'_{4a}} = \frac{(Z'_3 + Z'_4) y'_{4a} + 1}{y'_{4a}} \quad (9)$$

Setzen wir zur Abkürzung für den Zähler der Gl. (9):

$$(Z'_3 + Z'_4) y'_{4a} + 1 = C'_{c1}, \quad (10)$$

so können wir diesen Faktor als den absoluten Uebersetzungsfaktor der Kaskadenwicklungen in bezug auf Primärspesung des Transformators bezeichnen.

Multiplizieren wir noch beide Seiten der Gl. (9) mit dem reduzierten Kaskadenstrom  $I'_{4a}$ , so ergibt sich die Spannungsgleichung:

$$I'_{4a} Z'_{c0} = I'_{4a} (Z'_3 + Z'_4) + \frac{I'_{4a}}{y'_{4a}} \quad (11)$$

Aus unserem Leerlaufdiagramm Fig. 6 stellen dann die einzelnen Glieder dieser Gleichung dar  $\frac{I'_{4a}}{y'_{4a}}$  die induzierte EMK  $E'_{4114}$  der zweiten Kaskadenwicklung durch den Zusatzfluss  $I'_{4a} (Z'_3 + Z'_4)$  den Spannungsabfall in beiden Kaskadenwicklungen und  $I'_{4a} Z'_{c0}$  die treibende Spannung  $V'_{c0}$  in den Kaskadenwicklungen. Nehmen wir unser Leerlaufdiagramm Fig. 6 zu Hilfe, so erkennen wir, dass die treibende Spannung des Kaskadenkreises auch ausgedrückt werden kann durch:

$$E'_{311} - E'_{411} = V'_{c01}, \quad (12)$$

also aus der geometrischen Differenz der resultierenden EMK der ersten Kaskadenwicklung und der EMK des Primärflusses in der zweiten Kaskadenwicklung.

In der Spannungsgleichung (11) haben wir stillschweigend für die Spannungen im Kaskadenkreis den ersten Fall mit  $w_3 \cong w_4$  und  $I_{30} > 0$  vorausgesetzt, da im Leerlaufdiagramm Fig. 6 sich der Spannungsabfall zur EMK  $E'_{4114}$  geometrisch addiert.

Für den dritten Fall aber, wo  $w_3 < w_4$  und  $I_{30} < 0$  wird, müssen wir die geometrische Differenz der EMK  $E'_{4114}$  und des Spannungsabfalles bilden, so dass Gl. (11) übergeht in:

$$I'_{4a} Z'_{c0} = I'_{4a} (Z'_3 + Z'_4) - \frac{I'_{4a}}{y'_{4a}} \quad (11a)$$

<sup>7)</sup> Siehe *Wirz*, Theorie, Berechnung der Spannungswandler, Bulletin des S.E.V. 1914, S. 303.

Analog ändert sich die Gl. (10), so dass wir hier für den Uebersetzungsfaktor schreiben können:

$$(\mathcal{Z}'_3 + \mathcal{Z}'_4) \mathcal{Y}'_{4a} - 1 = C'_{c1a} = C'_{c1} - 2. \tag{10a}$$

Setzen wir nunmehr in die Gl. (11) und (11a) diese Uebersetzungsfaktoren der Gl. (10) und 10a) ein, so erhalten wir für die treibenden Spannungen, die Beziehungen für  $w_3 \geq w_4$  und  $I_{30} > 0$ :

$$\mathcal{V}'_{c01} = \mathcal{E}'_{4II4} C'_{c1} = \mathcal{E}'_{4II4} C'_{c1} e^{j\psi_{c1}} \tag{13}$$

für  $w_3 < w_4$  und  $I_{30} < 0$ :

$$\mathcal{V}'_{c01a} = \mathcal{E}'_{4II4} C'_{c1a} = \mathcal{E}'_{4II4} C'_{c1a} e^{j\psi_{c1a}} \tag{13a}$$

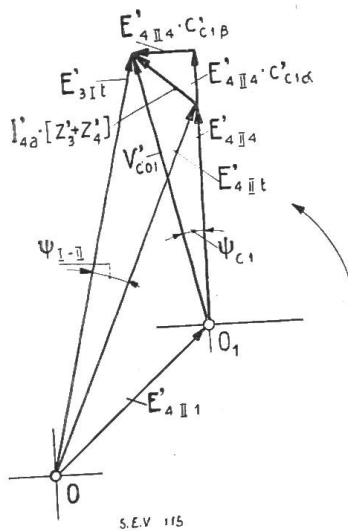


Fig. 8.  
Leerlaufdiagramm der treibenden Spannungen im Kaskadenkreis für  $w_3 \geq w_4$  und  $I_{30} > 0$ .

Aus unseren Leerlaufspannungen (Fig. 6) können wir nun für die Spannungen im Kaskadenkreis für den Fall  $w_3 \geq w_4$  und  $I_{30} > 0$  ein besonderes Diagramm aufstellen und daraus den Uebersetzungsfaktor  $C'_{c1}$  bestimmen und erhalten dann das Diagramm Fig. 8.

Zerlegen wir die treibende Spannung  $V'_{c01}$  in zwei Komponenten, wovon die eine in Richtung der EMK  $E'_{4II4}$  und die andere senkrecht dazu, so wird aus Gl. (10) für den Faktor  $C'_{c1}$ :

$$C'_{c1} = c'_{c1\alpha} + j c'_{c1\beta}. \tag{14}$$

Durch Umrechnung der Gl. (10) erhalten wir für die einzelnen Komponenten:

$$\left. \begin{aligned} c'_{c1\alpha} &= 1 + (R'_3 + R'_4) g'_{4a} + (x'_3 + x'_4) b'_{4a} \\ c'_{c1\beta} &= (x'_3 + x'_4) g'_{4a} - (R'_3 + R'_4) b'_{4a} \end{aligned} \right\} \tag{15}$$

und damit schliesslich den reellen Wert des Uebersetzungsfaktors  $C'_{c1}$ :

$$C'_{c1} = \sqrt{c'^2_{c1\alpha} + c'^2_{c1\beta}}. \tag{16}$$

Der Winkel zwischen der Spannung  $V'_{c01}$  und der EMK  $E'_{4II4}$  lässt sich bestimmen aus:

$$\text{tg } \psi_{c1} = \frac{c'_{c1\beta}}{c'_{c1\alpha}}. \tag{17}$$

Mit Hilfe dieser Beziehungen ist der zweite Kaskadenkreis eindeutig bestimmt. Wir können damit für jedes gewünschte Zusatzfeld die nötige treibende Spannung  $V'_{c01}$  und ihre Phasenlage gegenüber jenem bestimmen.

Gehen wir nun zum zweiten Fall  $w_3 < w_4$  und  $I_{30} < 0$  über, so müssen wir vom Leerlaufdiagramm Fig. 7 ausgehen, aus welchem wir das abgeänderte Diagramm Fig. 9 erhalten. In diesem Falle haben wir einfach nach Gl. (13a) den Uebersetzungsfaktor  $C'_{c1}$  durch denjenigen  $C'_{c1a}$  zu ersetzen, wobei für beide Faktoren der Zusammenhang besteht:

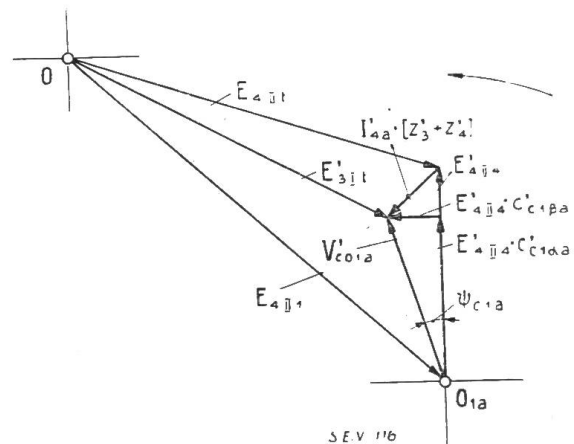


Fig. 9.  
Leerlaufdiagramm der treibenden Spannung im Kaskadenkreis für  $w_3 < w_4$  und  $I_{30} < 0$ .

$$C'_{c1a} = C'_{c1} - 2, \quad (18)$$

da hierbei die EMK  $E'_{4II4}$  und der Spannungsabfall in der Kaskadenwicklung umgekehrte Richtung haben.

Aus diesem Grunde erhalten wir die einzelnen Komponenten zu:

$$\left. \begin{aligned} c'_{c1a\alpha} &= (R'_3 + R'_4) g'_{4a} + (x'_3 + x'_4) b'_{4a} - 1 \\ c'_{c1a\beta} &= (x'_3 + x'_4) g'_{4a} - (R'_3 + R'_4) b'_{4a} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Der absolute Uebersetzungsfaktor erreicht dann den Wert:

$$C'_{c1a} = \sqrt{c'^2_{c1a\alpha} + c'^2_{c1a\beta}} \quad (20)$$

und der Phasenwinkel ist wiederum bestimmbar aus:

$$\operatorname{tg} \psi_{c1a} = \frac{c'_{c1a\beta}}{c'_{c1a\alpha}}. \quad (21)$$

Der Unterschied gegenüber dem ersten Fall besteht hauptsächlich darin, dass die treibende Spannung  $V'_{c01a}$  stets kleiner als die induzierte EMK  $E'_{4II4}$  wird, da sich die Stromrichtung in den Kaskadenwicklungen umkehrt.

Nachdem wir nunmehr die Grösse der totalen Kaskadenkreisimpedanz kennen, können wir auch die Leerlaufimpedanz des Transformators ermitteln.

In unserer Ersatzschaltung der Fig. 3 liegt der primäre Erregerkreis parallel zum Kaskadenkreis, so dass wir zuerst die resultierende Admittanz beider Kreise ermitteln müssen.

Die primäre Erregeradmittanz ist gegeben aus:

$$Y_{1a} = g_{1a} - j b_{1a} \quad (22)$$

so dass sich mit der Impedanz  $Z'_{c0}$  des Kaskadenkreises für beide erwähnten Fälle die resultierende Erregeradmittanz ergibt zu

für  $w_3 \geq w_4$  und  $I_{30} > 0$ :

$$Y_{alt} = Y_{1a} + \frac{1}{Z'_{c0}} = Y_{1a} + \frac{Y'_{4a}}{C'_{c1}} \quad (23)$$

für  $w_3 < w_4$  und  $I_{30} < 0$ :

$$Y_{alta} = Y_{1a} + \frac{Y'_{4a}}{C'_{c1a}}. \quad (23a)$$

In beiden Gleichungen stellt der zweite Teil der rechten Seite die auf die primäre Erregerachse reduzierte Zusatzadmittanz dar.

Daraus sehen wir, dass wir die Zusatzadmittanz  $Y'_{4a}$  um den Faktor  $C'_{c1}$  bzw.  $C'_{c1a}$  verkleinern und um den Winkel  $\psi_{c1}$  bzw.  $\psi_{c1a}$  drehen müssen, um in die gleiche Achse mit der primären Erregeradmittanz  $Y_{1a}$  zu gelangen. Hier macht sich bereits die Phasenverschiebung der beiden Erregerkraftflüsse gegeneinander bemerkbar, die wir stets wieder antreffen werden, wenn wir Beziehungen von einem auf den andern Schenkel aufstellen.

Da die primäre Leerlaufimpedanz des Transformators durch die Summe aus der Primärimpedanz  $Z_1$  und dem reziproken Wert der resultierenden Erregeradmittanz bestimmt ist, erhalten wir schliesslich für  $w_3 \geq w_4$  und  $I_{30} > 0$ :

$$Z_{10} = Z_1 + \frac{1}{Y_{alt}} = \frac{Z_1 Y_{alt} + 1}{Y_{alt}} \quad (24)$$

für  $w_3 < w_4$  und  $I_{30} > 0$ :

$$Z_{10a} = Z_1 + \frac{1}{Y_{alta}} = \frac{Z_1 Y_{alta} + 1}{Y_{alta}}. \quad (24a)$$

Für den Zähler der rechten Seite dieser Gleichungen setzen wir zur Abkürzung:

$$\mathcal{Z}_1 y_{alt} + 1 = C'_{10} \tag{25}$$

$$\mathcal{Z}_1 y_{alta} + 1 = C'_{10a} \tag{25 a}$$

und bezeichnen diese Faktoren als die absoluten Uebersetzungsfaktoren der Primärwicklung.

Damit gehen die Beziehungen der (Gl. 24) und (24a) in die einfache Form über:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{Z}_{10} &= \frac{C'_{10}}{y_{alt}} \\ \mathcal{Z}_{10a} &= \frac{C'_{10a}}{y_{alta}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &(26) \\ &(26 a) \end{aligned}$$

Beim Kaskadentransformator liegen daher die Verhältnisse genau so wie beim gewöhnlichen Transformator, nur dass wir eben hier das resultierende Erregerfeld anstatt dem primären Erregerfeld in Rechnung ziehen müssen.

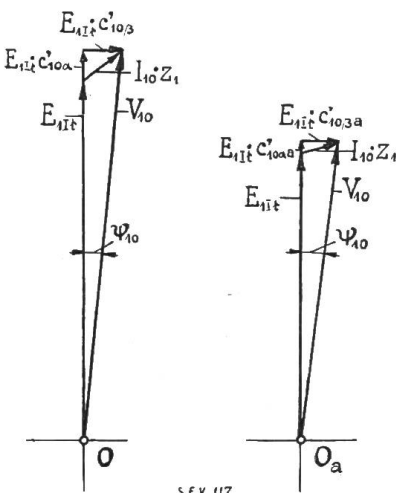
Multiplizieren wir nun noch die Leerlaufimpedanz mit dem primären Leerlaufstrom des Transformators, so erhalten wir eine Beziehung für die Leerlaufspannung und die resultierende primäre induzierte EMK  $E_{11t}$

für  $w_3 \geq w_4$  und  $I_{30} > 0$ :

$$\mathcal{V}_{10} = \mathcal{I}_{10} \mathcal{Z}_{10} = \mathcal{I}_{10} \frac{C'_{10}}{y_{alt}} = \mathcal{E}_{11t} C'_{10} = \mathcal{E}_{11t} C'_{10} e^{j\psi_{10}} \tag{27}$$

für  $w_3 < w_4$  und  $I_{30} < 0$ :

$$\mathcal{V}_{10a} = \mathcal{I}_{10a} \mathcal{Z}_{10a} = \mathcal{E}_{11ta} C'_{10a} = \mathcal{E}_{11ta} C_0 e^{j\psi_{10a}} \tag{27 a}$$



s. EV 117  
Fig. 10.

Diagramm der Leerlaufspannungen in der Primärwicklung  
links für  $w_3 \geq w_4$  und  $I_{30} > 0$ ,  
rechts für  $w_3 < w_4$  und  $I_{30} < 0$ .

Bei diesen Gleichungen ergibt sich bereits ein wesentlicher Unterschied gegenüber dem normalen Transformator, indem wir hier mit dem Faktor  $C'_{c1}$  bzw.  $C'_{c1a}$  nur das Verhältnis der primären Leerlaufspannung zur induzierten resultierenden EMK  $E_{11t}$  im ersten Schenkel erhalten, während dies beim gewöhnlichen Transformator das Verhältnis der primären und sekundären Leerlaufspannungen lieferte.

Durch die Phasenverschiebung beider Hauptkraftflüsse werden daher alle Größen gegenseitig verschoben.

Wir können nun wiederum die Verhältnisse mit diesen Uebersetzungsfaktoren in einem Diagramm festlegen und daraus ihre reellen Werte bestimmen.

In Fig. 10 sind für beide Fälle die Diagramme aufgestellt und wir erhalten die Komponenten der Uebersetzungsfaktoren aus den Vektorgleichungen für  $w_3 \geq w_4$  und  $I_{30} > 0$ :

$$C'_{10} = c'_{10a} + j c'_{10\beta} \tag{28}$$

für  $w_3 < w_4$  und  $I_{30} < 0$ :

$$C'_{10a} = c'_{10a\alpha} + j c'_{10a\beta}. \tag{28 a}$$

Durch trennen der reellen und imaginären Glieder in Gl. (25) und (28a) ergeben sich schliesslich die Komponenten selbst für beide Fälle zu:

$$\left. \begin{aligned} c'_{10\alpha} &= 1 + R_1 g_{alt} + x_1 b_{alt} \\ c'_{10\beta} &= x_1 g_{alt} - R_1 b_{alt} \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Dabei erhalten wir aus den Gl. (24) und (24 a) für die beiden Fälle  $w_3 \cong w_4$  und  $w_3 < w_4$  die Komponenten der resultierenden Erregeradmittanz durch Trennung der reellen und imaginären Glieder

für  $w_3 \cong w_4$  und  $I_{30} > 0$ :

$$\left. \begin{aligned} g_{alt} &= g_{1a} + \frac{g'_{4a} c'_{c1\alpha} - b'_{4a} c'_{c1\beta}}{C'_{c1}{}^2} \\ b_{alt} &= b_{1a} + \frac{g'_{4a} c'_{c1\beta} + b'_{4a} c'_{c1\alpha}}{C'_{c1}{}^2} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

für  $w_3 < w_4$  und  $I_{30} < 0$ :

$$\left. \begin{aligned} g_{alta} &= g_{1a} + \frac{g'_{4a} c'_{c1\alpha a} - b'_{4a} c'_{c1\beta a}}{C'_{c1a}{}^2} \\ b_{alta} &= b_{1a} + \frac{g'_{4a} c'_{c1\beta a} + b'_{4a} c'_{c1\alpha a}}{C'_{c1a}{}^2} \end{aligned} \right\} \quad (30 a)$$

Aus den Komponenten des Uebersetzungsfaktors können wir wie früher nun auch den reellen Zahlenwert des Uebersetzungsfaktors selbst bestimmen und erhalten für  $w_3 \cong w_4$  und  $I_{30} > 0$ :

$$C'_{10} = \sqrt{c'_{10\alpha}{}^2 + c'_{10\beta}{}^2} \quad (31)$$

für  $w_3 < w_4$  und  $I_{30} < 0$ :

$$C'_{10a} = \sqrt{c'_{10a\alpha}{}^2 + c'_{10a\beta}{}^2} \quad (31 a)$$

und schliesslich ergibt sich auch ihr Phasenwinkel

für  $w_3 \cong w_4$  und  $I_{30} > 0$ :

$$\operatorname{tg} \psi_{10} = \frac{c'_{10\beta}}{c'_{10\alpha}} \quad (32)$$

für  $w_3 < w_4$  und  $I_{30} < 0$ :

$$\operatorname{tg} \psi_{10a} = \frac{c'_{10a\beta}}{c'_{10a\alpha}} \quad (32 a)$$

Mit der Bestimmung der Uebersetzungsfaktoren  $C'_{10}$  und  $C'_{10a}$  sind wir jedoch bei Leerlauf noch nicht zum Endziel gelangt, da wir damit nur das Verhältnis der Leerlaufspannung zur resultierenden EMK der Primärwicklung erhalten und wir auch noch das Verhältnis der primären EMK zur Sekundärspannung bestimmen müssen.

Wie wir weiter bei diesen Vektorgleichungen gesehen haben, brauchen wir nunmehr im folgenden beide Fälle für  $w_3 \cong w_4$  und  $I_{30} > 0$  und  $w_3 > w_4$  und  $I_{30} < 0$  nicht mehr getrennt zu behandeln, da wir entsprechend der Gl. (18) das Endresultat modifizieren können. Hierbei müssen wir nur immer darauf Rücksicht nehmen, dass beim Uebergang vom einen auf den andern Fall die Vorzeichenfrage für das Endresultat von ausschlaggebender Bedeutung ist.

Zur Bestimmung des Uebersetzungsverhältnisses zwischen der primären induzierten EMK  $E'_{1it}$  und der Sekundärspannung  $V_2$  stehen uns verschiedene Wege offen. Wir können einmal aus der Vektorgleichung der resultierenden EMKe beider Schenkel über die Kaskadenwicklungen den Uebersetzungsfaktor ermitteln, oder aber auch diese Bestimmung von der Sekundärseite aus vornehmen. Beide Arten führen zum gleichen Resultate, der zweite Weg wird jedoch für unsere Rechnungsweise

ein besseres Gesamtbild des Gedankenganges ergeben, so dass wir ihn einschlagen werden.

Zu diesem Zwecke schliessen wir die Sekundärwicklung des Kaskadentransformators an eine Netzspannung  $V'_{20}$  an, bei welcher die gleichen magnetischen

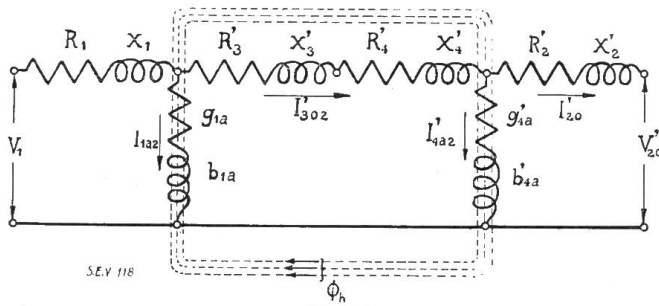


Fig. 11.

Ersatzschaltung bei Sekundärspeisung im Leerlauf.

Kraftflüsse im Eisenkörper wie bei der Primärspeisung auftreten sollen. An den Klemmen der Primärwicklung stellt sich dann eine Spannung  $V_1$  ein. Die zugehörige Ersatzschaltung gibt uns dann Fig. 11 an, worin wir wiederum alle Vektorgrößen im Verhältnis der Windungszahlen auf die frühere Primärwicklung reduzieren, um einen einwandfreien Vergleich mit den Beziehungen des Primäranschlusses zu erhalten.

Bei dieser Sekundärspeisung dieses Kaskadentransformators muss für die Ströme gelten:

$$I'_{20} = I_{1a2} + I'_{4a2}. \tag{33}$$

Da wir gleiche magnetische Kraftflüsse und damit auch gleiche induzierte EMKe wie bei der Primärspeisung voraussetzen, muss bei der Reduktion auf Primär aus Symmetriegründen gelten:

$$\left. \begin{aligned} I'_{20} &= I_{10} \\ I_{1a2} &= I_{1a} = I'_{3o2} \\ I'_{4a2} &= I_{4a} \end{aligned} \right\} \tag{34}$$

Daraus folgt, dass beim Sekundäranschluss und bei leerlaufender Primärseite die erste Kaskadenwicklung zur zweiten und die zweite zur ersten Kaskadenwicklung wird, so dass wir in umgekehrter Richtung wie früher die zugehörigen Impedanzen bestimmen müssen.

Die nunmehr zweite Kaskadenwicklung erzeugt dann das Zusatzfeld und erfordert eine Impedanz:

$$Z'_{30} = Z'_3 + \frac{1}{y_{1a}}. \tag{35}$$

Da beide Kaskadenwicklungen wieder gegeneinander geschaltet sind, ergibt sich die totale Impedanz zu:

$$Z'_{c02} = Z'_3 + Z'_4 + \frac{1}{y_{1a}} = \frac{(Z'_3 + Z'_4) y_{1a} + 1}{y_{1a}}. \tag{36}$$

In dieser Gl. (36) setzen wir wieder für den Zähler der rechten Seite zur Abkürzung:

$$(Z'_3 + Z'_4) y_{1a} + 1 = C'_{c2} = C'_{c2} e^{i\psi_{c2}} \tag{37}$$

und wir heissen dann diesen Faktor den absoluten Uebersetzungsfaktor der Kaskadenwicklungen in Bezug auf Sekundärspeisung. Natürlich muss dieser Faktor auch bei Primärspeisung gelten und wir hätten ihn deshalb auch bei einer anderen Zusammensetzung der Impedanzen von der Primärseite aus bestimmen können.

Setzen wir noch diesen Uebersetzungsfaktor in Gl. 36 ein so erhalten wir:

$$Z'_{c02} = \frac{C'_{c2}}{y_{1a}}. \tag{38}$$

Multiplizieren wir wieder Gl. (36) mit dem Primärstrom  $I_{1a}$ , so erhalten wir die Spannungsgleichung:

$$\mathcal{Z}'_{c02} \mathcal{I}_{1a} = (\mathcal{Z}'_3 + \mathcal{Z}'_4) \mathcal{I}_{1a} + \frac{\mathcal{I}_{1a}}{\mathcal{Y}_{1a}}. \tag{39}$$

Wir könnten nun auch bei dieser Sekundärspesung das Spannungsdiagramm aufstellen und würden dabei finden, dass die einzelnen Glieder der Gl. (39) die Spannungen darstellen  $\frac{\mathcal{I}_{1a}}{\mathcal{Y}_{1a}}$  die induzierte EMK  $E'_{311}$  der Kaskadenwicklung 3,  $(\mathcal{Z}'_3 + \mathcal{Z}'_4) \mathcal{I}_{1a}$  der Spannungsabfall in beiden Kaskadenwicklungen und  $\mathcal{Z}'_{c02} \mathcal{I}_{1a} = \mathcal{V}'_{c02}$  die treibende Spannung in beiden Kaskadenwicklungen.

Nach früherem können wir auch hier diese treibende Spannung  $V'_{c02}$  im Leerlaufdiagramm der Fig. 6 als Differenz der EMK  $E'_{411t}$  und  $E'_{314}$  darstellen, oder aber:

$$\mathcal{E}'_{411t} - \mathcal{E}'_{314} = \mathcal{V}'_{c02}. \tag{40}$$

Da wir beim Primäranschluss des Transformators bei der Gegensaltung der Kaskadenwicklungen zwei Fälle unterschieden haben, bei welchen einmal das Zusatzfeld im gleichen Sinne wie das Hauptfeld verläuft und ein zweites Mal in entgegengesetzter Richtung, müssten wir logischer Weise auch beim Sekundäranschluss beide Fälle untersuchen. Im vorliegenden Falle ist dies jedoch nicht nötig, da wir ja das primäre Erregerfeld in keinem Falle umkehren, so dass wir streng genommen nur einen Uebersetzungsfaktor haben.

Damit erhalten wir noch aus Gl. (39) durch einsetzen des Uebersetzungsfaktors das Verhältnis der Spannungen:

$$\mathcal{V}'_{c02} = \mathcal{E}'_{311} C'_{c2} = \mathcal{E}'_{311} C'_{c2} e^{j\psi_{c2}}. \tag{41}$$

Der Uebersetzungsfaktor  $C'_{c2}$  stellt daher auch das Verhältnis der treibenden Spannung des Kaskadenkreises  $V'_{c02}$  bei Sekundärspesung zur induzierten EMK  $E'_{311}$  dar.

Wenn wir deshalb im Leerlaufdiagramm der Fig. 6 an die Stelle von  $I'_{30}(z'_3 + z'_4)$  nunmehr die Spannung  $I_{1a}(z'_3 + z'_4)$  setzen, so können wir auch in diesem Diagramm das Verhältnis der Gl. (41) ablesen, wie dort angedeutet wurde. Wir erhalten dann das zugehörige Diagramm Fig. 12. Aus diesem Diagramm lassen sich dann auch die absoluten Beträge der Komponenten von  $C'_{c2}$  wie früher bestimmen.

Zu diesem Zwecke setzen wir:

$$C'_{c2} = c'_{c2\alpha} + j c'_{c2\beta}, \tag{42}$$

woraus sich die Komponenten ergeben zu

$$\begin{aligned} c'_{c2\alpha} &= 1 + (R'_3 + R'_4) g_{1a} + (x'_3 + x'_4) b_{1a} \\ c'_{c2\beta} &= (x'_3 + x'_4) g_{1a} - (R'_3 + R'_4) b_{1a}. \end{aligned} \tag{43}$$

Hieraus wird der reelle Wert des Uebersetzungsfaktors bestimmt aus:

$$C'_{c2} = \sqrt{c'^2_{c2\alpha} + c'^2_{c2\beta}} \tag{44}$$

und der zugehörige Phasenwinkel aus:

$$\text{tg } \psi_{c2} = \frac{c'_{c2\beta}}{c'_{c2\alpha}}. \tag{45}$$

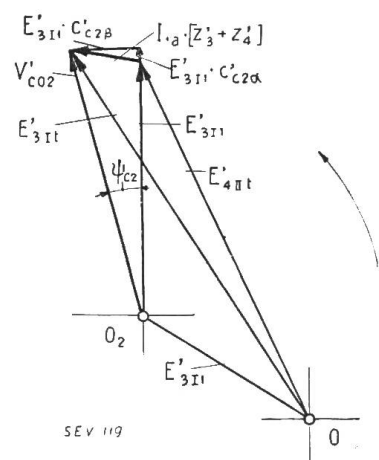


Fig. 12.  
Leerlaufdiagramm der treibenden Spannung im Kaskadenkreis bei sekundärer Spannung.

Auch dieser absolute Uebersetzungsfaktor  $C'_{c_2}$  spielt eine wichtige Rolle beim Kaskadentransformator, wir werden ihn beim Kurzschlusszustand wieder antreffen.

Aus der resultierenden Impedanz  $Z'_{c_{02}}$  des Kaskadenkreises können wir auch bei Sekundärspesung die Leerlaufimpedanz  $Z'_{20}$  ermitteln.

Parallel zum Kreis mit der Impedanz  $Z'_{c_{02}}$  arbeitet der Erregerkreis auf der Sekundärseite mit der Erregeradmittanz  $\mathcal{Y}'_{4a} = g'_{4a} - j b'_{4a}$ , so dass damit die totale Admittanz beider Erregerkreise zusammen die Grösse erreicht:

$$\mathcal{Y}'_{\text{allt}} = \mathcal{Y}'_{4a} + \frac{1}{Z'_{c_{02}}} = \mathcal{Y}'_{4a} + \frac{\mathcal{Y}'_{1a}}{C'_{c_2}}. \quad (46)$$

Auch bei der Sekundärspesung müssen wir deshalb den Vektor der Admittanz  $\mathcal{Y}'_{1a}$  im Verhältnis von  $C'_{c_2}$  verkleinern und um den Winkel  $\psi_{c_2}$  verschieben, um in die gleiche Erregerachse des Vektors  $\mathcal{Y}'_{4a}$  zu gelangen.

Den Vektor  $\frac{\mathcal{Y}'_{1a}}{C'_{c_2}}$  können wir deshalb als die auf die sekundäre Erregerachse reduzierte primäre Erregeradmittanz bei Sekundärspesung bezeichnen.

Da wir bei Sekundärspesung die resultierende Leerlaufimpedanz als Summe aus derjenigen des Kaskadenkreises und der Sekundärwicklung erhalten, wird schliesslich:

$$Z'_{20} = Z'_2 + \frac{1}{\mathcal{Y}'_{\text{allt}}} = \frac{Z'_2 \mathcal{Y}'_{\text{allt}} + 1}{\mathcal{Y}'_{\text{allt}}}. \quad (47)$$

Setzen wir darin wiederum zur Abkürzung für den Zähler der rechten Seite der Gl. (47):

$$Z'_2 \mathcal{Y}'_{\text{allt}} + 1 = C'_{20} = C'_{20} e^{i\psi_{20}} \quad (48)$$

so können wir diesen Faktor als den absoluten Uebersetzungsfaktor der Sekundärwicklung bei Sekundärspesung bezeichnen und wir werden auch diesen Faktor beim Kurzschlusszustand antreffen, da er dort eine sehr wichtige Rolle spielt.

Durch Einsetzen dieses Uebersetzungsfaktors in unsere Gl. (47), erhält man für die sekundäre Leerlaufimpedanz die einfache Beziehung:

$$Z'_{20} = \frac{C'_{20}}{\mathcal{Y}'_{\text{allt}}}. \quad (49)$$

Multiplizieren wir noch diese Gl. (49) mit dem sekundären Leerlaufstrom  $I'_{20}$ , so erhalten wir schliesslich für die sekundäre Leerlaufspannung:

$$\mathcal{V}'_{20} = \mathcal{I}'_{20} Z'_{20} = \mathcal{I}'_{20} \frac{C'_{20}}{\mathcal{Y}'_{\text{allt}}} = \mathcal{G}'_{2\text{llt}} C'_{20} = \mathcal{G}'_{2\text{llt}} C'_{20} e^{i\psi_{20}} \quad (50)$$

da  $\frac{\mathcal{I}'_{20}}{\mathcal{Y}'_{\text{allt}}}$  die resultierende induzierte EMK der Sekundärwicklung darstellt.

Wir erkennen also wie auf der Primärseite, auch auf der Sekundärseite im Faktor  $C'_{c_2}$  das Verhältnis der Leerlaufspannung  $V'_{20}$  zur induzierten EMK  $E'_{2\text{llt}}$ .

Zerlegen wir wiederum wie früher Gl. (50) in zwei Komponenten, die eine in Richtung der EMK  $E'_{2\text{llt}}$  und die andere senkrecht dazu, so erhalten wir das Diagramm der Fig 13.

Nach diesem Diagramm ist der Uebersetzungsfaktor  $C'_{20}$  bestimmt aus:

$$C'_{20} = c'_{20\alpha} + j c'_{20\beta} \quad (51)$$

und seine Komponenten aus:

$$\left. \begin{aligned} c'_{2a\alpha} &= 1 + R'_2 g'_{allt} + x'_2 b'_{allt} \\ c'_{20\beta} &= x'_2 g_{allt} - R'_2 b'_{allt} \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

wobei sich die Komponenten per resultierenden sekundären Erregeradmittanz, aus Gl. (46) bestimmen lassen :

$$\left. \begin{aligned} g'_{allt} &= g'_{4a} + \frac{g_{1a} c'_{c2\alpha} - b_{1a} c'_{c2\beta}}{C'_{c2}} \\ b'_{allt} &= b'_{4a} + \frac{g_{1a} c'_{c2\beta} + b_{1a} c'_{c2\alpha}}{C'_{c2}} \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

Aus den einzelnen Komponenten ist schliesslich der reelle Wert des Uebersetzungsfaktors  $C'_{20}$  bestimmt:

$$C'_{20} = \sqrt{c'^2_{20\alpha} + c'^2_{20\beta}} \quad (54)$$

und der Phasenwinkel aus:

$$\text{tg } \psi_{20} = \frac{c'_{20\beta}}{c'_{20\alpha}} \quad (55)$$

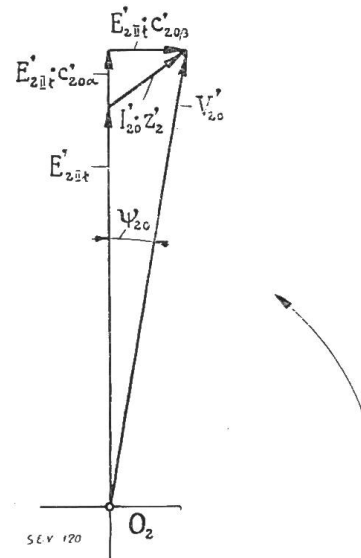


Fig. 13.  
Diagramm der Sekundärspannungen bei Sekundärspannung.

Wir sehen aus diesen Vektorgleichungen, dass sich die Verhältnisse beim Kaskadentransformator beim primären und sekundären Leerlauf ungefähr gleich verhalten.

Damit kennen wir aber auch alle Zusammenhänge bei primärer und sekundärer Speisung, so dass wir aus den gewonnenen Gleichungen eine Beziehung finden können, die uns den Zusammenhang zwischen den resultierenden EMKE beider Transformatorenschenkel vermittelt.

Zu diesem Zwecke formen wir unsere Gl. (23) zuerst etwas um und erhalten:

$$y_{alt} = y_{1a} + \frac{y'_{4a}}{C'_{c1}} = \frac{y_{1a} C'_{c1} + y'_{4a}}{C'_{c1}} = \frac{y_{1a} + y'_{4a} (1 + (Z'_2 + Z'_4) y_{1a})}{C'_{c1}} \quad (56)$$

Der Klammerausdruck im Zähler der rechten Seite stellt nichts anderes dar, als den Faktor  $C'_{c2}$ , so dass Gl. (56) übergeht in:

$$y_{alt} = \frac{y_{1a} + y'_{4a} C'_{c2}}{C'_{c1}} = \frac{C'_{c2}}{C'_{c1}} \left[ \frac{y_{1a}}{C'_{c2}} + y'_{4a} \right] = \frac{C'_{c2}}{C'_{c1}} y'_{allt} \quad (57)$$

Diese Vektorgleichung gibt uns den Zusammenhang zwischen beiden resultierenden Erregeradmittanzen an, so dass wir auch daraus offenbar den Zusammenhang zwischen den resultierenden EMKe beider Schenkel finden können.

Natürlich muss das Verhältnis beider resultierender Erregeradmittanzen eine komplexe Zahl sein und wir können deshalb die Phasenverschiebung beider Erregerachsen aus Gl. (57) bestimmen, indem wir diese in der Form schreiben:

$$\frac{y_{alt}}{y'_{allt}} = \frac{C'_{c2}}{C'_{c1}} = \frac{C'_{c2}}{C'_{c1}} e^{j(\psi_{c2} - \psi_{c1})} \quad (58)$$

Multiplizieren wir Gl. (57) auf beiden Seiten mit der resultierenden EMK  $E_{11t}$  der Primärwicklung, so erhalten wir:

$$y_{alt} E_{11t} = \frac{C'_{c2}}{C'_{c1}} y'_{allt} E_{11t} \quad (59)$$

Die linke Seite dieser Gleichung stellt dann nach Gl. (27) den primärseitigen Leerlaufstrom  $I_{10}$  dar.

Andererseits muss auf der rechten Seite dieser Gleichung gelten:

$$\frac{C'_{c2}}{C'_{c1}} \mathcal{E}_{11t} = \mathcal{E}'_{211t} \tag{60}$$

so dass nach den Gl. (50) und (59) sein muss:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{Y}'_{a11t} \mathcal{E}'_{211t} &= \mathcal{I}'_{20} \\ \mathcal{I}_{10} &= \mathcal{I}'_{20} \end{aligned} \right\} \tag{61}$$

Aus diesen Gesichtspunkten heraus erhalten wir endgültig aus Gleichung (59) für das Verhältnis der resultierenden EMKe beider Schenkel:

$$\mathcal{E}_{11t} = \frac{C'_{c1}}{C'_{c2}} \mathcal{E}'_{211t} = \mathcal{E}'_{211t} \frac{C'_{c1}}{C'_{c2}} e^{i(\psi_{c1} - \psi_{c2})} \tag{62}$$

Diese Beziehung sagt uns nun aus, dass das Verhältnis der resultierenden EMKe beider Schenkel sich genau so verhält, wie dasjenige der absoluten Uebersetzungsfaktoren beider Kaskadenwicklungen oder auch umgekehrt wie das Verhältnis der resultierenden Erregeradmittanzen beider Schenkel.

Diese Gleichung stellt deshalb die wichtigste Beziehung des Kaskadentransformators dar, da wir daraus für verschiedene Anwendungsmöglichkeiten die charakteristischen Eigenschaften ermitteln können.

Aus diesem Grunde ist es notwendig gewisse Grenzbedingungen zu untersuchen, denen der Faktor  $\frac{C'_{c1}}{C'_{c2}}$  mit seinen Winkeln  $\psi_{c1} - \psi_{c2}$  unterworfen ist. Zu diesem Zwecke ermitteln wir wiederum die absoluten Werte und definieren als den absoluten Uebersetzungsfaktor der resultierenden EMKe:

$$C'_{1-II} = \frac{C'_{c1}}{C'_{c2}} = \frac{1 + (Z'_3 + Z'_4) \mathcal{Y}'_{4a}}{1 + (Z'_3 + Z'_4) \mathcal{Y}'_{1a}} = c'_{1-IIa} + j c'_{1-II\beta} = C'_{1-II} e^{i(\psi_{c1} - \psi_{c2})} \tag{63}$$

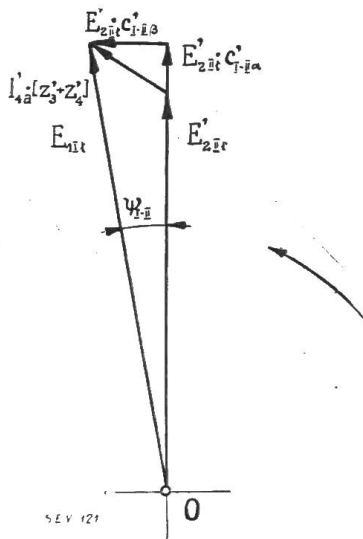


Fig. 14.  
Diagramm der induzierten resultierenden Spannungen beider Transformatorschenkel.

Wir können nun wie früher die Gl. (62) durch ein Diagramm darstellen, indem wir die resultierende EMK  $E_{11t}$  in zwei Komponenten zerlegen, nämlich in eine in Richtung der EMK  $E'_{211t}$  und in eine solche senkrecht dazu, Fig. 14. Ermitteln wir ferner aus den Gl. (15) und (43) die Komponenten der Uebersetzungsfaktoren  $C'_{c1}$  und  $C'_{c2}$  so erhalten wir aus Gl. (63) die Komponenten  $c'_{1-IIa}$  und  $c'_{1-II\beta}$  in reellen Werten:

$$\left. \begin{aligned} c'_{1-IIa} &= \frac{c'_{c1a} c'_{c2a} + c'_{c1\beta} c'_{c2\beta}}{C'^2_{c2}} \\ c'_{1-II\beta} &= \frac{c'_{c2a} c'_{c1\beta} - c'_{c1a} c'_{c2\beta}}{C'^2_{c2}} \end{aligned} \right\} \tag{64}$$

Daraus ergibt sich ferner der reelle Wert des Uebersetzungsfaktors selbst zu:

$$C'_{1-II} = \sqrt{c'^2_{1-IIa} + c'^2_{1-II\beta}} \tag{65}$$

und sein Phasenwinkel ist bestimmbar aus:

$$\operatorname{tg} \psi_{1-II} = \frac{c'_{1-II\beta}}{c'_{1-IIa}} \tag{66}$$

Untersuchen wir diese Gl. (63 - 66) auf ihre Grenzbedingungen, so finden wir als ersten Grenzzustand für  $\mathcal{Y}_{1a} = \mathcal{Y}'_{4a}$ , bei welchem der Uebersetzungsfaktor  $C'_{1-II} = 1$  und  $\psi_{1-II} = 0$  wird, d. h. die resultierenden induzierten EMKe beider Schenkel sind gleich gross und phasengleich.

In diesem Falle müssen aber auch die Bedingungen erfüllt sein, dass:

$$\begin{aligned} c'_{c1a} &= c'_{c2a}; g_{1a} = g'_{4a} \\ c'_{c1\beta} &= c'_{c2\beta}; b_{1a} = b'_{4a} \end{aligned} \tag{67}$$

Daraus folgt aber, dass bei diesem Grenzfall zwei Zustände eintreten können, nämlich einmal, wenn das Zusatzfeld verschwindet, oder aber der resultierende Hauptkraftfluss je zur Hälfte von der Primärwicklung und von der zweiten Kaskadenwicklung erzeugt wird.

Um ein Kriterium für beide Zustände zu erhalten müssen, wir auch die Stromverhältnisse bei Leerlauf in Betracht ziehen, da wir nur dann in der Lage sind, zu ermitteln, welcher von beiden Zuständen praktisch erreichbar ist. So viel können wir jedoch schon jetzt feststellen, dass jeder normale Kaskadentransformator dem zweiten Zustande zustrebt. Da ferner bei jedem Transformator magnetische Streuung vorhanden ist und sich ausserdem in den Kaskadenwicklungen ein gewisser Spannungsabfall einstellt, folgt daraus, dass sich dieser Grenzzustand praktisch nur unter bestimmten Bedingungen erreichen lässt. Offenbar kann dies geschehen durch Abstimmung der Windungszahl der zweiten Kaskadenwicklung auf die vorhandene magnetische Streuung und den Spannungsabfall.

Aus unserer Gl. (64) lässt sich ferner eine zweite Grenzbedingung ermitteln, nämlich für den Fall, dass:

$$c'_{c2a} c'_{c1\beta} = c'_{c1a} c'_{c2\beta} \tag{68}$$

wird, wobei dann  $\psi_{1-II} = 0$  und  $C'_{1-II} > 1$  wird.

Untersuchen wir diesen Grenzzustand, so finden wir bei der experimentellen Prüfung solcher Kaskadentransformatoren, dass er ohne besondere Hilfsmittel jederzeit erreicht werden kann und deshalb als normaler Grenzfall anzusprechen ist.

Mit diesen aufgestellten Gleichungen können wir schliesslich auch bei Leerlauf den absoluten Uebersetzungsfaktor zwischen den primären und sekundären Spannungen bestimmen, indem wir aus den Gl. (27) und (62) die einzelnen Grössen einsetzen.

Es ist dann:

$$\mathcal{V}'_{10} = \mathcal{G}'_{11t} C'_{10} = C'_{10} C'_{1-II} \mathcal{G}'_{21t} = C'_0 \mathcal{V}'_2 = \mathcal{V}'_2 C'_0 e^{j\psi_0} \tag{69}$$

Der absolute Uebersetzungsfaktor zwischen der Primär- und Sekundärspannung ist demnach aus drei Uebersetzungsfaktoren zusammengesetzt, entsprechend den drei dazwischen liegenden Wicklungen, währenddem beim gewöhnlichen Transformator entsprechend nur einer dazwischen liegenden Wicklung bei Leerlauf, nur ein Uebersetzungsfaktor auftrat.

Analog wie früher können wir diese Vektoren der Gl. (69) in einem Diagramm darstellen und erhalten Fig. 15.

Beim Kaskadentransformator ist dann der Leerlaufuebersetzungsfaktor durch die Beziehung bestimmt:

$$C'_0 = C'_{10} C'_{1-II} = (c'_{10a} + j c'_{10\beta}) (c'_{1-IIa} + j c'_{1-II\beta}) \tag{70}$$

und seine Komponenten bestimmen sich aus:

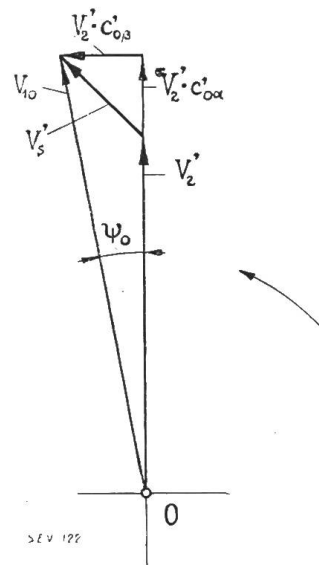


Fig. 15.  
Diagramm der Primär- und Sekundärspannungen bei Leerlauf.

$$\left. \begin{aligned} c'_{0\alpha} &= c'_{10\alpha} c'_{1-II\alpha} - c'_{10\beta} c'_{1-II\beta} \\ c'_{0\beta} &= c'_{10\alpha} c'_{1-II\beta} + c'_{10\beta} c'_{1-II\alpha} \end{aligned} \right\} \quad (71)$$

Der absolute Betrag des Leerlaufübersetzungsfaktors ist dann:

$$C'_0 = \sqrt{c'^2_{0\alpha} + c'^2_{0\beta}} \quad (72)$$

und sein Phasenwinkel ist wiederum bestimmbar aus:

$$\operatorname{tg} \psi_0 = \frac{c'_{0\beta}}{c'_{0\alpha}} \quad (73)$$

Wir können auch hier gewisse Grenzbedingungen aufstellen und finden aus Gl. (71) und (73), dass im Grenzzustand:

$$c'_{1-II\beta} = 0, \quad \psi_0 = \psi_{10} \quad (74)$$

wird, d. h. wir können offenbar beim Kaskadentransformator die Verhältnisse so abstimmen, dass der Phasenwinkel  $\psi_{1-II} = \psi_{10}$  wird, so dass dann bei Leerlauf der Phasenwinkel  $\psi_0 = 0$  erreicht wird, was von ausserordentlicher Wichtigkeit ist für die Anwendung der Kaskadentransformatoren als Spannungswandler.

Aus diesen Betrachtungen sehen wir, dass beim Kaskadentransformator bei Leerlauf die Verhältnisse sehr vielseitiger gestaltet werden können, wie beim gewöhnlichen Transformator, so dass es möglich sein muss, diesen in Spezialfällen anzuwenden, wo der gewöhnliche Transformator nicht mehr in Frage kommen kann.

Beim Leerlaufzustand des Kaskadentransformators haben wir bisher die Stromverhältnisse in den Primär- und Kaskadenwicklungen noch nicht in den Kreis unserer Betrachtungen gezogen. Da wir diese jedoch für die Vorausberechnung und die Nachprüfung der Kaskadentransformatoren unbedingt notwendig haben, so sollen im folgenden auch diese Verhältnisse untersucht werden.

Aus unserem Leerlaufdiagramm Fig. 6 und der Ersatzschaltung der Fig. 3 ergibt sich für die Leerlaufströme  $I_{10}$  und  $I'_{20}$ :

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{I}_{10} &= \mathcal{I}_{1a} + \mathcal{I}'_{4a} \\ \mathcal{I}'_{20} &= \mathcal{I}_{1a2} + \mathcal{I}'_{4a2} \end{aligned} \right\} \quad (75)$$

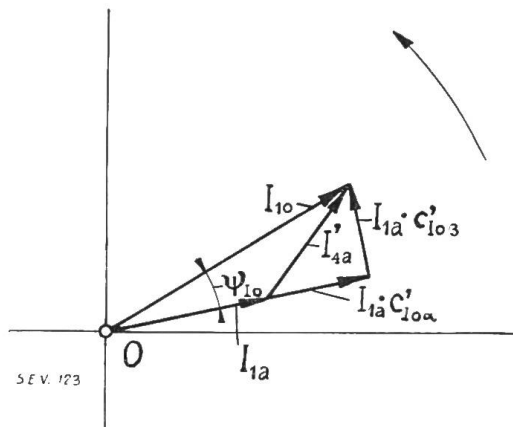


Fig. 16.  
Diagramm der Leerlaufströme mit ihren Komponenten.

Da wir früher sowohl bei der Primär- als auch bei der Sekundärspesung bei Leerlauf vorausgesetzt haben, dass in beiden Fällen gleiche magnetische Verhältnisse eintreten sollen, so muss nach Gl. (34)  $I'_{20} = I_{10}$  sein, so dass wir im folgenden nur die Stromverhältnisse bei Primärspesung untersuchen müssen.

Wir können dann auch hier, wie bei den Spannungen, den Leerlaufstrom in zwei Komponenten zerlegen, in eine solche in Richtung von  $I_{1a}$  und in eine solche senkrecht dazu, wie in Fig. 16 gezeigt ist.

In diesem Falle erhalten wir für den primären Leerlaufstrom:

$$\mathcal{I}_{10} = \mathcal{I}_{1a} c'_{10\alpha} + j \mathcal{I}_{1a} c'_{10\beta} = \mathcal{I}_{1a} C'_{10} e^{j\psi_{10}} \quad (76)$$

Unsere Gleichung (75) geht dann über in:

$$\mathcal{I}_{10} = \mathcal{I}_{1a} \left[ 1 + \frac{\mathcal{I}'_{4a}}{\mathcal{I}_{1a}} \right] \quad (77)$$

so dass wir für den absoluten Stromübersetzungsfaktor setzen können:

$$c'_{10} = 1 + \frac{\mathcal{J}'_{4a}}{\mathcal{J}'_{1a}} = c'_{10a} + j c'_{10\beta}. \quad (78)$$

Um nun diesen Uebersetzungsfaktor in reellen Werten auszudrücken, müssen wir nur das Verhältnis  $\frac{\mathcal{J}'_{4a}}{\mathcal{J}'_{1a}}$  bestimmen, da dann auch seine beiden Komponenten bestimmt sind.

Zu diesem Zwecke gehen wir vom Leerlaufdiagramm der Fig. 6 aus und finden dort, dass der Spannungsabfall in den Kaskadenwicklungen durch die beiden resultierenden EMKE beider Schenkel bestimmt ist.

Daher wird:

$$\mathcal{E}'_{31t} - \mathcal{E}'_{411t} = \mathcal{J}'_{4a} (\mathcal{Z}'_3 + \mathcal{Z}'_4). \quad (79)$$

Aus unserem Leerlaufdiagramm der Fig. 6 ergeben sich nun auch die beiden Streuspannungen beider Schenkel zu:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}'_{s1} &= \mathcal{E}'_{311} - \mathcal{E}'_{411} \\ \mathcal{E}'_{s2} &= \mathcal{E}'_{414} - \mathcal{E}'_{314} \end{aligned} \right\} \quad (80)$$

Da wir beide Kaskadenwicklungen gegeneinander schalten, sind auch beide Streuspannungen entgegengesetzt gerichtet, so dass sich schliesslich für die resultierende Streuspannung und den Spannungsabfall in den Kaskadenwicklungen die Beziehung ergibt:

$$\mathcal{E}'_{s1} - \mathcal{E}'_{s2} = \mathcal{E}'_{314} + \mathcal{E}'_{314} - (\mathcal{E}'_{414} + \mathcal{E}'_{411}) = \mathcal{E}'_{31t} - \mathcal{E}'_{411t} = \mathcal{J}'_{4a} (\mathcal{Z}'_3 + \mathcal{Z}'_4). \quad (81)$$

Da nach Gl. (60) folgt, dass  $\mathcal{E}'_{411t} = \frac{\mathcal{C}'_{c2}}{\mathcal{C}'_{c1}} \mathcal{E}'_{31t}$  ist und ferner für die EMK  $\mathcal{E}'_{31t}$  gesetzt werden kann  $\mathcal{E}'_{31t} = \frac{\mathcal{E}_{10}}{\mathcal{Y}_{a1t}}$ , folgt schliesslich bei primärseitiger Speisung für die Ströme:

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{10} &= \mathcal{J}'_{4a} (\mathcal{Z}'_3 + \mathcal{Z}'_4) \mathcal{Y}_{a1t} \frac{\mathcal{C}'_{c1}}{\mathcal{C}'_{c1} - \mathcal{C}'_{c2}} = \mathcal{J}'_{4a} \left[ \mathcal{C}'_{c2} - 1 + \frac{\mathcal{C}'_{c1} - 1}{\mathcal{C}'_{c1}} \right] \frac{\mathcal{C}'_{c1}}{\mathcal{C}'_{c1} - \mathcal{C}'_{c2}} \\ &= \mathcal{J}'_{4a} \frac{\mathcal{C}'_{c1} \mathcal{C}'_{c2} - 1}{\mathcal{C}'_{c1} - \mathcal{C}'_{c2}}. \end{aligned} \quad (82)$$

Setzen wir noch diesen Wert des Leerlaufstromes  $I_{10}$  in Gl. (75) ein, so erhalten wir schliesslich für die Verhältnisse  $\frac{\mathcal{J}'_{4a}}{\mathcal{J}'_{1a}}$  und  $\frac{\mathcal{J}'_{1a}}{\mathcal{J}'_{4a}}$  die Beziehungen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\mathcal{J}'_{4a}}{\mathcal{J}'_{1a}} &= \frac{\mathcal{C}'_{c1} - \mathcal{C}'_{c2}}{(\mathcal{C}'_{c1} + 1)(\mathcal{C}'_{c2} - 1)} \\ \frac{\mathcal{J}'_{1a}}{\mathcal{J}'_{4a}} &= \frac{\mathcal{C}'_{c1} \mathcal{C}'_{c2} + \mathcal{C}'_{c2} - \mathcal{C}'_{c1} - 1}{\mathcal{C}'_{c1} - \mathcal{C}'_{c2}} \end{aligned} \right\} \quad (83)$$

Wir sehen hieraus, dass diese Ströme keine so einfache Beziehungen wie bei den Spannungen liefern, und dass diese bei der Auswertung in reelle Zahlen erhebliche Schwierigkeiten bereiten.

Setzen wir nun noch Gl. (83) in unsere Gl. (78) ein, erhalten wir schliesslich für den Stromübersetzungsfaktor die Beziehung:

$$C'_{10} = \frac{C'_{c1} C'_{c2} - 1}{(C'_{c1} + 1)(C'_{c2} - 1)} = \frac{C'_{c1} C'_{c2} - 1}{C'_{c1} C'_{c2} + C'_{c2} - C'_{c1} - 1} \quad (84)$$

woraus wir beim Kaskadentransformator das Uebersetzungsverhältnis des Leerlaufstromes zum primären Erregerstrom einwandfrei bestimmen können.

Wie bei den Spannungen können wir auch bei diesen Strömen gewisse Grenzbedingungen aufstellen, die das Verhalten des Kaskadentransformators charakterisieren.

Untersuchen wir zuerst den Fall  $C'_{c1} = C'_{c2}$ , so finden wir für das Verhältnis der Ströme:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\mathcal{J}_{10}}{\mathcal{J}_{1a}} &= C'_{10} = 1 \\ \text{und } \frac{\mathcal{J}'_{4a}}{\mathcal{J}_{1a}} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (85)$$

d. h. in diesem Falle verschwindet das Zusatzfeld, da der Erregerstrom  $I'_{4a} = 0$  wird und das gesamte Erregerfeld wird nur allein von der Primärwicklung erzeugt.

Dieser Fall ist jedoch, wie wir bereits früher erwähnten, nur unter ganz bestimmten Verhältnissen und nur mit besondern Hilfsmitteln möglich.

Daraus folgt aber weiter, dass diese beiden Uebersetzungsfaktoren  $C'_{c1}$  und  $C'_{c2}$  normalerweise voneinander verschieden sind.

Untersuchen wir einen zweiten Fall, und zwar bei dem Zustand, bei welchem  $\mathcal{Y}_{1a} = \frac{\mathcal{Y}'_{4a}}{C'_{c1}}$  wird, so ergeben sich die Uebersetzungsverhältnisse der Ströme:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\mathcal{J}'_{4a}}{\mathcal{J}_{1a}} &= \frac{C'_{c1} - 1}{C'_{c1} + 1} \\ \frac{\mathcal{J}_{10}}{\mathcal{J}_{1a}} &= C'_{10} = \frac{2 \mathcal{Y}'_{4a}}{\mathcal{Y}'_{4a} + \mathcal{Y}_{1a}} \end{aligned} \right\} \quad (86)$$

d. h. in diesem Falle wird von der zweiten Kaskadenwicklung nur ein sehr kleines Zusatzfeld erzeugt, entsprechend dem in dieser Wicklung erzeugten Streufusse.

Wir können aber auch den Fall untersuchen, bei welchem die beiden Erregerströme gleich gross werden, also für  $I_{1a} = I'_{4a}$ . Hier sind die Uebersetzungsverhältnisse bestimmt durch:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\mathcal{J}'_{4a}}{\mathcal{J}_{1a}} &= 1; \mathcal{Y}_{1a} = \frac{\mathcal{Y}'_{4a}}{C'_{c1} + 2} \\ \frac{\mathcal{J}_{10}}{\mathcal{J}_{1a}} &= C'_{10} = 2 \end{aligned} \right\} \quad (87)$$

In diesem Falle würde das wirksame primäre Erregerfeld weniger als ein Drittel des Zusatzfeldes betragen und zur Hauptsache als Streufeld verloren gehen, also der Hauptanteil an der Erregung der zweiten Kaskadenwicklung zufallen. Daraus folgt aber, da sich bei der experimentellen Prüfung mit zwei gleichgrossen und entgegengeschalteten Kaskadenwicklungen ergibt, dass bei Leerlauf der Kaskadenstrom stets etwas kleiner als der primäre Erregerstrom wird und dass sich die beiden Erregerfelder gleichmässig auf beide zu verteilen suchen. Damit ist auch die irreführende Bezeichnung der Schubwicklung anstatt Kaskadenwicklung glänzend widerlegt, da es niemanden einfallen wird einen solch grossen Anteil am gesamten Erregerfeld als Querfeld zu bezeichnen.

Zum Schlusse können wir nun auch diese Uebersetzungsverhältnisse der Ströme durch trennen der reellen und imaginären Komponenten auswerten und ihre absoluten Werte bestimmen.

Setzen wir als Teilkomponenten der Gl. (84) zur Abkürzung ein:

$$\left. \begin{aligned} a &= c'_{c1a} c'_{c2a} - c'_{c1\beta} c'_{c2\beta} - 1 \\ b &= c'_{c1\beta} c'_{c2a} + c'_{c1a} c'_{c2\beta} \end{aligned} \right\} \quad (88)$$

so erhalten wir für die einzelnen Komponenten des Stromübersetzungsfaktors  $C'_{j0}$  die Werte:

$$\left. \begin{aligned} c'_{j0a} &= \frac{a [a + c'_{c2a} - c'_{c1a}] + b [b + c'_{c2\beta} - c'_{c1\beta}]}{[a + c'_{c2a} - c'_{c1a}]^2 + [b + c'_{c2\beta} - c'_{c1\beta}]^2} \\ c'_{j0\beta} &= \frac{b [a + c'_{c2a} - c'_{c1a}] - a [b + c'_{c2\beta} - c'_{c1\beta}]}{[a + c'_{c2a} - c'_{c1a}]^2 + [b + c'_{c2\beta} - c'_{c1\beta}]^2} \end{aligned} \right\} \quad (89)$$

Der absolute Stromübersetzungsfaktor ist dann in reellen Werten bestimmt durch:

$$C'_{j0} = \sqrt{c'_{j0a}{}^2 + c'_{j0\beta}{}^2} \quad (90)$$

und seine Phasenverschiebung ergibt sich aus:

$$\operatorname{tg} \psi_{j0} = \frac{c'_{j0\beta}}{c'_{j0a}} \quad (91)$$

Auf dieselbe Weise liesse sich auch das Uebersetzungsverhältnis der Ströme  $\frac{\mathcal{J}'_{4a}}{\mathcal{J}'_{1a}}$  aus Gl. (83) bestimmen, womit dann bei Leerlauf alle Grössen, die beim Kaskadentransformator von Wichtigkeit sind, eindeutig festgelegt sind.

Den Uebersetzungsfaktor beider Erregerströme werden wir wieder bei der Bestimmung des Phasenwinkels der wirksamen Felder notwendig haben und soll deshalb die Anwendung an jener Stelle vorgenommen werden.

### Wirtschaftliche Mitteilungen. — Communications de nature économique.

**Aus dem Geschäftsbericht des Eidg. Amtes für Wasserwirtschaft pro 1926.**

Es waren am Jahresende im Ausbau befindlich rund PS:

1921	1922	1923	1924	1925	1926
410 000	350 000	300 000	350 000	310 000	320 000 <sup>1)</sup>

Es wurden in Betrieb gesetzt rund PS:

1921	1922	1923	1925	1925	1926
85 000	100 000	60 000	80 000	140 000	45 000

**Im Jahre 1926 in Betrieb gesetzte grössere Anlagen**

Kraftwerk und Konzessionär	Leistung PS	Betriebs-eröffnung
1. <i>Wäggital, Zentrale Rempen, Erweiterung, 4. Maschinengruppe (A.-G. Kraftwerk Wäggital, Zürich)</i> . . . . .	20 000 <sup>1)</sup>	4. Jan. 26

<sup>1)</sup> Inbegriffen eine im Kraftwerk Klosters noch zu installierende Leistung von ca. 10 000 PS.

Kraftwerke und Konzessionär	Leistung PS	Betriebs-eröffnung
2. <i>Chancy-Pougny, Erweiterung, 4. und 5. Maschinengruppe (Société des forces motr. de Chancy-Pougny, Chancy)</i> . . .	13 400 <sup>2)</sup>	4. Febr. 26 17. Juni 26
3. <i>Oberems (Illsee - Turtmann A.-G., Oberems)</i> .	11 000	Okt. 26
4. <i>Lungernsee, dritter Ausbau (Zentralschweizerische Kraftwerke A.-G., Luzern)</i> . . . . .	2 000 <sup>3)</sup>	Frühjahr 26

<sup>1)</sup> Vollausbau der Zentrale mit 80 000 PS ist damit erreicht.  
<sup>2)</sup> Nur schweizerischer Anteil; Leistung jeder Maschinengruppe 9500 PS; Vollausbau der Zentrale mit 47 875 PS für beide Grenzstaaten zusammen ist damit erreicht. Schweizerischer Anteil ca. 70%.  
<sup>3)</sup> Leistungs-Vermehrung durch Einleitung der kleinen Melchaa in den Lungernsee und Höherstauung des Sees um 20 m.