

<b>Zeitschrift:</b>	Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
<b>Herausgeber:</b>	Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke
<b>Band:</b>	18 (1927)
<b>Heft:</b>	4
<b>Artikel:</b>	Die gegenseitige Beeinflussung zweier benachbarter Drehstrom-Leitungen
<b>Autor:</b>	Schmid, P.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-1060447">https://doi.org/10.5169/seals-1060447</a>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 17.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Die gegenseitige Beeinflussung zweier benachbarter Drehstrom-Leitungen.

Von der Materialprüfanstalt und Eichstätte des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins (S.E.V.)  
Ingenieur P. Schmid, Zürich.

Die induktive Koppelung zwischen den Leitern eines Sechsleiter-Systems führt zu Wirk- und Blindleistungsverschiebungen innerhalb des Systems. Angeregt durch einen Fall aus der Praxis werden im ersten Teil dieser Arbeit Formeln über die Beeinflussung zweier benachbarter Drehstromleitungen abgeleitet, die es gestatten, bei Kenntnis der Leitungsdaten und der Leistungen, die jeder Leiter am Anfang der Leitung transportiert, zu berechnen, welche Leistungen von jedem Leiter am Ende der Leitung transportiert werden. Es wird gezeigt, dass der Einfluss fremder Wechselfelder auf den betrachteten Leiter dadurch ersetzt gedacht werden kann, dass man in ihn eine entsprechende Impedanz einschaltet. An Beispielen wird der Gebrauch der Formeln erläutert und die Grösse der Leistungsverschiebung für die Leitung Siebenen-Ragaz des Elektrizitätswerkes der Stadt Zürich berechnet.

Im zweiten Teil der Arbeit wird über Untersuchungen berichtet, die an den Fernleitungen Sils i. D. - Siebenen ausgeführt wurden, um festzustellen, welche Ursachen an den Leistungsschwankungen beteiligt waren, die an den Instrumenten des Kraftwerks Siebenen beobachtet wurden. Es wird an Hand der im ersten Teil entwickelten Theorie, sowie gestützt auf die daraus zuziehenden Folgerungen gezeigt, worauf diese Pendelungen zurückzuführen sind, und an Hand oszillographischer Aufnahmen die Richtigkeit der Folgerungen erwiesen.

Le couplage inductif entre conducteurs d'un système à 6 fils conduit à un déplacement de puissances wattées et déwattées. A propos d'un cas pratique, l'auteur déduit dans la première partie de son travail des formules régissant l'influence mutuelle de deux lignes triphasées voisines et qui permettent, connaissant les caractéristiques de ces lignes et la puissance dont chaque conducteur est le siège au commencement de la ligne, de calculer les puissances transportées par chacun d'eux au bout de la ligne. L'auteur montre qu'on peut substituer à l'influence de champs alternatifs étrangers sur le conducteur considéré, une impédance appropriée branchée dans son circuit. L'emploi des formules est expliquée par des exemples, et l'on calcule en particulier la valeur numérique du déplacement de puissance pour la ligne Siebenen-Ragaz du Service électrique de la ville de Zurich.

Dans la seconde partie, l'auteur parle des investigations opérées sur les lignes Sils-Siebenen, pour déterminer l'origine de variations de puissances observées aux instruments de la centrale de Siebenen. En partant de la théorie développée dans la première partie et en s'appuyant sur les conséquences qui en découlent, l'auteur montre à quoi il y a lieu d'attribuer ces phénomènes pendulaires; l'exactitude de ses conclusions est démontrée à l'aide d'oscillogrammes.

### Einleitung.

Es sind in den letzten Jahren einige Fälle bekannt geworden, wo wirtschaftliche Gründe Elektrizitätsunternehmungen veranlassten, dem Gross-Energietransport dienende Leitungen gemeinsam auszuführen und zu betreiben. Hieraus ergab sich die Lösung, dass auf demselben Gestänge Leitungen verlegt wurden, die, elektrisch gesprochen, verschiedenen Versorgungsnetzen angehören, ohne unter sich irgendwie zusammengeschaltet zu sein.

Es erhebt sich nun die Frage, ob solche Leitungen, die sehr nahe nebeneinander verlaufen, aber weder in Spannung, Strom oder Frequenz dieselben Charakteristiken aufzuweisen brauchen, sich gegenseitig in einer Art und Weise beeinflussen, dass daraus in bezug auf den Betrieb Schwierigkeiten und in ausserordentlichen Fällen sogar Störungsmöglichkeiten entstehen könnten.

Eine Abklärung dieser Frage sollte jeweils schon mit einiger Sicherheit vor der Ausführung einer Leitung erzielt werden können, so dass es vielleicht angebracht ist, hierüber einige Betrachtungen zu veröffentlichen, besonders auch deshalb, weil anschliessend daran über einen konkreten Fall solcher Beeinflussung und seine Auswirkung berichtet werden kann.

Die Unterteilung dieser Arbeit in einen mehr theoretischen und einen praktischen Teil ist somit gegeben.

Im theoretischen Teil werden auf Grund der Verallgemeinerung des von Wotschke<sup>1)</sup> zu anderen Zwecken entwickelten Verfahrens Formeln abgeleitet, welche die induktive Leistungsübertragung für jeden Leiter eines 6-Leiter-Systems für den

<sup>1)</sup> Dr. Ing. Wotschke: Die Leistung des Drehstromofens. Berlin, bei Julius Springer, 1926. (s. auch Bulletin 1926, Seite 490).

stationären Betrieb gestatten. Anhand von Beispielen wird der Gebrauch der Formeln erläutert. Die Ableitung der Formeln ist so getroffen worden, dass deren Verallgemeinerung auf ein beliebiges  $n$ -Leiter-System ohne weiteres möglich ist.

Der zweite Teil der Arbeit umfasst die Beschreibung der an den im Besitz des Elektrizitätswerkes der Stadt Zürich befindlichen Fernleitungen Sils i. D. - Siebnen beobachteten Phänomene, den Bericht über die von der Materialprüfanstalt und Eichstätte des S. E. V. ausgeführten Untersuchungen, sowie die Mitteilung und Erörterung der dabei erhaltenen Resultate.

Dem *Elektrizitätswerk der Stadt Zürich* als Auftraggeber sei auch an dieser Stelle für die Erlaubnis zur Veröffentlichung der Untersuchungsergebnisse bestens gedankt.

### I. Theoretischer Teil.

#### A. Rechnungsgrundlagen.

In Fig. 1 sei das Mastenbild der beiden Drehstromleitungen dargestellt, deren gegenseitige Beeinflussung im folgenden berechnet werden soll:

Die Numerierung der Leiter hat in der Weise zu erfolgen, dass die Leiter 1, 2 und 3, bzw. 4, 5 und 6 je einem Drehstromsystem angehören. Die räumliche Anordnung der Leiter ist somit noch keiner einengenden Annahme unterworfen; sie kommt in diesen Rechnungen überhaupt nur implicite in den Koeffizienten der gegenseitigen Induktion zum Ausdruck.

Im Leiter 1 fliesset der Strom  $\dot{I}_1$ , im Leiter 2 der Strom  $\dot{I}_2$  usf. Auf Verdrillungen ist in der Weise Rücksicht zu nehmen, dass stets derjenige Leiter mit 1 zu bezeichnen ist, der den Strom  $\dot{I}_1$  führt.

Man greife nun einen Punkt  $A$  der Doppelleitung heraus und messe an dieser Stelle:

1. Die Phasenspannungen:  $\dot{e}_1, \dot{e}_2 \dots \dot{e}_6$
2. Die Leiterströme:  $\dot{I}_1, \dot{I}_2 \dots \dot{I}_6$
3. Die Phasenleistungen:  $(\dot{e}_1, \dot{I}_1) = P_1$   
 $(\dot{e}_2, \dot{I}_2) = P_2$   
 $\dots \dots \dots$   
 $(\dot{e}_6, \dot{I}_6) = P_6$

Aus diesen gemessenen Grössen können die Impedanzen jedes Leiters vom Punkte  $A$  bis zum Spannungsnulldpunkt berechnet werden. Es ist:

$$\left. \begin{aligned} Z_u &= \frac{|\dot{e}_1|}{|\dot{I}_1|} = \sqrt{R_u^2 + X_u^2}, & \text{wobei} & \quad \text{tg } \varphi_u = \frac{\omega L_u}{R_u} = \frac{X_u}{R_u} \\ Z_v &= \frac{|\dot{e}_2|}{|\dot{I}_2|} = \sqrt{R_v^2 + X_v^2}, & \text{wobei} & \quad \text{tg } \varphi_v = \frac{\omega L_v}{R_v} = \frac{X_v}{R_v} \\ \dots \dots \dots & & & \dots \dots \dots \\ Z_z &= \frac{|\dot{e}_6|}{|\dot{I}_6|} = \sqrt{R_z^2 + X_z^2}, & \text{wobei} & \quad \text{tg } \varphi_z = \frac{\omega L_z}{R_z} = \frac{X_z}{R_z} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

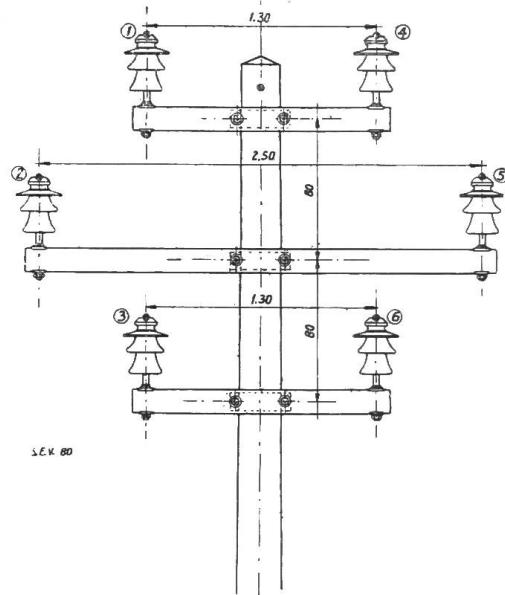


Fig. 1.

Zur komplexen Schreibweise übergehend, gilt für die Impedanzen:

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_u &= (R_u + j X_u) \\ \dot{Z}_v &= (R_v + j X_v) \\ \cdots \cdots \cdots & \\ \dot{Z}_z &= (R_z + j X_z) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Es sollen nun im folgenden, auf Grund der im Punkte *A* gemessenen Phasenleistungen, sowie der Leitungsdaten (Ohmscher Widerstand, Induktivitäten) bis zum Punkte *B*, die in diesem Punkte von jedem Leiter transportierten Phasenleistungen berechnet werden.

Der Ohmsche Widerstand jedes Leiters wird entweder experimentell<sup>2)</sup> oder rechnerisch ermittelt. Die Koeffizienten der Selbst- und der Gegenseitigen-Induktion können aus der räumlichen Anordnung der Leiter, oder aber aus den experimentell bestimmten Schleifeninduktivitäten berechnet werden<sup>3)</sup>.

Der Koeffizient der gegenseitigen Induktion zwischen den Leitern *m* und *n* wird mit  $l_{mn}$  (Henry) bezeichnet. In den folgenden Ableitungen wird jedoch stets mit der zugehörigen Reaktanz:

$$x_{mn} = \omega l_{mn} = 2 \pi f l_{mn}$$

gerechnet.

### B. Berechnung der Leistungsverschiebung.

Aus den am Ende des vorangehenden Abschnittes erwähnten Größen berechnet man die Impedanzen zwischen den Punkten *A* und *B*. Entsprechend den Leitern 1 bis 6 seien sie mit  $Z_a$  bis  $Z_f$  bezeichnet. Für sie sei wieder der generelle Ansatz getroffen:

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_a &= (R_a + j X_a) \\ \dot{Z}_b &= (R_b + j X_b) \\ \cdots \cdots \cdots & \\ \dot{Z}_f &= (R_f + j X_f) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Unter Bezugnahme auf die Gleichungen (1) gilt:

$$\left. \begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{I}_1 \dot{Z}_u & \text{und} & \dot{e}'_1 &= \dot{I}_1 \dot{Z}_u - \dot{I}_1 \dot{Z}_a \\ \dot{e}_2 &= \dot{I}_2 \dot{Z}_v & \text{und} & \dot{e}'_2 &= \dot{I}_2 \dot{Z}_v - \dot{I}_2 \dot{Z}_b \\ \cdots \cdots \cdots & & & \cdots \cdots \cdots & \\ \dot{e}_6 &= \dot{I}_6 \dot{Z}_z & \text{und} & \dot{e}'_6 &= \dot{I}_6 \dot{Z}_z - \dot{I}_6 \dot{Z}_f \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Hieraus folgt unter Berücksichtigung von (2) und (3):

$$\left. \begin{aligned} \dot{e}'_1 &= \dot{I}_1 [(R_u - R_a) + j (X_u - X_a)] \\ \dot{e}'_2 &= \dot{I}_2 [(R_v - R_b) + j (X_v - X_b)] \\ \dot{e}'_3 &= \dot{I}_3 [(R_w - R_c) + j (X_w - X_c)] \\ \dot{e}'_4 &= \dot{I}_4 [(R_x - R_d) + j (X_x - X_d)] \\ \dot{e}'_5 &= \dot{I}_5 [(R_y - R_e) + j (X_y - X_e)] \\ \dot{e}'_6 &= \dot{I}_6 [(R_z - R_f) + j (X_z - X_f)] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Der induktive Spannungsabfall zwischen den Punkten *A* und *B* der Leitung wird wie folgt berechnet:

<sup>2)</sup> Description et essais de la ligne à 120 000 volts Chancy-Pougny à Jeanne-Rose. Bulletin S.E.V. 1926, page 77.

<sup>3)</sup> Orlich: Ueber die Induktionswirkung paralleler, gestreckter Leiter. E.T.Z. 1908, Seite 310.

$$\begin{aligned}
 \dot{I}_1 X_a &= \dot{I}_1 x_{11} + \dot{I}_2 x_{21} + \dot{I}_3 x_{31} + \dot{I}_4 x_{41} + \dot{I}_5 x_{51} + \dot{I}_6 x_{61} \\
 \dot{I}_2 X_b &= \dot{I}_1 x_{12} + \dot{I}_2 x_{22} + \dot{I}_3 x_{32} + \dot{I}_4 x_{42} + \dot{I}_5 x_{52} + \dot{I}_6 x_{62} \\
 \dot{I}_3 X_c &= \dot{I}_1 x_{13} + \dot{I}_2 x_{23} + \dot{I}_3 x_{33} + \dot{I}_4 x_{43} + \dot{I}_5 x_{53} + \dot{I}_6 x_{63} \\
 \dot{I}_4 X_d &= \dot{I}_1 x_{14} + \dot{I}_2 x_{24} + \dot{I}_3 x_{34} + \dot{I}_4 x_{44} + \dot{I}_5 x_{54} + \dot{I}_6 x_{64} \\
 \dot{I}_5 X_e &= \dot{I}_1 x_{15} + \dot{I}_2 x_{25} + \dot{I}_3 x_{35} + \dot{I}_4 x_{45} + \dot{I}_5 x_{55} + \dot{I}_6 x_{65} \\
 \dot{I}_6 X_f &= \dot{I}_1 x_{16} + \dot{I}_2 x_{26} + \dot{I}_3 x_{36} + \dot{I}_4 x_{46} + \dot{I}_5 x_{56} + \dot{I}_6 x_{66}
 \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (6)$$

Aus den Gleichungen (5) und (6) lassen sich die Phasenspannungen im Punkte *B* berechnen. Als Abkürzungen setzt man:

$$\begin{aligned}
 R_u - R_a &= R_I & \text{und} & \quad X_u - x_{11} = X_I \\
 R_v - R_b &= R_{II} & \text{und} & \quad X_v - x_{22} = X_{II} \\
 \dots & & & \dots \\
 R_z - R_f &= R_{VI} & \text{und} & \quad X_z - x_{66} = X_{VI}
 \end{aligned}$$

somit ergibt sich die Phasenspannung im Punkte *B* der Leitung:

$$\begin{aligned}
 \dot{e}'_1 &= \dot{I}_1 R_I + j(\dot{I}_1 X_I - \dot{I}_2 x_{21} - \dot{I}_3 x_{31} - \dot{I}_4 x_{41} - \dot{I}_5 x_{51} - \dot{I}_6 x_{61}) \\
 \dot{e}'_2 &= \dot{I}_2 R_{II} + j(\dot{I}_2 X_{II} - \dot{I}_1 x_{12} - \dot{I}_3 x_{32} - \dot{I}_4 x_{42} - \dot{I}_5 x_{52} - \dot{I}_6 x_{62}) \\
 \dot{e}'_3 &= \dot{I}_3 R_{III} + j(\dot{I}_3 X_{III} - \dot{I}_1 x_{13} - \dot{I}_2 x_{23} - \dot{I}_4 x_{43} - \dot{I}_5 x_{53} - \dot{I}_6 x_{63}) \\
 \dot{e}'_4 &= \dot{I}_4 R_{IV} + j(\dot{I}_4 X_{IV} - \dot{I}_1 x_{14} - \dot{I}_2 x_{24} - \dot{I}_3 x_{34} - \dot{I}_5 x_{54} - \dot{I}_6 x_{64}) \\
 \dot{e}'_5 &= \dot{I}_5 R_{V} + j(\dot{I}_5 X_{V} - \dot{I}_1 x_{15} - \dot{I}_2 x_{25} - \dot{I}_3 x_{35} - \dot{I}_4 x_{45} - \dot{I}_6 x_{65}) \\
 \dot{e}'_6 &= \dot{I}_6 R_{VI} + j(\dot{I}_6 X_{VI} - \dot{I}_1 x_{16} - \dot{I}_2 x_{26} - \dot{I}_3 x_{36} - \dot{I}_4 x_{46} - \dot{I}_5 x_{56})
 \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (7)$$

Während die Gleichungen (7) für jedes 6-Leiter-Wechselstromsystem gelten, sei nun daran erinnert, dass es sich hier um 2 Drehstromsysteme handelt. Infolgedessen ist:

$$\begin{aligned}
 \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 &= 0, \\
 \dot{I}_4 + \dot{I}_5 + \dot{I}_6 &= 0.
 \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (8)$$

Die Gleichungen (8) sagen aus, dass sich je 3 Strom-Vektoren zu einem Dreieck schliessen. Es seien diese Vektoren gemäss Fig. 2 in Komponenten parallel der reellen und der imaginären Axe zerlegt.

Hieraus folgen die Beziehungen:

$$\begin{aligned}
 \dot{I}_1 &= I_1(a + b) & \dot{I}_4 &= I_4(f + g - jn) \\
 \dot{I}_2 &= I_1(-a - jc) & \dot{I}_5 &= I_4(-g + j(n + m)) \\
 \dot{I}_3 &= I_1(-b + jc) & \dot{I}_6 &= I_4(-f - jm)
 \end{aligned} \quad \left. \right\} \quad (9)$$

Wie eine Addition der rechten Seiten der Gleichungen (9) zeigt, ist Gleichung (8) erfüllt. Zu bemerken ist nur, dass die Grössen *a*, *b*, *c*, *f*, *g*, *m* und *n* keine Funktionen der Zeit sein dürfen, da die abgeleiteten Gleichungen nur für den stationären Zustand gelten.

Die Gleichungen (9) werden in (7) eingesetzt und man erhält nach Ordnen der Glieder folgende Werte für die Phasenspannung im Punkte *B* der Leitung:

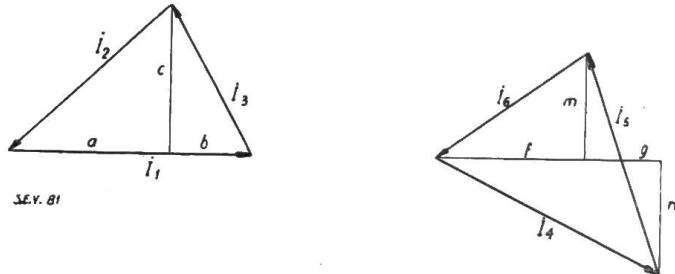


Fig. 2.

$$\begin{aligned}
 \dot{e}'_1 &= I_1 [R_1 (a+b) - c (x_{21} - x_{31})] + I_4 [(n+m) x_{51} - n x_{41} - m x_{61}] \\
 &\quad + j \{ I_1 [(a+b) X_1 + a x_{21} + b x_{31}] + I_4 [g x_{51} - (f+g) x_{41} + f x_{61}] \} \\
 \dot{e}'_2 &= I_1 [c (X_{11} + x_{32}) - R_{11} a] + I_4 [(n+m) x_{52} - n x_{42} - m x_{62}] \\
 &\quad + j \{ I_1 [b x_{32} - R_{11} c - a X_{11} - (a+b) x_{12}] + I_4 [g x_{52} + f x_{62} - (f+g) x_{42}] \} \\
 \dot{e}'_3 &= I_1 [R_{111} b - c (X_{111} + x_{23})] + I_4 [(n+m) x_{53} - n x_{43} - m x_{63}] \\
 &\quad + j \{ I_1 [a x_{23} + R_{111} c - b X_{111} - (a+b) x_{13}] + I_4 [g x_{53} + f x_{63} - (f+g) x_{43}] \} \\
 \dot{e}'_4 &= I_4 [R_{111} (f+g) + n X_{111} + (n+m) x_{54} - m x_{64}] + I_1 c [x_{34} - x_{24}] \\
 &\quad + j \{ I_4 [(f+g) X_{111} - R_{111} n + g x_{54} + f x_{64}] + I_1 [a x_{24} + b x_{34} - (a+b) x_{14}] \} \\
 \dot{e}'_5 &= I_4 [R_V g + (n+m) X_V + n x_{45} + m x_{65}] + I_1 c [x_{35} - x_{25}] \\
 &\quad + j \{ I_4 [(n+m) R_V - g X_V - (f+g) x_{45} + f x_{65}] + I_1 [a x_{25} + b x_{35} - (a+b) x_{15}] \} \\
 \dot{e}'_6 &= I_4 [m X_{VI} - f R_{VI} - n x_{46} + (n+m) x_{56}] + I_1 c [x_{36} - x_{26}] \\
 &\quad + j \{ I_4 [g x_{56} - m R_{VI} - f X_{VI} - (f+g) x_{46}] + I_1 [a x_{26} + b x_{36} - (a+b) x_{16}] \}
 \end{aligned} \tag{10}$$

Um die im Punkte  $B$  von jedem Leiter transportierte Leistung ( $P'$ ) zu ermitteln, ist das skalare Produkt der Phasenspannung  $\dot{e}'$  mit dem Strom  $\dot{I}$  zu bilden. Vorher sei kurz an die Rechnungsregel der Vektoranalyse erinnert:

$$\begin{aligned}
 \text{Gegeben die Vektoren} \quad \dot{m} &= m_1 + j m_2, \\
 \dot{n} &= n_1 + j n_2,
 \end{aligned}$$

dann ist das skalare Produkt:

$$(\dot{m}, \dot{n}) = m_1 n_1 + m_2 n_2.$$

Gemäss dieser Regel unter Benützung der Formeln (9) und (10) erhält man die Phasenleistungen im Punkte  $B$ :

$$\begin{aligned}
 P'_1 &= I_1^2 \{R_1 (a+b)_2 - c (a+b) (x_{21} - x_{31})\} + I_1 I_4 (a+b) \{(n+m) x_{51} - n x_{41} - m x_{61}\} \\
 P'_2 &= I_1^2 \{R_{11} (a^2 + c^2) - c (a+b) (x_{32} - x_{12})\} \\
 &\quad + I_1 I_4 \{x_{42} [a n + c (f+g)] - x_{52} [g c + a (n+m)] + x_{62} [a m - c f]\} \\
 P'_3 &= I_1^2 \{R_{111} (b^2 + c^2) - c (a+b) (x_{13} - x_{23})\} \\
 &\quad + I_1 I_4 \{x_{43} [b n - c (f+g)] - x_{53} [g c - b (n+m)] + x_{63} [b m + c f]\} \\
 P'_4 &= I_4^2 \{R_{111} [n^2 + (f+g)^2] + [n f + m (f+g)] (x_{64} - x_{54})\} \\
 &\quad + I_1 I_4 \{x_{34} [-b n + c (f+g)] - x_{24} [a n + c (f+g)] + x_{14} n (a+b)\} \\
 P'_5 &= I_4^2 \{R_V [g_2 + (n m)^2] + [n f + m (f+g)] (x_{65} - x_{45})\} \\
 &\quad + I_1 I_4 \{x_{25} [g c + a (n+m)] - x_{15} (a+b) (n+m) - x_{35} [g c - b (n+m)]\} \\
 P'_6 &= I_4^2 \{R_{VI} [f^2 + m^2] + [n f + m (f+g)] (x_{46} - x_{56})\} \\
 &\quad + I_1 I_4 \{x_{16} m (a+b) - x_{36} (b m + c f) - x_{26} (a m - c f)\}
 \end{aligned} \tag{11}$$

Mit Hülfe dieser Gleichungen ist es möglich, aus den im Punkte  $A$  der Leitung durchfliessenden Phasenleistungen und den Leitungsdaten bis zum Punkte  $B$ , für diesen die dort durchfliessenden Phasenleistungen zu berechnen.

*Interpretation der Formeln (11).* Jede der 6 Formeln kann sinngemäss in drei Teile zerlegt werden, die der Reihe nach, von links nach rechts, besprochen werden sollen.

Das erste Glied besteht aus dem Produkt des Quadrates des Leiterstromes multipliziert mit der Grösse  $R$ . Dieser Ausdruck stellt diejenige Leistung dar, die durch den betrachteten Leiter fliessen würde, wenn keine induktive Koppelung mit andern Leitern bestehen würde. Unter Benützung der Formeln (3) erkennt man, dass die so definierte Leistung derjenigen im Punkte  $A$ , vermindert um die ohmschen Leitungsverluste bis zum Punkte  $B$ , entspricht.

Das zweite Glied besteht aus dem Produkt des Quadrates des Leiterstromes multipliziert mit den in der ersten Klammer stehenden Reaktanzen und Stromkom-

ponenten. Es stellt diejenige Leistung dar, die von den beiden andern Leitern des eigenen Drehstromsystems durch Induktion auf den betrachteten Leiter übertragen wird. Denkt man sich das andere Drehstromsystem so weit entfernt, dass sein Einfluss auf das betrachtete vernachlässigt werden kann und beachtet man ferner, dass ihm zwischen den Punkten  $A$  und  $B$  weder Energie zugeführt noch entzogen wird (die ohmschen Verluste sind im ersten Glied berücksichtigt), so folgt, dass für das betrachtete Drehstromsystem die Summe der induktiv übertragenen Leistungen verschwinden muss. Die Formeln (11) zeigen, dass dies für das System der Leiter 1, 2 und 3, sowie für dasjenige der Leiter 4, 5 und 6 zutrifft.

Das dritte Glied endlich besteht aus dem zweiten Klammerausdruck multipliziert mit den Leiterströmen  $I_1$  und  $I_4$ . In ihm erkennt man diejenige Leistung, die durch induktive Koppelung vom fremden Drehstromsystem auf den betrachteten Leiter übertragen wird. Die Summierung dieser Glieder über die 6 Gleichungen des Formelsystems (11) ergibt den Wert Null, d. h. dem System ist zwischen den Punkten  $A$  und  $B$  weder Energie zugeführt, noch entzogen worden. Hingegen hat sich die Verteilung der Leistung auf die 6 Leiter verändert.

Die physikalische Bedeutung dieses dritten Gliedes soll auf Grund folgender Ueberlegungen ermittelt werden. (Diese Ueberlegungen lassen sich auch auf das zweite Glied anwenden. Während vom mathematisch-physikalischen Standpunkte aus beide Glieder von gleicher Wichtigkeit sind, spielt das dritte Glied bei den später erwähnten Phänomenen eine ausschlaggebende Rolle.)

Betrachtet sei der Leiter  $n$  des ersten Drehstromsystems, in welchem der Strom  $I_n$  fließe. Die Ströme des andern Drehstromsystems induzieren in dem betrachteten Leiter Spannungen  $p_4$ ,  $p_5$  und  $p_6$ , welche vom Koeffizienten der gegenseitigen Induktion und der Grösse der Leiterströme abhängen. Diese Spannungen lassen sich zu einer resultierenden Spannung  $\dot{E}_n$  zusammensetzen (Fig. 3). Die vom anderen Drehstromsystem auf den betrachteten Leiter übertragene Leistung  $P_{in}$  berechnet sich wie folgt:

$$P_{in} = (\dot{E}_n, \dot{I}_n) = E_{2n} I_n \quad (12)$$

Durch Vergleich mit den Gleichungen (11) lässt sich das dritte Glied jeder Gleichung als Produkt von der Form (12) erkennen. Das Produkt besteht einfach aus dem Strome des betrachteten Leiters ( $I_n$ ) multipliziert mit derjenigen Spannungskomponente ( $E_{2n}$ ) die parallel zum Stromvektor verläuft und welche durch die Ströme des andern Drehstromsystems in dem betrachteten Leiter hervorgerufen wird.

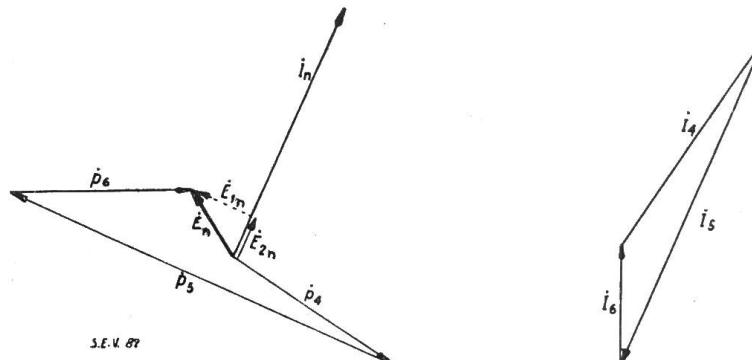


Fig. 3.

$P_{in}$  (kW) sei im folgenden als Leistungsverlust bezeichnet, hat also dann für einen Leiter positiven Wert, wenn dieser Leistung abgibt. Dann kann man sich  $P_{in}$  auch dadurch entstanden denken, dass in den betrachteten Leiter zwischen den Punkten  $A$  und  $B$  ein zusätzlicher Widerstand  $R_n$  eingeschaltet worden sei. Dabei ist:

$$R_n = \frac{P_{in}}{I_n^2} \cdot 10^3 \text{ Ohm} \quad (13)$$

### C. Berechnung der zusätzlichen Blindleistung.

Die Blindleistung berechnet sich allgemein bei gegebener Spannung  $E$  und gegebenem Strome  $I$  zu:

$$S = E I \sin \varphi \quad (14)$$

wenn mit  $\varphi$  der Winkel zwischen  $E$  und  $I$  bezeichnet wird. Darin entspricht  $S$  dem Absolutwerte nach einem Vektor  $\dot{S}$ , der der Gleichung:

$$\dot{S} = [\dot{E}, \dot{I}]$$

genügt. Setzt sich  $E$  aus den Komponenten  $E_x$  und  $E_y$ ,  $I$  aus den Komponenten  $I_x$  und  $I_y$  zusammen, so wird:

$$S = E_x I_y - E_y I_x \quad (15)$$

Unter Benützung der Formeln (9), (10) und der Rechenregel (15) erhält man für die Blindleistung  $S'$  im Punkte  $B$  der Leitung:

$$\left. \begin{aligned} S'_1 &= I_1^2 \{ -X_1(a+b)^2 - x_{21}a(a+b) - x_{31}b(a+b) \} \\ &\quad + I_1 I_4 \{ x_{41}(a+b)(f+g) - x_{51}g(a+b) - x_{61}f(a+b) \} \\ S'_2 &= I_1^2 \{ -X_{11}(a^2+c^2) + x_{32}(ab-c^2) - x_{12}a(a+b) \} \\ &\quad + I_1 I_4 \{ x_{42}[nc-a(f+g)] + x_{52}[ag-c(n+m)] + x_{62}(cm+af) \} \\ S'_3 &= I_1^2 \{ -X_{111}(b^2+c^2) + x_{23}(ab-c^2) - x_{13}b(a+b) \} \\ &\quad + I_1 I_4 \{ x_{53}[bg+c(n+m)] - x_{43}[nc+b(f+g)] + x_{63}(fb-mc) \} \\ S'_4 &= I_4^2 \{ -X_{111}[n^2+(f+g)^2] - x_{54}[g(f+g)+n(n+m)] + x_{64}[mn-g(f+g)] \} \\ &\quad + I_1 I_4 \{ x_{24}[cn-a(f+g)] - x_{34}[cn+b(f+g)] + x_{14}(a+b)(f+g) \} \\ S'_5 &= I_4^2 \{ -X_{11}[g^2+(n+m)^2] + x_{65}[fg-m(n+m)] - x_{45}[g(f+g)+n(n+m)] \} \\ &\quad + I_1 I_4 \{ x_{35}[gb+c(n+m)] - x_{15}g(a+b) + x_{25}[ag-c(n+m)] \} \\ S'_6 &= I_4^2 \{ -X_{111}(f^2+m^2) + x_{46}[nm-f(f+g)] + x_{56}[fg-m(n+m)] \} \\ &\quad + I_1 I_4 \{ x_{26}(af+cm) + x_{36}(bf-cm) - x_{16}f(a+b) \} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

*Die Interpretation der Formeln (16).* Analog wie bei den Interpretationen des vorigen Abschnittes lassen sich die einzelnen Gleichungen des Systems (16) wieder in drei Glieder zerlegen, deren Bedeutung hier nicht noch einmal klar gelegt zu werden braucht. Es sei nur auf die Tatsache hingewiesen, dass sich die induktiv übertragenen Blindleistungszunahmen, über ein System summiert, nicht aufheben.

Dass dem so sein muss, sei an Hand des folgenden Beispiels und der Fig. 4 gezeigt. Im Leiter 1 fliesset der Strom  $I_1$ , welcher im Leiter 2 die Spannung  $p_2$  induziere. Umgekehrt induziert der im Leiter 2 fliessende Strom  $I_2$  im Leiter 1 die Spannung  $p_1$ . Die Blindleistungen berechnen sich zu:

$$[p_1, \dot{I}_1] = [p_2, \dot{I}_2].$$

Beide Produkte sind gleich gross und positiv. Denkt man sich die beiden Leiter zu einer Schleife zusammengeschaltet, so erkennt man, dass die Blindleistung nicht verschwindet, eine Folgerung, die von der Erfahrung bestätigt wird.

In Anlehnung an die Erörterung des vorigen Abschnittes und unter Benützung der Fig. 3 erkennt man, dass das dritte Glied in Formeln (16) nichts anderes bedeutet, als die vom andern Drehstromsystem im betrachteten Leiter hervorgerufene Blindleistung  $S_{in}$  ( $\text{kVA} \sin \varphi$ ). Sie errechnet sich zu:

$$S_{in} = E_n I_n \sin \varphi = E_{1n} I_n. \quad (17)$$

Dieser Blindleistungszuwachs kann infolgedessen auch durch Einschalten einer Selbstinduktion in den Leiter  $n$  hervorgerufen werden. Die dieser entsprechende Reaktanz  $X_n$  berechnet sich zu:

$$X_n = \frac{S_{in}}{I_n^2} 10^3 \text{ Ohm.} \quad (18)$$

Wie aus den Gleichungen (16), sowie aus späteren Gleichungen hervorgeht, ist die induktive Blindleistung (im Gegensatz zur kapazitiven) mit negativem Vorzeichen

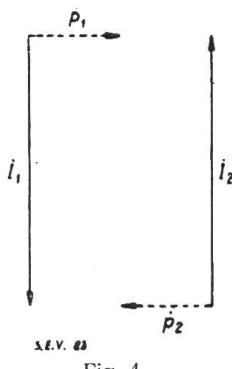


Fig. 4.

behaftet. Als induktiver Blindleistungszuwachs sind also diejenigen Werte zu betrachten, die in Formeln (16) ein negatives Vorzeichen aufweisen.

*Zusammenfassung.* Die von einem Drehstromsystem auf einen weiteren Leiter  $n$  ausgeübte Beeinflussung kann ersetzt gedacht werden durch Einschalten einer Impedanz  $Z_n$  in den betrachteten Leiter. Diese Impedanz hat den Wert:

$$Z_n = R_n + j X_n \quad (19)$$

und kann mit Hilfe der entwickelten Formeln berechnet werden.

#### D. Beispiele.

##### 1. Voraussetzungen.

Punkt  $A$  befindet sich an derjenigen Stelle der Leitung, von wo an die beiden Drehstromsysteme auf gleichem Gestänge verlegt sind. Für diesen Punkt kann fast stets mit genügender Genauigkeit angenommen werden, dass die Phasenspannungen und Phasenleistungen für jedes System unter sich gleich sind. Hieraus folgt:

$$\begin{aligned} (\dot{e}_1, \dot{i}_1) &= (\dot{e}_2, \dot{i}_2) = (\dot{e}_3, \dot{i}_3) & |\dot{e}_1| &= |\dot{e}_2| = |\dot{e}_3| \\ (\dot{e}_4, \dot{i}_4) &= (\dot{e}_5, \dot{i}_5) = (\dot{e}_6, \dot{i}_6) & |\dot{e}_4| &= |\dot{e}_5| = |\dot{e}_6| \end{aligned}$$

Im allgemeinen dürfen auch folgende Annahmen als zutreffend erachtet werden:

$$\begin{aligned} R_I &= R_{II} = R_{III} = R & R_{IV} &= R_V = R_{VI} = \varrho \\ X_I &= X_{II} = X_{III} = X & X_{IV} &= X_V = X_{VI} = \xi \end{aligned}$$

Die auf Grund dieser Annahmen durchgerechneten Beispiele ergeben besonders leicht zu überblickende Formeln. Sie zeigen, in welchem Masse die für jedes System symmetrische Leistung durch den Einfluss fremder Wechselfelder verändert wird.

##### 2. Beispiel der synchronisierten Betriebe.

Bei synchronisierten Betrieben, unter Berücksichtigung der obigen Annahmen, ergibt sich das in Fig. 5 gezeichnete Vektordiagramm.

Nach Fig. 5 werden die in den Formeln (9) erwähnten Größen bestimmt zu:

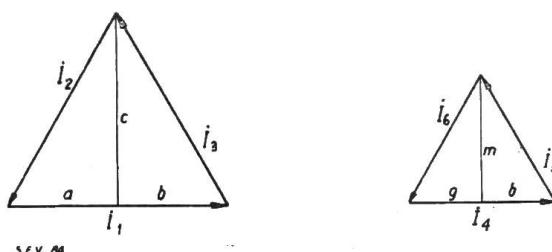


Fig. 5.  
Die im Vektorendreieck rechts mit  $b$  bezeichnete Strecke ist mit  $f$  anzuschreiben.

$$\left. \begin{aligned} a &= b = \frac{1}{2} \\ c &= \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{aligned} \quad \begin{aligned} f &= g = \frac{1}{2} \\ m &= \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{aligned} \quad \begin{aligned} n &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9 \text{ a})$$

Durch Einsetzen dieser Größen in die Gleichungen (11) erhält man die im Punkte  $B$  von jedem Leiter transportierten Leistungen:

$$\left. \begin{aligned}
 P'_1 &= I_1^2 \left[ R - \frac{1}{2} \sqrt{3} (x_{21} - x_{31}) \right] + I_1 I_4 \frac{\sqrt{3}}{2} \left[ x_{51} - x_{61} \right] \\
 P'_2 &= I_1^2 \left[ R - \frac{1}{2} \sqrt{3} (x_{32} - x_{12}) \right] + I_1 I_4 \frac{\sqrt{3}}{2} \left[ x_{42} - x_{52} \right] \\
 P'_3 &= I_1^2 \left[ R - \frac{1}{2} \sqrt{3} (x_{13} - x_{23}) \right] + I_1 I_4 \frac{\sqrt{3}}{2} \left[ x_{63} - x_{43} \right] \\
 P'_4 &= I_4^2 \left[ \varrho - \frac{1}{2} \sqrt{3} (x_{64} - x_{54}) \right] + I_1 I_4 \frac{\sqrt{3}}{2} \left[ x_{34} - x_{24} \right] \\
 P'_5 &= I_4^2 \left[ \varrho - \frac{1}{2} \sqrt{3} (x_{45} - x_{65}) \right] + I_1 I_4 \frac{\sqrt{3}}{2} \left[ x_{25} - x_{15} \right] \\
 P'_6 &= I_4^2 \left[ \varrho - \frac{1}{2} \sqrt{3} (x_{56} - x_{46}) \right] + I_1 I_4 \frac{\sqrt{3}}{2} \left[ x_{16} - x_{36} \right]
 \end{aligned} \right\} \quad (11a)$$

Aus den Formeln (11a) kann geschlossen werden, dass eine Leistungsübertragung innerhalb eines Drehstromsystems vermieden werden kann, wenn die gegenseitigen Induktivitäten der drei Leiter gleich gross gemacht werden. Dies wird entweder dadurch erreicht, dass man die Leiter so anordnet, dass jeder von den beiden andern denselben Abstand aufweist, oder indem man die Leiter *innerhalb des betrachteten Systems* verdrillt.

Für die in diesem Abschnitt geltenden Voraussetzungen kann der Einfluss eines Drehstromsystems auf die Leiter eines andern dadurch vermieden werden, dass man *sämtliche Leiter beider Systeme* so miteinander verdrillt, dass entsprechende Reaktanzen [Formeln (11a), drittes Glied] gleich werden.

Durch Einsetzen der Werte aus (9a) in (16) erhält man die von jedem Leiter im Punkte *B* transportierten Blindleistungen:

$$\left. \begin{aligned}
 S'_1 &= - I_1^2 \left\{ X + \frac{1}{2} (x_{21} + x_{31}) \right\} + I_1 I_4 \left\{ x_{41} - \frac{1}{2} (x_{51} + x_{61}) \right\} \\
 S'_2 &= - I_1^2 \left\{ X + \frac{1}{2} (x_{12} + x_{32}) \right\} + I_1 I_4 \left\{ x_{62} - \frac{1}{2} (x_{42} + x_{52}) \right\} \\
 S'_3 &= - I_2^2 \left\{ X + \frac{1}{2} (x_{13} + x_{32}) \right\} + I_1 I_4 \left\{ x_{53} - \frac{1}{2} (x_{43} + x_{63}) \right\} \\
 S'_4 &= - I_4^2 \left\{ \xi + \frac{1}{2} (x_{54} + x_{64}) \right\} + I_1 I_4 \left\{ x_{14} - \frac{1}{2} (x_{34} + x_{24}) \right\} \\
 S'_5 &= - I_4^2 \left\{ \xi + \frac{1}{2} (x_{45} + x_{65}) \right\} + I_1 I_4 \left\{ x_{35} - \frac{1}{2} (x_{15} + x_{25}) \right\} \\
 S'_6 &= - I_4^2 \left\{ \xi + \frac{1}{2} (x_{46} + x_{56}) \right\} + I_1 I_4 \left\{ x_{26} - \frac{1}{2} (x_{16} + x_{36}) \right\}
 \end{aligned} \right\} \quad (16a)$$

Man ersieht aus obigen Gleichungen, dass die von einem System auf das andere übertragenen Blindleistungen auch dann nicht verschwinden, wenn durch entsprechende Leiterführung eine Wirkleistungs-Uebertragung verhindert wird.

Die durch Formeln (13), (18) und (19) definierte Impedanz soll in einem besonderen Abschnitt für dieses Beispiel angegeben werden (vergl. Seite 193).

### 3. Beispiel der nicht synchronisierten Betriebe.

Auch in grossen Netzen bleibt die Frequenz nie genau konstant. Infolgedessen können die Ströme des einen Drehstromsystems gegenüber denjenigen des anderen

jede mögliche Phasenverschiebung annehmen. In der vorliegenden Rechnungsart bedeutet dies, dass das eine Vektorendreieck in Fig. 2 oder 5 relativ zum andern eine langsame Drehung ausführt. Im folgenden ist angenommen, dass diese Drehung so langsam vor sich gehe, dass auf die einzelnen Lagen sich jeweils die hier entwickelte Theorie des stationären Zustandes anwenden lasse.

In Phasenopposition schliessen die Vektoren  $\dot{I}_1$  und  $\dot{I}_4$  einen Winkel von  $180^\circ$  ein. Dieser Fall lässt sich aus dem vorigen Beispiel dadurch herleiten, dass  $I_1$  oder  $I_4$  negativ eingesetzt werden. Wie aus den Formeln (11a) und (16a) ersichtlich ist, wird dadurch die Richtung des Blind- und Wirkleistungsaustausches zwischen beiden Systemen umgekehrt.

Es erübrigt sich nun noch auf den Fall  $\dot{I}_1$  senkrecht zu  $\dot{I}_4$  einzutreten.

Aus Fig. 6 sind die Werte für die Konstanten der Gleichungen (9) zu entnehmen. Es ist:

$$\left. \begin{aligned} a = b &= \frac{1}{2} & f &= \frac{1}{2} \sqrt{3} & m &= -\frac{1}{2} \\ c &= \frac{1}{2} \sqrt{3} & g &= -\frac{1}{2} \sqrt{3} & n &= 1 \end{aligned} \right\} (9b)$$

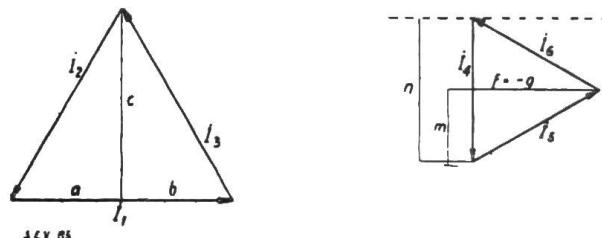


Fig. 6.

Diese Werte werden in Gleichungen (11) und (16) eingesetzt.

Die bei diesem Betriebszustande im Punkte  $B$  von jedem Leiter transportierten Wirk-Leistungen ergeben sich zu:

$$\left. \begin{aligned} P'_1 &= I_1^2 \left[ R - \frac{1}{2} \sqrt{3} (x_{21} - x_{31}) \right] + I_1 I_4 \left[ \frac{1}{2} (x_{51} + x_{61}) - x_{41} \right] \\ P'_2 &= I_1^2 \left[ R - \frac{1}{2} \sqrt{3} (x_{32} - x_{12}) \right] + I_1 I_4 \left[ \frac{1}{2} (x_{52} + x_{42}) - x_{62} \right] \\ P'_3 &= I_1^2 \left[ R - \frac{1}{2} \sqrt{3} (x_{13} - x_{23}) \right] + I_1 I_4 \left[ \frac{1}{2} (x_{63} + x_{43}) - x_{53} \right] \\ P'_4 &= I_4^2 \left[ \varrho - \frac{1}{2} \sqrt{3} (x_{64} - x_{54}) \right] + I_1 I_4 \left[ (x_{14} - \frac{1}{2} (x_{24} + x_{34})) \right] \\ P'_5 &= I_4^2 \left[ \varrho - \frac{1}{2} \sqrt{3} (x_{45} - x_{65}) \right] + I_1 I_4 \left[ (x_{35} - \frac{1}{2} (x_{15} + x_{25})) \right] \\ P'_6 &= I_4^2 \left[ \varrho - \frac{1}{2} \sqrt{3} (x_{56} - x_{46}) \right] + I_1 I_4 \left[ (x_{26} - \frac{1}{2} (x_{16} + x_{36})) \right] \end{aligned} \right\} (11b)$$

Aus diesen Gleichungen kann durch Vergleich mit (11a) die wichtige Folgerung gezogen werden, dass es wohl möglich ist, im einen der betrachteten Fälle den Austausch von Wirkleistungen zwischen den Systemen zu verhindern, dass aber trotzdem bei bestimmten Vektorenlagen (wie sie bei nicht synchronisierten Betrieben nicht ausbleiben können) eine bestimmte Wirkleistung von einem System auf das andere übertragen wird.

Die im Betriebszustande  $\dot{I}_1$  senkrecht zu  $\dot{I}_4$  im Punkte  $B$  der Leitung von jedem Leiter transportierten Blindleistungen ergeben sich zu:

$$\left. \begin{aligned}
 S'_1 &= -I_1^2 \left[ X + \frac{1}{2} (x_{21} + x_{31}) \right] + I_1 I_4 \frac{\sqrt{3}}{2} (x_{51} - x_{61}) \\
 S'_2 &= -I_1^2 \left[ X + \frac{1}{2} (x_{32} + x_{12}) \right] + I_1 I_4 \frac{\sqrt{3}}{2} (x_{42} - x_{52}) \\
 S'_3 &= -I_1^2 \left[ X + \frac{1}{2} (x_{23} + x_{13}) \right] + I_1 I_4 \frac{\sqrt{3}}{2} (x_{63} - x_{43}) \\
 S'_4 &= -I_4^2 \left[ \xi + \frac{1}{2} (x_{54} + x_{64}) \right] + I_1 I_4 \frac{\sqrt{3}}{2} (x_{24} - x_{34}) \\
 S'_5 &= -I_4^2 \left[ \xi + \frac{1}{2} (x_{65} + x_{45}) \right] + I_1 I_4 \frac{\sqrt{3}}{2} (x_{15} - x_{25}) \\
 S'_6 &= -I_4^2 \left[ \xi + \frac{1}{2} (x_{46} + x_{56}) \right] + I_1 I_4 \frac{\sqrt{3}}{2} (x_{36} - x_{16})
 \end{aligned} \right\} \quad (16b)$$

#### 4. Die zusätzliche Impedanz jedes Leiters.

Wie bereits bei der Diskussion die Formeln (11) und (16) dargetan wurde, kann der durch induktive Koppelung mit einem Drehstromsystem in dem betrachteten Leiter erzeugte Wirkleistungsverlust ersetzt gedacht werden durch einen mit dem Leiter in Reihe geschalteten Widerstand  $R_n$  und eine ähnliche Ueberlegung führte in Formel (18) zur Definition einer Reaktanz  $X_n$ , welche dem induktiven Blindleistungszuwachs im betrachteten Leiter proportional gesetzt werden kann.

Im folgenden soll noch die durch die Formeln (19) definierte zusätzliche Impedanz für die Leiter 1 und 4, aus (11a) und (16a), sowie aus (11b) und (16b) ange- schrieben werden.

$$\dot{Z}_{1a} = \frac{I_4}{I_1} \left\{ -\frac{\sqrt{3}}{2} (x_{51} - x_{61}) - j \left[ x_{41} - \frac{1}{2} (x_{51} + x_{61}) \right] \right\} \quad (19a_1)$$

$$\dot{Z}_{1b} = \frac{I_4}{I_1} \left\{ \left[ x_{41} - \frac{1}{2} (x_{51} + x_{61}) \right] - j \frac{\sqrt{3}}{2} (x_{51} - x_{61}) \right\} \quad (19b_1)$$

$$\dot{Z}_{4a} = \frac{I_1}{I_4} \left\{ -\frac{\sqrt{3}}{2} (x_{34} - x_{24}) - j \left[ x_{14} - \frac{1}{2} (x_{34} + x_{24}) \right] \right\} \quad (19a_4)$$

$$\dot{Z}_{4b} = \frac{I_1}{I_4} \left\{ \left[ x_{14} - \frac{1}{2} (x_{34} + x_{24}) \right] + j \frac{\sqrt{3}}{2} (x_{34} - x_{24}) \right\} \quad (19b_4)$$

Durch Vergleich von  $Z_{1a}$  mit  $Z_{1b}$  bzw.  $Z_{4a}$  mit  $Z_{4b}$  erkennt man, dass die absolute Grösse der zusätzlichen Impedanz von der Drehung des Vektoren-Dreiecks (Uebergang von  $\dot{I}_1$  parallel  $\dot{I}_4$ , zu  $\dot{I}_1$  senkrecht  $\dot{I}_4$ ) unabhängig ist. Ferner entspricht einer Drehung eines Vektoren-Dreiecks von  $90^\circ$  eine ebenso grosse Drehung des zusätzlichen Impedanz-Vektors. Jedoch erfolgt die Drehung im einen System entgegen- gesetzt derjenigen im andern System.

Die Darstellung des Impedanz-Diagramms wird für einen Leiter im nachfolgenden Abschnitt durchgeführt.

#### 5. Zahlenbeispiele.

Es sei nun noch über die zahlenmässige Auswirkung der abgeleiteten Formeln berichtet. Mit Rücksicht auf den II. Teil dieser Arbeit beziehen sich die folgenden Ausrechnungen auf die Strecke Siebnen-Ragaz der Fernleitung Siebnen-Sils i.D., deren Mastenbild in Fig. 1 dargestellt ist. Die Leitungslänge Siebnen-Ragaz beträgt 55,47 km.

Gemäss den am Anfang dieses Kapitels getroffenen Annahmen sei Punkt A in die Schaltstation Ragaz verlegt, während Punkt B die Schaltanlage Siebnen be-

zeichne. Die Leiter 1, 2 und 3 bilden das Drehstromsystem  $B_2$ , die übrigen drei Leiter das System  $B_1$ .

Die im Punkte  $A$  (Ragaz) durch die Leiter 1, 2 und 3 transportierte Leistung betrage pro Phase 6000 kW, der Leiterstrom 260 A, was einer verketteten Spannung von rund 50 kV entspricht. Die Leiter 4, 5 und 6 transportieren je 700 kW bei einem Leiterstrom von 30 A.

Der ohmsche Widerstand jeder Phase wurde zu 10 Ohm ermittelt, die Koeffizienten der Selbst- und Gegenseitigen-Induktion sind ebenfalls durch Messungen bestimmt worden (siehe Tabelle 1).

*Induktivitätskoeffizienten der Leitungen  $B_1$  und  $B_2$  Ragaz-Siebnen.*

Tabelle 1.

Induktivität	Henry	Induktivität	Henry
$l_{11}$	0,0658	$l_{33}$	0,0658
$l_{12}$	0,0675	$l_{34}$	0,0615
$l_{13}$	0,0694	$l_{35}$	0,0610
$l_{14}$	0,0604	$l_{36}$	0,0658
$l_{15}$	0,0603	$l_{44}$	0,0660
$l_{16}$	0,0618	$l_{45}$	0,0680
$l_{22}$	0,0661	$l_{46}$	0,0699
$l_{23}$	0,0698	$l_{55}$	0,0659
$l_{24}$	0,0613	$l_{56}$	0,0652
$l_{25}$	0,0672	$l_{66}$	0,0661
$l_{26}$	0,0616		

An Hand des früher besprochenen zweiten Gliedes der Gleichungen (11a) und (16a) wurden nun zunächst die Blind- und Wirkleistungsveränderungen berechnet, die jeder Leiter durch induktive Koppelung mit den beiden andern Leitern seines eigenen Drehstromsystems erfährt. Diese Ergebnisse, ergänzt durch die Angabe der entsprechenden Ersatz-Widerstände und Reaktanzen sind in Tabelle 2 zusammengestellt worden. Daraus ist zu ersehen, dass die innerhalb eines Systems übertragene Wirkleistung wohl gering ist (in bezug auf die transportierte Phasenleistung), dass aber die Blindleistungszunahme einen ganz erheblichen Betrag ausmacht. Aus den Formeln (11a) und (16a) geht hervor, dass durch entsprechende Leiteranordnung ein Verschwinden der so übertragenen Wirkleistung erzielt werden kann, dass hingegen die Blindleistungszunahme auf jeden Fall bestehen bleibt. Ferner ist hervorzuheben, dass die in Tabelle 2 angegebenen Werte nur von der Leiteranordnung und vom Belastungszustand des *eigenen* Systems abhängen.

*Blind- und Wirkleistungsverschiebung innerhalb jedes Drehstromsystems.*

Tabelle 2.

System	Leiter	Wirkleistungs-Verlust kW	Zunahme der induktiven Blindleistung kVA sin $\varphi$	Komponenten der Ersatz-Impedanz	
				$R$ [Ohm]	$X$ [Ohm]
$B_2$	1	-34,8	1450	-0,515	14,6
	2	42,3	1460	0,626	14,7
	3	-7,5	1478	-0,111	14,9
$B_1$	4	0,465	195	0,516	14,8
	5	0,684	188	0,749	14,3
	6	-1,149	191	-1,265	14,5

Mit Hilfe der Formeln (11a) und (11b), sowie (16a) und (16b) wurden dann für die in Fig. 5 und 6 skizzierten Fälle diejenigen Wirk- und Blindleistungsveränderungen berechnet, die durch die induktive Koppelung zwischen beiden Systemen verursacht werden. Die Ergebnisse sind in den Tabellen 3 und 4 zusammengestellt. Aus ihnen geht hervor, dass die übertragenen Wirk- und Blindleistungen, gemessen an den transportierten Phasenleistungen, kleine Beträge ausmachen. Hingegen stellen die Werte der Ersatzwiderstände ( $R_n$ ) und Reaktanzen ( $X_n$ ) im schwächer belasteten System  $B_1$  ganz erhebliche Größen dar, die zum Teil fast so viel ausmachen, wie die Eigen-Impedanz der Leitung. Da nun diese Impedanz-Aenderung nicht vom Drehstromsystem des betrachteten Leiters abhängig ist, so müssen sich durch die mögliche Verdrehung des einen Strom-Vektorensystems variable, gut merkbare Impedanzänderungen im betrachteten Leiter ergeben. Ueber die Folgen dieser Tatsache wird im II. Teil dieser Arbeit berichtet werden.

*Blind- und Wirkleistungsübertragung vom einen zum andern Drehstromsystem.*  
Synchronisierte Betriebe  $\dot{I}_1 \parallel \dot{I}_4$ <sup>6)</sup>.

Tabelle 3.

System	Leiter	Wirkleistungs-Verlust kW	Zunahme der induktiven Blindleistung kVA sin $\varphi$	Komponenten der Ersatz-Impedanz	
				$R_n$ [Ohm]	$X_n$ [Ohm]
$B_2$	1	3,1	1,5	0,046	0,020
	2	12,5	6,6	0,185	0,098
	3	– 9,1	6,4	– 0,135	0,095
$B_1$	4	– 0,4	2,4	– 0,445	2,66
	5	– 14,6	6,8	– 16,2	7,55
	6	8,5	5,3	9,45	5,9

*Blind- und Wirkleistungsübertragung vom einen zum andern Drehstromsystem.*  
Nicht synchronisierte Betriebe  $\dot{I}_1 \perp \dot{I}_4$ <sup>7)</sup>.

Tabelle 4.

System	Leiter	Wirkleistungs-Verlust kW	Zunahme der induktiven Blindleistung kVA sin $\varphi$	Komponenten der Ersatz-Impedanz	
				$R_n$ [Ohm]	$X_n$ [Ohm]
$B_2$	1	– 1,5	3,1	– 0,02	0,046
	2	– 6,6	12,5	– 0,098	0,185
	3	– 6,4	– 9,1	– 0,095	– 0,135
$B_1$	4	2,4	0,4	2,66	0,445
	5	6,8	14,6	7,55	16,2
	6	5,3	– 8,5	5,9	– 9,55

Zur Erläuterung des oben gesagten sei noch das Impedanz-Diagramm des Leiters 6 kurz entworfen (Fig. 7). Die Eigen-Impedanz setzt sich zusammen aus  $R = 10$  Ohm und  $x_{66} = -21$  Ohm.  $x_{66}$  ist negativ, weil die im Punkte A durchfliessende Blindleistung der Grösse  $I_6^2 x_{66}$  in B nicht mehr vorhanden, sondern im magnetischen Feld des Leiters zwischen den Punkten A und B enthalten ist.

Zu dem so erhaltenen Vektor addiert sich der Impedanz-Vektor, herrührend von der Beeinflussung der Leiter 4 und 5. Die entsprechenden Werte sind der Tabelle 2 zu entnehmen. Sie betragen  $R = -1,265$  Ohm und  $X = 14,5$  Ohm.

6) Durch Umkehrung der Vorzeichen erhält man diejenigen Werte, die dem Fall  $\dot{I}_1 \parallel -\dot{I}_4$  entsprechen.

7) Durch Umkehrung der Vorzeichen erhält man diejenigen Werte, die der Lage  $\dot{I}_1 \perp \dot{I}_4$  entsprechen.

Der resultierende Vektor  $OA$  ist von den Vorgängen im andern System unabhängig. Aus Tabelle 3 werden nun die Komponenten des Vektors  $\dot{Z}_n$  entnommen. Sie betragen  $R_n = 9,45$  Ohm,  $X_n = 5,9$  Ohm.

Wie bereits unter 4 angegeben wurde, ist die absolute Grösse von  $Z_n$  unabhängig von der gegenseitigen Lage der beiden Stromvektoren-Dreiecke. Infolgedessen bewegt sich die Spitze von  $Z_n$  bei einer Drehung auf einem Kreise um den Punkt  $A$  im Diagramm Fig. 7.

Es ist noch zu bemerken, dass der Winkel des resultierenden Vektors mit der reellen Axe nicht als Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und Spannung im Punkte  $B$  betrachtet werden darf, sondern es ist zu beachten, dass der Punkt  $O$  nichts anderes bedeutet, als die Spitze des in Formel (1) mit  $\dot{Z}_z$  bezeichneten Vektors. Der Winkel dieses Vektors mit der reellen Axe kann der Definitionsgleichung (1) entnommen werden.

Die beschriebene Darstellungsweise wurde nur deshalb zur Anwendung gebracht, um einen grössern Maßstab bei der Darstellung der Impedanzänderung des betreffenden Leiters zu ermöglichen. Wie im folgenden II. Teil gezeigt wird, kommen die betrachteten Impedanzänderungen weniger in der Grösse der übertragenen Leistung an sich zum Ausdruck, wohl aber bei der Verteilung der Belastung auf verschiedene, parallel geschaltete Leiter.

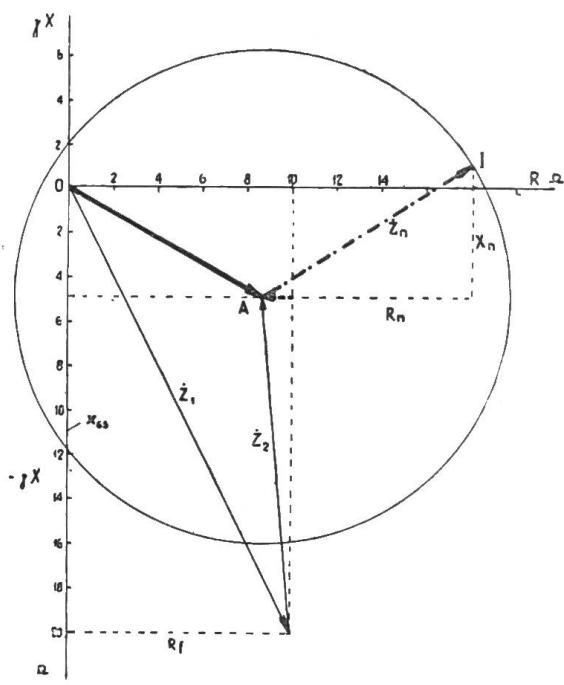


Fig. 7.

## II. Praktischer Teil.

### A. Beschreibung der Anlage und der beobachteten Phänomene.

#### 1. Die Anlage.

Im Besitze des Elektrizitätswerkes der Stadt Zürich (E.W.Z.) befindet sich das im Domleschg gelegene Albula-Werk, dessen Energie in Form von hochgespanntem Drehstrom (50 kV) über 4 Leitungen nach Zürich geleitet wird. Je zwei dieser Leitungen sind auf gemeinsamem Gestänge verlegt (Fig. 1), und es werden dadurch zwei Stränge  $A$  und  $B$  gebildet, deren Linienführung bis zum Schalthaus Siebnen ungefähr parallel mit einem minimalen Abstand von 15 m erfolgt. Im Zuge dieser Leitungen befinden sich die Schaltstationen Chur, Ragaz, Unterterzen und Biltén, von denen gegenwärtig Ragaz eine besondere Bedeutung zukommt. Von den Bündner Kraftwerken (B. K.) Klosters und Küblis führen zwei 50 kV-Drehstromleitungen nach Ragaz, wo die Energie auf die Leitungen des E. W. Z. übergeht und durch diese zur Weitergabe an die Grossabnehmer der B. K. nach Siebnen transportiert wird. Diesem Transport dient gegenwärtig auf der Strecke Ragaz-Siebnen die Leitung  $B_2$ , welche für Sonderbetrieb eingerichtet ist (vergl. Fig. 8). Da aus betriebstechnischen Gründen ein Zusammenschalten dieser Leitung mit den übrigen nicht in Frage kommt, so ergibt sich daraus die Tatsache, dass auf demselben Gestänge zwei Leitungen verlaufen, die elektrisch gesprochen, zwei verschiedenen Ueberland-Netzen angehören.

In Siebnen wird die Leitung  $B_2$  an diejenigen Sammelschienen des Kraftwerkes geführt, die das Netz der Nordostschweizerischen Kraftwerke (N. O. K.) speisen, während die Leitungen  $A_1$ ,  $A_2$  und  $B_1$  mit den Sammelschienen der E. W. Z-Anlage verbunden sind.

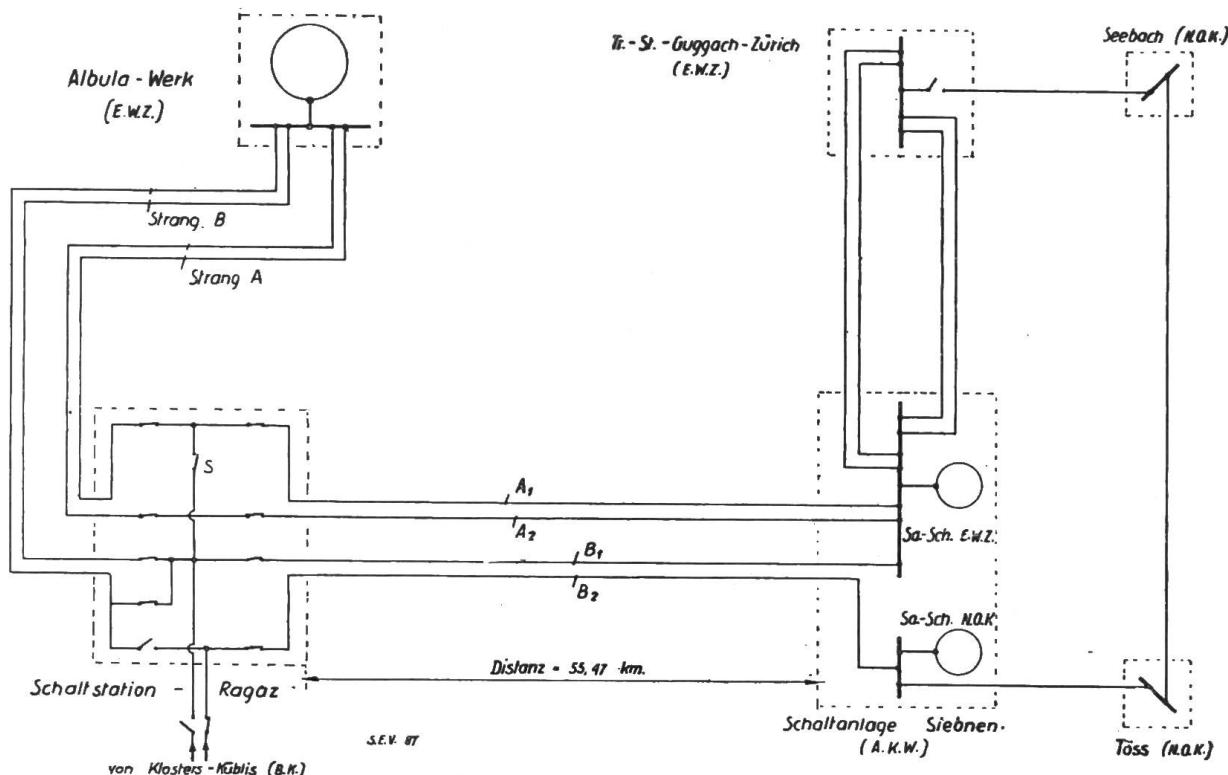


Fig. 8.

Vier 50 kV-Leitungen führen von den Sammelschienen E. W. Z. nach der Stadt Zürich, wo die Energie in den Unterwerken Frohalp, Albishof, Schlachthof, Guggach und Drahtzug auf 6000 V transformiert, dem Kabelverteilnetz zugeleitet wird.

Zu der Station Guggach führt eine vom N. O. K.-Unterwerk Seebach herkommende 50 kV-Leitung, welche zeitweise den Energieaustausch zwischen E. W. Z. und N. O. K. vermittelt. Die dabei notwenige Synchronisierung der Betriebe findet in Guggach und nur dort statt.

## 2. Die beobachteten Phänomene.

Die vom Albula-Werk in Siebnen ankommende Leistung wird, für jede Leitung getrennt, durch registrierende Wattmeter kontrolliert, während Spannung und Strom an Zeigerinstrumenten abgelesen werden können.

An den zu den Leitungen  $A_1$ ,  $A_2$  und  $B_1$  gehörenden Instrumentengruppen tritt nun zeitweise ein starkes, ziemlich regelmässiges Schwanken (Pumpen) auf. Diese Erscheinung macht sich besonders stark an den Instrumenten der  $B_1$ -Leitung bemerkbar und etwa halb so stark an denjenigen der Leitungen  $A_1$  und  $A_2$ . Es sei hier kurz in Erinnerung gerufen, dass die Leitung  $B_1$  auf demselben Gestänge verlegt ist, wie die Leitung  $B_2$ , welche für die N. O. K. den Energietransport der B. K.-Energie nach Siebnen besorgt.

Die eben genannten Schwankungen in der Grössenordnung bis 500 kW mussten umso auffälliger erscheinen, als in den vier nach Zürich abgehenden Leitungen nur noch ganz schwache Pendelungen an den zugehörigen Instrumenten zu beobachten waren. Aus diesem Grunde schenkte man diesen Schwankungen besondere Aufmerksamkeit und es wurden in der Folge nachstehende Grundbedingungen für ihr Auftreten festgestellt:

- Die Schwankungen treten nur zu denjenigen Zeiten auf, da das E. W. Z.-Netz mit demjenigen der N. O. K. *nicht* zusammengeschaltet ist.
- Sie treten umso stärker auf, je grösser die Leistung ist, welche die N. O. K. von den B. K. über die Leitung  $B_2$  beziehen.

c) Diese Schwankungen sind an den Instrumenten auch dann nicht mehr sichtbar, wenn wohl die Betriebe nicht synchronisiert sind, die Leistung  $B_2$  aber keine Leistung transportiert.

Diese Schwankungen schienen an sich den Betrieb nicht weiter zu benachteiligen, mahnten aber doch zum Aufsehen, da deren Entstehung vielleicht Ursachen zu Grunde liegen, welche die Einleitung von Störungen ermöglichen könnten.

Das schien nun in der Tat der Fall zu sein. Es wurden im Laufe des letzten Jahres einige Störungsfälle ermittelt, welche sowohl im N. O. K., wie auch im E. W. Z. - Netz gleichzeitig auftraten, obschon im E. W. Z. - Netz keine Störungsursache festgestellt werden konnte.

Damit war die Notwendigkeit einer eingehenden Untersuchung der beobachteten Erscheinungen gegeben. Die Materialprüfanstalt und Eichstätte des S. E. V. wurde durch das E. W. Z. mit deren Durchführung betraut.

### B. Art und Umfang der Untersuchungen.

Als Ziel der Untersuchungen musste in erster Linie die genaue Erforschung der geschilderten Erscheinungen betrachtet werden.

Wenn im folgenden näher auf die Versuchseinrichtungen eingetreten wird, so geschieht dies, um zu zeigen, dass derartige Untersuchungen auch während des Betriebes und ohne Beeinträchtigungen desselben in bedeutenden Hochspannungsanlagen durchgeführt werden können.

Die zu lösende Aufgabe bestand darin, während des normalen Betriebes bald diesen, bald jenen Strom- oder Spannungsverlauf oscillographisch festzuhalten, ohne dass bei den nötigen Umschaltungen am Betriebe selbst etwas geändert worden wäre und ohne dass dadurch die Möglichkeit zu Störungen hervorgerufen wurde.

Infolgedessen entschloss man sich dazu, sämtliche von den Messtransformatoren herkommenden Sekundärleitungen vor Beginn der Untersuchung an ein Klemmenbrett in der Nähe des Oscillographen zu führen. Die Verbindungsleitungen zum Oscillograph konnten dann wahlweise an die entsprechenden Klemmen angeschlossen werden.

Wies auch diese Lösung im Hinblick auf den Anschluss der Spannungswandler keine Schwierigkeiten auf, so war die Lösung bei den Stromwandlern weniger einfach, weil deren Sekundärstromkreise nicht geöffnet werden durften. Da weiterhin die Versuchsinstallation während mehrerer Tage benutzt werden sollte, so war sie gleichzeitig so auszuführen, dass dabei die Messinstrumente nicht ausser Tätigkeit gesetzt wurden. Aus diesen Gründen entschloss man sich, in den Sekundärkreis der 50 kV-Stromwandler, gemäss dem in Fig. 9 dargestellten Schema, weitere Stromwandler ( $S_2$ ) einzuschalten. Diese wurden so aufgestellt, dass sie auch während des Betriebes bedient werden konnten. Die Sekundärklemmen von  $S_2$  wurden über verdrillte Kabel ebenfalls

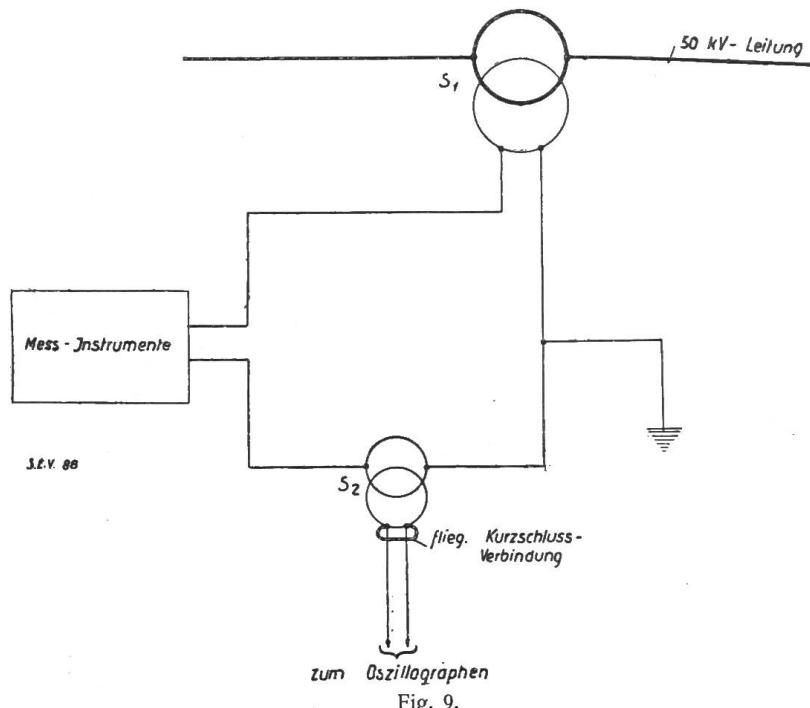


Fig. 9.

mit dem erwähnten Klemmenbrett verbunden. Erst wenn der Stromkreis über die entsprechenden Klemmen und einen geringen Widerstand kurzgeschlossen war, wurde die fliegende Kurzschlussverbindung an  $S_2$  gelöst. Von diesen Manipulationen blieben die im Sekundärkreis der 50 kV-Stromwandler  $S_1$  angeschlossenen Instrumente praktisch unbeeinflusst. Es war damit die gewünschte Unabhängigkeit zwischen Untersuchung und Betrieb erreicht worden.

### C. Mögliche Ursachen der Schwankungen.

#### 1. Hypothese: Starke Belastungsschwankungen im N.O.K.-Netz.

Aus der Tatsache, dass bei Störungen im N.O.K.-Netz, d. h. bei den dabei auftretenden heftigen Stromstößen auch Störungen im E.W.Z.-Netz zu beobachteten waren, könnte geschlossen werden, dass auch die im normalen Betriebe beobachteten Schwankungen durch die induktive Rückwirkung starker Belastungsstöße des N.O.K.-Netzes auf das E.W.Z.-Netz verursacht seien.

Gegen diese Annahme spricht aber in erster Linie die Ueberlegung, dass die Schwankungen dann unabhängig vom synchronisierten oder nicht synchronisierten Betriebszustand der beiden Netze erfolgen müssten.

Ferner sei als entscheidende Tatsache gegen diese Annahme auf das Oscillogramm in Fig. 10 hingewiesen. Dort stellt die untere Kurve die Stromschwankungen einer Phase der Leitung  $B_1$  (E. W. Z.-Betrieb), die obere Kurve diejenige einer Phase der Leitung  $B_2$  (N.O.K.-Betrieb) dar. Man sieht aus den beiden Kurvenzügen, dass die Schwankungen in  $B_1$  erfolgen, ohne dass in  $B_2$  merkliche Stromschwankungen festzustellen sind.

Dass bei plötzlichen Abschaltungen in der einen Leitung überstromähnliche Erscheinungen in der andern Leitung auftreten können, wurde dagegen ebenfalls festgestellt und es soll darauf in einem späteren Abschnitt näher eingetreten werden. An dieser Stelle sei nur festgehalten, dass an den beobachteten Schwankungen Belastungs-Schwankungen in der Leitung  $B_2$  nicht beteiligt sein können.

#### 2. Hypothese: Resonanzerscheinungen höherer Harmonischer.

Durch das Zusammenschalten der beiden Netze in der Schaltstation Guggach werden ihre elektrischen Daten geändert. Es schien nun denkbar, dass im Falle der getrennten Betriebe die elektrischen Daten des E.W.Z.-Netzes solche Werte annehmen würden, dass seine Eigenschwingungszahl in den Resonanzbereich einer Harmonischen der N.O.K.-Spannungskurve zu liegen käme. Die beobachteten Schwankungen wären dann als Resonanzerscheinungen anzusprechen.

Aber auch diese Hypothese kann nicht aufrecht erhalten werden. Zahlreiche, bei verschiedenen Betriebszuständen aufgenommene Oscillogramme ergeben, dass gerade die B. K.-Spannungskurve (Leerlaufspannung) von höheren Harmonischen frei ist, also eine reine Sinusform aufweist.

Diejenigen Spannungskurven, welche bedeutendere Abweichungen von der Sinusform aufweisen, wurden auf höhere Harmonische untersucht und die Ergebnisse zeigen, dass besonders die 5. Harmonische in der Leerlaufspannung der Leitung  $B_1$  stark bemerkbar wird (ca. 10% der Grundharmonischen). Im Betriebszustand nehmen deren Amplituden jedoch merklich ab, hingegen sind sie dann auch (infolge induktiver Koppelung mit  $B_1$ ) in der Leitung  $B_2$  festzustellen.

Aus diesen Tatsachen kann geschlossen werden, dass wohl im Betrieb E.W.Z. die 5. Harmonische entsteht, dass deren Amplituden aber weder in den Leitungen  $A_1$ ,  $A_2$  und  $B_1$ , noch in  $B_2$  derartige Werte annehmen, dass auf Resonanz der Netze geschlossen werden könnte.

#### 3. Hypothese: Induktive Leistungsübertragung.

Es sei noch einmal das in Fig. 8 dargestellte Netzschemma betrachtet unter der Voraussetzung, dass die nach Zürich zu transportierende Leistung sich jeweils so

langsam ändere, dass sie über einen mehrere Sekunden dauernden Zeitraum als konstant vorausgesetzt werden darf.

Würde man bei diesem Zustand in den Zug der Leitung  $B_1$  eine variable Impedanz einschalten, so müsste dann der Strom in dieser Leitung so viel abnehmen, als er in den beiden andern, parallel geschalteten ( $A_1$  und  $A_2$ ) zunimmt. Wird die Impedanz von  $B_1$  verkleinert, so transportiert  $B_1$  wieder eine grössere Leistung und die Ströme in  $A_1$  und  $A_2$  gehen entsprechend zurück.

Wird nun die Leitung  $B_2$  in den Kreis der Betrachtung gezogen, so scheint es möglich, dass die von ihr ausgehenden Wechselfelder in den Leitern von  $B_1$  auf eine solche Art einwirken, wie dies die oben erwähnte Impedanz tun würde.

Die Veränderungen dieser Impedanz könnten dann z. B. bei unsynchronisierten Betrieben dadurch hervorgerufen sein, dass die beiden Systeme eine etwas andere Frequenz besitzen und dass infolgedessen die Stromvektoren des einen Systems gegenüber denjenigen des andern zu verschiedenen Zeiten verschiedene Winkel einschliessen. Im synchronisierten Betriebszustand müssten die Vektoren eine bestimmte, feste Lage zueinander innehalten und es muss somit jegliches Pendeln verschwinden.

Denkt man sich nun diese Impedanz nach dem üblichen Ansatz in einen rein ohmschen Widerstand und eine reine Selbstinduktivität zerlegt, so folgt hieraus, dass der in dem betrachteten Leiter fliessende Strom durch die Selbstinduktivität eine Phasenverschiebung, durch den ohmschen Widerstand einen Leistungsverlust erfährt.

Um sich über die Möglichkeit einer solchen induktiven Beeinflussung Klarheit zu verschaffen, wurden die im ersten Teil dieser Arbeit mitgeteilten Berechnungen durchgeführt.

Aus diesen Berechnungen geht hervor, dass ein Drehstromsystem auf jeden Leiter eines andern in der Weise einwirkt, dass es in ihm einen positiven oder negativen Wirk- und Blindleistungsverlust verursacht. Man kann sich nun den Wirkleistungsverlust dadurch entstanden denken, dass in den betrachteten Leiter ein ohmscher Widerstand entsprechender Grösse eingeschaltet wird. Wichtig für die folgenden Ueberlegungen ist die Feststellung, dass sich der betrachtete Leiter auch in bezug auf parallel geschaltete so verhält, als ob tatsächlich sein Widerstand verändert worden wäre. Dieselben Ueberlegungen gelten ebenfalls für Blindleistungsverlust und damit zusammenhängende Änderungen der Selbstinduktion.

Es lassen sich ferner aus den theoretischen Betrachtungen folgende Schlüsse ziehen:

- Die Grösse der durch induktive Koppelung übertragenen Wirkleistung ist abhängig von dem Verhältnis der Ströme und der Richtung der Stromvektoren;
- Die Richtung der Leistungsübertragung ist nur abhängig von der Richtung der Stromvektoren;

beides bezogen auf gegebene Leitungen.

Streng genommen gelten die erwähnten theoretischen Betrachtungen nur für den stationären Zustand. Da aber aus Beobachtung der Instrumente, sowie durch die oscillographischen Aufnahmen die stetige und langsame Änderung der Stromstärke erwiesen ist, so darf auch auf diesen Fall die Theorie des stationären Zustandes angewendet werden.

Denkt man sich nun im synchronisierten Betrieb die beiden Stromvektoren-Dreiecke gezeichnet, so erhält man die in Fig. 11 mit I bezeichnete Lage der Vektoren. In dieser Stellung erfolgt also der Energiefluss von System  $B_2$  zum System  $B_1$  und hat einen festen Wert, da die beiden Dreiecke räumlich festliegen. Infolgedessen hat auch der eben erwähnte Leistungsverlust einen bestimmten Wert. Dadurch ist auch die Widerstandsveränderung des Leiters gegeben, welche wiederum die Stromverteilung auf die Leiter derselben Phase in  $A_1$ ,  $A_2$  und  $B_1$  bestimmt<sup>4)</sup>.

<sup>4)</sup> In Wirklichkeit entspricht dem synchronisierten Betrieb nicht genau diese Lage der Vektoren, da die Leitungen ja erst in der Station Guggach zusammengeschaltet sind und infolgedessen dann die Vektoren in Ragaz um einen gewissen festen Winkel gegeneinander verdreht sein müssen. Diese Verdrehung könnte wohl auf Grösse und Richtung der Energieübertragung von Einfluss sein, nicht aber auf die obige Folgerung der festen Einstellung.

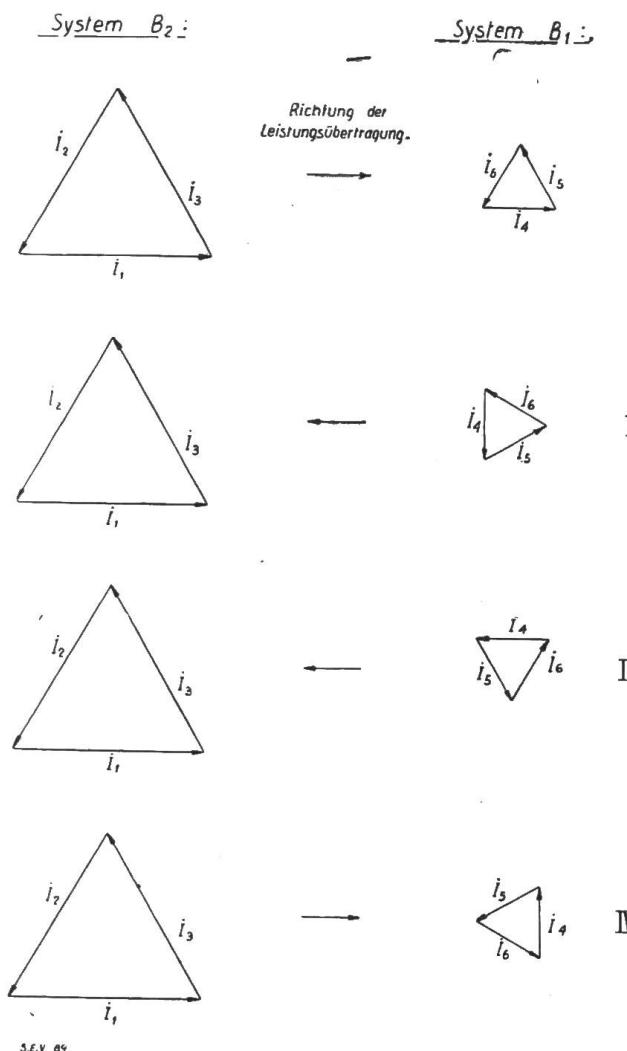


Fig. 11.

Denkt man sich die Drehung bis Stellung III weitergeführt, so ist aus Fig. 11 ersichtlich, dass die Richtung der Leistungsübertragung dieselbe geblieben ist, dass sich aber deren Grösse merklich geändert hat. Der Strom in den Leitungen  $A_1$  und  $A_2$  erfährt eine kleine Abnahme, derjenige in  $B_1$  eine entsprechende Zunahme.

In Stellung IV erfolgt die induktive Leistungsübertragung wieder vom System  $B_2$  zum System  $B_1$ . Die Widerstandszunahme in den Leitern von  $B_1$  ist negativ, so dass der Strom in  $B_1$  ansteigt und in  $A_1$  und  $A_2$  zurückgeht.

Was die zahlenmässige Auswirkung der mitgeteilten Erörterungen anbetrifft, so sei auf das im I. Teil dieser Arbeit behandelte Zahlenbeispiel hingewiesen, das den in Wirklichkeit vorkommenden Belastungsverhältnissen angepasst ist. Die Ergebnisse sind in den Tabellen 3 und 4 zusammengestellt und zwar derart, dass Tabelle 3 den in Fig. 11 mit I bezeichneten Fall darstellt und Tabelle 4 der mit II bezeichneten Stellung der Stromvektor-Dreiecke entspricht.

Zur Interpretation dieser Tabellen übergehend, ist vorerst festzustellen, dass die induktiv übertragene Leistung nicht genügen würde, um die an den Instrumenten bemerkten Pendelungen hervorzurufen. Es sei aber daran erinnert, dass die anhand der angegebenen Leistungen errechneten Impedanzänderungen prozentual ganz erhebliche Beträge in positivem und negativem Sinne annehmen können. So schwankt diese z. B. für den Leiter 6 (System  $B_1$ ) während einer vollständigen Drehung des Vektoren-Dreiecks zwischen den Absolutwerten 5 bis 210 Prozent seiner Eigen-Impedanz O A (siehe Fig. 7).

Trennt man die beiden Betriebe, so wird der eine gegenüber dem andern in der Frequenz etwas zurückbleiben. Auf Fig. 11 angewendet, bedeutet dies, dass das eine Dreieck gegenüber dem andern eine Drehung ausführt. Seien  $f_1$  und  $f_2$  die Frequenzen der beiden Netze, so ist die Dauer einer vollständigen Drehung des Vektoren-Dreiecks:

$$t = \frac{1}{f_1 - f_2} \text{ sec.} \quad (20)$$

Eine experimentelle Ueberprüfung dieses Wertes ist möglich und wurde zur Bestätigung dieser Ableitung durchgeführt.

Anhand der Fig. 11 sei nun untersucht, welchen Einfluss die Drehung des einen Vektoren-Dreiecks auf die induktive Leistungsübertragung ausübt. Vorerst sei die Drehung so weit gediehen, dass Stellung II erreicht ist. In dieser Stellung fliessst die Energie vom System  $B_1$  zum System  $B_2$ . Entsprechend dem positiven Leistungsverlust in  $B_1$  müssen dessen Leiter einen positiven Widerstandszuwachs aufweisen und infolgedessen muss durch die zwei andern Parallel-Leitungen  $A_1$  und  $A_2$  mehr Strom fliessen, damit die 3 Leitungen zusammen wieder die vom stromversorgten Netz beanspruchte Gesamtleistung übertragen können.

0-Linie  
Strom in Phase  $T$   
Leitung  $B_2$

Strom in Phase  $T$   
Leitung  $B_1$   
0-Linie

S.E.V. 98

Fig. 10.

0-Linie  
Strom in Phase  $T$   
Leitung  $B_1$

Strom in Phase  $T$   
Leitung  $A_1$   
0-Linie

S.E.V. 99

Fig. 12.

Es ist nun zu beachten, dass parallel zu jedem Leiter des Systems  $B_1$  zwei weitere, ausserhalb des Störungsgebietes gelegene Leiter vorhanden sind. Diese nehmen nun je nach der Widerstandsveränderung in  $B_1$  mehr oder weniger Strom auf, was trotz der relativ geringen, induktiv übertragenen Leistung zu grossen Leistungspendelungen zwischen den Leitungen  $A_1$  und  $A_2$  einerseits und der Leitung  $B_1$  anderseits führt.

Wichtig zur Erhärting dieser Hypothese ist deren experimentelle Ueberprüfung. Aus den vorhergegangenen Ueberlegungen lassen sich folgende, der Ueberprüfung zugängliche Schlussfolgerungen ziehen:

- a) Während der Dauer einer vollständigen Drehung des Vektoren-Dreiecks geht die Stromführung durch ein Maximum und ein Minimum. Der Zeitraum von Maximum zu Maximum (entsprechend einer vollständigen Drehung des Dreiecks) kann einerseits aus Formel (20) berechnet und anderseits aus dem entsprechenden Oscillogramm ermittelt werden.
- b) Die an den Instrumenten beobachteten Schwankungen müssen, durch den Oscillographen registriert, so vor sich gehen, dass bei einer Zunahme des Stromes in einer Phase der Leitung  $B_1$  eine Abnahme des Stromes in derselben Phase der Leitungen  $A_1$  und  $A_2$  erfolgt.

Die Bestätigung dieser beiden Folgerungen ist durch das in Fig. 12 abgebildete Oscillogramm geleistet. Im Zeitpunkt der Aufnahme betrug die Frequenz des E.W.Z.-Netzes  $f_1 = 50,28$  Per./sec., diejenige des N.O.K.-Netzes  $f_2 = 49,98$  Per./sec.<sup>5)</sup>. Hieraus rechnet sich nach (20) die Zeitdauer zwischen zwei Extremallagen zu 3,33 sec. Durch Auszählen der Perioden auf dem entsprechenden Oscillogramm gelangt man auf 3,05 sec. Die Abweichung vom theoretisch geforderten Wert liegt einerseits in der Inkonstanz der Frequenzen und der Unmöglichkeit momentaner Ablesungen, anderseits auch in der Ungenauigkeit des verwendeten Messinstrumentes begründet. Auch die unter b) gezogene Folgerung ist durch die erwähnte oscillographische Aufnahme bestätigt worden.

Aus den erwähnten, theoretischen Betrachtungen geht ferner hervor, dass auch in der  $B_2$ -Leitung Leistungsschwankungen auftreten. Diese sind aber gegenüber der transportierten Leistung zu klein, um auf dem in Fig. 10 dargestellten Oscillogramm wahrgenommen werden zu können.

#### D. Beeinflussung der Leitungen im instationären Zustand.

##### 1. Vorbemerkungen.

Wie bereits früher angedeutet wurde, hatten Abschaltungen im System  $B_2$  Betriebsstörungen im System  $B_1$  zur Folge. Es wurden deshalb in Siebnen einige Abschaltungen der Leitungen  $B_1$  oder  $B_2$  vorgenommen und gleichzeitig Strom und Spannung in der andern Leitung oscillographiert. Leider konnten aus betriebs-technischen Gründen die abzuschaltenden Leistungen nicht so gesteigert werden, dass in jedem Fall eine merkliche Wirkung durch den Oscillographen hätte festgestellt werden können. Die folgenden Oscillogramme sind bei synchronisierten Betrieben aufgenommen worden. Die bei nicht synchronisierten Betrieben erhaltenen Diagramme wiesen keine merklichen Amplitudenänderungen auf.

##### 2. Die Ergebnisse.

Das Oscillogramm der Fig. 13 stellt den Stromverlauf der Leitung  $B_2$  im Augenblick der Abschaltung von 2800 kW auf der Leitung  $B_1$  dar. Bemerkenswert ist, dass der bei der Abschaltung erfolgte Stromstoss sich nach ungefähr 3 Sekunden, wenn auch etwas schwächer, wiederholte. Eine kurze Zeit nach diesem Oscillogramm ausgeführte Wiederholung des Versuches ergab dasselbe Resultat. Eine Erklärung für diesen zweiten Stromstoss konnte bis jetzt nicht gefunden werden.

<sup>5)</sup> Diese Messungen wurden durch die Anwendung eines Zeigerfrequenzmessers mit einer Skalenteilung von  $1^0 = 0,02$  Per./sec. ermöglicht.

Dass es sich nicht um eine elektrische Reflexion handeln kann, dürfte bei der verhältnismässig grossen Zeitdauer feststehen. Die Annahme, dass durch den ersten Stromstoss, oder die Abschaltung von  $B_1$  überhaupt, eine weitere Schaltung ausgelöst worden sei, konnte durch die massgebenden Organe des E. W. Z. und der N. O. K. nicht bestätigt werden. Auch die Revision des betreffenden Oelschalters förderte keine Anhaltspunkte zu Tage.

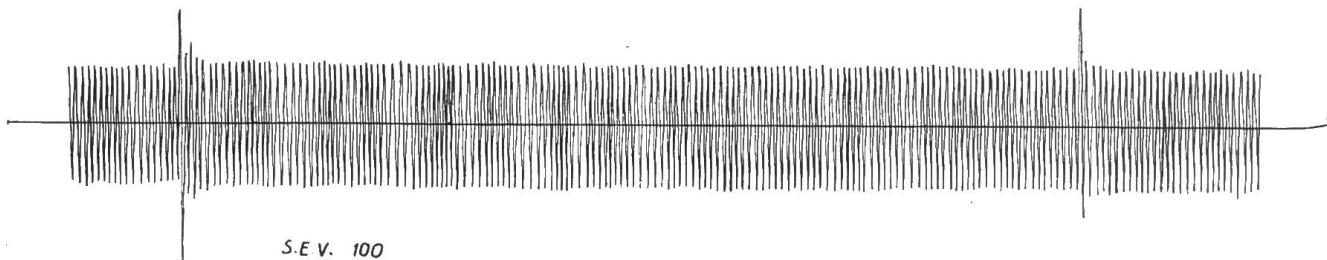


Fig 13.  
Strom in Phase R, Leitung  $B_2$ .

Zu beachten ist ferner der Unterschied der Stromamplitude vor und nach der Abschaltung, welcher ungefähr  $+8\%$  beträgt. Dass durch den Wegfall des zusätzlichen ohmschen Widerstandes eine solche Veränderung der elektrischen Daten der Leitung herbeigeführt wurde, welcher sie nun in vermehrtem Masse an der Energie lieferung teilnehmen liess, ist durch die vorhergehenden theoretischen Erörterungen erklärt. Die Tabellen 5 und 6 sind hier nicht ausschlaggebend, da sie auf Grund anderer Voraussetzungen (Leistungen) berechnet wurden.

Zu diesem Oscillogramm ist noch zu bemerken, dass es zu einer Zeit aufgenommen wurde, da der Betrieb E.W.Z. über die Station Guggach Energie aus dem N.O.K.-Netz bezog. Durch das Abschalten der Leitung  $B_1$  wurde nun der Gesamtwiderstand der Fernleitungen Sils-Siebnen so geändert, dass ein etwas vermehrter Energiebezug aus dem N.O.K.-Netz erfolgen musste. Es ist nun wohl denkbar, dass die Leitung  $B_2$  daran im Masse der festgestellten Amplitudenzunahme des Stromes teilnahm.

Das Oscillogramm der Fig. 14 stellt den Stromverlauf der Leitung  $B_1$  dar im Augenblick, da Leitung  $B_2$  mit 3500 kW abgeschaltet wurde. Das plötzliche Verschwinden dieser Leistung wirkte wie eine Erhöhung des Widerstandes in  $B_1$ , so dass für einen Augenblick die Strom-Amplitude bedeutend zurückging. Aber auch im stationären Zustand erreichte die Stromstärke nicht mehr denselben Wert wie vor der Abschaltung, ein Zeichen, dass eine gewisse Widerstandserhöhung im betreffenden Leiter bestehen blieb.



Fig. 14.  
Strom in Phase R, Leitung  $B_1$ .

Vergleicht man nun die Oscillogramme der Fig. 13 und 14, so ersieht man, dass eine Abschaltung von  $B_1$  für die Leitung  $B_2$  widerstandsvermindernd wirkt, und umgekehrt, dass eine Abschaltung von  $B_2$  eine Widerstandserhöhung von  $B_1$  hervorruft. Diese Tatsachen gehen auch aus den theoretischen Ueberlegungen hervor und können somit als weitere Bestätigung ihrer Richtigkeit angesehen werden.

### E. Schlussbemerkungen.

Die im zweiten Teil dieser Arbeit behandelten Pendelungserscheinungen stellen im allgemeinen keine Beeinträchtigung des Betriebes dar. Es sei aber darauf hingewiesen, dass in solchen Fällen die Einrichtung eines Differential-Schutz-Systems an den Leitungen nicht möglich ist.

Ein weiterer Fall, bei dem durch die Beeinflussung von der benachbarten Drehstromleitung her ungünstige Wirkungen erzielt würden, sei anhand der Fig. 8 kurz skizziert. Man denke sich das Kraftwerk Siebenen mit dem Albula-Werk ursprünglich nur über die A-Leitungen verbunden. Die B-Leitungen seien erst später zur Verminderung der Uebertragungsverluste hinzugekommen und es würde die eine nun nach Fig. 8 von einer fremden Gesellschaft betrieben. Dann könnte es sehr gut möglich sein, dass diese Leitung auf die andere B-Leitung impedanzvermehrend wirkt, wodurch dann der Zweck dieser Leitung, auf die A-Leitungen entlastend zu wirken, nicht in dem Verhältnis erreicht werden könnte, wie es dem Materialaufwand entspricht. Dies würde in dem betrachteten Beispiel besonders dann deutlich merkbar werden, wenn das Albula-Werk mit einigen Generatoren getrennt auf  $B_2$ , mit den übrigen auf  $B_1$ ,  $A_1$  und  $A_2$  arbeiten würde.

In allen Fällen, wo solche Beeinflussungen befürchtet werden müssen, dürfte sich mit Rücksicht auf die grossen auf dem Spiel stehenden Summen eine Kontrolle der zusätzlichen Impedanzen empfehlen.

## Erwärmung von Leitern bei kurzen Belastungszeiten und bei Kurzschlüssen.

Von G. Gut, Baden und Leo M. Grünberg, Zürich.

Die Verfasser beschreiben Berechnungsmethoden und stellen Kurven auf zur Ermittlung der Uebertemperatur bei kurzzeitigen Belastungen von Leitern. Speziell werden behandelt: Erwärmung bei Belastung mit konstanter Stromstärke, ferner Erwärmung bei Kurzschlüssen und Erwärmung bei Anschluss des Leiters an eine konstante Spannung. Der Zweck der Arbeit ist, dem praktisch tätigen Ingenieur Hilfsmittel zu geben zur einfachen Lösung dieser Art von Erwärmungsproblemen.

Les auteurs décrivent des méthodes de calcul et dressent des courbes pour déterminer la différence de température que présentent vis-à-vis du milieu ambiant des conducteurs soumis à des surcharges de courte durée. Ils traitent en particulier les cas suivants: échauffement sous charge de courant d'intensité constante, échauffement lors de courts-circuits, échauffement lorsque le conducteur est soumis à une tension constante. Le but de cette étude est de mettre à la portée de l'ingénieur un moyen simple de résoudre les problèmes d'échauffement qu'il rencontrera dans la pratique.

Der in den letzten Jahren auch bei uns mehr und mehr stattfindende Zusammenschluss einzelner Kraftwerke zum Zwecke des Parallelarbeitens bezw. des gegenseitigen Energieaustausches, rückte das Bedürfnis nach grossen Maschineneinheiten stark in den Vordergrund. Die Grundbelastung eines Netzes soll mit wenigen solch grossen Einheiten gehalten werden können, weil dadurch der Gesamtwirkungsgrad einer Anlage bedeutend wächst. Der Bau von so grossen Maschinen hat jedoch nicht nur den Maschinenkonstrukteur vor grosse Aufgaben gestellt, sondern auch der Apparatebauer musste damit Schritt halten. Die von den Oelschaltern zu bewältigenden Abschaltleistungen vervielfachten sich; im gleichen Masse steigerten sich die Beanspruchungen auch aller andern Apparate bei Kurzschluss. Während man sich bis anhin jedoch meistens auf die Berechnung der mechanischen Kurzschlussbeanspruchungen beschränkte, wurden die elektrothermischen Wirkungen oft nur mangelhaft nachgerechnet, trotzdem deren Einfluss auf die Lebensdauer des beanspruchten Apparates oder der Maschine ein bedeutender sein kann. Beträgt auch, wie es fast immer der Fall ist, die Dauer des Kurzschlusses bis zu seiner Abschaltung nur wenige Sekunden, d. h. nur einen Bruchteil der thermischen Zeitkonstante der beanspruchten Leiter, so genügt diese Zeit dennoch, um vielfach die