

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 17 (1926)  
**Heft:** 12

**Artikel:** Das Induktionsdynamometer  
**Autor:** Täuber-Gretler, A.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1059818>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 13.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# SCHWEIZ. ELEKTROTECHNISCHER VEREIN

# BULLETIN

## ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

Generalsekretariat des  
Schweiz. Elektrotechnischen Vereins und des  
Verbandes Schweizerischer Elektrizitätswerke

REDAKTION  
Zürich 8, Seefeldstr. 301

Secrétariat général de  
l'Association Suisse des Electriciens et de  
l'Union de Centrales Suisses d'électricité

Verlag und Administration

Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei A.-G.  
Zürich 4, Stauffacherquai 36/38

Editeur et Administration

Nachdruck von Text oder Figuren ist nur mit Zustimmung der  
Redaktion und nur mit Quellenangabe gestattet

Reproduction interdite sans l'assentiment de la rédaction et  
sans indication des sources

XVII. Jahrgang  
XVII<sup>e</sup> Année

Bulletin No. 12

Dezember 1926  
Décembre

### Das Induktionsdynamometer.

Von Dr. A. Täuber-Gretler, Zürich.

621.379

*Es wird ein elektrodynamisches Messinstrument mit eisengeschlossenem Kraftlinienweg beschrieben. Das Instrument ist charakterisiert durch das Bestehen einer elektrodynamischen Gegenkraft, welche an Stelle der mechanischen von Spiralfedern erzeugten Gegenkraft tritt. Die Wirkungsweise wird an Hand von Vektordiagrammen erläutert und einige Anwendungsbeispiele, welche praktische Bedeutung haben, in erster Linie der Frequenzmesser, werden ausführlich behandelt.*

*L'auteur décrit un instrument de mesure électrodynamique, où les lignes de forces sont canalisées dans un circuit fermé en fer. L'instrument est caractérisé par la présence d'une force de réaction électrodynamique remplaçant l'action compensatrice produite sans cela par un ressort spiral. Le fonctionnement de l'instrument est expliqué à l'aide de diagrammes vectoriels, puis l'auteur traite plus particulièrement quelques exemples d'applications présentant une importance pratique, en première ligne le fréquencesmètre.*

#### I. Einleitung.

Wird ein elektrodynamisches Instrument mit eisengeschlossenem Kraftlinienweg an eine Wechselstromquelle angeschlossen, so kann, je nach Grösse und Art des Widerstandes des Drehspulkreises, die in der Drehspule durch das Feld der festen Spule induzierte EMK einen Strom hervorrufen, welcher seinerseits ein störendes Drehmoment erzeugt.

H. Abraham<sup>1)</sup> hat zuerst gezeigt, dass bei kleinem Widerstand des Drehspulkreises der darin durch die induzierte EMK veranlasste Strom eine elektrodynamische Richtkraft bedingt, welche die Funktion der Spiralfedern übernimmt, so dass diese ersetzt werden können durch richtkraftfreie Stromzuführungsbändchen. Die dieser elektrodynamischen Richtkraft entgegenwirkende Kraft (die Ablenkung) ist nach wie vor elektrodynamischer Natur, hervorgerufen durch die von aussen dem Drehspulkreis unmittelbar zugeführte Leistung. Dieses Verhalten rechtfertigt den Namen «Induktionsdynamometer».

Je nach seiner Schaltung kann das Induktionsdynamometer dienen als: Anzeigedynamometer in der Wechselstrombrücke, als Phasenindikator, Frequenzmesser, und schliesslich, vermöge seiner hohen Empfindlichkeit, als Anzeigedynamometer zum magnetischen Spannungsmesser.

#### II. Theorie des Induktionsdynamometers.

Wir beschränken uns hier darauf, die Beziehungen für Drehmoment und Ausschlagswinkel (letzterer ermöglicht die Beurteilung des Skalencharakters) aus Vektordiagrammen abzuleiten.<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Journal de Physique 1911, Seite 264, H. Abraham: Principe de nouveaux appareils pour courants alternatifs.

<sup>2)</sup> Ausführlich behandelt in „Das Induktionsdynamometer“, Dissert. des Verfassers (Zürich 1926).

Wie oben erwähnt, besteht das Induktionsdynamometer aus einer festen Spule mit lamelliertem Eisenkern, der Feldspule  $F$  und einer beweglichen Spule, der Drehspule  $D$ . Letztere sitzt auf einer Axe, welche auch den Zeiger und einen Dämpferflügel trägt. Die Drehspule bewege sich in einem Luftspalt, der aussen durch die Polschuhe des Feldeisens, innen durch einen zylindrischen Kern begrenzt ist. Zwei Metallbändchen von vernachlässigbar geringer Richtkraft dienen als Stromzuführungen zur Drehspule. Der Zeiger bilde mit der Ebene der Drehspule einen rechten Winkel. In Fig. 1 ist das

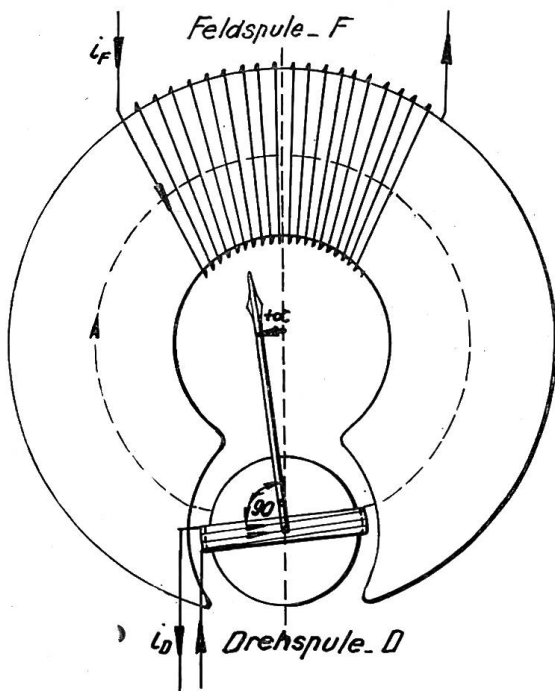


Fig. 1.

Instrument schematisch dargestellt. Fig. 2 zeigt das Schema der Schaltung, welche der nachfolgenden Betrachtung als Grundlage dient. Danach liegt die Feldspule  $F$  in Reihe mit einem induktionsfreien Vorwiderstand  $r_v$  an einer Wechselstromquelle mit der Klemmenspannung  $e_1$ <sup>3)</sup>. Eine zweite Stromquelle<sup>4)</sup> mit der Klemmenspannung  $e'_a$

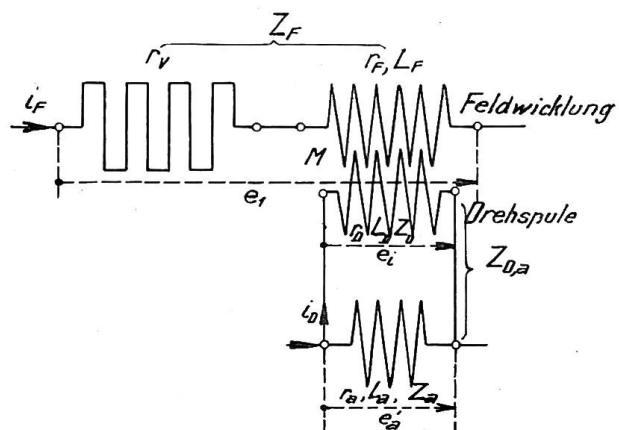


Fig. 2.

ist mit den Enden der Drehspule verbunden.  $e_1$  und  $e'_a$  mögen synchrone, rein sinusförmige Wechselspannungen sein mit der Kreisfrequenz  $2\pi f = \omega$ .

Zunächst betrachten wir den Drehspulkreis (Fig. 2).

Es ist hier  $L_D$  der Koeffizient der Selbstinduktion der Drehspule bezogen auf die angenommene relative Lage derselben zum Luftspalt, in dem sie sich drehen kann und  $M_a$  der Koeffizient der gegenseitigen Induktion von Feldspule und Drehspule bezogen auf die angenommene relative Lage der Drehspule zur Richtung des Flusses  $\Phi_F$  der Feldspule. Streng genommen sind  $L_D$  und  $M_a$  Funktionen des Stromes  $i_D$  bzw.  $i_F$ . Auf den Luftspalt entfallen jedoch mindestens 90% des Widerstandes des gesamten magnetischen Kreises, so dass für nicht zu grosse Spannungsänderungen – für eine Lage  $a$  – mit konstanten Induktionskoeffizienten gerechnet werden darf. Dagegen sind  $L_D$  und  $M$  Funktionen des Ausschlagswinkels  $a$  der Drehspule.

Es ist  $M_a = 0$  für diejenige Lage der Drehspule, in welcher ihre Axe (im physikalischen Sinne) senkrecht steht auf der resultierenden Richtung des Flusses  $\Phi_F$ <sup>5)</sup>. Wir können daher schreiben:

$$M_a = M_1 f_1(a), \quad (1)$$

wo  $f_1(a) = 0$  für  $a = 0$  und  $M_1$  der Koeffizient der gegenseitigen Induktion für den Ausschlagswinkel  $a = 1$  ( $= 57,2^\circ$  im Winkelmass) bedeute.  $f_1(a)$  verlaufe stetig zwischen den Werten  $a = 0$  und  $a = \pm 1$  und spiegelbildlich symmetrisch bezogen auf die Ordinate durch  $a = 0$ . Ist der Luftspalt im betrachteten Bereich homogen,

<sup>3)</sup> Mit kleinen Buchstaben bezeichnen wir Momentanwerte, mit grossen Buchstaben Effektivwerte.

<sup>4)</sup> Etwa die Sekundärspule eines Kleintransformators.

<sup>5)</sup> Von dieser Lage, die wir als *Mittellage* definieren, werde auch der Ausschlagswinkel  $a$  gerechnet, und zwar entgegen dem Uhrzeigersinn mit positiven Vorzeichen.

so wird  $f_1(a) = a$ . Analog gilt:

$$L_D = L_{D0} f_2(a), \quad (2)$$

wo  $L_{D0}$  der Selbstinduktionskoeffizient für  $a = 0$ . Da für die in Fig. 1 dargestellte Form des Luftspalts  $L_{D0} f_2(a)$  für  $a = 0$  ein Maximum ist, so ist für:

$$a \neq 0 : f_2(a) < 1.$$

Für homogenen Luftspalt kann mit genügender Annäherung geschrieben werden  $f_2(a) = 1$ , daher  $L_D = \text{konstant}$ .

Das momentane elektrodynamische Drehmoment  $t_a$ , welches die stromdurchflossene Drehspule im Felde der festen Spule erfährt, wird bestimmt aus der Beziehung:

$$t_a = i_D i_F \frac{\partial M_a}{\partial a} = i_D i_F \frac{\partial f_1(a)}{\partial a} M_1, \quad (3)$$

wobei  $i_D i_F M_a = i_D i_F f_1(a) M_1 = U_{m,D,F}$  die gegenseitige elektromagnetische Energie bedeutet. Der zeitliche Mittelwert  $T_a$  des Drehmomentes ist:

$$T_a = \frac{1}{T} \int_0^T i_F i_D \frac{\partial f_1(a)}{\partial a} M_1 dt,$$

worin  $T$  = Zeitdauer einer Periode; für Sinusform der Ströme  $i_F$  und  $i_D$  wird:

$$T_a = I_D I_F \cos(I_F I_D) \frac{\partial f_1(a)}{\partial a} M_1. \quad (4)$$

Vorausgesetzt, dass  $I_D$ ,  $I_F$  und  $\cos(I_F I_D) \neq 0$ , wird:

$$T_a = 0 \quad \text{für} \quad \frac{\partial f_1(a)}{\partial a} = 0.$$

Die gegenseitige elektromagnetische Energie  $U_{m,D,F}$  ist dann ein Maximum, wenn gleichzeitig  $\frac{\partial^2 f_1(a)}{\partial a^2} < 0$ , und ein Minimum, wenn gleichzeitig  $\frac{\partial^2 f_1(a)}{\partial a^2} > 0$ .

Dabei ist die Gleichgewichtslage im ersten Falle *stabil*, im zweiten *labil*. Die labile Gleichgewichtslage fällt für Messinstrumente ausser Betracht. Auch der Richtungssinn, in welchem das Drehmoment wirkt, ist festgelegt, wenn grundsätzlich rechtsgängige Wicklungen angenommen werden und berücksichtigt wird, dass die Drehspule stets auf dem kürzeren Wege der stabilen Gleichgewichtslage zustrebt.

Dies gilt in gleicher Weise für das gewöhnliche Elektrodynamometer wie für das Induktionsdynamometer, mit dem Unterschied, dass hier ein elektrodynamisches, dort ein durch Spiralfedern erzeugtes mechanisches Gegendrehmoment das ablenkende Drehmoment aufhebt. Wir schreiben  $\frac{\partial M_a}{\partial a} = \frac{\partial f_1(a)}{\partial a} M_1 = k_a$ . Bei homogenem Luftspalt ist  $f_1(a) = a$  und  $k_a$  daher eine Konstante.

Wir untersuchen zunächst das Verhalten des Induktionsdynamometers, wenn nur die induzierte EMK  $E_{ia}$  auf den über einen beliebigen Widerstand geschlossenen Drehspulkreis einwirkt.

In diesem Falle finden wir für das Drehmoment  $t_{i,a}$ :

$$t_{i,a} = i_D i_F \frac{\partial M_a}{\partial a} = i_D i_F M_1 \frac{\partial f_1(a)}{\partial a}$$

und für  $i_{D,a}$  aus  $e_{ia} = - \frac{d}{dt} \{M_1 f_1(a) i_F\} = - \omega M_1 f_1(a) \sqrt{2} I_F \cos \omega t$ :

$$i_D = - \omega M_1 f_1(a) \frac{\sqrt{2} I_F}{Z_{D,a}} \cos(\omega t + \varphi_3),$$

worin  $Z_{D,a} = Z_D + Z_a$  die Gesamtimpedanz des Drehspulkreises und  $\varphi_3$  den Phasenwinkel von  $I_D = I_i$  gegen  $E_i$  bedeuten.



somit wird:  $t_{i,a} = -f_1(a) \frac{\partial f_1(a)}{\partial a} \omega M_1^2 \frac{I_F^2}{Z_{D,a}} \sin(\omega t + \varphi_3) \cos(\omega t + \varphi_3)$

und schliesslich:

$$\begin{aligned} T_{i,a} &= -\omega M_1^2 \frac{I_F^2}{Z_{D,a}} f_1(a) \frac{\partial f_1(a)}{\partial a} \frac{1}{T} \int_0^T \sin(\omega t - \varphi_3) \cos(\omega t + \varphi_3) dt \\ &= -\omega M_1^2 \frac{I_F^2}{Z_{D,a}} f_1(a) \frac{\partial f_1(a)}{\partial a} \sin(-\varphi_3). \end{aligned} \quad (5)$$

Bei homogenem Luftspalt ist wiederum  $f_1(a) = a$  und  $\frac{\partial f_1(a)}{\partial a} = 1$ , daher:

$$T_{i,a} = \pm \omega M_1^2 \frac{I_F^2}{Z_{D,a}} \sin \varphi_3 a. \quad (6)$$

Das + Zeichen gilt für voreilende Winkel  $\varphi_3$ , das - Zeichen für nacheilende Winkel  $\varphi_3$ .

Das Drehmoment wird also = 0 für  $a = 0$ , die Gleichgewichtslage ist *stabil* für  $\varphi_3$  und  $\sin \varphi_3 < 0$ , d. h. bei vorwiegend induktiver Reaktanz im Drehspulkreis; *indifferent* für  $\varphi_3$  und  $\sin \varphi_3 = 0$ , d. h. wenn die Wirkung der induktiven Reaktanz durch die kapazitive aufgehoben wird, und *labil* für  $\varphi_3$  und  $\sin \varphi_3 > 0$ , d. h. bei vorwiegend kapazitiver Reaktanz. Den Verlauf der elektromagnetischen Energie in Funktion des Ausschlagwinkels  $a$  finden wir durch Integration von Gleichung (5) bzw. (6):

$$U_{m,i,a} = \int T_{i,a} da + C = \pm \omega M_1^2 \frac{I_F^2}{Z_{D,a}} \sin \varphi_3 F_1(a) + U_{m0} \quad (7)$$

bzw. für  $f_1(a) = a$ :

$$U_{m,i,a} = \pm \frac{1}{2} \omega M_1^2 \frac{I_F^2}{Z_{D,a}} \sin \varphi_3 a^2 + U_{m0}. \quad (8)$$

Je nach dem Vorzeichen ist  $U_{m0}$  das bei  $a = 0$  bestehende Minimum oder Maximum. Die Kurve selbst ist innerhalb dem Geltungsbereich für  $f_1(a) = a$  eine Parabel.

In den Raum- und Zeitvektordiagrammen Fig. 3a—3d sind die aus Gleichung (6) und (8) ablesbaren Fälle der stabilen und labilen Gleichgewichtslage veranschaulicht. Die Drehspule sei aus der Mittellage um den Winkel  $+a$  abgelenkt (Fig. 3a). Die in ihr induzierte EMK  $E_{i,a}$  ist zeitlich um  $\frac{\pi}{2}$  gegen das induzierende Feld  $\Phi_F$  verspätet (Fig. 3b). Es wird der Strom  $I_D$  der EMK  $E_{i,a}$ :

- voreilen, bei vorwiegend kapazitiver Reaktanz,
- gleichphasig, wenn die Wirkung der induktiven Reaktanz durch die kapazitive aufgehoben ist,
- nacheilen bei vorwiegend induktiver Reaktanz, demnach wird:

a) Die zeitliche Verschiebung zwischen  $I_D$  und  $\Phi_F$  kleiner als  $\frac{\pi}{2}$  und die elektrodynamische Wirkkomponente von  $I_D$  hat gleiche Richtung wie  $\Phi_F$ : das Drehmoment bewirkt eine Drehung in positivem Sinne, d. h.  $a$  wird zunehmen, bis bewegliches und festes Feld gleiche Richtung haben.

Das gegengleiche tritt ein, wenn wir die Drehspule um den Winkel  $-a$  (in negativem Sinne) von der Mittellage einstellen (Fig. 3c). Jetzt durchsetzen die Feldlinien die Drehspulen *bezogen auf deren Wicklungssinn* in entgegengesetzter Richtung. Wir bringen dies im Diagramm (Fig. 3d) dadurch zum Ausdruck, dass wir den Vektor  $E_{i,a}$  nach oben abtragen und ihm das negative Vorzeichen begeben. Die Wirkkomponente von  $I_D$  liegt nun in Gegenphase mit  $\Phi_F$ , das Drehmoment wirkt in negativem Sinne, vergrößert also auch hier den Ausschlag (Fall der *labilen* Gleichgewichtslage für  $a = 0$ ).

b)  $I_D$  in Phase mit  $E_{i,a}$ ,  $I_D$  somit um  $\frac{\pi}{2}$  gegen  $\Phi_F$  verschoben; die Wirkkomponente ist Null. Die Drehspule erfährt in keiner Lage ein Drehmoment (Indifferente Gleichgewichtslage).

c)  $I_D$  eilt  $E_{i,a}$  nach. Die Wirkkomponente ist für  $+a$  in Gegenphase mit  $\Phi_F$ , das Drehmoment wirkt in negativem Sinne, d. h. es verkleinert den Winkel  $a$ . Für  $-a$  gilt wiederum das Gegengleiche: Die Wirkkomponente von  $I_D$  ist in Phase mit  $\Phi_F$ , der Ausschlag wird durch das im positiven Sinne wirkende Drehmoment ebenfalls verkleinert (stabiles Gleichgewicht für  $a = 0$ ).

Nach diesen Erörterungen lässt sich das Verhalten des Instrumentes aus dem Diagramm finden, wenn bei stromdurchflossener Feldwicklung der Drehspule eine

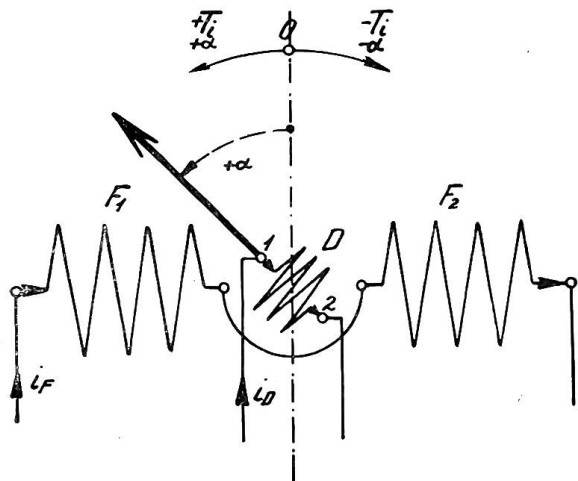


Fig. 3 a.

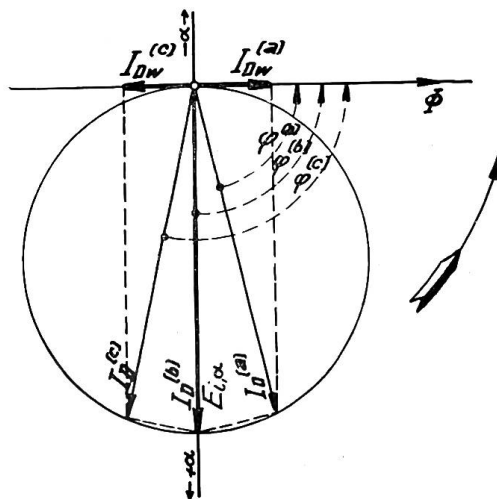


Fig. 3 b.

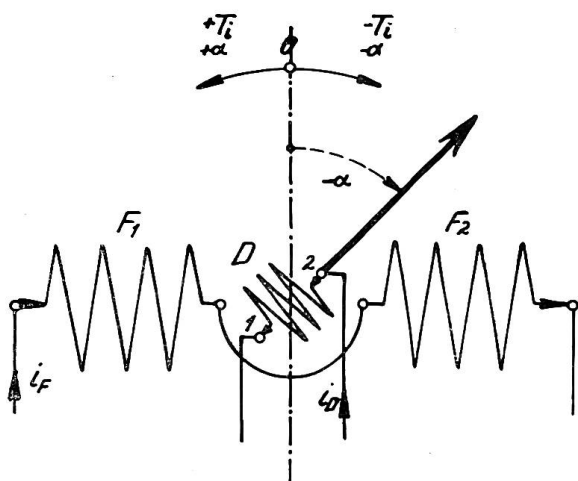


Fig. 3 c.

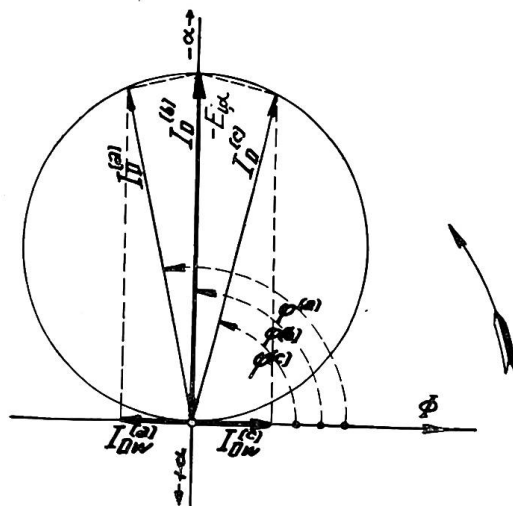


Fig. 3 d.

EMK  $E'_a$  aufgedrückt wird.  $E'_a$  ist je nach der vorliegenden Schaltung eine Klemmenspannung (wie im behandelten Beispiel, Fig. 2) oder der Spannungsabfall an den Enden eines stromdurchflossenen Widerstandes. Immer definieren wir mit  $\varphi'_2$  und  $\varphi'_3$  die Phasenwinkel von  $E'_a$  gegen  $E_1$ , bzw. von dem durch  $E'_a$  in der Drehspule verursachten Strom  $I_a$  gegen  $E'_a$ .

Für die weitere Behandlung unserer Aufgabe führen wir eine EMK  $E_a$  ein, welche mit  $E'_a$  durch die Beziehung verknüpft sein soll:

$$\frac{E'_a}{Z_D} = \frac{E_a}{Z_{D,a}}$$

woraus:

$$E'_a = E'_a \frac{Z_{D,a}}{Z_D} \quad (9)$$

$E_a$  habe gegen  $E$  die Phasenverschiebung  $\varphi_2$ . Da die zeitliche Lage von  $I_a$  gegen  $E_1$  unverändert bleibt, so muss gelten:

$$\varphi'_2 + \varphi'_3 = \varphi_2 + \varphi_3. \quad (10)$$

Die Einführung von  $E_a$  erlaubt uns für  $I_a$  zu schreiben:  $I_a = \frac{E_a}{Z_{D,a}}$ , wobei  $I_a$  gegen  $E_a$  um den Winkel  $\varphi_3$  verschoben ist.

Der totale Strom  $I_D$  im Drehspulkreis ist nun die geometrische Summe des induzierten Stromes  $I_i$  und des durch  $E_a$  bedingten Stromes  $I_a$ , somit ist:

$$I_D = I_i + I_a \quad (11)$$

Im Diagramm Fig. 4 eilt  $E_a$  der Speisespannung  $E$  um den Winkel  $\varphi_2$  vor.

Den Strom  $I_F$  in der Feldwicklung dürfen wir als in Phase mit dem von ihm erzeugten Kraftfluss  $\Phi_F$  annehmen. Er liege gegen die Speisespannung um den Winkel  $\varphi_1$  zurück. Der durch die aufgedrückte EMK  $E_a$  veranlasste Strom  $I_a$  im Drehspulkreis eile  $E_a$  um den Winkel  $\varphi_3$  nach.  $OB$  ist demnach im Strommasstab gemessen gleich  $I_a$  und  $OC = I_{a,w}$  ist die elektrodynamische Wirkkomponente. Daraus ergibt sich ein positives Drehmoment  $T_a$ ; die bewegliche Spule dreht sich aus der Mittellage im positiven Sinne, dadurch wächst die in derselben vom Feld induzierte EMK

$E_{i,a}$  so lange, bis die elektrodynamische Wirkkomponente  $I_{i,w}$  des durch sie veranlassten Stromes  $I_i$  ( $= OD$ ) gleich gross ist wie  $I_{a,w}$ . Es entsteht ein negatives Drehmoment  $T_{i,a}$  welches, da nunmehr  $T_{i,a} = T_a$ , die neue Gleichgewichtslage bestimmt. Aus dem Diagramm ist ohne weiteres ersichtlich, dass die Resultierende  $I_D$  aus  $I_a$  und  $I_i$  senkrecht steht auf der Richtung des Feldstromes  $I_F$ . Der Strom  $I_i$  ist ebenfalls um  $\varphi_3$  gegen  $E_{i,a}$  phasenverzögert, da es sich, wie bei  $E_a$  und  $I_a$  um denselben Drehspulkreis handelt. Bilden wir die Resultierende  $E_R$  aus  $E_i$  und  $E_a$ , so ist wiederum evident, dass  $I_D$  gegen  $E_R$  um  $\varphi_3$  verzögert ist. Bei homogenem Luftspalt erhalten wir den Ausschlagswinkel  $\alpha$  aus  $E_{i,a}$  durch Division von  $E_i$  für  $\alpha = 1$  in  $E_{i,a}$ . Um den Ausschlagswinkel aus dem Diagramm zu finden, ist daher nur die Ermittlung von  $E_{i,a}$  erforderlich. Da  $E_a$ , die Richtung von  $E_{i,a}$  und diejenige von  $E_R$  bekannt sind, so sind damit auch die absoluten Grössen von  $E_{i,a}$  und  $E_R$  bestimmt. In der Gleich-

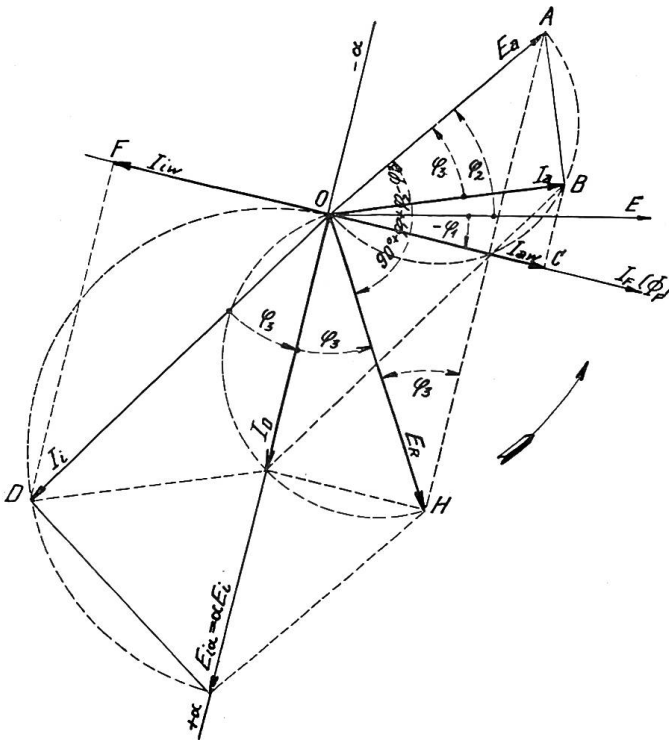


Fig. 4.

gewichtslage hat  $I_D$  stets die gleiche Richtung wie  $E_{i,a}$ .

Aus Dreieck  $OA H$  folgt nach dem Sinus-Satz:

$$\overline{AH} = E_{i,a} = \overline{OA} \frac{\sin(90 + \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3)}{\sin \varphi_3} = E_a \frac{\cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3)}{\sin \varphi_3}$$

und da  $E_{i,a} = a E_i$ :

$$a = \frac{E_a}{E_i} \frac{\cos(\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3)}{\sin \varphi_3}.$$

Dieselbe Ueberlegung ergibt für  $E_R$ :

$$E_R = E_a \frac{\cos(\varphi_1 + \varphi_2)}{\sin \varphi_3} \quad (12)$$

und:

$$I_D = \frac{E_a}{Z_{D,a}} \frac{\cos(\varphi_1 + \varphi_2)}{\sin \varphi_3} \quad (13)$$

Man kann das Diagramm auch für positiv zu rechnende Winkel  $\varphi_1$  und  $\varphi_3$  konstruieren und daraus die Formel für den Ausschlagswinkel  $\alpha$  ableiten. Wir erhalten:

$$\alpha = \frac{E_a}{E_i} \frac{\cos(+\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3)}{\sin(-\varphi_3)}. \quad (14)$$

Als Spezialfälle sind besonders zu erwähnen:

1.  $\varphi_3 = 0$ . In diesem Fall verschwindet, wie gezeigt wurde, das Gegen-Drehmoment  $T_{i,a}$ . Unter der Wirkung des Drehmomentes  $T_a$  strebt die Drehspule der für  $T_a$  geltenden stabilen Gleichgewichtslage zu (Gleichung 24). Wird daher die Wirkung der Selbstinduktion der Drehspule durch eine passende Kapazität aufgehoben, so degeneriert das Instrument sozusagen und verhält sich wie ein gewöhnliches Dynamometer.

2. Für  $\cos(+\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3) = 0$ , also für  $+\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3 = \frac{\pi}{2}$  ist  $T_a = 0$ . Der Ausschlag bleibt für beliebige  $|E_a|$  Null, seine Empfindlichkeit ist ebenfalls Null. Zwischen Fall 1 und 2 sind alle beliebigen Empfindlichkeiten möglich, sofern in erster Linie  $\varphi_3$  in weitem Grenzen verändert wird.

3. Wird  $+\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$  und daher  $\cos(+\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3) = -\sin \varphi_3$ , so ergibt sich für  $\alpha$ :

$$a = \frac{E_a}{E_i} \text{ somit } a E_i = E_a$$

d. h. für die Gleichgewichtslage ist die in der Drehspule induzierte elektromotorische Kraft gleich gross und entgegengesetzt gerichtet wie die aufgedrückte EMK  $E_a$ . Beide Grössen kompensieren sich, der Drehspulstromkreis wird stromlos.

Die Konstruktion des Instrumentes erlaubt keinen wesentlich über  $90^\circ$  hinausgehenden Ausschlagswinkel. Wir werden als Grenzwerte für  $\alpha = \pm 45^\circ (= \pm 0,785$  im Bogenmass) anzunehmen haben. Da  $E_i = \omega M I_F$ , so kann die Empfindlichkeit bei sonst gegebenen Konstanten der beiden Stromkreise durch Verändern der Feldstromstärke auf die gewünschte Grösse eingestellt werden. Praktisch wird die Empfindlichkeitserhöhung begrenzt durch die abnehmende Richtkraft, welche wie aus Gleichung (6) ersichtlich proportional ist  $I_F^2$ .

Aus der Gleichung (14) für den Ausschlag können wir nunmehr ersehen, welche messtechnischen Anwendungen möglich sind. Da der Ausschlag von der Speisung unabhängig ist, so wird eine Spannungsmessung damit nicht ausführbar sein. Ebenso könnte eine Schaltung zur Strom- oder Leistungsmessung nicht denkbar sein.

Wir haben vielmehr die Anwendungsmöglichkeiten auf einem Gebiet der Messtechnik zu suchen, welches durch die sogenannten Verhältnismesser vertreten ist (Kreuzspulohmmeter, Leistungsfaktormesser).

Jede Aenderung in einem der beiden Stromkreise des Instrumentes, oder auch in beiden, welche eine der Grössen, die im Ausdruck für  $\alpha$  enthalten sind, beeinflusst, kann somit gemessen werden. Im konkreten Fall wird man danach trachten, die Schaltung so zu wählen, dass jede Aenderung der Grösse, welche gemessen werden soll, einen möglichst grossen Einfluss auf den Ausschlag ausübt.

Im folgenden Abschnitt sollen einige praktisch wichtige Anwendungen einzeln behandelt werden.

### III. Anwendungen des Induktionsdynamometers in der Messtechnik<sup>6)</sup>.

Infolge seiner Unabhängigkeit von Schwankungen der Speisespannung ist das Induktionsdynamometer in Verbindung mit der Wheatstoneschen Brücke als Ohmmeter, Widerstandsthermometer, Kapazitätsmesser usw., schon vielfach verwendet worden.<sup>7)</sup> Wir behandeln hier ausführlich zunächst die Wirkungsweise des Zeigerfrequenzmessers.

#### Der Frequenzmesser.

In Fig. 5 ist die Schaltung, welche wir untersuchen wollen, dargestellt. Danach

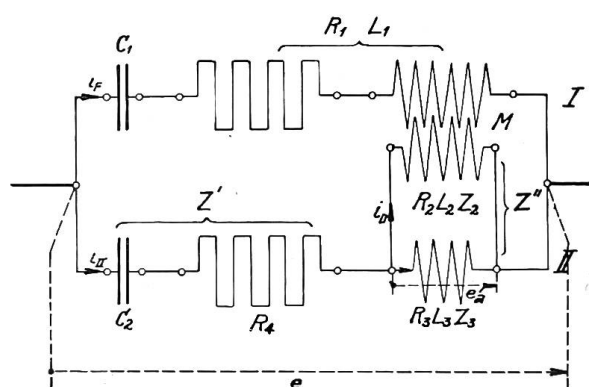


Fig. 5.

sind zwei Stromzweige zu unterscheiden. Stromzweig I wird gebildet durch die Feldwicklung in Reihe mit einem Kondensator  $C_1$  und einem Widerstand  $R_1$ , Stromzweig II durch einen Kondensator  $C_2$  in Reihe mit einem Widerstand  $R_3 + R_4$ ,  $L_3$ , den wir also zunächst als induktiv voraussetzen; parallel zu  $R_3$ ,  $L_3$  liege die Drehspule. Wir leiten wiederum die Beziehungen ab für die der Drehspule aufgedruckte Spannung  $E'_a$  und für die in jener induzierte EMK  $E_i$ .

Für Stromzweig I gilt:

$$E = I_F \left\{ R_1 + j \left( \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right) \right\} + j a \omega M I_D, \quad (15)$$

woraus:

$$I_F = \frac{E}{R_1 + j \left( \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right)}$$

und die induzierte EMK  $E_i$ :

$$E_i = -j \omega M I_F = E \frac{-j \omega M}{R_1 + j \left( \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right)}. \quad (16)$$

Aus Stromzweig I finden wir den am Widerstand  $R_3$ ,  $L_3$  auftretenden Spannungsabfall  $E'_a$  wie folgt:

Wenn  $Z_{II}$  die Gesamtimpedanz,

$$Z' = R_4 - j \frac{1}{\omega C_2}$$

<sup>6)</sup> Alle nachfolgend beschriebenen Anwendungsmöglichkeiten wurden im Laboratorium der Firma Trüb, Täuber & Co., Zürich, praktisch erprobt und werden, was die wichtigeren anbetrifft, seit mehreren Jahren fabrikatorisch verwendet.

<sup>7)</sup> H. Abraham loc. cit.

Täuber-Gretler, Ein Beitrag zur Messung der Wicklungstemperatur an elektrischen Maschinen und Apparaten, Bulletin S.E.V. 1922, Heft 6, Seite 225.

<sup>8)</sup>  $j a \omega M I_D$  kann ohne merklichen Fehler weggelassen werden.

und: 
$$Z'' = \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3} = \frac{(R_2 + j\omega L_2)(R_3 + j\omega L_3)}{R_2 + R_3 + j\omega(L_2 + L_3)},$$

so wird: 
$$Z_{II} = Z' + Z''$$

und: 
$$I_{II} = \frac{E}{Z_{II}} = \frac{E'_a}{Z''},$$

woraus folgt: 
$$E'_a = E \frac{Z''}{Z_{II}} = E \frac{Z''}{Z' + Z''} \quad (17)$$

oder: 
$$E'_a = E \frac{1}{1 + \frac{Z'}{Z''}}, \quad (18)$$

$\frac{Z'}{Z''}$  ausgeschrieben:

$$\frac{Z'}{Z''} = \frac{R_4 - j \frac{1}{\omega C_2}}{\frac{(R_2 + j\omega L_2)(R_3 + j\omega L_3)}{R_2 + R_3 + j\omega(L_2 + L_3)}} = \frac{(\omega R_4 C_2 - j) \{(R_2 + R_3) + j\omega(L_2 + L_3)\}}{\omega C_2 \{(R_2 + j\omega L_2)(R_3 + j\omega L_3)\}}.$$

Ausmultipliziert und nach Potenzen von  $\omega$  geordnet:

$$\frac{Z'}{Z''} = \frac{-j(R_2 + R_3) + \{R_4 C_2(R_2 + R_3) + (L_2 + L_3)\}\omega + jR_4 C_2(L_2 + L_3)\omega^2}{C_2 \{R_2 R_3 \omega + j(R_2 L_3 + R_3 L_2)\omega^2 - L_2 L_3 \omega^3\}}. \quad (19)$$

Wird  $L_3 = 0$  (induktionsfreier Nebenwiderstand), so erhalten wir für  $\frac{Z'}{Z''}$ :

$$\frac{Z'}{Z''} = \frac{-j(R_2 + R_3) + \{R_4 C_2(R_2 + R_3) + L_2\}\omega + jR_4 C_2 L_2 \omega^2}{C_2(R_2 R_3 \omega + jR_3 L_2 \omega^2)}. \quad (20)$$

Für die weitere Behandlung der Gleichungen (16) und (18) wenden wir das graphische Verfahren an. Gleichung (16) formen wir um:

$$E_i = E \frac{-j M C_1 \omega^2}{-j + R_1 C_1 \omega + j L_1 C_1 \omega^2}. \quad (21)$$

In den bisher abgeleiteten Beziehungen ist  $\omega$  Parameter<sup>9)</sup>; Gleichung (21) stellt daher eine bizirkulare Quartik dar. Ihre Konstruktion wird etwas vereinfacht, wenn wir Gleichung (21) wie folgt schreiben:

$$E_i = E \frac{M}{-L_1 + j R_1 \frac{1}{\omega} + \frac{1}{C_1} \frac{1}{\omega^2}}. \quad (22)$$

Der Nenner stellt nun eine Parabel dar mit  $\frac{1}{\omega}$  als Parameter. Ihre Axe liegt in der reellen Axe, der Scheitel hat die Abszisse  $-L_1$ . Die Inverse dieser Parabel ist die gesuchte Quartik.

<sup>9)</sup> Ueber die Theorie der rationalen algebraischen Kurven in Parameterdarstellung siehe:  
E. Bloch: Die Ortskurven der graphischen Wechselstromtechnik.  
W. Michael: Zur Geometrie der Ortskurven der Graphischen Wechselstromtheorie. Dissertation E. T. H. 1919.



Gleichung (18) stellt eine Kurve 6ten Grades dar für  $L_3 \neq 0$  und eine solche 5ten Grades für  $L_3 = 0$ . Zu deren Konstruktion zeichnen wir erst die Kurve, welche durch Gleichung (19) bzw. Gleichung (20) dargestellt ist, verschieben den Ursprung um  $-1$  und invertieren. Ist die  $E_i$ - und die  $E'_a$ -Kurve konstruiert, so kann der Ausschlag für die gewünschten Werte von  $\omega$  nach der Formel:

$$\alpha = \frac{E_a}{E_i} \frac{\cos(+\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3)^{10})}{\sin(-\varphi_3)}$$

berechnet, oder, wenn die gewünschte Genauigkeit es zulässt, konstruktiv ermittelt werden. Auch das Drehmoment findet man nach der hierfür abgeleiteten Gleichung (6). Die Eigenschaften des Frequenzmessers lassen sich am besten an einem Beispiel diskutieren. Wir wählen den einfacheren Fall, bei welchem  $L_3 = 0$  ist.

### Beispiel.

#### 1. Annahmen:

Speisespannung: 100 Volt.

Angestrebter Messbereich: 48–52 Perioden pro Sekunde.

#### *Stromzweig I:*

Die Konstanten des Stromzweiges I legen wir erst fest nach der aus dem Stromzweig II ermittelten  $E_a$ -Kurve nach Massgabe des angestrebten Messbereiches, für welchen wir fordern, dass der Wert 50 Perioden pro Sekunde mit der Skalenmitte zusammenfalle ( $\alpha = 0$ ).

#### *Stromzweig II:*

$$\begin{aligned} R_2 &= 350^\Omega & ; & & L_2 &= 0,05^H \\ R_3 &= 25^\Omega & ; & & R_4 &= 335^\Omega & ; & C_2 &= 2^{\mu F}. \end{aligned}$$

#### 2. Die $E'_a$ -Kurve.

Die Koeffizienten des Ausdruckes für  $\frac{Z'}{Z''}$  (Gleichung 20) werden:

$$\begin{aligned} R_2 + R_3 &= 350 + 25 = 375^\Omega, \\ R_4 C_2 (R_2 + R_3) + L_2 &= 335 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 375 + 0,05 = 0,301, \\ R_4 C_2 L_2 &= 335 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 0,05 = 0,335 \cdot 10^{-4}, \\ R_2 R_3 &= 350 \cdot 25 = 87,5 \cdot 10^2, \\ R_3 L_2 &= 25 \cdot 0,05 = 1,25, \end{aligned}$$

somit:

$$\begin{aligned} \frac{Z'}{Z''} &= \frac{-j(R_2 + R_3) + \{R_4 C_2 (R_2 + R_3) + L_2\} \omega + j R_4 C_2 L_2 \omega^2}{C_2 (R_2 R_3 \omega + j R_3 L_2 \omega^2)} \\ &= \frac{-j 375 + 0,301 \omega + j 0,335 \cdot 10^{-4} \omega^2}{2 \cdot 10^{-6} (87,5 \cdot 10^2 \omega + j 1,25 \omega^2)}. \end{aligned}$$

Wir konstruieren die  $\frac{Z'}{Z''}$  entsprechende Kurve 4ten Grades, indem wir von den durch Zähler und Nenner dargestellten Parabeln deren Spiegelbilder aufzeichnen und die geforderte Division graphisch für eine hinreichende Anzahl Parameterwerte durchführen. Mit Rücksicht auf die später anzustellende Betrachtung des Einflusses

<sup>10)</sup> Es ist auch hier  $E_a = E'_a \frac{Z'_{D,a}}{Z_0} = E'_a \frac{Z_2 + Z_3}{Z_2}$ .

verzerter Kurvenform der Speisespannung  $E$  sollen auch gleich die Kurvenstücke für  $3\omega$  und  $5\omega$  in die Konstruktion mit einbezogen werden.

Die graphische Division geschieht durch Division der absoluten Beträge von Vektoren des Zählers und des Nenners, denen derselbe Parameterwert zukommt, und durch Abtragen des Quotienten unter dem Winkel  $\varphi_Z - \varphi_N$  von der positiven reellen Axe aus. Nach der Verschiebung des Ursprunges um  $-1$  ergibt die punktweise Inversion mit Bezug auf  $O'$  als Inversionszentrum die  $E'_a$ -Kurve.

In Fig. 6 ist das Verfahren für die Werte:

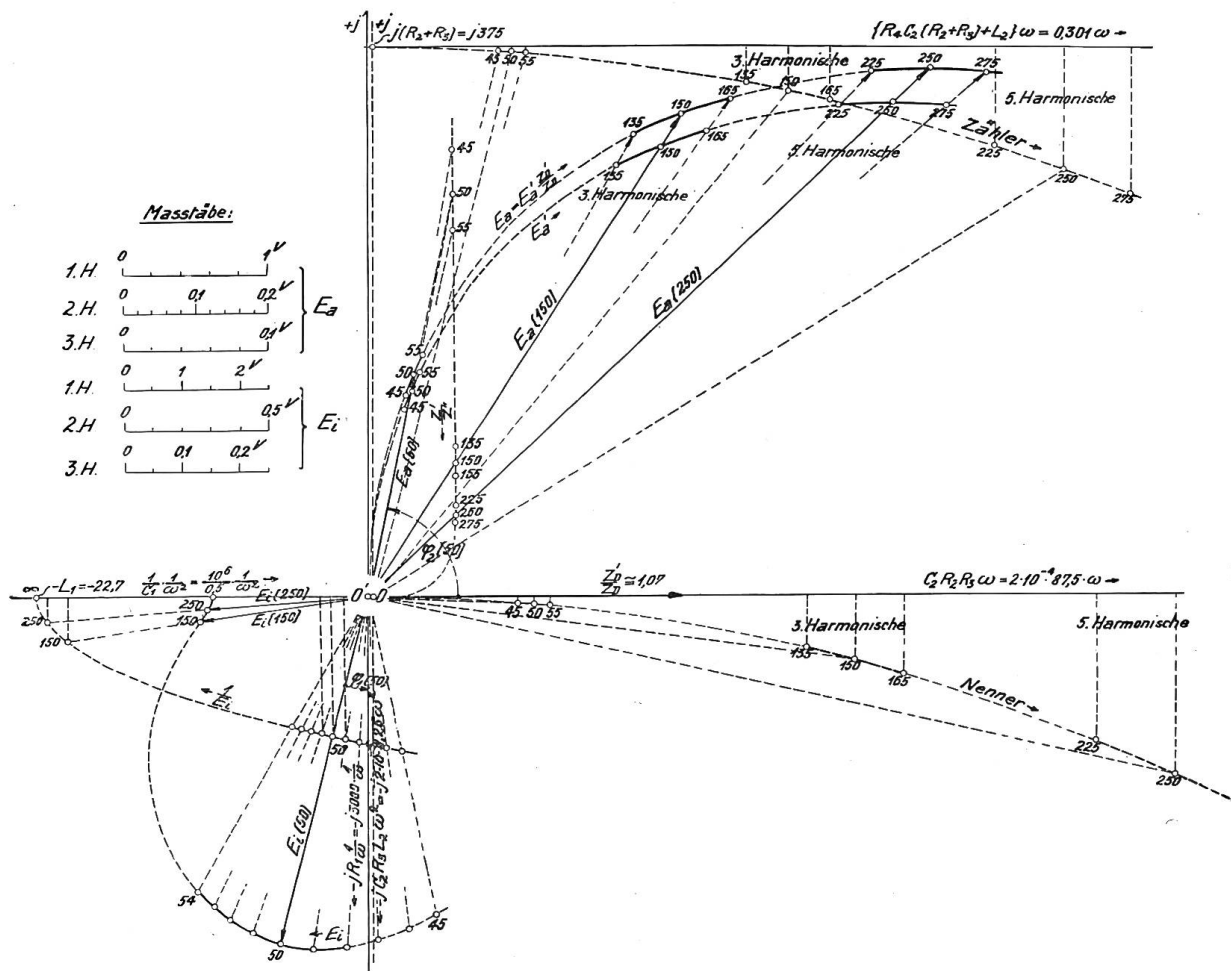


Fig. 6.

$$\omega = 2\pi \begin{cases} 45 & 50 & 55 \\ 3 \cdot 45 & 3 \cdot 50 & 3 \cdot 55 \\ 5 \cdot 45 & 5 \cdot 50 & 5 \cdot 55 \end{cases}$$

durchgeführt. Die zum Verständnis der Figur notwendigen Bezeichnungen und Massstäbe sind in jener eingetragen. Die schwache Krümmung der Kurve lässt uns für das Einzeichnen derselben in den in Betracht fallenden Zonen mit je drei Punkten auskommen. Die erforderlichen Zwischenwerte lassen sich mit genügender Genauigkeit interpolieren. Von der  $E'_a$ -Kurve gelangen wir zur  $E_a$ -Kurve durch Multiplikation mit dem komplexen variablen Faktor  $\frac{Z_2 + Z_3}{Z_2}$ .

Wir stellten die Bedingung, dass für  $\omega = 2\pi 50$  der Zeiger in der Mitte der Skala steht, dass somit  $\alpha = 0$ .

Im Ausdruck für: 
$$\alpha = \frac{E_a}{E_i} \frac{\cos(+\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3)}{\sin(-\varphi_3)}$$

muss somit: 
$$\cos(+\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3) = 0$$

oder: 
$$\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3 = \frac{\pi}{2}.$$

Da  $\varphi_2$  und  $\varphi_3 = \arctg \frac{\omega L_2}{R_2 + R_3}$  festgelegt und bekannt sind, so findet sich für  $\omega = 2\pi 50$ :

$$-\varphi_1 = \frac{\pi}{2} - \varphi_2 + \varphi_3.$$

Im vorliegenden Fall:

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{2} - \varphi_2 - \varphi_3 = 90 - 78 - 2,4 = 14,4^\circ$$

und: 
$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \operatorname{tg} 14,4^\circ = 0,2567.$$

Für den Stromzweig I gilt daher die Bedingung:

$$\frac{\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}}{R_1} = \operatorname{tg} \varphi_1 = 0,2567.$$

Der Selbstinduktionskoeffizient  $L_1$  der Feldwicklung betrage  $20^H$ . Auf Grund einer orientierenden Vorrechnung finden wir als passende Werte für:

$$R_1 = 3000^\Omega \quad \text{und für:} \quad C_1 = 0,5^{\mu F}.$$

Für  $L_1$  findet sich daher:

$$L_1 = \frac{R_1 \operatorname{tg} \varphi_1 + \frac{1}{\omega C_1}}{\omega} = \frac{3000 \cdot 0,2567 + 6370}{314} = 22,7^H.$$

Wir haben also eine zusätzliche Selbstinduktion von  $2,7^H$  der Feldwicklung vorzuschalten, um die gestellte Bedingung zu erfüllen (am zweckmässigsten eine Drosselspule mit Eisenkern und einstellbarem Luftspalt).

Für den Koeffizienten der gegenseitigen Induktion zwischen Feld- und Drehspule bezogen auf den Ablenkungswinkel  $\alpha = 1$  sei der Wert  $M_1 = 0,6^H$  experimentell gefunden. Wir haben damit alle zur Ermittlung der  $E_i$ -Kurve notwendigen Grössen. Es wird somit:

$$E_i = E \frac{M_1}{-L_1 + j R_1 \frac{1}{\omega} + \frac{1}{C_1} \frac{1}{\omega^2}} = 100 \frac{0,6}{-22,7 + j 3000 \frac{1}{\omega} + \frac{10^6}{0,5} \frac{1}{\omega^2}}.$$

Für die erforderliche Anzahl Werte von  $\omega$  zeichnen wir das dem Arbeitsgebiet entsprechende Spiegelbild des Teiles der Parabel, welche durch den Nenner dargestellt wird und invertieren punktweise ( $O'$  als Ursprung und Inversionszentrum) (Fig. 6).

Die graphische Bestimmung von  $\alpha$ ,  $E_R$  und  $I_D$  ist der Kleinheit der Winkel  $\varphi_3$  und der sich ergebenden schiefen Schnitte wegen nicht möglich.

Wir berechnen daher diese Grössen mit Hilfe der hierfür geltenden Formeln, ebenso das Drehmoment bezogen auf  $2\alpha = 1,57$  ( $90^\circ$ ).

Die nachstehende Tabelle gibt einen Ueberblick über die dem Diagramm entnommenen Bestimmungsstücke und die durch Rechnung gewonnenen Resultate.

$p$	$\omega$	$\varphi_1^0$	$\varphi_2^0$	$\varphi_3^0$	$\varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3$	$\cos(-\varphi_1 - \varphi_2 + \varphi_3)$	$\sin \varphi_3$	$E_a^V$	$E_i^V$	$E_R^V = E_a \frac{\cos(\varphi_1 + \varphi_2)}{\sin \varphi_3}$	$I_b^V = \frac{E_R}{Z_{D,a}}$	$a = \frac{E_a \cos(-\varphi_1 - \varphi_2 + \varphi_3)}{E_i \sin \varphi_3}$	$T_{190}$ cmg
48	301,4	4,0	78,4	2,32	74,6	+ 0,172	0,0405	1,467	6,00	+ 4,82	+ 0,0128	+ 1,04	0,305
49	307,7	9,4	78,2	2,36	85,18	+ 0,084	0,0412	1,497	6,075	+ 1,78	+ 0,0047	+ 0,503	0,32
50	314,1	14,4	78,0	2,40	90,0	$\pm 0$	0,0418	1,523	6,10	- 1,40	- 0,00374	$\pm 0$	0,33
51	320,3	19,3	77,8	2,44	94,27	- 0,0745	0,0425	1,558	6,075	- 4,05	- 0,0108	- 0,45	0,33
52	326,6	23	77,6	2,48	98,1	- 0,141	0,0432	1,560	6,00	- 6,87	- 0,0183	- 0,866	0,33

*Diskussion:* Trotzdem die aufgedruckte Spannung nie den Wert 0 annimmt, erhält man doch für einen zwischen 307,7 und 314,1 liegenden Wert von  $\omega$  Stromlosigkeit im Drehspulkreis, wo  $E_a$  durch  $aE_i$  kompensiert wird. Trägt man die Werte von  $a$  in einem rechtwinkligen Koordinatensystem auf, so erhält man ein Bild des Skalenverlaufes und unter Annahme eines nutzbaren Skalenbogens von  $2 \times 0,785$  ( $90^\circ$ ) gleichzeitig den Messbereich (Fig. 7). Derselbe reicht von 48,6 bis 51,8 Perioden. Das Drehmoment ist nicht für jeden Skalenwert gleich gross, denn es ist proportional  $\omega$  und  $E_i^2$ , so dass sich für die niedrigeren Periodenzahlen kleinere Werte für  $M_{90^\circ}$  ergeben. Der hohe Wert von  $R_i$  (3000  $\Omega$ ) lässt kein scharf ausgeprägtes Resonanzmaximum von  $I_F$  und damit auch von  $E_i$  zu, die Aenderung des Drehmoments bleibt daher nur gering. Der Wert von 0,33 cmg ist für ein Schalttafelinstrument mittlerer Grösse mit horizontal gelagerter Axe noch zulässig.

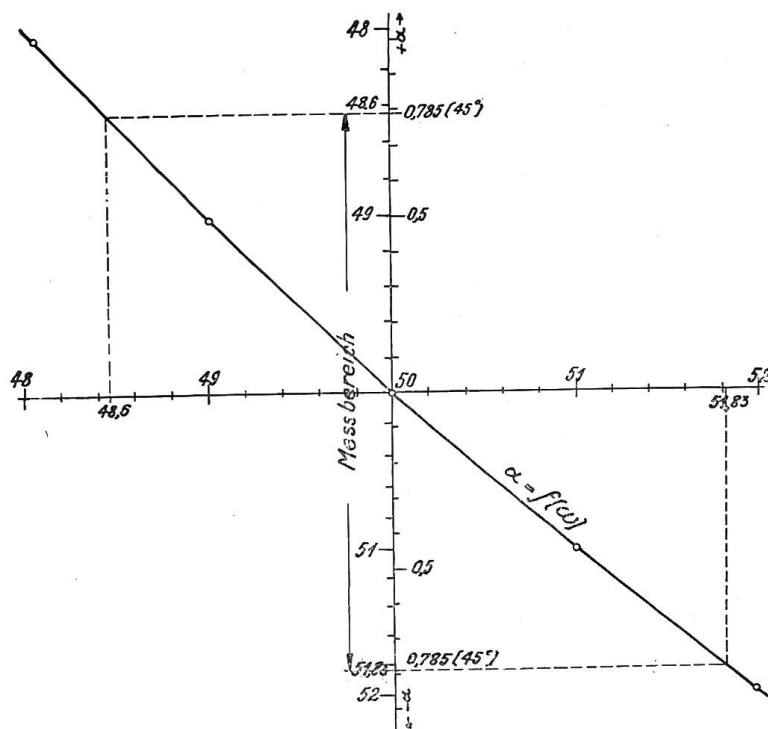


Fig. 7.

Wir erhalten somit bei einem verhältnismässig geringen Leistungsverbrauch (ca. 3,3 Watt im Stromzweig I und ca. 1,5 Watt im Stromzweig II) eine hohe Empfindlichkeit bei einem hinreichenden Drehmoment.

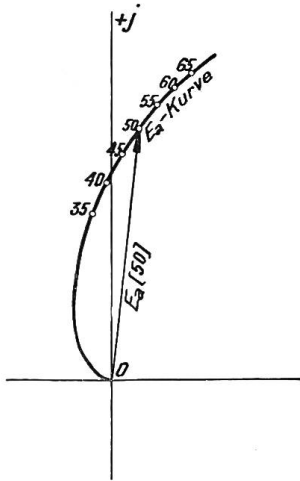


Fig. 8.

**Beeinflussung des Skalencharakters.** Eine grössere Gleichmässigkeit der Skala erreicht man durch Verwendung eines induktiven Nebenwiderstandes zur Drehspule ( $L_3 \neq 0$ ). Die  $E'_a$ -Kurve (Gleichung 17) biegt dann vom Ursprung ausgehend in den II. Quadranten aus (Fig. 8). Bei geeigneter Wahl der Konstanten des Stromzweiges II kann die Lage des Arbeitsgebietes so verschoben werden, dass  $a = f(\omega)$  nur unmerklich von einer Geraden abweicht. Fig. 9 stellt einen Frequenzmesser für Schalttafelmontage dar, welcher nach dieser Schaltung ausgeführt wurde. Sein Messbereich umfasst nur zwei Perioden (49–51 Perioden pro Sekunde). Die Abweichung von der Proportionalität ist kaum merklich.

**Die Fehlerquellen.** Die Temperaturabhängigkeit ist in erster Linie bedingt durch die Verschiedenheit der Temperaturkoeffizienten von Drehspule und Nebenwiderstand. Durch Kombination von Kupfer und Manganin als Widerstandsmaterial können Anwärm- und Temperaturfehler weit-

gehend heruntergedrückt werden.

**Die Abhängigkeit von der Kurvenform.** Die Verwendung von Kondensatoren in den beiden Stromzweigen lässt es zum vorneherein fraglich erscheinen, ob ein solcher Frequenzmesser, selbst als technisches Messinstrument, von den praktisch vorkommenden Kurvenformen der Speisespannung genügend unabhängig sei. Es ist deshalb von Interesse, die zu gewärtigenden Messfehler bei Gegenwart höherer Harmonischer an unserem Beispiel zu bestimmen.

Wir haben im Diagramm Fig. 6 bereits die  $E_a$ - und  $E_i$ -Kurve für die Parameterwerte  $3\omega$  und  $5\omega$  eingezeichnet und nehmen daher an, die Speisespannung enthalte die 3. und 5. Harmonische, wobei:

$$E_3 = 0,2 E_1 \text{ und } E_5 = 0,1 E_1,$$

was schon eine stark verzerrte Kurvenform bedingt. Bezeichnen  $E_1, E_3, \dots, E_k$  die Effektivwerte der einzelnen Harmonischen,  $a_1, a_3, \dots, a_k$  die beziehungsweisen Ausschlagswinkel, welche sich ergeben würden, wenn jede Harmonische für sich allein zur Wirkung käme,  $T_{i1}, T_{i3}, \dots, T_{i,k} \dots$  die beziehungsweisen Drehmomente, je bezogen auf den Ausschlagswinkel 1, so erhalten wir den resultierenden Ausschlagswinkel  $a_R$ :

$$a_1 T_{i,1} + a_3 T_{i,3} + \dots + a_k T_{i,k} = a_R (T_{i,1} + T_{i,3} + \dots + T_{i,k}),$$

$$a_R = \frac{1}{\sum_{k=1}^k (T_{i,k})} (a_1 T_{i,1} + a_3 T_{i,3} + \dots + a_k T_{i,k}).$$

Als Anzeigefehler ist die Differenz zwischen  $a_R$  und  $a_1$  zu bezeichnen oder bezogen auf den Sollwert  $a_1$ :

$$\varepsilon = \frac{a_1 - a_R}{a_1} = 1 - \frac{a_R}{a_1},$$

somit:

$$\varepsilon = 1 - \frac{1}{\sum_{k=1}^k (T_{i,k})} \left( T_{i,1} + \frac{a_3}{a_1} T_{i,3} + \dots + \frac{a_k}{a_1} T_{i,k} \right). \quad (23)$$

Für unser Beispiel finden wir aus dem Diagramm Fig. 6 bei  $\omega = 314,1$ :

$$\begin{aligned} E_{a,1} &= 1,424^V; & E_{a,3} &= 0,732^V; & E_{a,5} &= 0,492^V \\ E_{i,1} &= 6,1^V; & E_{i,3} &= 0,58^V; & E_{i,5} &= 0,275^V \end{aligned}$$

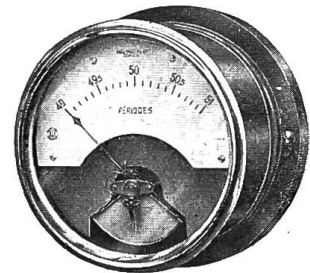


Fig. 9.

$$\begin{array}{lll}
\varphi_{1,1} = 14,4^0 & ; & \varphi_{1,3} = 81,9^0 & ; & \varphi_{1,5} = 85,6^0 \\
\varphi_{2,1} = 78^0 & ; & \varphi_{2,3} = 56,7^0 & ; & \varphi_{2,5} = 43^0 \\
\varphi_{3,1} = 2,4^0 & ; & \varphi_{3,3} = 7,17^0 & ; & \varphi_{3,5} = 11,8^0
\end{array}$$

und hieraus durch Rechnung:

$$\begin{array}{lll}
a_1 = 0 & a_3 = -6,66 & a_5 = -4,01 \\
T_{i,1} = 0,21 & T_{i,3} = -0,00188 & T_{i,5} = -0,000412 \text{ cmg} \\
a_1 T_{i,1} = 0 & a_3 T_{i,3} = -0,01251 & a_5 T_{i,5} = -0,00165 \text{ cmg}
\end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sum (T_{i,k}) = 0,22416 \\ \sum (a T_{i,k}) = -0,01416 \end{array} \right\} a_R = \frac{-0,01416}{0,22416} = -0,0632.$$

D. h. das Instrument zeigt, da  $a_1 = 0$ , einen Fehler von  $0,0632^{11)}$  nach der Seite der negativ zu rechnenden Ausschläge. Aus dem Skalenbild Fig. 7 finden wir, dass dies einer Abweichung vom Sollwert (50 Perioden) von ca. 0,12 Perioden entspricht.

Da die Resonanzkurve ziemlich flach verläuft, die Vektoren  $E_i$  der Grundwelle daher innerhalb des Messbereiches nahezu gleich gross sind, so wird sich über die ganze Skala ungefähr derselbe Messfehler ergeben.

Das gewonnene Resultat weist nun auch den Weg, die Abhängigkeit von der Kurvenform noch weiter zu verkleinern. Man erkennt, dass es zu diesem Zweck nötig ist, die  $E_i$ -Kurve so zu gestalten, dass die Vektoren  $E_{i,k}$  gegenüber dem Vektor  $E_{i,1}$  der Grundwelle möglichst klein werden. Dies trifft am besten zu bei möglichst scharf ausgeprägter Resonanzkurve, also bei tunlichst kleinem Widerstand  $R_i^{12)}$ .

Wir haben bei der Untersuchung des Frequenzmessers stillschweigend vorausgesetzt, dass sämtliche Konstanten weder von Spannungsschwankungen noch von der Periodenzahl beeinflusst werden. Bei zweckmässiger Dimensionierung der Eisenkerne der benützten Drosselspuln werden die Selbstinduktionskoeffizienten praktisch konstant sein, so dass eine genügende Unempfindlichkeit gegen Spannungsschwankungen erzielt werden kann.

Bei grösseren Messbereichen werden sich dagegen die Eisenverluste merklich mit der Periodenzahl ändern, so dass die den Verlustkomponenten entsprechenden Beträge der ohmschen Widerstände nicht mehr konstant sind. Dies hat praktisch keine Bedeutung. Es würde lediglich die Aufzeichnung des Diagramms erschweren, sofern man sich überhaupt die Mühe nehmen wollte, dasselbe in schärfste Uebereinstimmung mit den tatsächlichen Verhältnissen zu bringen.

## Weitere Anwendungen des Induktionsdynamometers.

### 1. Der Phasenvergleich.

Wir haben bei der Behandlung des Frequenzmessers gesehen, dass das Induktionsdynamometer auf Änderungen der Phasenverschiebungswinkel äusserst empfindlich anspricht. Dieser Umstand bietet die Möglichkeit, die Phasenverschiebungen zweier getrennter Spannungen, welche zu diesem Zweck konstant zu halten sind,

<sup>11)</sup> Im Bogenmass.

<sup>12)</sup> Keinath: Die Technik der elektrischen Messgeräte, 2. Auflage, Seite 407. Dasselbe Verhalten wird hier für einen Frequenzmesser ähnlicher Art experimentell nachgewiesen.



zu messen, und zwar weit genauer, als dies etwa mit einem elektrodynamischen Phasenmeter einer der bekannten Konstruktionen der Fall ist.

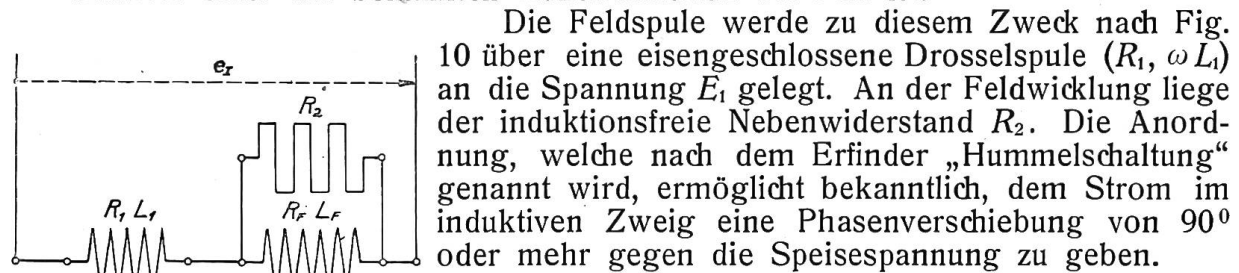


Fig. 10.

Die Feldspule werde zu diesem Zweck nach Fig. 10 über eine eisengeschlossene Drosselspule ( $R_1, \omega L_1$ ) an die Spannung  $E_1$  gelegt. An der Feldwicklung liege der induktionsfreie Nebenwiderstand  $R_2$ . Die Anordnung, welche nach dem Erfinder „Hummelschaltung“ genannt wird, ermöglicht bekanntlich, dem Strom im induktiven Zweig eine Phasenverschiebung von  $90^\circ$  oder mehr gegen die Speisespannung zu geben.

Der von der Spannung  $E_{II}$  gespeiste Stromkreis bestehe aus zwei induktionslosen Widerständen  $R_3$  und  $R_4$ ; im Nebenschluss zu letzterem liege die Drehspule ( $R_D, \omega L_D$ ).

Wählen wir als Bezugsrichtung die Spannung  $E_{II}$ , dann sind die Winkel  $\varphi_2$  und  $\varphi_3$  konstant und  $\varphi_1$  ist variabel.  $\varphi_1$  ändert sich mit der Phasenverschiebung  $\varphi_{II} - \varphi_1$  zwischen den Speisespannungen  $E_{II}$  und  $E_1$ . In der Gleichung für den Ausschlagswinkel des Instrumentes:

$$\alpha = \frac{E_a}{E_i} \frac{\cos(\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3)}{\sin \varphi_3}$$

ist daher  $\alpha$  ein Mass für  $\varphi_{II-I}$ . Es wird erwünscht sein, den Ausschlag 0 zu haben, wenn:

$$\varphi_{II-I} = 0.$$

Dann muss gelten:  $\cos(\varphi_{1,0} - \varphi_2 - \varphi_3) = 0$ ,

somit:  $\varphi_{1,0} - \varphi_2 - \varphi_3 = \frac{\pi}{2}$

oder:  $\varphi_{1,0} = \frac{\pi}{2} + \varphi_2 + \varphi_3$ ,

wo  $\varphi_{1,0}$  den Winkel  $\varphi_1$  für  $\varphi_{II-I} = 0$  bedeute. Da  $\varphi_2$  und  $\varphi_3$  bei der vorliegenden Schaltung sehr klein sind, so wird  $\varphi_{1,0}$  nur wenig grösser als  $\frac{\pi}{2}$  sein müssen. Diese Forderung ist mit der Hummelschaltung leicht zu verwirklichen.

$\varphi_{II-I}$  ändert sich proportional mit  $\varphi_1$ ; es gilt somit allgemein:

$$\mp \varphi_{II-I} = \mp \varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3 - \frac{\pi}{2}$$

oder:  $\mp \varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3 = \mp \varphi_{II-I} + \frac{\pi}{2}$ ,

somit ist:

$$\alpha = \frac{E_a}{E_i} \frac{\cos\left(\mp \varphi_{II-I} + \frac{\pi}{2}\right)}{\sin \varphi_3} = \frac{E_a}{E_i} \frac{\sin(\pm \varphi_{II-I})}{\sin \varphi_3} = k \sin(\pm \varphi_{II-I}). \quad (24)$$

Je nach Wahl der Konstanten der Stromkreise können wir die Empfindlichkeit der

Anordnung in weiten Grenzen verändern. Es seien z. B.  $E_i = 0,1 E_a$  und  $\sin \varphi_3 = 0,04$ , dann ist:

$$k = \frac{1}{0,1 \cdot 0,04} = 250.$$

Der Endausschlag  $\alpha = \pm 0,785$  wird erreicht für:

$$\sin(\varphi_{II-I}) = \frac{\pm 0,785}{250} = \pm 0,00314,$$

d. h. für:  $\varphi_{II-I} = \pm 0,18^\circ$ .

Die Erzielung einer so hohen Empfindlichkeit bedingt allerdings eine äusserst sorgfältige Kompensation aller Temperatureinflüsse, falls Empfindlichkeit und Messgenauigkeit in einem normalen Verhältnis zueinander stehen sollen. Man kann sich natürlich auch mit dem zehnten Teil dieser Empfindlichkeit begnügen.

Eine praktische Anwendung kann ein derartig empfindlicher Phasenvergleich etwa finden zur Bestimmung des Winkelfehlers eines Spannungswandlers durch Vergleich mit einem Normalwandler, dessen Winkelfehler bekannt ist.

## 2. Das Synchronoskop.

Der Phasenvergleich wird in der Messtechnik Synchronoskop genannt, wenn er dazu dient, den zeitlichen Verschiebungswinkel der Spannungen zweier Stromquellen zu messen, welche nahezu gleiche Periodenzahlen haben.

Bezeichnen  $\omega_I$  und  $\omega_{II}$  die Kreisfrequenzen der Spannungen  $E_I$  und  $E_{II}$  und sei die Richtung von  $E_{II}$  wiederum die Bezugsrichtung, so ist der mit  $\varphi_{II-I}$  bezeichnete Winkel eine zeitlich proportional mit der Differenz  $\omega_{II} - \omega_I$  wachsende Grösse.

Es ist:  $\varphi_{II-I} = (\omega_{II} - \omega_I) t$

somit:  $\alpha = \pm k \sin \{(\omega_{II} - \omega_I) t\}, \quad (25)$

d. h. der Zeiger des Instrumentes wird zwischen den Werten  $\pm k$  hin und her pendeln, sofern die Empfindlichkeit so eingestellt ist, dass  $k \leq \frac{\pi}{4}$  und die der Differenz  $\omega_{II} - \omega_I$  entsprechende Schwingungsdauer  $2\pi \frac{1}{\omega_{II} - \omega_I}$  gross ist gegenüber

der Eigenschwingung des beweglichen Systems. Für  $\alpha = 0$  ist  $\varphi_{II-I}$  entweder 0 oder  $180^\circ$ . Um das Instrument zum Synchronisieren und Parallelschalten zweier Wechselspannungen tauglich zu machen, müsste der Zeiger etwa nach dem Vorgange der Weston Co. durch eine auf „hell“ geschaltete Phasenlampe beleuchtet werden.

## 3. Das Induktionsdynamometer als Anzeigeinstrument zum magnetischen Spannungsmesser.

Nach Rogowsky<sup>13)</sup> besteht zwischen der magnetischen Spannung  $M_{1,2}$  auf dem Weg 1–2 und den Flusswindungen  $\Phi$  des magnetischen Spannungsmessers die Beziehung:

$$\Phi = k M_{1,2},$$

wo  $k$  die Konstante des Spannungsmessers bedeutet (gegeben durch dessen Windungszahl pro Längeneinheit und der Windungsfläche). Die EMK des Spannungsmessers ist dann:

$$e_m = - \frac{d\Phi}{dt} = -k \frac{dM_{1,2}}{dt}$$

<sup>13)</sup> Rogowsky, Archiv f. Elektrotechnik, Bd. 1, Seite 142 und 519.

und bei Sinusform der Feldstärke:

$$E_m = k \omega M,$$

wobei  $M$  über einen geschlossenen Umlauf des magnetischen Kreises zu nehmen ist. Schliesst man die Drehspule ( $R_D, L_D$ ) direkt an den magnetischen Spannungsmesser ( $R_m, L_m$ ) und die Feldwicklung an eine synchrone Wechselstromquelle (am besten an Drehstrom unter Zwischenschaltung eines Phasenschiebers), so wird der Ausschlag am Instrument:

$$\alpha = \frac{E_a}{E_i} \frac{\cos(-\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)}{\sin \varphi_3},$$

wo für  $E_a = E_m$  zu setzen ist. Da wir fremde Felderregung angenommen haben, so müssen zwei Bedingungen erfüllt werden, um  $\alpha = f(E_m)$  eindeutig festzulegen:

1. Muss der Feldstrom auf einen bestimmten Wert eingestellt und konstant gehalten werden.

2. Ist mittels des Phasenschiebers  $\cos(\varphi_1 - \varphi_2 - \varphi_3)$  auf stets denselben Wert, am zweckmässigsten auf 1, einzustellen.

Es wird dann: 
$$\alpha = \frac{E_m}{E_i \sin \varphi_3} = k_1 E_m = k_2 \omega M. \quad (26)$$

Wenn man  $E_i$  durch Verändern der Felderregung verschiedene Werte gibt, etwa:  $E_i = E_i; \frac{1}{2} E_i; \frac{1}{5} E_i \dots$ , so lassen sich entsprechende Messbereiche erzielen, die sich verhalten wie 1:2:5:...

Das Instrument kann unter den gemachten Voraussetzungen direkt in Amperewindungen geeicht werden.

Die in der Kurve der Feldstärke vorhandenen höhern Harmonischen bleiben bei sinusförmigem Strom in der Feldspule des Instrumentes unberücksichtigt (ähnlich wie beim Vibrationsgalvanometer).

Eine für die Messung unerwünschte Komplikation besteht in der Verwendung eines Phasenschiebers, welcher, sofern Drehstrom gleicher Frequenz zur Verfügung steht, durch drei Schieberwiderstände in bekannter Weise hergestellt werden kann. Ist eine besondere Maschine vorhanden, deren Tourenzahl verändert werden kann, so empfiehlt es sich, die Feldspule des Instrumentes asynchron zur Frequenz des Feldes, dessen Stärke gemessen werden soll, zu speisen und die Frequenz des Feldstromes etwas grösser oder kleiner einzustellen, so dass, analog dem Vorgang beim Synchronoskop, die für die Messung der Feldstärke massgeblichen grössten Ausschläge (die Umkehrpunkte) bequem abgelesen werden können. Ein Beispiel möge über die zu erwartende Messempfindlichkeit orientieren.

Es sei:  $k = 3 \cdot 10^{-6} {}^{14)} ; \quad \omega = 314 ; \quad R_m = 400 {}^\Omega$   
 $L_m = 0,1 {}^H ; \quad R_D = 130 {}^\Omega ; \quad L_D = 0,05 {}^H$

Dann wird:  $E_m$  pro Amperewindung:  $0,942 \cdot 10^{-3} \text{ V},$

ferner:  $\sin \varphi_3 \sim \operatorname{tg} \varphi_3 = \frac{47,1}{530} = 0,089.$

Vertikal gelagerte Systemaxe vorausgesetzt, darf als kleinstzulässiges Drehmoment bezogen auf  $90^\circ$  Ablenkung 0,02 cmg angenommen werden.

Aus der Beziehung für das Drehmoment rechnen wir die induzierte EMK  $E_i$  aus, welche einem Drehmoment von 0,02 cmg entspricht.

<sup>14)</sup> Entspricht etwa einem Spannungsmesser von  $3 \times 30$  mm Windungsfläche und 50 Windungen pro cm.

Es ist: 
$$T_{90^0} = 0,02 = a \frac{\pi^2 L_{D,m} 10^8}{4 \sqrt{2} f 9810 Z_D'^2} E_i^2 \text{ cmg, }^{15)}$$

woraus:

$$E_i = \sqrt{\frac{4 \sqrt{2} f 9810 Z_D'^2 T_{90^0}}{a \pi^2 L_{D,m} 10^8}} = \sqrt{\frac{4 \sqrt{2} \cdot 1,11 \cdot 9810 \cdot 283000}{1,57 \cdot 9,88 \cdot 0,15 \cdot 10^8}} = 1,22^v.$$

Wir erhalten somit pro Amperewindung einen Ausschlag:

$$\alpha_1 = \frac{0,942 \cdot 10^{-3}}{1,22 \cdot 0,089} = \frac{0,942}{108,8} = 0,00866,$$

oder im Winkelmaß:  $\alpha_1 \sim 0,495^0$ .

Bei einer Zeigerlänge von 100 mm ergibt dies an der Zeigerspitze gemessen einen Ausschlag von ca. 0,8 mm. Aus diesem Beispiel lässt sich ersehen, dass es möglich ist, mit einem magnetischen Spannungsmesser von annehmbaren Abmessungen am Induktionsdynamometer noch Feldstärken von 1–2 AW nachzuweisen.

Obschon das Instrument ziemlich abhängig von der Temperatur sein wird, kann es doch infolge seiner bequemen Transportfähigkeit und einfachen Aufstellung da von Nutzen sein, wo die Verwendung eines Spiegelgalvanometers für Wechselstrom nicht tunlich erscheint.

#### 4. Die Fernmeldung einer Drehbewegung.

Schliesst man die Feldspulen zweier Induktionsdynamometer *A* und *B* an dieselbe Spannung *E* und verbindet man die Enden der einen Drehspule mit denjenigen der andern, so beobachtet man einige bemerkenswerte Erscheinungen, die sich aus der Wechselwirkung der in den Drehspulen induzierten EMKe ergeben. Mit Hilfe der Beziehungen für Ausschlag und Drehmoment lassen sich dieselben leicht überblicken.

Wir denken uns zunächst die Drehspule des Instrumentes *A* um einen beliebigen Winkel  $\delta'$  aus der Nullage abgelenkt und bestimmen den Ausschlag  $\alpha''$ , welchen die Drehspule des Instrumentes *B* dadurch erfährt. Für *B* gilt:

$$\alpha'' = \frac{E''_a}{E''_i} \frac{\cos(-\varphi''_1 + \varphi''_2 + \varphi''_3)}{\sin \varphi''_3},$$

worin die aufgedrückte Spannung  $E''_a$  gleich ist der in der Drehspule von *A* induzierten EMK; somit  $E''_a = \delta' E'_i$ .  $E'_i$  ist gegen *E* um  $\varphi'_1 - \frac{\pi}{2}$  verschoben, daher  $\varphi''_2 = \varphi'_1 - \frac{\pi}{2}$ . Schliesslich ist  $\varphi''_3 \equiv \varphi'_3 = \varphi_3$ .

Es wird also:

$$\alpha'' = \delta' \frac{E'_i}{E''_i} \frac{\cos\left(\varphi''_1 - \varphi'_1 - \frac{\pi}{2} - \varphi_3\right)}{\sin \varphi_3} = \delta' \frac{E'_i}{E''_i} \frac{\sin(\varphi''_1 - \varphi'_1 - \varphi_3)}{\sin \varphi_3}. \quad (27)$$

Das Gegengleiche erhalten wir für den Ausschlag an *A*, wenn die Drehspule von *B* um  $\delta''$  abgelenkt wird:

$$\alpha' = \delta'' \frac{E''_i}{E'_i} \frac{\sin(\varphi'_1 - \varphi''_1 - \varphi_3)}{\sin \varphi_3}. \quad (28)$$

Da  $E'_i = \omega M' I_F$  und  $E''_i = \omega M'' I''_F$ , so wird unter Voraussetzung gleicher Instrumente:

$$\frac{E'_i}{E''_i} = \frac{I_F}{I''_F}.$$

<sup>15)</sup> Diese Beziehung für  $T_{90^0}$  ergibt sich unter Zuhilfenahme der Biot-Savartschen Formel aus Gleichung (6) (siehe Dissertation).

Sind den Feldwicklungen die induktionsfreien Widerstände  $R'$  beziehungsweise  $R''$  vorgeschaltet, so ist  $\varphi'_1 \geq \varphi''_1$  und  $I'_F \geq I''_F$  für  $R' \leq R''$ .

Wir bestimmen für verschiedene  $R''$  den Ausschlag für die Gleichgewichtslage des sich selbst überlassenen Instruments und stellen fest, ob und welches Drehmoment als Rückwirkung auf das durch die mechanische Kraft abgelenkte System ausgeübt wird.

Das Drehmoment, welches auf das abgelenkte System wirkt, finden wir wie folgt:

Es ist die im Drehstromkreis wirkende resultierende EMK  $E_R$  nach Gleichung (12) (Seite 551):  $E_R = E_a \frac{\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}{\sin \varphi_3}$ . Für das um  $\delta'$  abgelenkte System von  $A$  wird, wenn  $\alpha''$  den Ausschlag für das Gleichgewicht von System  $B$  bedeutet:

$$\begin{aligned} E'_R &= \alpha'' E''_i \frac{\cos\left(\varphi'_1 - \varphi''_1 - \frac{\pi}{2}\right)}{\sin \varphi_3} = \alpha'' E''_i \frac{\sin(\varphi'_1 - \varphi''_1)}{\sin \varphi_3} \\ &= \delta' E'_i \frac{\sin(\varphi''_1 - \varphi'_1 - \varphi_3) \sin(\varphi'_1 - \varphi''_1)}{\sin^2 \varphi_3}. \end{aligned}$$

Der Strom im Drehpulkreis wird:  $I'_D = \frac{E'_R}{Z'_D}$  und dessen elektrodynamische Wirkkomponente mit  $I'_F$ :

$$\begin{aligned} I'_{D,w} &= \frac{E'_R}{Z'_D} \cos(90 - \varphi''_1 + \varphi'_1) = \alpha'' \frac{E''_i}{Z'_D} \frac{\sin^2(\varphi'_1 - \varphi''_1)}{\sin \varphi_3} \\ &= \delta' \frac{E'_i}{Z'_D} \frac{\sin(\varphi''_1 - \varphi'_1 - \varphi_3) \sin^2(\varphi'_1 - \varphi''_1)}{\sin^2 \varphi_3}. \end{aligned}$$

Somit das Drehmoment:

$$\begin{aligned} T' &= k I_{D,w} I'_F = k \alpha'' \frac{E''_i \sin^2(\varphi'_1 - \varphi''_1)}{Z'_D \sin \varphi_3} I'_F \\ &= k \delta' \frac{E'_i}{Z'_D} \frac{\sin(\varphi''_1 - \varphi'_1 - \varphi_3) \sin^2(\varphi'_1 - \varphi''_1)}{\sin^2 \varphi_3} I'_F. \end{aligned} \quad (29)$$

Bei vertauschten Funktionen von  $A$  und  $B$  erhalten wir analog:

$$\begin{aligned} E''_R &= \alpha' E'_i \frac{\sin(\varphi''_1 - \varphi'_1)}{\sin \varphi_3} = \delta'' \frac{E''_i \sin(\varphi'_1 - \varphi''_1 - \varphi_3) \sin^2(\varphi''_1 - \varphi'_1)}{\sin^2 \varphi_3} \\ &= \alpha' \frac{E'_i}{Z'_D} \frac{\sin^2(\varphi''_1 - \varphi'_1)}{\sin \varphi_3} = \delta'' \frac{E''_i}{Z'_D} \frac{\sin(\varphi'_1 - \varphi''_1 - \varphi_3) \sin^2(\varphi''_1 - \varphi'_1)}{\sin^2 \varphi_3}, \\ T'' &= k \alpha' \frac{E'_i}{Z'_D} \frac{\sin^2(\varphi''_1 - \varphi'_1)}{\sin \varphi_3} I''_F = k \delta'' \frac{E''_i}{Z'_D} \frac{\sin(\varphi'_1 - \varphi''_1 - \varphi_3) \sin^2(\varphi''_1 - \varphi'_1)}{\sin^2 \varphi_3} I''_F. \end{aligned} \quad (30)$$

Aus diesen Beziehungen finden wir je nach den relativen Beträgen der Winkel  $\varphi'_1$ ,  $\varphi''_1$  und  $\varphi_3$  folgendes:

a)  $R' = R''$ , somit  $E'_i = E''_i$  und  $\varphi'_1 = \varphi''_1$ , für  $\pm \delta'$ :  $\alpha'' = \mp \delta'$ , ebenso für  $\pm \delta''$ :  $\alpha' = \mp \delta''$ ,  $T' = T'' = 0$  für jedes  $\delta$  und  $\alpha$ , d. h.: Wird das eine System um einen Winkel  $\pm \delta$  abgelenkt, so besteht für das andere System eine Gleichgewichtslage bei dem Ausschlag  $\alpha = \mp \delta$ . Eine Rückwirkung auf das mechanisch abgelenkte System ist nicht vorhanden. Sich selbst überlassen, verharren beide Systeme in dieser Lage.

Aus diesem Verhalten folgt als praktische Anwendung die Fernübertragung einer Zeigerbewegung: Durch die mechanische Kupplung eines beliebigen Instrumentes mit einem Induktionsdynamometer überträgt dieses den Ausschlag winkeltreu und ohne ein störendes Drehmoment auf das Geberinstrument auszuüben, auf ein zweites genau gleiches Instrument, welches sich in beliebiger Entfernung von jenem befinden kann. Das Geberinstrument hat lediglich die mechanischen Widerstände (Spitzenreibung in den Lagersteinen) der beiden Induktionsdynamometer zu überwinden.

Die Uebertragung der Zeigerstellung erfolgt mit einer gewissen Verzögerung, welche bedingt ist durch das Verhältnis der Richtkräfte von Geber einerseits und Uebertragungs- und Empfangsinstrument andererseits. Bedingung für das störungsfreie Funktionieren ist gleichbleibende Speisespannung für die Feldwicklungen der beiden Induktionsdynamometer und gute Temperaturkompensation, falls die Temperaturen am Geber- und Empfangsort verschieden sein können.

H. Abraham<sup>16)</sup> hat in seiner ersten Veröffentlichung über das Induktionsdynamometer eine Kunstschaltung (mittels Kondensator und Drosselspulen im Drehspulkreis) angegeben, mit welcher dieselbe Wirkung erzielt wird.

b)  $\varphi'_1 - \varphi''_1 = \varphi_3$ .

Für  $\pm \delta''$  werden  $\alpha'$  und  $T'' = 0$ , d. h. für beliebige Ablenkungen vom System von  $B$  bleibt das System von  $A$  in der Nullage, es wird von einem reinen elektro-dynamischen Blindstrom durchflossen. Eine Rückwirkung von  $A$  auf  $B$  findet nicht statt.

Dagegen ist für  $\pm \delta'$ :  $\alpha''$  und  $T' \leq 0$ , denn  $\varphi''_1 - \varphi'_1 - \varphi_3 = -2(\varphi'_1 - \varphi''_1)$ , d. h. das Drehmoment vom System von  $A$  wirkt der Ablenkung entgegen; sich selbst überlassen, kehrt es wieder in die Nullage zurück.

Das Gegengleiche tritt ein, wenn  $\varphi''_1 - \varphi'_1 = \varphi_3$ .

c)  $\varphi'_1 - \varphi''_1 < \varphi_3$ .

Für  $\pm \delta''$  werden  $\alpha'$  und  $T'' \leq 0$ . Der Ausschlag  $\alpha'$  erfolgt im entgegengesetzten Sinne wie die Ablenkung  $\delta''$ , das Drehmoment  $T''$  hat das Bestreben, das System von  $B$  wieder in die Nullage zurückzuführen. Ebenso werden für  $\pm \delta'$ :  $\alpha''$  und  $T' \leq 0$ , d. h. die Instrumente zeigen dasselbe Verhalten bei vertauschten Funktionen, mit dem Unterschied jedoch, dass für  $\delta' = \delta''$ :  $\alpha'' > \alpha'$ , da, abgesehen vom Vorzeichen:

$$\sin(\varphi''_1 - \varphi'_1 - \varphi_3) > \sin(\varphi'_1 - \varphi''_1 - \varphi_3)$$

(auch abgesehen vom Verhältnis  $\frac{E''_i}{E'_i}$ ).

Wird das Verhältnis  $\frac{E''_i}{E'_i}$  sehr gross gemacht, was durch geeignete Wahl der Konstanten der Stromkreise

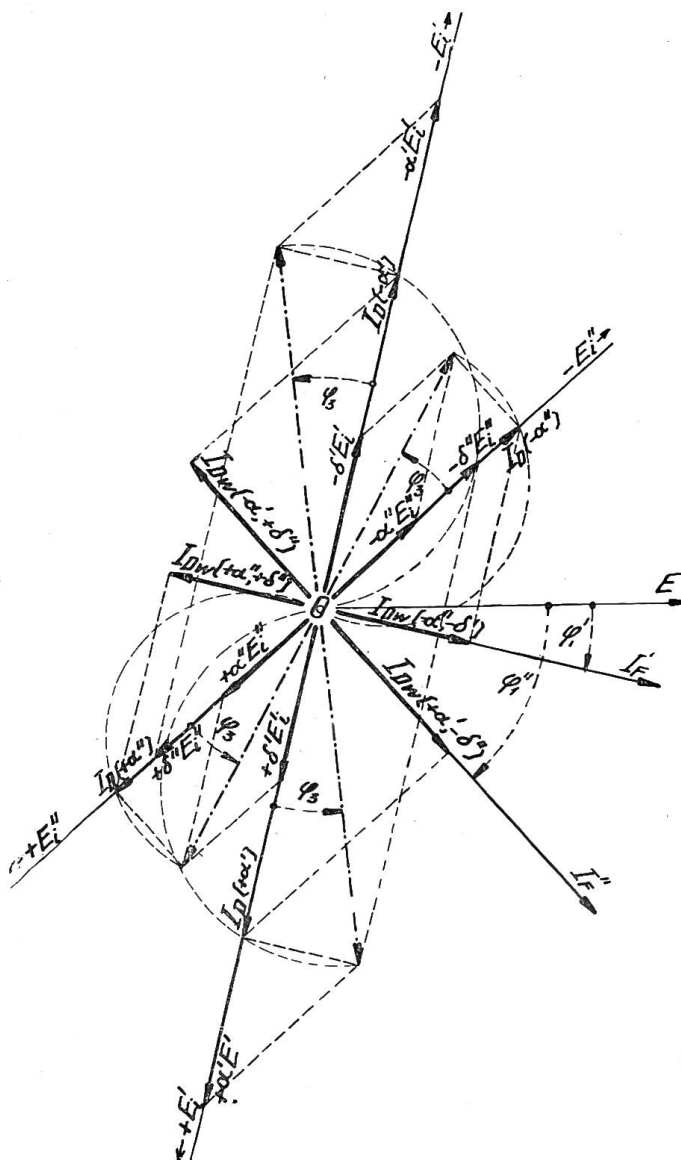


Fig. 11.

<sup>16)</sup> H. Abraham loc. cit.



immer möglich ist, so kann mit dem System von  $B$  als Geber, gekuppelt etwa mit einer sich nur um einen kleinen Winkel verdrehenden Axe, dieser Winkel entsprechend vergrößert, mit dem System von  $A$  als Anzeiginstrument gemessen werden.

$$d) \varphi'_1 - \varphi''_1 > \varphi_3.$$

Für  $\pm \delta''$  werden  $\alpha'$  und  $T'' \geq 0$ . Der Ausschlag  $\alpha'$  erfolgt im gleichen Sinne wie die Ablenkung  $\delta''$  und das Drehmoment  $T''$  hat das Bestreben, das System von  $B$  weiter abzulenken. (Siehe Fig. 11).

Dagegen finden wir, dass für  $\pm \delta'$ :  $\alpha''$  und  $T' \leq 0$ . Der Ausschlag  $\alpha''$  erfolgt hier wiederum (wie im Falle  $c$ ) im entgegengesetzten Sinne wie die Ablenkung  $\delta'$ , das Drehmoment  $T'$  führt das System von  $A$  wieder in die Nullage zurück.

Bleiben die beiden Systeme sich selbst überlassen, so bedingt diese Anomalie ein selbsttätiges Schwingen der beiden Zeiger um die Nullage, welche einem Beharrungszustand zustrebt, der gegeben ist durch den Unterschied zugehöriger Ausschläge  $\delta$  und  $\alpha$  und der damit verknüpften Verschiedenheit der bezüglichen Drehmomente und Schwingungszeiten.

Bringt man beide Systeme in der Nullage zur Ruhe, so genügt der kleinste Anstoss (eine Erschütterung oder eine Luftbewegung) um den Schwingungsvorgang einzuleiten, welcher in kurzer Zeit seinen Beharrungszustand erreicht. Zwei Induktionsdynamometer in dieser Schaltung bilden ein anschauliches elektromechanisches Modell, um den Vorgang in einem durch Ionenstoss erregten elektrischen Schwingungskreis zu zeigen.

### Schlussbemerkung.

Nachdem wir die technischen Anwendungsmöglichkeiten des Induktionsdynamometers behandelt haben, wollen wir zum Schluss auf die zweckmässigste Konstruktion des Instrumentes eintreten.

Wir können uns dabei kurz fassen, denn in der Literatur<sup>17)</sup> finden sich über die ferrodynamischen Instrumente, welche sich ja in konstruktiver Hinsicht grundsätzlich nicht vom Induktionsdynamometer unterscheiden, zahlreiche Vorschläge und Beschreibungen. Es sei vor allem auf das Buch über die Technik der elektrischen Messgeräte von Keinath hingewiesen, welches ausführliche Daten und Berechnungen enthält (Seiten 204–210, 2. Auflage).

Der Schwerpunkt eines guten Instrumentes liegt in der zweckmässigen Gestaltung des Eisenkörpers, um bei bequemer Herstellung einen möglichst streuungsfreien Kraftlinienweg zu erzielen.

Dies wird am besten erreicht durch einen konzentrisch zum Kern angeordneten lamellierten Eisenring, in dessen Nuten die Feldwicklung eingesetzt ist.

Die Hufeisenform ergibt einen bedeutenden Streuverlust, ermöglicht aber andererseits eine erheblich grössere Zahl von Windungen unterzubringen, so dass deren Anwendung in gewissen Fällen geboten sein kann.

<sup>17)</sup> Namentlich auch in der einschlägigen Patentliteratur.