

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke
Band: 17 (1926)
Heft: 9

Artikel: Frequenz des Blitzes
Autor: Rump, Sigurd
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1059808>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 22.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

wesentlich grösser sein, als er im Jahre 1924 war. Da die Bahnen für die Kohlentransporte billigere Sätze als für andere Güter gewähren, ist die Rheinschiffahrt für die andern Transportgüter in höherem Masse konkurrenzfähig.

Aus der Darstellung in Fig. 10, die nur ein Beispiel für eine bestimmte Güterart und für ein bestimmtes Jahr betrifft, geht immerhin die wirtschaftliche Bedeutung der Rheinschiffahrt für unsere Massengütereinfuhr hervor, und zwar nicht nur des Basler Hafens und der obersten Rheinstrecke, sondern auch der übrigen Abschnitte und Umschlagshäfen.

Frequenz des Blitzes.

Mitteilung aus dem Versuchslkal für technisch-wissenschaftliche Forschung der A.-G. Brown, Boveri & Cie. in Baden (Schweiz) von Sigurd Rump (zur Zeit in Camden, U.S.A.).

621.319.82 (004)

Die Ueberlegungen und Ableitungen des Autors deuten darauf hin, dass die aequivalente Frequenz einer Entladung einer Gewitterwolke oder die sogenannte Blitzfrequenz im allgemeinen grösser sein wird als ca. 33000 resp. 85000 $\frac{1}{sec}$.

Die in der Literatur bekanntgegebenen Messungen zeigen, dass auch Entladungen mit kleinerer Geschwindigkeit vorkommen und es ist wahrscheinlich, dass solche mit sehr verschiedenen Geschwindigkeiten auftreten können. Diejenigen, die sich langsam abspielen, sind aber weniger gefährlich für Hochspannungsanlagen und also von weniger Interesse für die Hochspannungstechnik.

Die durchgerechneten Beispiele basieren auf Messungen, die ergänzungsbefügt sind. Die gefundenen Zahlen dürfen jedoch einen Anhaltspunkt über die mögliche Blitzfrequenz geben.

Les considérations et déductions de l'auteur indiquent que la fréquence équivalente à la décharge d'un nuage orageux autrement dit la fréquence de la foudre, est en général supérieure à env. 33000 resp. 85000 $\frac{1}{sec}$.

Les mesures signalées dans la littérature montrent qu'il peut se produire aussi des décharges à vitesse plus petite. Il est probable que des décharges de vitesses extrêmement différentes peuvent prendre naissance. Mais les décharges lentes sont moins dangereuses pour les installations à haute tension, et présentent par conséquent un intérêt moindre pour la technique.

Les exemples calculés reposent sur des mesures qui demandent à être complétées. Toutefois les chiffres obtenus sont susceptibles de donner une idée de la fréquence possible de la foudre.

I. Einleitung.

Es ist eine bekannte Tatsache, dass Blitzentladungen Ueberschläge in Hochspannungsfreileitungsnetzen verursachen. Dem Elektrotechniker wird die Frage gestellt: wie kommen diese zustande und wie können sie verhindert werden.

Von vielen Forschern sind Messungen gemacht und Theorien aufgestellt worden, ohne dass es gelungen ist, eine absolute Antwort zu geben.

Dass eine Blitzentladung eine elektrische ist, wurde schon durch Franklin im Jahre 1752 nachgewiesen, aber wie diese sich abspielt, d. h. Dauer, Grösse, Ausdehnung etc. ist immer noch mehr oder weniger offen. Für den Elektrotechniker ist besonders die Dauer einer Blitzentladung oder die sog. Blitzfrequenz von Interesse, indem dies den Schlüssel zur Wahl eines geeigneten Schutzmittels gibt.

Die Grösse der Feldänderung dürfte durch die Messungen von Norinden in Upsala einigermassen bekannt sein¹⁾.

Ueber die Dauer und den zeitlichen Verlauf der Entladung hat der gleiche Forscher sowie Watson Watt²⁾ oszillographische Messungen gemacht. Sie sind zu dem Resultat gekommen, dass die Entladungen relativ langsame Vorgänge sind.

Erfahrungen mit elektrischen Freiluftanlagen zeigen, dass die Ueberschläge meistens unter der Gewitterwolke auftreten. Die Blitzüberspannungen müssen demnach eine lokale Erscheinung sein. Der Entladevorgang selbst braucht aber eine gewisse Zeit, d. h. er muss sich mit einer endlichen Geschwindigkeit abspielen. Anderseits vollzieht sich auch die Ableitung der Ueberspannung an entferntere Netzteile mit einer bestimmten und bekannten Geschwindigkeit. Es entsteht so die Frage:

¹⁾ Norinden, Teknisk Tidskrift 1923, Seite 184 (Stockholm).

²⁾ Watson Watt, Wireless World and Radio Review, London 1923, Seite 601.

Wie rasch muss die Entladung einer Gewitterwolke vor sich gehen, damit trotz der Ableitung der Ueberspannung durch das Netz die lokale Ausdehnung des Ueberspannungsgebietes erklärlich ist. Diese Frage möchte der Verfasser im folgenden zu beantworten versuchen.

Zur Lösung der Aufgabe müssen gewisse Voraussetzungen gemacht werden, wobei auf die in der Literatur bekanntgegebenen Messungen aufgebaut wird. Dabei wird sich gleichzeitig herausstellen, ob diese Messresultate den beobachteten Tatsachen genügen können.

II. Voraussetzungen.

A. Zeitlicher Verlauf der Feldänderung.

Ueber diese Frage sind in der Literatur viele Meinungen vertreten worden. Norinden³⁾ behauptet, dass der Vorgang rein aperiodisch ist und erklärt ihn durch den grossen Widerstand in der Blitzbahn. Watt⁴⁾ hat Oszillogramme von den Feldänderungen aufgenommen. Diese zeigen teils einen aperiodischen und teils einen periodischen aber sehr stark gedämpften Verlauf. Toepler⁵⁾ hält einen aperiodischen Verlauf als den wahrscheinlicheren.

Nach der Auffassung von Toepler ist die Ladung einer Gewitterwolke in den einzelnen Wassertropfen akkumuliert. Früher wurde allgemein angenommen, dass die Wolken als geladene leitende Körper auftreten. Dies kann für eine kritische Untersuchung wahrscheinlich nicht aufrecht erhalten werden, indem die Wolken aus einzelnen Tropfen bestehen, welche sich nicht berühren. Das Wasser der Tropfen ist zudem ganz rein und besitzt somit eine kleine Leitfähigkeit. Wenn die Wolke sich entlädt, muss demnach der ganze Raum der Wolke durchschlagen, d. h. ionisiert werden.

Damit eine oszillatorische Entladung stattfinden kann, muss die Wolke während des ganzen Vorganges ionisiert, bzw. leitend bleiben, da sie nur so die rückflutende Ladung wieder aufnehmen kann. Nach der ersten Entladung wird aber wahrscheinlich die Ionisation, wenn nicht ganz, so doch sehr stark zurückgegangen sein, wodurch der Vorgang unterbrochen wird. Dies stimmt auch mit der Auffassung von Toepler überein.

Die Annahme eines aperiodischen Entladevorganges dürfte jedenfalls der Wirklichkeit am nächsten kommen.

Wenn ein Leitungsstück unter der Einwirkung einer Gewitterwolke steht, so muss eine gewisse Ladung auf demselben gebunden sein. Bei der Entladung der Wolke wird diese Ladung frei und erzeugt eine Ueberspannung auf der Leitung⁶⁾. Setzen wir die pro Längeneinheit der Leitung gebundene Ladung gleich Q_{\max} , so muss diese nach dem gleichen Gesetz freigegeben werden, wie die Entladung der Wolke erfolgt.

Um das Problem mathematisch zu fassen, wird dieses Gesetz gleich:

$$q = Q_{\max} (1 - e^{-at}) \quad (1)$$

angenommen, wo q die z. Z. t (in sec.) pro Längeneinheit der Leitung freigewordene Ladung, e Grundzahl der natürlichen Logarithmen und a die Zeitkonstante der Entladung ist (die Entladung beginnt zur Zeit $t = 0$).

Betrachten wir ein Leitungsstück, das ganz unter der Einwirkung der Wolke steht, so wird die auf diesem Stück entstehende Ueberspannung:

$$e_0 = \frac{q}{C} = \frac{Q_{\max}}{C} (1 - e^{-at}) = E_{\max} (1 - e^{-at}), \quad (2)$$

wo C die Kapazität gegen Erde pro Längeneinheit der Leitung ist.

³⁾ Siehe Anmerkung 1.

⁴⁾ Siehe Anmerkung 2.

⁵⁾ Toepler: Vortrag in der 224. Sitzung des Dresdener Elektr. Vereins, 22. Februar 1917.

⁶⁾ Roth: BBC-Mitteilungen 1921, Seite 73.

Rump: BBC-Mitteilungen 1922, Seite 234 und 254.

Haben wir eine sinusförmig verlaufende Spannung:

$$e = E_{\max} \sin 2\pi f t,$$

so ist:

$$\frac{de}{dt} = 2\pi f E_{\max} \text{ zur Zeit } t = 0.$$

Bei obigem angenommenem Verlauf (2) der Feldänderung ist für $t = 0$:

$$\frac{de}{dt} = \alpha E_{\max},$$

d. h. im ersten Moment der Entladung entspricht α der Kreisfrequenz einer sinusförmig verlaufenden Spannung. In Uebereinstimmung damit wird unter Blitzfrequenz $\frac{\alpha}{2\pi}$ verstanden.

In den bisher in der Literatur aufgestellten Theorien über das Entstehen einer Gewitterüberspannung auf einer Freileitung wird auch nur mit einer einmaligen Feldänderung gerechnet. Diese Voraussetzung erfordert also, um die Ueberspannungen zu erklären, keine Modifikation dieser Theorien.

Die Funktion der Entladung ist recht willkürlich gewählt. Es wäre auch denkbar, dass die Entladungen zuerst langsam, dann rascher und nachher wieder langsam verlaufen würden. Die oben angesetzte Funktion kann jedoch immer so gewählt werden, dass sie sich dem wirklichen Verlauf anpasst, so dass die gewonnenen Resultate den wirklichen Verhältnissen praktisch entsprechen.

B. Räumliche Ausdehnung der Feldänderung.

In Empfangsanlagen für drahtlose Telephonie und Telegraphie sind sehr weit entfernte Blitzschläge bemerkbar, ein Zeichen dafür, dass die bei einem Blitzschlag entstehende Feldänderung sehr ausgedehnt ist. Diese Feldänderung ist am stärksten in der Nähe des Blitzes und nimmt dann schnell ab. Norinden untersuchte, wie weit die Feldänderung zweier Orte bei einem Gewitter in gegenseitigem Zusammenhange stehe. Er fand, dass bei Orten in 10 km Entfernung ein Zusammenhang nicht oder nur sehr schwach existiere. Dagegen zeigten Orte in 2 km Abstand eine gewisse Ähnlichkeit der Feldänderung, woraus zu schliessen ist, dass diese Feldänderung durch ein und denselben Blitzschlag verursacht wurde.

Wilson⁷⁾ berechnete das Feld über dem Erdboden, indem er eine konzentrierte Ladung von 20 Coulomb in verschiedener Höhe annahm. Die Ergebnisse seiner Rechnungen sind aus Fig. 1 ersichtlich. Er nimmt die Projektion des Ladezentrums auf die Erde als Ausgangspunkt und bestimmt das Feld pro m Höhe über dem Erdboden als Funktion des Abstandes von diesem Projektionspunkte. Es ist ersichtlich, dass das Feld und damit die bei einer Entladung entstehende Feld-

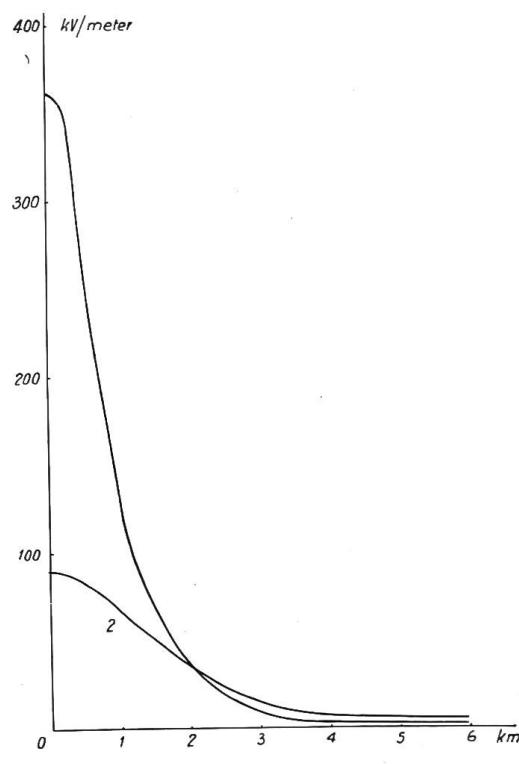


Fig. 1.

Spannungsgradient über Erdboden, hervorgerufen durch eine konzentrierte Ladung von 20 Coulomb, in verschiedener Höhe über Erdboden.

1 = Ladezentrum 1 km über Erdboden.
2 = Ladezentrum 2 km über Erdboden.

⁷⁾ Phil. Trans. Roy. Sec., London 1920, A 221, Seite 88.

änderung sehr rasch abnimmt. Daraus geht hervor, dass für die Einwirkung auf eine Freileitung ein beschränkter Raum von ca. 2 km im Durchmesser angenommen werden kann. In anderen Worten, eine Kraftleitung wird praktisch nur auf eine Strecke von ca. 2 km induziert. Um den Einfluss der Ausdehnung der Feldänderung anschaulich zu machen, sollen einige Beispiele mit dem extremen Wert von 5 km induzierter Leitung gerechnet werden.

Es wird dabei angenommen, dass die Feldänderung innerhalb des angenommenen Raumes überall gleich ist und die weiter unter C angenommene maximale Grösse hat. Diese Annahme ist nach dem oben gesagten zulässig und ermöglicht eine mathematische Behandlung des Problemes.

C. Grösse der Feldänderung.

Bei der Entladung einer Gewitterwolke wird eine Feldänderung über der Erde stattfinden. Wie in Abschnitt A erwähnt, induziert diese eine Ueberspannung in der Freileitung, indem die auf der Freileitung durch die Gewitterwolke gebundene Ladung frei wird. Die Höhe der so erzeugten Ueberspannung entspricht naturgemäß der Feldänderung im Raume um die Leitung. Je nach der Entfernung des Blitzes wird sich diese Feldänderung zwischen 0 und einem Maximalwert ändern, der durch die Durchschlagsfestigkeit der Luft begrenzt wird. Für grosse Schlagweiten nimmt die mittlere Durchschlagsfeldstärke ab. In der Hochspannungstechnik muss in den meisten Fällen mit einer mittleren Durchschlagsfeldstärke der Luft von ca. 6 kV/cm gerechnet werden. Für die bei einer Blitzentladung in Frage kommenden Schlagweiten und Spannungen dürfte es richtig sein, diese Zahl noch kleiner zu wählen. Norinden⁸⁾ hat als grösste Feldänderung 1,5 kV/cm oder 150 kV/m gemessen. Diese Grösse ist vielleicht nicht als die absolut maximale anzunehmen, sie dürfte aber einen sehr wahrscheinlichen Wert darstellen. Toepler kommt zu einer Feldstärke von höchstens 5 kV/cm oder 500 kV/m⁹⁾.

Diese niedrigen Werte werden dadurch erklärt, dass die Entladungen in der Höhe anfangen, wo event. eine lokale Feldstärke vielleicht grösser und die Festigkeit der Luft kleiner ist. Nach Ansicht der Verfasser ist eine maximale Feldänderung von ca. 150 kV/m oder ca. 100 kV (eff.) (d. h. $\frac{\text{Maximalwert}}{\sqrt{2}}$) als wahrscheinlichster Wert zu betrachten. In vorliegender Arbeit soll demnach damit gerechnet werden. Als Beispiel wird der Extremwert von 400 kV/m oder 280 kV (eff.) pro m angenommen, um den Einfluss der Grösse der Feldänderung zu zeigen.

In folgendem wird überall mit $\frac{\text{Maximalwerten}}{\sqrt{2}}$ gerechnet, um die Feldänderung direkt mit der Ueberschlagsspannung eines Isolators vergleichen zu können. Diese Ueberschlagsspannung bezieht sich wie bekannt auf den effektiven Wert der sinusförmigen Spannung, bei welcher der Isolator überschlägt.

Einfluss des Erdseiles auf die Feldänderung über einer Freileitung.

Bei Verwendung des Erdseiles wird eine Freileitung mehr oder weniger gegen die Kraftlinien einer Gewitterwolke abgeschirmt. Dadurch wird die Feldänderung um die Kraftleitung bei einer Blitzentladung entsprechend reduziert. Die Reduktion der Feldänderung lässt sich nur schwer berechnen. Peek (jun.)¹⁰⁾ hat aber Messungen an einem Modell gemacht und findet, dass die Reduktion durch ein Erdseil ca. 50% beträgt. Diese Messung stimmt einigermassen mit der Ueberschlagsrechnung überein. Da aber eine Messung, obwohl nur an einem Modell, den zuverlässigeren Wert gibt, soll dieser zu Grunde gelegt werden.

⁸⁾ Siehe Anmerkung 1.

⁹⁾ Siehe Anmerkung 5.

¹⁰⁾ Peek (jun.), A.I.E.E. 1924, Seite 697.

Die Grösse der induzierten Spannung wird nur dann durch das Erdseil reduziert, wenn es häufig, d. h. an jedem Mast geerdet ist. Erfolgt die Erdung nur in grösseren Abständen, z. B. 1 bis 2 km, so ist das Erdseil weniger wirksam, da es sich dann auf der Strecke zwischen 2 Erdungen ähnlich verhält wie ein Draht der Leitung selbst.

Auf einem Leitungsstück, das h Meter über dem Boden geführt und ganz unter der Einwirkung einer Gewitterwolke steht, muss eine totale Ueberspannung von $E_{\max} = h \alpha$ der Feldänderung pro m entstehen (vergl. A (2)).

D. Zusammenfassung der Annahmen.

Die bei einer Blitzentladung entstehende Feldänderung ist aperiodisch, d. h. es wird nur mit einer einmaligen Änderung gerechnet. Die dadurch auf einer Freileitung induzierte Spannung verläuft nach dem Gesetz:

$$e = E_{\max} (1 - e^{-at}).$$

Die maximale Feldänderung über einer Freileitung beträgt:

100 kV (eff.) pro Meter Mastenhöhe,

in extremen Fällen wird mit 280 kV (eff.) pro Meter gerechnet.

Die Feldänderung ist räumlich beschränkt, d. h. das sich unter Einwirkung einer Gewitterwolke befindende Leitungsstück ist in seiner vollen Länge gleichmässig induziert und hat eine Ausdehnung von 2 km. In extremen Fällen wird mit 5 km gerechnet.

Die Grösse der Feldänderung sowie die Ausdehnung derselben ist aus der Literatur am besten bekannt, da für diese Grössen mehrere Messungen vorliegen.

Dagegen ist die Blitzfrequenz ($= \frac{\alpha}{2\pi}$) nicht bekannt, indem nur wenige Messungen gelungen sind. Es scheint also angezeigt, die zur Erklärung der in Anlagen vorkommenden Ueberschläge nötige minimale Blitzfrequenz an Hand der besser bekannten andern Konstanten der Blitzentladungen zu berechnen.

III. Entstehen der Ueberspannungen auf Kraftleitungen in Funktion der maximalen Feldänderung und Geschwindigkeit derselben.

A. Entstehen der Ueberspannung und Gesetz derselben.

Betrachten wir ein Leitungsstück, welches unter Einwirkung einer Gewitterwolke steht, so wird bei Entladung der letzteren auf die Leitung eine Ladung freigegeben. Laut II, A (1) ist der zeitliche Verlauf:

$$q = Q_{\max} (1 - e^{-at}) \quad (1)$$

und die auf der Leitung entstehende Ueberspannung:

$$e_0 = E_{\max} (1 - e^{-at}). \quad (2)$$

Ist die Leitung nicht begrenzt, sondern in beiden Richtungen unendlich ausgedehnt, so wird die Ladung und damit die Ueberspannung während der Entladung dauernd weggeführt, so dass die Ueberspannung der Leitung nach einem andern Gesetz als (2) verlaufen muss.

Zu der Zeit t ist die Ladung q_t frei geworden und zu der Zeit $t + \Delta t$ die Ladung $q_{t+\Delta t}$, d. h. während der Zeit Δt ist die freigewordene Ladung:

$$\Delta q_t = q_{t+\Delta t} - q_t,$$

oder nach (1): $\Delta q_t = Q_{\max} (1 - e^{-a(t+\Delta t)}) - Q_{\max} (1 - e^{-at}),$

$$\Delta q_t = Q_{\max} (1 - e^{-a\Delta t}) e^{-at}. \quad (3)$$

Ist Δt klein, so kann von der abgeföhrten Ladung abgesehen werden. Die Änderung der Spannung des sich unter der Gewitterwolke befindenden Leitungsstückes wird demnach laut Formel (2):

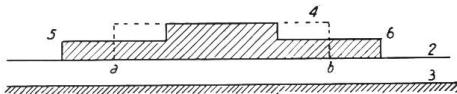


Fig. 2.

- 1 = Wolke.
- 2 = Leitung.
- 3 = Erde.
- 4 = freigewordene Ladung.
- 5 u. 6 = abgeföhrte Ladungen.
- a-b = induziertes Leitungsstück.

$$\Delta e_{0t} = E_{\max} \varepsilon^{-at} (1 - \varepsilon^{-a\Delta t}). \quad (4)$$

Gemäss der Theorie der Wanderwellen wird sich diese lokale Spannung an beiden Seiten ausbreiten, und zwar je zur Hälfte nach beiden Seiten. Die Höhe dieser abfließenden Spannungs wellen ist:

$$\Delta e_t = \frac{1}{2} \Delta e_{0t} = \frac{1}{2} E_{\max} \varepsilon^{-at} (1 - \varepsilon^{-a\Delta t}). \quad (5)$$

Dies ist in Fig. 2 dargestellt.

Der zeitliche Verlauf der Spannung e_t im Punkt a (Fig. 2) wird infolgedessen durch die Summe aller Δe_t für das Zeitintervall $t = 0$ bis $t = t$ gegeben oder:

$$e_t = \sum_{t=0}^{t=t} \Delta e_t = \sum_{t=0}^{t=t} \frac{1}{2} E_{\max} \varepsilon^{-at} (1 - \varepsilon^{-a\Delta t}). \quad (6)$$

Lässt man die Zeitintervalle gegen 0 abnehmen, so wird:

$$1 - \varepsilon^{-a\Delta t} = 1 - \varepsilon^{-adt} = a dt \quad (7)$$

und:

$$e_t = \frac{1}{2} E_{\max} \int_{t=0}^{t=t} a \varepsilon^{-at} dt \quad (8)$$

oder:

$$e_t = \frac{1}{2} E_{\max} (1 - \varepsilon^{-at}). \quad (9)$$

Diese Gleichung ist richtig, bis die Front b (Fig. 2) sich im Punkt a geltend macht.

Ist die Länge des Leitungsstückes, welches sich unter Einwirkung der Gewitterwolken befindet, gleich l (in km), so verstreckt eine Zeit:

$$\tau = \frac{l}{v} \quad (10)$$

(v = Lichtgeschwindigkeit = $3 \cdot 10^5$ km/sec), bis die Entladung im Punkt a zur Auswirkung kommt.

Die begrenzte Ladung 4 (Fig. 2) kann durch zwei unendlich lange Wellen 3 und 4 (Fig. 3) mit entgegengesetzten Vorzeichen dargestellt werden, welche sich über die Leitung fortpflanzen. Diese beiden Wellen werden nach demselben Gesetze verlaufen. Es ist nur zu berücksichtigen, dass sie entgegengesetzte Vorzeichen haben. Diese Ueberlegung lässt sich auf alle Partialwellen ausdehnen und da die Einwirkung der Entladung auf das induzierte Leitungsstück überall gleich ist, muss der von der Entladewelle, welche sich aus den Partialwellen 4 (Fig. 3) zusammensetzt, herrührende Spannungsverlauf:

$$e_t = -\frac{1}{2} E_{\max} (1 - \varepsilon^{-a(t-\tau)}) \quad \text{sein.} \quad (11)$$

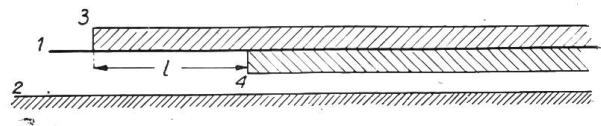


Fig. 3.

- 1 = Leitung.
- 2 = Erde.
- 3 u. 4 = unendlich lange Wellen.
- 3 + 4 = eine Welle gleicher Höhe wie 3 und 4, aber mit einer Länge.
- τ = räumlicher Abstand der Stirnen der Wellen 3 und 4 (in km).

Der tatsächliche Verlauf der Spannung in Punkt a wird demnach gleich der Summe (9) und (11). Dies ergibt:

$$e_t = \frac{1}{2} E_{\max} (1 - e^{-at}) - \frac{1}{2} E_{\max} (1 - e^{-a(t-\tau)})$$

oder:

$$e_t = \frac{1}{2} E_{\max} (e^{a\tau} - 1) e^{-at}. \quad (12)$$

Der zeitliche Verlauf der Spannung im Punkt a (Fig. 2) ist für die Zeit von $t = 0$ bis $t = \tau$ durch (9) und für die Zeit von $t = \tau$ bis $t = \infty$ durch (12) gegeben.

Die Gleichung für die räumliche Form der sich nach links verpflanzenden Welle erhält man aus (9) und (12), indem t durch $\frac{x}{v}$ und τ durch $\frac{l}{v}$ ersetzt werden.

Die Abszisse ist von der vordersten Stirn der Welle aus gerechnet. Die Form ist aus Fig. 4 ersichtlich. (1 ist die vordere Front, welche Gl. (9) entspricht, 2 ist die hintere Front, welche Gl. (12) entspricht.)

Die Welle, welche sich nach rechts ausbreitet, muss aus Symmetriegründen genau die gleichen Gesetze oder Gleichungen befolgen, indem Punkt b (Fig. 2) als Ausgangspunkt gewählt wird.

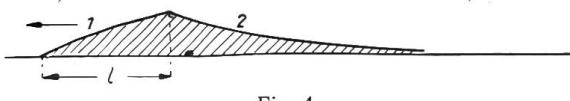


Fig. 4.
Form der Wanderwelle.
← Verpflanzungsrichtung der Welle.

B. Maximale Höhe der abfliessenden Welle.

Durch eine Nachrechnung sieht man leicht, dass bei $t = \tau$ eine Unstetigkeit der Form der Welle auftritt, und zwar so, dass $\frac{de}{dt}$ 2 Werte hat, je nachdem man diese nach (9) oder (12) ausrechnet, dass diese 2 Werte verschiedene Vorzeichen aufweisen. Das heisst, die maximale Höhe der Spannung in Punkt a (Fig. 2) tritt z. Z. $t = \tau$ ein und ist:

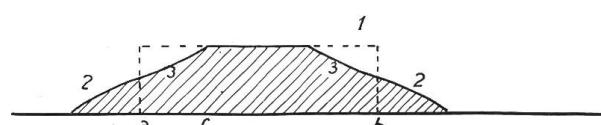
$$e_{\max} = \frac{1}{2} E_{\max} (1 - e^{-a\tau}). \quad (13)$$

Dieser Wert entspricht natürlich auch der maximalen Höhe der abfliessenden Welle.

C. Verlauf der Spannung unter der Gewitterwolke.

Fig. 2 zeigt, wie sich die Spannung auf der Leitung ändert, wenn die Ladung plötzlich freigegeben wird. Es läuft vom Punkt a aus eine Ladewelle nach links, über die nicht induzierte Leitung hinweg und eine Entladewelle nach rechts über das induzierte Leitungsstück. Die absoluten Höhen dieser Wellen sind gleich. Da

wir unsere Ueberlegungen in obigem auf Elementarwellen von unendlich kleiner Höhe aufgebaut haben, müssen die absoluten Spannungsänderungen pro Leitungselement im gleichen Abstand nach rechts und nach links vom Punkt a auch den gleichen Wert aufweisen. Infolgedessen wird die Abführung der freigegebenen Ladung so erfolgen, wie Fig. 5 zeigt.



- 1 = freigegebene Ladung $q = Q_{\max} (1 - e^{-at})$
- 2 = Front der abgeföhrten Ladung.
- 3 = Front der Entladewelle über das induzierte Leitungsstück.

Der Spannungsverlauf rechts und links ist symmetrisch.

Die Gleichung der Front 2 ist durch Gl. (9) gegeben. Die Entladewelle 3 hat die gleiche Form wie 2, nur addiert sich hiezu die Ladung, welche während der Zeit t frei geworden ist.

Daraus ergibt sich, dass der zeitliche Verlauf der Spannung in einem Punkt c in dem Abstand $x_c = a_c$ (Fig. 5) von a für Zeiten kleiner ist als $\frac{x_c}{v}$:

$$e = E_{\max} (1 - e^{-at}),$$

indem eine Entladung in diesem Punkt erst anfangen kann, wenn die erste Partialwelle die Strecke $a - c$ durchlaufen hat, und für Zeiten grösser als $\frac{x_c}{v}$:

$$e_t = E_{\max} (1 - e^{-at}) - \frac{1}{2} E_{\max} \left(1 - e^{-a(t - \frac{x_c}{v})} \right)$$

oder:

$$e_t = E_{\max} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{-a(t - \frac{x_c}{v})} - e^{-at} \right). \quad (15)$$

Es ist ersichtlich, dass die Spannung in der Mitte des induzierten Leitungsstückes immer am grösssten ist.

Wenn die beiden Fronten 3 sich in der Mitte begegnen, so muss die Spannung an dieser Stelle:

$$e_{0\max} = E_{\max} \left(1 - e^{-a \frac{\tau}{2}} \right) \quad (16)$$

sein (wo $\frac{\tau}{2} = \frac{1}{2} \frac{l}{v}$).

Diese Spannung ist die maximale Spannung, welche an dieser Stelle auftritt, da die abgeföhrte Ladung nach der Zeit $\frac{\tau}{2}$ stets grösser ist als die freigewordene.

D. Maximal auftretende Ueberspannung.

Die maximal auftretende Ueberspannung muss entweder durch Gl. (13) oder (16) bestimmt werden.

Wir bilden das Verhältnis:

$$\frac{e_{\max}}{e_{0\max}} = \frac{\frac{1}{2} E_{\max} (1 - e^{-a\tau})}{E_{\max} \left(1 - e^{-a \frac{\tau}{2}} \right)}$$

und wollen zeigen, dass dieses Verhältnis für endliche Zeiten τ immer kleiner als 1 ist. Die Funktion $(1 - e^{-at})$ ist durch die Kurve (Fig. 6) gegeben.

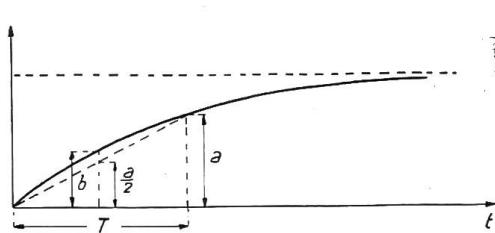


Fig. 6.

Daraus ergibt sich ohne weiteres die Richtigkeit obiger Behauptung.

Also wird die grössste Ueberspannung immer unter der Mitte einer Gewitterwolke entstehen, was auch mit den Beobachtungen übereinstimmt, dass die Ueberschläge immer dort stattfinden.

E. Diskussion der Resultate und zahlenmässige Uebertragung auf die Anlage.

Die bei einer Blitzenladung entstehende maximale Ueberspannung ist, wie oben gezeigt, durch Gl. (16) gegeben und zwar:

$$e_{0\max} = E_{\max} \left(1 - \varepsilon^{-\frac{1}{2}} \alpha \frac{l}{v} \right). \quad (16a)$$

Diese Spannung ist von der Grösse der Feldänderung E_{\max} um die Leitung, der Geschwindigkeit α der Entladung bezw. Blitzfrequenz und räumlichen Ausdehnung l der Entladung abhängig. $e_{0\max}$ nimmt mit allen diesen Grössen zu.

Im Kapitel II ist das Bekannte über diese Grössen zusammengestellt. Daraus geht hervor, dass über die Grössen E_{\max} und l die besseren Messungen vorliegen, während α weniger gut bestimmt ist. Indem die im Kapitel II angenommenen Grössen für E_{\max} und l zu Grunde gelegt werden, soll der minimal nötige Wert von α resp. $\frac{\alpha}{2\pi}$ ausgerechnet werden, um die Ueberschläge auf Freileitungen verschiedener Spannung (d. h. verschiedener Isolationsfestigkeit) zu erklären.

Die Ueberschlagsspannung eines Isolators bei Dauerbeanspruchung ist verschieden, ob der Isolator trocken oder nass ist. Peek¹¹⁾ findet, dass dies bei kurzzeitiger Beanspruchung, wie sie hier in Frage kommt, nicht der Fall ist, sondern dass beide Fälle gleich sind und dem des trockenen Isolators bei Dauerbeanspruchung entsprechen. Es kann also in beiden Fällen mit der Ueberschlagsspannung des trockenen Isolators gerechnet werden. Nach Angaben desselben Verfassers ist die Ueberschlagsspannung der Freileitung isolatoren ca.:

$$E_{\text{u}} = 40 + 2,5 E_b \text{ kV (eff.)}, \quad (17)$$

wo E_b die Betriebsspannung in kV der Leitung ist.

Da die Leitungen unter Spannung sind, addiert sich die induzierte Spannung zu der Spannung der Drähte gegen Erde, welche im Moment der Blitzenladung vorhanden ist. Diese Spannung kann im Maximum gleich der Phasenspannung sein, da in den Beispielen Drehstromanlagen betrachtet werden. Die Spannung, welche durch die Entladung auf der Freileitung induziert werden muss, ergibt sich demnach zu:

$$E' = 40 + 2,5 E_b - \frac{E_b}{\sqrt{3}} = 40 + 1,9 E_b \text{ kV (eff.)}. \quad (18)$$

In folgender Tabelle I sind die kleinsten Werte von α ausgerechnet, welche zur Erklärung der Ueberschläge nötig sind, und zwar für Freileitungen für 110, 50 und 8 kV mit Mastenhöhen von 10 und 6 m (10 m Mastenhöhe gilt für Eisenmasten und 6 m Mastenhöhe für Holzmasten). Die Eisenmasten sind mit und ohne Erdseil angenommen. Eisenmasten ohne Erdseil dürften eine Ausnahme sein und sind nur angeführt, um den Einfluss des Erdseils zu zeigen. Für Isolatoren auf Holzmasten sollte die Isolationsfestigkeit des Mastes ebenfalls berücksichtigt werden. Da dieser Einfluss unbekannt ist, wurde davon abgesehen. Die Rechnung gilt also streng genommen nur für Transformatorenstationen usw., wo die Stützen auf Eisen oder Eisenbeton, d. h. leitendem Material montiert sind.

Die hier ausgerechneten Werte sind vielleicht kleiner als allgemein angenommen wird. Es darf nicht vergessen werden, dass sie Minimalwerte sind und es ist sehr gut denkbar, dass sich die Entladungen auch schneller abspielen können.

Die zur Erklärung des Ueberschlags nötigen Frequenzen sind für Anlagen höherer Spannungen grösser als für Anlagen kleinerer Spannung. Es ist anzunehmen, dass die Entladungen mit verschiedenen Geschwindigkeiten erfolgen. Die Beobachtung, dass Ueberschläge in Anlagen kleinerer Spannung häufiger sind als in Anlagen hoher Spannung, kann vielleicht hierauf zurückgeführt werden, wenn angenommen wird, dass die meisten Blitzenladungen mit kleinerer Geschwindigkeit erfolgen als nötig ist, um die Ueberschläge in Höchstspannungsanlagen zu erklären.

¹¹⁾ Peek F. W. Facteurs dont dépend l'isolement des lignes des transports de force motrice. Les Constructions et Exploitations de grands réseaux de transport d'énergie électrique à très haute tension. Conférence international des grands réseaux 1921. Paris 1922, S. 799.

Tabelle I.

Betriebs spannung kV	Nötige Ueberspannung ¹⁾ kV	Mastenhöhe m	Erdseil	$E_{\max/m}$ ²⁾ kV/m	E_{\max} total kV	$a \frac{l}{2}$ ³⁾	$a =$		$a/2\pi \frac{1}{sec}$	
							$I = 2$ km	$I = 5$ km	$I = 2$ km	$I = 5$ km
110	249	10	Nein {	280	2 800	28 500	28 500	11 400	4 500	1 800
				100	1 000	85 300	85 300	34 100	13 500	5 450
			Ja {	280	1 400	58 300	58 300	23 300	9 300	3 700
				100	500	208 000	208 000	83 500	33 100	13 250
50	135	10	Nein {	280	2 800	14 600	14 600	5 840	2 230	930
				100	1 000	42 000	42 000	16 800	6 700	2 670
			Ja {	280	1 400	28 600	28 600	11 400	4 500	1 800
				100	500	94 500	94 500	37 800	15 000	6 000
50	135	6	Nein {	280	1 680	24 500	24 500	9 800	3 900	1 550
				100	600	74 600	74 600	30 000	11 900	4 800
8	55,2	6	Nein {	280	1 680	10 300	10 300	4 150	1 650	660
				100	600	28 500	28 500	11 400	4 500	1 800

¹⁾ Aus (18) bestimmt.²⁾ Annahme über die Feldänderung.³⁾ Aus (16) oder (16a) ausgerechnet.

Im obigen ist angenommen, dass die induzierte Leitung unendlich lang ist. Für grosse und weit verzweigte Netze ist diese Voraussetzung vollständig zulässig. Für kleinere Netze wird dies vielleicht nicht unbedingt der Fall sein. Ist das Netz nur so lang, dass es ganz unter Einwirkung der Gewitterwolke steht, so wird die Ueberspannung nach II A (2) entstehen und mit den gemachten Angaben über E_{\max} sind alle Ueberschläge ohne weiteres zu erklären. Die Geschwindigkeit der Entladung spielt dabei gar keine Rolle, sofern die Ladungen nicht etwa durch vorhandene Ableiter abgeführt werden. Ist das Netz praktisch nicht unendlich gross, so ist es denkbar, dass das ganze Netz unabhängig von der Blitzfrequenz aufgeladen wird¹²⁾. In diesem Fall können event. Reflexionserscheinungen eine Rolle spielen. Eine Untersuchung hierüber würde zu keinem Ziel führen, da Annahmen über die Blitzfrequenz gemacht werden müssten, wozu die Unterlagen fehlen.

Befindet sich die Gewitterwolke über einem Leitungsende, dann kann die induzierte Ladung nur einseitig abgeführt werden. Dieser Fall ist aber identisch mit dem, wo eine unendlich lange Leitung angenommen wird. Man denke sich am Leitungsende einen Spiegel und betrachte die wirkliche und gespiegelte Leitung als zusammenhängend. Sie verläuft dann beidseitig ins Unendliche und das induzierte Leitungsstück ist doppelt so lang wie in Wirklichkeit. Die maximalen Ueberspannungen treten im Endpunkt der wirklichen Leitung auf und entsprechen der doppelten Ausdehnung der Gewitterwolke, d. h. in diesem Falle ist eine grössere Ueberspannung zu erwarten. Dies kann die Behauptung erklären, wonach Leitungsenden exponierter sind als durchgehende Leitungen. An Leitungsenden treten ausserdem Reflexionserscheinungen auf. Die Frage, welche der beiden Erscheinungen die Hauptrolle spielt, soll offen gelassen werden.

IV. Einfluss der Blitzfrequenz auf die Wirksamkeit des Ueberspannungsschutzes.

A. Allgemeines.

Im allgemeinen wird bis jetzt zur Beurteilung eines Ueberspannungsschutzapparates gegen Blitzüberspannungen mit sehr raschen Entladungen gerechnet. In

¹²⁾ S. Rump: Diskussion an dem II. Nordischen Elektrotechniker-Kongress in Göteborg 1923. Teknisk Tidskrift 1923, Seite 291 (Stockholm).

Kapitel III ist gezeigt, dass die Blitzfrequenz vielleicht nicht so hoch ist, wie früher angenommen wurde. Es soll daher untersucht werden, welche Folgen dies für die Wirksamkeit der Ueberspannungsapparate hätte.

Die Folgen der Gewitterüberspannungen sind Ueberschläge gegen Erde und im Zusammenhang damit Kurzschlüsse. Sprungwellen sind erst eine Begleiterscheinung dieser Ueberschläge. Es wäre also wünschenswert, diese Ueberschläge zu vermeiden, indem die freigegebenen Ladungen abgeführt werden, bevor die Ueberspannung auf gefährliche Höhe ansteigt. Aus Betriebserfahrungen, sowie aus der Ueberlegung im Kapitel III geht hervor, dass die Leitung gerade unter der Wolke am meisten gefährdet, d. h. die Ueberspannung eine lokale Erscheinung ist. Damit ein Ableiter seinen Zweck erfüllt, muss er am induzierten Leitungsstück angelassen sein. Um eine Leitung für alle Fälle zu schützen, müssten also sehr viele Ableiter an ihr angeschlossen werden. Angenommen, an einer Leitung sei nach je 2 km ein Satz Ableiter eingebaut und es werde bei einem Gewitter gerade das 2 km lange Stück zwischen 2 Ableitern induziert. Erfolgt nun eine Blitzentladung, so erhält das induzierte Leitungsstück eine Ueberspannung. Die Ableiter zu beiden Enden kommen aber vorerst gar nicht zur Wirkung, denn die von ihnen ausgehenden Entladewellen machen sich erst geltend, nachdem die maximale Ueberspannung der Leitung erreicht ist.

Die Ableiter könnten also in dieser Anordnung einen Ueberschlag nicht verhindern und müssten in kürzern Abständen als 2 km angeordnet werden. Da ein derartiger Schutz aus wirtschaftlichen Gründen völlig ausgeschlossen ist, so folgt, dass sich Ueberschläge als Folgen atmosphärischer Entladungen an Freileitungen nicht vermeiden lassen.

Es frägt sich dann, ob wenigstens Ueberschläge in den Stationen vermieden werden können, denn diese sind besonders unangenehm, weil sie zu umfangreichen Störungen führen können.

B. Ueberspannungsschutz.

Die heutige Technik verfügt über folgende Ableiter, die Ladungen abführen können:

- a) Ableiter mit Seriewiderständen,
- b) Ableiter ohne Seriewiderstände,
- c) Ableitung durch Induktionsspulen.

a) *Ableiter mit Seriewiderständen.* Die meist gebräuchliche Art sind Hörnerableiter mit Seriewiderständen. Die Ueberlegung zeigt, dass die Wirksamkeit solcher Apparate mit sinkender Ohmzahl des Widerstandes wächst. Eine Reduktion der Ohmzahl lässt sich indessen mit Rücksicht auf das Löschen des Lichtbogens, sowie die Wärmekapazität des Widerstandes nicht beliebig weit treiben. In den letzten Jahren ist jedoch verschiedentlich versucht worden, den Widerstand zu verkleinern, was aber zu sehr teuren Ableitern führen muss.

Der Widerstandswert ist von der Frequenz unabhängig; die abgeleitete Energie wächst mit der Dauer des Ansprechens. Bei einer langsamen Entladung ist es also nach dieser oberflächlichen Ueberlegung zu erwarten, dass die Ueberspannungen stärker reduziert werden, als bei einer schnellen Entladung.

Wir betrachten ein Leitungsende mit einem angeschlossenen Widerstand, das unter Einwirkung einer Gewitterwolke steht, wie Fig. 7 zeigt.

Die Ladung wird wie früher nach dem Gesetz II, A (1) frei.

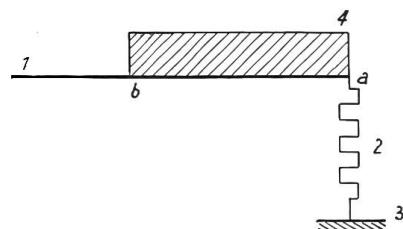


Fig. 7.
Leitung mit angeschlossenem Widerstand.
1 = Leitung mit Wellenwiderstand Z .
2 = Widerstand mit Ohmzahl R .
3 = Erde.
4 = freigewordene Ladung.

Teilen wir die freigewordene Ladung in Partialladungen auf, wie in Kapitel II, Abschnitt A, so erkennt man nach der Theorie der Wanderwellen, dass die freigewordenen Partialwellen in Punkt *a* Fig. 7 in dem Verhältnis:

$$\frac{R}{R+Z} \quad (1)$$

reduziert werden.

$$R = \text{Ohmzahl des Widerstandes}, \\ Z = \text{Wellenwiderstand der Leitung}.$$

Wenn jede Partialspannung so reduziert wird, so muss die Summe aller Partialspannungen von $t = 0$ bis $t = t$ im gleichen Verhältnis reduziert werden. Der Spannungsverlauf im Punkt *a*, wo der Widerstand angeschlossen ist, ist also genau so wie wenn die Leitung offen wäre, nur ist die Spannung mit dem Verhältnis (1) zu multiplizieren. Solange daher die Abführung der Ladung durch die Freileitung über Punkt *b*, Fig. 7, nicht in Punkt *a* zur Auswirkung kommt, ist die Geschwindigkeit der Entladung auf die Höhe der Spannung in Punkt *a* ohne Einfluss.

Diese Ueberlegung lässt sich ohne weiteres auf eine beliebige Anordnung von Ableitern und Leitungen übertragen.

Zur Beurteilung eines Ableiters mit Seriewiderstand ist die Kenntnis der Blitzfrequenz also nicht von Belang.

b) Ableiter ohne Seriewiderstand. Von solchen werden zwei Arten verwendet, Hörner ohne Seriewiderstand und Elektrolytableiter.

Ableiter ohne Seriewiderstand haben praktisch keine Bedeutung und kommen höchstens als Nothilfe in Frage, da sie beim Ansprechen Netzkurzschlüsse verursachen und somit zu weiteren Störungen führen können.

Das Ansprechen eines Elektrolytableiters erfordert die Durchbrechung eines Isoliermaterials. Dazu wird aber immer eine gewisse Zeit beansprucht. Aus diesem Grunde ist für Elektrolytableiter die Geschwindigkeit der Entstehung der Gewitterüberspannungen von besonderer Bedeutung, in dem bei langsamer Entstehung der Ueberspannung der Ableiter eher die nötige Zeit zum richtigen Funktionieren findet, als wenn sich die Entladung schnell abspielt. Diese Verhältnisse können erst beurteilt werden, wenn Messresultate über die zum Ansprechen der Abteilung benötigte Zeit vorliegen. Mit Wissen des Verfassers sind aber hierüber noch keine Messungen bekannt geworden.

c) Ableitung über Induktivität. Falls die Blitzfrequenz von relativ kleiner Grösse sein sollte, entsteht unwillkürlich die Frage, ob die Blitzüberspannungen nicht durch Induktivitäten abgeleitet werden können.

Die in den Anlagen allgemein verwendeten Erdungsdrosselpulen besitzen viel zu viel Induktivität, um selbst bei sehr langsamem Entladungen in Frage zu kommen. Dagegen wird die Frage aktuell bei direkter Nullpunktserdung von Leistungstransformatoren.

Die Drähte einer Leitung werden alle gleich induziert und die Welle jedes Drahtes wird sich in gleicher Richtung fortpflanzen. Ist in der Nähe des induzierten Leitungsstückes ein Transformator mit geerdetem Nullpunkt vorhanden, so werden die Wellen jeder Phase von der Klemme durch die Schenkel der Transformatorkwicklung zur Erde abgeleitet, wie für eine Dreiphasen-Anlage in Fig. 8 angedeutet.

Ist die Sekundärwicklung in Dreieck geschaltet, so sieht man, dass der entsprechende Strom in ihr ungehindert fliessen kann, d. h. die Stromverteilung einer Säule des Transformators bleibt die gleiche wie im normalen Betriebe und die Impedanz für die zwischen Klemmen und Nullpunkt abfliessenden Ströme ist gleich

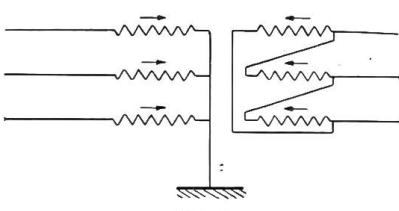


Fig. 8.
Transformator in Stern-Dreieck-Schaltung
mit geerdetem Nullpunkt.

der Kurzschlussimpedanz des Transformators. Daraus folgt, dass die für die Ableitung massgebende Impedanz klein ist und event: eine merkbare Reduktion der Ueberspannungen dadurch erzielt werden kann. Ist die Sekundär-Wicklung nicht in Dreieck, sondern in Stern geschaltet, so wird die Impedanz viel grösser, indem die Kraftlinien sich über den Kasten von Joch zu Joch schliessen müssen¹³⁾.

Um diese Frage zu untersuchen, soll die „Ableitung der Gewitterüberspannungen durch Induktivität“ allgemein behandelt werden, indem die in Kapitel II aufgestellten Annahmen zu Grunde gelegt werden (Fig. 9).

Die Induktivität 2 wird gleich L Henry gesetzt und als widerstandslos angenommen.

Es wird zuerst angenommen, dass eine Ladung entsprechend der Spannung e_0 auf die Leitung plötzlich freigegeben wird.

Die Spannung über die Induktivität 2 ist:

$$e = L \frac{di}{dt} \quad (2)$$

wo i = den Strom durch die Induktivität bedeutet.

Ist Z der Wellenwiderstand der Leitung, so muss:

$$\frac{de}{di} = (-Z)$$

oder:

$$\frac{de}{dt} = \frac{di}{dt} (-Z). \quad (3)$$

Der Wellenwiderstand muss in der Gleichung als negativ eingesetzt werden, da es sich um eine Entladung handelt. Aus (2) und (3) ergibt sich:

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + Z \frac{di}{dt} = 0. \quad (4)$$

Diese Gleichung hat die Lösung:

$$i = A \varepsilon^{-\frac{Z}{L} t} + B. \quad (5)$$

Die Konstanten werden aus den Anfangsbedingungen bestimmt:

$$t = 0, \quad i = 0, \quad e = e_0$$

und so wird:

$$A = -B = -\frac{e_0}{Z}$$

und aus (5) und (2):

$$i = \frac{e_0}{Z} (1 - \varepsilon^{-\beta t}), \quad (6)$$

$$e = e_0 \varepsilon^{-\beta t}, \quad (7)$$

wo $\beta = \frac{Z}{L}$.

¹³⁾ Bauer, Forrer und Rump: Rapport sur les essais de mise à la terre du neutre d'un réseau. III^e Congrès International des grands réseaux électriques à Paris 1925.

Für Einphasen-Anlagen gilt genau die gleiche Ueberlegung, indem die Parallelschaltung der sekundären Wicklung der Dreieckschaltung entspricht.

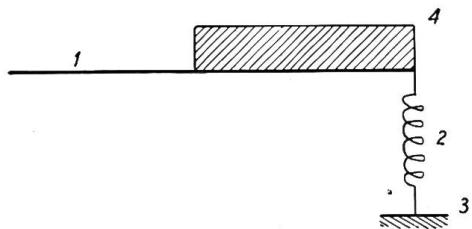


Fig. 9.

Leitung mit angeschlossener Induktivität.
1 = Leitung. 3 = Erde.
2 = Induktivität. 4 = freigewordene Ladung.

Ist e_0 eine Partialwelle, so schreibt man besser:

$$\Delta e = \Delta e_0 \varepsilon^{-\beta t}. \quad (7a)$$

Wird die Ladung auf die Leitung nicht plötzlich, sondern nach dem Gesetz (1) Kapitel II, frei, so lässt sich die Spannung über die Induktivität einfach aus der Summe der Einwirkung einer Reihe Partialspannungen ermitteln, welche innert gewissen Zeitintervallen frei werden, genau wie im Kapitel II, Abschnitt A erklärt.

Der zeitliche Verlauf der Feldänderung ist durch Gl. (2), A II, gegeben, und zwar:

$$e = E_{\max} (1 - \varepsilon^{-\alpha t}) \quad (8)$$

oder die Partialspannungen:

$$\Delta e = E_{\max} \alpha \varepsilon^{-\alpha t} \Delta t. \quad (9)$$

Diese wird durch die Induktivität abgeleitet, und zwar beginnend im Entstehungsmoment, z. B. zur Zeit $t = t_p$. Dadurch wird ein Spannungsverlauf über die Induktivität:

$$\Delta e_p = \Delta e_{0p} \varepsilon^{-\beta(t-t_p)} = E_{\max} \alpha \varepsilon^{-\alpha t_p} \Delta t_p \varepsilon^{-\beta(t-t_p)} \quad (9a)$$

hervorrufen. (Die Gleichung ist nur gültig für Zeiten $t > t_p$).

Werden die Teilspannungen numeriert, so wird die erste Teilspannung, welche zu $t_p = 0$ entsteht, infolge Gl. (10a) einen Spannungsverlauf über die Induktivität:

$$\Delta e_1 = \Delta e_{01} \varepsilon^{-\beta t} = E_{\max} \alpha \varepsilon^{-\alpha 0} \Delta t_0 \varepsilon^{-\beta(t-0)}, \quad (10a)$$

die zweite Teilspannung, welche zur Zeit $t = \Delta t$ entsteht:

$$\Delta e_2 = \Delta e_{02} \varepsilon^{-\beta(t-\Delta t)} = E_{\max} \alpha \varepsilon^{-\alpha \Delta t} \Delta t \varepsilon^{-\beta(t-\Delta t)} \quad (10b)$$

und die p^{te} , welche zur Zeit $t = t_p$ entsteht ($t_p = \sum_0^p \Delta t$):

$$\Delta e_p = \Delta e_{0p} \varepsilon^{-(t-t_p)} = E_{\max} \alpha \varepsilon^{-\alpha t_p} \Delta t_p \varepsilon^{-\beta(t-t_p)}$$

erzeugen.

Die resultierende Spannung über die Induktivität zur Zeit $t = t_n$ wird dann:

$$e = \sum_0^n \Delta e_{0p} = \sum_0^n E_{\max} \alpha \varepsilon^{-\alpha t_p} \Delta t_p \varepsilon^{-\beta(t_n-t_p)}$$

oder:

$$E_{\max} \alpha \varepsilon^{-\beta t} \sum_0^n \varepsilon^{-(\alpha-\beta)t_p} \Delta t_p. \quad (11)$$

Lassen wir jetzt Δt_p gegen 0 abnehmen und die Anzahl der Teilspannungen gegen unendlich steigen, so wird:

$$e = E_{\max} \alpha \varepsilon^{-\beta t_n} \int_{t=0}^{t=t_n} \varepsilon^{-(\alpha-\beta)t} dt \quad (12)$$

oder:

$$e = E_{\max} \frac{\alpha}{\alpha-\beta} (\varepsilon^{-\beta t} - \varepsilon^{-\alpha t}), \quad (13)$$

indem t_n durch t ersetzt ist. D. h. Gl. (13) gibt den zeitlichen Verlauf der Spannung über die Induktivität an.

Die Zeit, zu welcher die Spannung über die Induktivität ihren Maximalwert hat, kann bekannterweise aus Gl. (13) gefunden werden.

$$\text{Man findet: } \frac{de}{dt} = E_{\max} \frac{\alpha}{\alpha - \beta} (-\beta e^{-\beta t} + \alpha e^{-\alpha t}) = 0$$

oder e ist ein Maximum für:

$$t = -\frac{1}{\alpha - \beta} \ln \frac{\beta}{\alpha}. \quad (14)$$

Bei dieser Ableitung ist die Einwirkung der anderen Front der freigegebenen Ladung nicht berücksichtigt, welche sich zu der Zeit:

$$t = \frac{l}{v} \quad (15)$$

geltend macht, d. h. die Ableitung ist nur während der Zeit $t = 0$ bis $t = \frac{l}{v}$ gültig (siehe III A). (l = Länge des induzierten Leitungsstückes, v = Lichtgeschwindigkeit).

Analog den Ueberlegungen im Kapitel III, Abschnitt C, findet man, dass der Spannungsverlauf über die Induktivität für Zeiten grösser ist als τ nach dem Gesetz:

$$e = E_{\max} \frac{\alpha}{\alpha - \beta} (e^{-\beta t} - e^{-\alpha t}) - \frac{1}{2} E_{\max} \frac{\alpha}{\alpha - \beta} (e^{-\beta(t-\tau)} - e^{-\alpha(t-\tau)})$$

$$\text{oder: } e = E_{\max} \frac{\alpha}{\alpha - \beta} \left[e^{-\beta t} \left(1 - \frac{1}{2} e^{\beta \tau} \right) - e^{-\alpha t} \left(1 - \frac{1}{2} e^{\alpha \tau} \right) \right]. \quad (16)$$

Ist die durch Gl. (14) bestimmte Zeit kleiner als τ , so muss die maximale Spannung über eine Induktivität zu dieser Zeit auftreten. Ist dies nicht der Fall, so entsteht die maximale Spannung zur Zeit τ , denn bis zu diesem Moment ist die Spannung e_1 über die Induktivität ständig im Wachsen und zur Zeit $t = \tau$ kommt die andere Front der induzierten Ladung zur Auswirkung und bewirkt eine Reduktion der Spannung.

Dies lässt sich in bekannter Weise leicht durch die Gl. (13) und (16) nachweisen, indem $\frac{de}{dt}$ eine Unstetigkeit bei $t = \tau$ aufweist, je nachdem, ob Gl. (13) oder Gl. (16) zu Grunde gelegt wird und zwar so, dass die zeitliche Änderung der Spannung für unsere Verhältnisse ihr Vorzeichen wechselt.

Diese Ableitung, bei welcher ein Leitungsende als an einem Transistorator angeschlossen angenommen wurde, lässt sich durch ähnliche Ueberlegungen wie unter B.a) angedeutet, auf eine beliebige Anordnung von Leitungen mit angeschlossenen und geerdeten Transformatoren übertragen. In der Rechnung ist die angeschlossene Induktivität pro abgehende Leitung einzusetzen. Ist die in einer solchen Station angeschlossene Induktivität L , pro Phase gleich der Induktivität entsprechend der gesamten Leistung der geerdeten Transformatoren, und hat die Station noch n abgehende Leitungen, so wird die in obiger Ableitung einzusetzende Induktivität pro Leitung nL .

Wenn $\alpha = \beta$ ist, so werden sowohl der zeitliche Spannungsverlauf über die Induktivität nach Gl. (13) wie die Zeit t nach Gl. (14), bei welcher diese Spannung ihren Maximalwert anzeigt, unbestimmt. Für diesen Fall müssen an Stelle von (13):

$$e = E_{\max} \alpha e^{-\alpha t} \quad (13a)$$

$$\text{und an Stelle von (14): } t = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\beta} \quad (14a)$$

gesetzt werden.

C. Diskussion der Resultate (unter B, c) und zahlenmässige Uebertragung auf Anlagen.

Die für die Ableitung einer statischen Ladung in Frage kommende Induktivität eines geerdeten Transformatoren ist umgekehrt proportional der Leistung des letzteren. Sind einer oder mehrere Transformatoren mit genügender Gesamtleistung geerdet, so ist es also möglich, dass die Ueberspannungen auf diese Weise abgeleitet werden können.

Im Folgenden soll die nötige Leistung der geerdeten Transformatoren bestimmt werden, damit die bei einer Blitzentladung entstehenden Ueberspannungen in einer Schaltanlage keine Ueberschläge erzeugen. Dadurch kann die Tragweite der Theorie für elektrische Anlagen geprüft werden.

Hinsichtlich der Blitzentladungen werden wie früher die in Kapitel II angenommenen Konstanten zu Grunde gelegt, es soll jedoch von den extremen Werten abgesehen werden, d. h. die bei einer Entladung entstehende Feldänderung wird zu 100 kV pro m Mastenhöhe angenommen und die Ausdehnung des induzierten Leitungsstückes oder der entladenen Wolke zu 2 km.

In Kapitel III, Abschnitt E ist gefunden worden, dass die Blitzfrequenz $\frac{a}{2\pi}$ mal grösser sein muss als 33000 bzw. 4500, um die Ueberschläge in einer 110 kV bzw. 8 kV Anlage zu erklären. Wir wollen den Wert von 35000 für die folgenden Beispiele zu Grunde legen, d. h.:

$$\alpha = 2\pi \cdot 35000 = 220000.$$

Es sollen die in Tabelle I, Kapitel III, Abschnitt E, angeführten Beispiele von dreiphasigen Anlagen mit Frequenz 50 und den angegebenen Werten für Betriebsspannung, Isolationsfestigkeit und Mastenhöhe mit und ohne Erdseil behandelt werden.

Es wird angenommen, dass die geerdeten Transformatoren in Stern-Dreieck geschaltet sind. Die für die Ableitung in Frage kommende Induktivität entspricht (wie in obigem Abschnitt B, c angegeben) der Kurzschlussimpedanz des Transformatoren (vergleiche Fig. 8). Früher wurden die Transformatoren allgemein mit einer Kurzschlussspannung von ca. 4% gebaut. Heute besteht die Tendenz, diese zu vergrössern, um den Kurzschlussstrom zu reduzieren. Für moderne Transformatoren muss mit einer Kurzschlussspannung von ca. 10% gerechnet werden.

Der Wellenwiderstand einer Leitung beträgt normalerweise ca. 800 Ohm pro Phase und ist praktisch unabhängig vom Erdseil.

Wie oben erwähnt, ist es nur nötig, das einfache Beispiel eines Leitungsendes mit angeschlossenen geerdeten Transformatoren zu betrachten, indem sich dieses ohne weiteres auf andere Verhältnisse übertragen lässt. Wir können daher die obigen Gleichungen zu Grunde legen.

Aus Gl. (13) wird die Kurve $\frac{e}{E_{\max}}$ in Funktion von β aufgetragen, indem einmal t durch Gl. (14) und einmal t durch Gl. (15) bestimmt wird. Denn die maximalen Ueberspannungen müssen zu einer dieser beiden Zeiten entstehen.

Die Kurven sind aus Fig. 10 ersichtlich. Kurve 1 gilt für t durch Gl. (14) und Kurve 2 für t durch Gl. (15) bestimmt.

Die Kurve 1 ist zu benützen, wenn Gl. (14) kleinere Zeiten ergibt als Gl. (15) und die Kurve 2, wenn das Umgekehrte der Fall ist. Der Grenzpunkt ergibt sich aus:

$$t = -\frac{1}{\alpha - \beta} \ln \frac{\beta}{\alpha} = \frac{l}{v} \quad (17)$$

oder wenn: $\beta = 97000.$ (18)

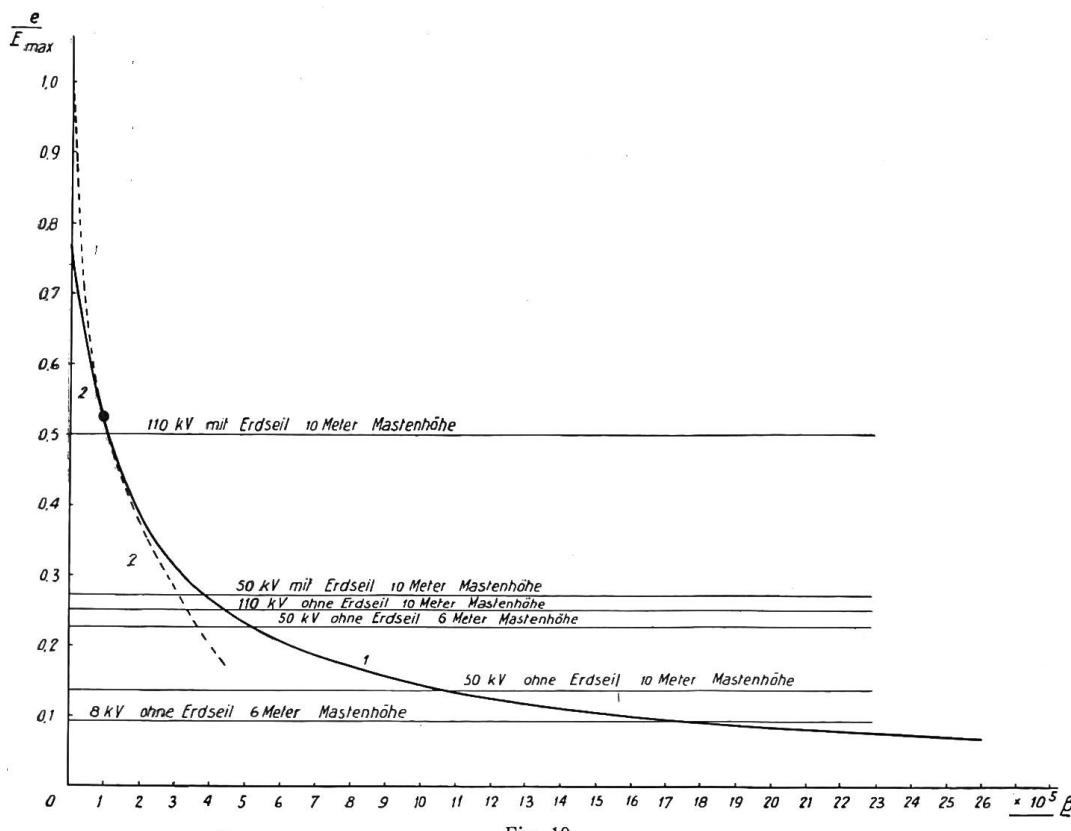


Fig. 10.

Wenn β kleiner als dieser Wert ist, ergibt Gl. (15) die kleineren Werte von t , und vice versa.

Die zu benutzenden Kurventeile sind voll ausgezogen, während die nicht zu benutzenden Teile punktiert sind.

Aus der maximalen Ueberspannung, welche nicht überschritten werden darf, damit keine Ueberschläge zustande kommen, und der maximalen, auf der Leitung induzierten Ueberspannung E_{\max} , kann das maximal zulässige $\frac{e}{E_{\max}}$ bestimmt werden. Aus dieser Grösse und den Kurven (Fig. 9) kann das nötige β gefunden werden. Da $\beta = \frac{Z}{L}$ ist, so ist die maximale Induktivität und damit die Kurzschlussimpedanz L des geerdeten Transformators gegeben.

Aus Kurzschlussimpedanz, Kurzschlussspannung und Nennspannung des Transfomators kann der Normalstrom und die Leistung bestimmt werden.

Ist z. B. die Kurzschlussspannung 4 %, so wird der Normalstrom:

$$J = \frac{0,04 \frac{E_v}{\sqrt{3}}}{\omega L}$$

und die Leistung:

$$P = \sqrt{3} E_v J,$$

wo E_v = die verkettete Spannung oder Nennspannung des Transfomators ist.

In Tabelle II sind die Daten dieser Rechnung für die verschiedenen Anlagen zusammengestellt.

Tabelle II.

Be-triebs-spannung kV	Nötige Ueber-spannung kV	Ma-sten-höhe m	Erd-seil	E_{\max} pro m kV	E_{\max} total kV	$\beta \cdot 10^5$	$L\omega$	Stern-Dreieck Schaltung Kurzschlussspannung = 4%			Stern-Dreieck Schaltung Kurzschlussspannung = 10%		
								E_K	J	P	E	J	P
110	249	10	Nein	100	1 000	4,46	0,563	2 540	4 510	860 000	6 350	11 300	2 154 000
			Ja	100	500	1,1	2,282	2 540	1 111	212 000	6 350	2 780	530 000
50	135	10	Nein	100	1 000	10,9	0,23	1 160	5 050	437 000	2 900	12 600	1 090 000
			Ja	100	500	3,9	0,6445	1 160	1 800	156 000	2 900	4 500	390 000
50	135	6	Nein	100	600	5,25	0,479	1 160	2 425	210 000	2 900	6 050	525 000
8	55,2	6	Nein	100	600	17,8	0,141	185	1 310	18 150	462	3 280	45 500

Man sieht, dass die nötige Leistung der pro Leitung angeschlossenen Transformatoren bei den angenommenen Verhältnissen viel grösser ist, als es den praktischen Verhältnissen entspricht. Es folgt daraus, dass bei so schnellen Entladungen, wie sie zur Erklärung der Ueberschläge in einer Anlage nötig sind, von einer Abhilfe durch direkte Nullpunktserdung nicht gesprochen werden kann.

D. Berücksichtigung des Widerstandes der geerdeten Transformatoren sowie des Erdwiderstandes.

Im Abschnitt B, c ist vom Widerstand des Transformators, sowie vom Widerstand der Erdung abgesehen. Der Einfluss dieser Widerstände lässt sich durch ähnliche Ueberlegungen, wie in Abschnitt B, c angegeben, berechnen.

Der Spannungsverlauf über die Induktivität (Fig. 9) ist während der Zeit von $t = 0$ bis $t = \tau = \frac{l}{v}$ durch das Gesetz bestimmt:

$$e = E_{\max} \left[\frac{a}{a - \beta} (\varepsilon^{-\beta t} - \varepsilon^{-at}) \frac{Z}{R + Z} + (1 - \varepsilon^{-at}) \frac{R}{R + Z} \right]^{14)} \quad (19)$$

R = Widerstand der geerdeten Transformatoren und Widerstand der Erdung. Der Widerstand der in Frage kommenden Transformatoren, durch welche eine wirkliche Ableitung zu erwarten ist, beträgt nur ca. 10% der Kurzschlussinduktivität, während der Widerstand der Erde, an welchem die Nullpunkte der Transformatoren angeschlossen sind, nur einige Ohm betragen sollte. Man sieht, dass diese Grössen gegenüber dem Wellenwiderstand Z der Leitung vernachlässigbar klein sind und Gl. (14) daher durch Gl. (13) ersetzt werden kann, d. h. die Vernachlässigung des Widerstandes ist für oben gemachte Ueberlegung zulässig.

V. Störungen in einer 50 kV Anlage, welche Schlüsse über die Geschwindigkeit der Blitzentladungen erlaubt.

Das Schaltschema der Anlage ist aus Fig. 11 ersichtlich. Es sind drei Generatoren vorhanden, welche auf eine 8 kV Sammelschiene parallel arbeiten. Durch 3 Transformatoren (2) wird die Spannung auf 50 kV hinauftransformiert. Die Transformatoren sind auch hochspannungsseitig auf eine gemeinsame Sammelschiene parallelgeschaltet. Von letzterer gehen 3 Leitungen ab, welche von der Zentrale weg auf einige km Länge ziemlich nahe aneinander geführt sind.

¹⁴⁾ Wo $\beta = \frac{R + Z}{L}$.

Die Transformatoren sind durch Drosselpulen von ca. $0,35 \times 10^{-3}$ Henry pro Phase geschützt.

Sämtliche Isolatoren zwischen den Drosselpulen und den Transformatoren inklusive die Transformatorklemmen weisen eine höhere Ueberschlagsspannung auf, als diejenigen vor den Drosselpulen und zwar beträgt diejenige der ersten ca. 160 kV und diejenige der letzteren ca. 130 kV.

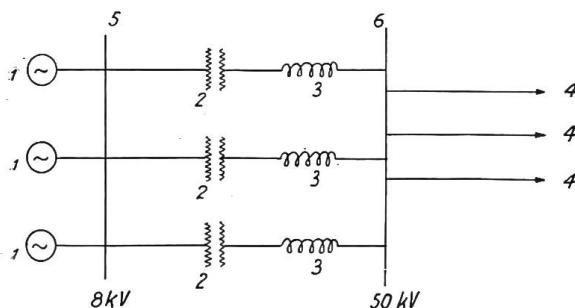


Fig. 11.

- 1 = Generatoren, 7000 kVA, 8 kV.
- 2 = Transformatoren, 7000 kVA, 8/50 kV, λ/λ .
- 3 = Drosselpule mit $0,35 \cdot 10^{-3}$ Henry.
- 4 = Abgehende Leitung.
- 5 = Sammelschienen 8 kV.
- 6 = Sammelschienen 50 kV.

Ueberschläge, d. h. Resonanz mit Entladewellenzügen, in Frage kommen. Die beobachteten Ueberschläge zwischen Drosselpulen und Transformatoren sind vielmehr eine primäre Folge der Gewittereinwirkung.

Es ist eine bekannte Sache, dass eine Drosselpule mit einem dahinterliegenden Transformator ein schwingungsfähiges System bildet, in welchem der Transformator als Kapazität wirkt. Wenn dieses System durch eine Ueberspannungswelle in Schwingungen gerät, kann eine höhere Spannung hinter der Drosselpule erzeugt werden, als die Spannung der erregenden Welle.

Das Schema dieses Systemes ist aus Fig. 12 ersichtlich. Es wird nur eine Phase betrachtet, da die Vorgänge in allen Phasen gleich sind. Für Vorgänge, die

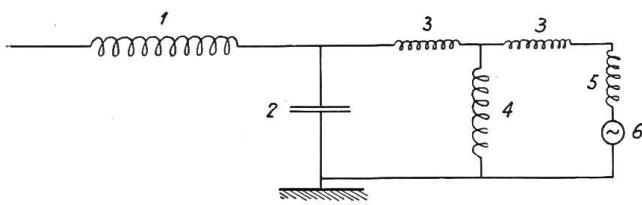


Fig. 12.
Ersatzschema.

- 1 = Schutzdrosselpule $0,35 \cdot 10^{-6}$ Henry.
- 2 = Kapazität des Transformators.
- 3 = Streuinduktivität des Transformators.
- 4 = Leerlaufinduktivität des Transformators.
- 5 = Streuinduktivität des auf den Transformator arbeitenden Generators.
- 6 = der auf den Transformator arbeitende Generator.

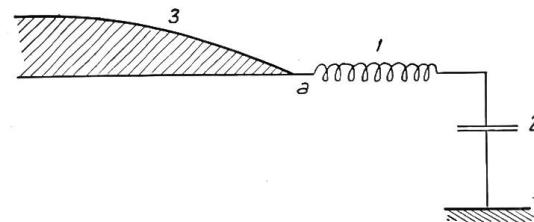


Fig. 13.
Ersatzschema.

- 1 = Schutzdrosselpule $0,35 \cdot 10^{-3}$ Henry (L).
- 2 = Kapazität des Transformators (C).
- 3 = Ankommende Welle.

sich schnell abspielen, d. h. Vorgänge von hoher Frequenz, kann von den Induktivitäten des Transformators und Generators abgesehen werden, und Fig. 12 kann dann durch die einfachere Fig. 13 ersetzt werden. Die Kapazität 2 ist in ihrer Grösse gleich der sogenannten Eingangskapazität des Transformators einzusetzen. Für den betreffenden Transformator kann sie zu ca. $0,01 \times 10^{-6}$ Farad angenommen werden.

Wie in Kapitel II erwähnt, erzeugt eine Blitzentladung auf der Leitung eine Welle, welche den zeitlichen Verlauf:

$$e = E(1 - e^{-\alpha t}) \quad \text{hat.} \quad (1)$$

Die Grösse von E ist durch die Ueberschlagsspannung der Isolatoren vor den Drosselpulen begrenzt, indem E diesen Wert nicht überschreiten kann ohne Ueberschläge zu erzeugen. Dies gilt mit Einschluss von eventuellen Reflektionserscheinungen, diese haben indessen nur einen Einfluss auf E , nicht aber auf den zeitlichen Verlauf der Spannung im Punkt a (Fig. 13) vor der Drosselpule.

Setzen wir $t = 0$ in dem Moment, wo die Welle die Drosselpule trifft, so wird:

$$e_c + L \frac{di}{dt} = E(1 - e^{-at}), \quad (2)$$

wo e_c die gesuchte Spannung über der Kapazität, d. h. über den Klemmen der Transformatoren (Fig. 11), bedeutet. L ist die Induktivität der Schutzdrosselpule, i der Strom in derselben.

Daraus ergibt sich für die Spannung an den Transformatorklemmen:

$$e_c = \frac{a \omega^2}{a^2 + \omega^2} E \left(\frac{1}{a} (1 - e^{-at}) + \frac{a}{\omega^2} (1 - \cos \omega t) - \frac{1}{\omega} \sin \omega t \right), \quad (3)$$

wobei $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ = Eigenfrequenz des Kreises L und C (von der Dämpfung im Kreise ist abgesehen).

$$\text{Ist } \omega \gg a, \text{ so wird: } e_c = E(1 - e^{-at}), \quad (4)$$

d. h. sofern die Eigenkreisfrequenz des Kreises (LC) bedeutend höher liegt als die Blitzfrequenz $\left(\frac{a}{2\pi}\right)$, so steigt die Spannung an den Transformatorklemmen aperiodisch an, ohne dass eine Spannungserhöhung hinter den Drosselpulen auftritt, und die Ueberschläge sind nicht erklärt.

$$\text{Ist } \omega \ll a, \text{ so wird: } e_c = E(1 - \cos \omega t), \quad (5)$$

d. h. sofern die Eigenfrequenz des Kreises (LC) bedeutend kleiner ist als die Blitzfrequenz $\left(\frac{a}{2\pi}\right)$, so steigt die Spannung an den Transformatorklemmen auf den doppelten Wert der Amplitude der Störungswelle und die Ueberschläge können dadurch erklärt werden.

Da bei der Störung die Ueberschlagsspannung der Isolatoren vor und nach der Drosselpule bekannt ist, so kann eine obere Grenze für E und eine untere Grenze für e_c angegeben werden. Dadurch wird es möglich, eine untere Grenze für a aus Gl. (3) auszurechnen. Gl. (3) lässt sich auch schreiben:

$$e_c = \frac{a \omega^2}{a^2 + \omega^2} E \left[\frac{1}{a} (1 - e^{-at}) t \frac{a}{\omega^2} - \sqrt{\left(\frac{a}{\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega}\right)^2} \cos at + \varphi \right], \quad (6)$$

wo $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega}{a}$. Das Glied $\frac{1}{a} (1 - e^{-at}) t \frac{a}{\omega^2}$ hat sein Maximum bei $t = \infty$, d. h. wenn t verhältnismässig gross ist.

Das Glied $\sqrt{\left(\frac{a}{\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega}\right)^2} \cos (\omega t + \varphi)$ ist periodisch und sein Wert ändert zwischen $\pm \sqrt{\left(\frac{a}{\omega^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega}\right)^2}$.

Daraus folgt, dass der maximale Wert der Spannung an den Transformatorklemmen:

$$e_c = E \left(1 + \sqrt{\left(\frac{a^2}{a^2 + \omega^2} \right)} \right) \text{ ist.}$$

Diesem Vorgang überlagert sich die Betriebsspannung, d. h. die durch die Blitzentladung erzeugte Ueberspannung e_c bezw. E muss mit der Spannung der Phasen gegen Erde zusammen die Ueberschlagsspannung der Isolatoren überschreiten, bezw. nicht erreichen.

Da die Spannung der Phasen gegen Erde im Maximum gleich der Phasenspannung E_p sein kann, muss:

$$e_c > E_1 - E_p , \quad (7) \quad E < E_2 - E_p , \quad (8)$$

wo E_1 bezw. E_2 die Ueberschlagsspannung der sich zwischen Drosselspule und Transformator bezw. vor den Drosselspulen befindenden Isolatoren sind.

Nach dem gesagten ist:

$$E_1 = \text{ca. } 160 \text{ kV} , \quad E_2 = \text{ca. } 130 \text{ kV} , \quad E_p = \text{ca. } 29 \text{ kV}. \quad (9)$$

Daraus ergibt sich:

$$e_c > 160 - 29 = 131 \text{ kV} , \quad (10) \quad E < 130 - 29 = 101 \text{ kV}. \quad (11)$$

ω wird aus L und C ermittelt:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{L C}} = \sqrt{\frac{1}{0,35 \cdot 10^{-3} \cdot 0,001 \cdot 10^{-6}}} = 1,7 \cdot 10^6. \quad (12)$$

Werden diese Grössen in Gl. (7) eingesetzt, so ergibt sich:

$$131 < 101 \left(1 - \sqrt{\frac{a^2}{a^2 + 1,7 \cdot 10^8}} \right) \quad (13)$$

oder: $a > 535\,000$.

Die Blitzfrequenz bei dieser Entladung wird:

$$\frac{a}{2\pi} > \text{ca. } 85\,000. \quad (14)$$

Man sieht, dass sowohl a wie auch ω gross sind, so dass die oben gemachte Vernachlässigung und die Annäherungen vollständig zulässig sind, d. h. eine genauere Rechnung würde zu einer etwas höheren unteren Grenze der Blitzfrequenz führen.

Hier ist die Annahme, dass die auf der Leitung gebundene Ladung scharf begrenzt ist, vollauf zutreffend, da die Schaltanlage durch die Gebäude elektrisch abgeschirmt ist und somit keine gebundenen Ladungen haben kann¹⁵⁾.

¹⁵⁾ Siehe Anmerkungen 6 und 7.