Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 15 (1924)

Heft: 6

Artikel: Eine neue Methode zur Berechnung von Freileitungen

Autor: Regli, E.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1061828

Die Länge $\frac{b' q'}{1-K}$ von b' nach oben aufgetragen, ergibt den Punkt D.

Dann ist der Linienzug $A_0 D A_k$ die „bessere" Bezugslinie für die Nutzleistungen, als die Gerade $A_0 A_k$.

3. *Die Drehmomentenlinie.*

Ziehen wir die Ordinate $A_\infty a_\infty$, so schneidet diese die P_z-Linie im Punkte b_∞. Nun berechnen wir nach Seite 276:

$$b_1 = (1-\tau)^2 \tau \sin \nu$$
$$c_1 = (1 + \zeta_1^2 + 2\zeta_1 \sin \nu)\, \zeta_1 (\tau - \zeta_1^2)$$

und bilden:

$$K_{1_{\zeta_{x0}}} = \frac{b_1}{c_1}.$$

Dann ist der primäre Kupferverlust für $\zeta_x = 0$

$$P_{1\,\infty cu} = \frac{\overline{A_\infty b_\infty}}{1 + K_{1_{\zeta_{x0}}}}.$$

Die Länge $\frac{A_\infty b_\infty}{1 + K_{1_{\zeta_{x0}}}}$ von b_∞ nach oben aufgetragen, ergibt den Punkt k_∞ und $A_0 k_\infty$ die „bessere" Drehmomentenlinie, als $A_0 A_\infty$.

4. *Die Schlüpfung.*

Die prozentuale Schlüpfung s in irgend einem Betriebspunkte ist das Verhältnis des Ordinatenabschnittes zwischen den beiden Bezugslinien zu dem Abschnitt, der das Drehmoment darstellt.

$$s = \frac{k\,l}{k\,A}\, 100 \text{ in Prozent.}$$

Den Anlass zu dieser Untersuchung gab die Tatsache, dass bei mehreren untersuchten kleinen Motoren ($^1/_2 \div 8$ PS) die, aus dem Kreisdiagramm konstruierten Betriebskurven, mit den durch Bremsung gewonnenen, nur sehr roh übereinstimmten. Besonders die Drehmomente ergaben sich aus dem Diagramm immer als zu klein. Konstruiert man das Diagramm nach den obigen Angaben, so ist die Uebereinstimmung eine bedeutend bessere; natürlich entspricht auch diese Theorie der Wahrheit nicht genau.

Wenn man aber dem Kreisdiagramm überhaupt eine theoretische Berechtigung zuerkennt, dann führen konsequente mathematische Schlüsse zu den gegebenen Resultaten, die zum mindesten über die Ungenauigkeiten des Diagrammes einigen Aufschluss geben.

Eine neue Methode zur Berechnung von Freileitungen.

Von *E. Regli*, Ing., Bern.

Der Verfasser behandelt, unter strenger Anlehnung an die Kettenlinie, eine neue Berechnungsmethode für Freileitungen, welche auf der Eigenschaft der Aehnlichkeit von Kettenlinien unter sich beruht und hauptsächlich für extreme Fälle (grosser Höhenunterschied der Aufhängepunkte) Anwendung finden kann.

L'auteur expose une nouvelle méthode pour le calcul de résistance nécessaire d'un fil tendu. Cette méthode est basée sur le fait que toutes les chaînettes sont semblables et convient surtout pour les cas où les deux points d'attaches sont placés à un niveau très différents.

Die neuen Leitungen, die über das Gebirge gebaut wurden, haben ganz extreme Fälle zur Folge gehabt, für welche die bisherigen Berechnungsarten langwierig und schwerfällig waren. Es handelte sich bei solchen Fällen um Erweiterungen in den Annäherungstheorien. Die bisherigen Theorien behandeln die der Kettenlinie angeschmiegte Parabel. Der Zweck war folgender: Man stellt die unendliche Reihe der Kettenlinie auf, streicht die Glieder der höheren Potenzen, so dass wir schliesslich eine Gleichung erhalten, die die Form einer Parabel hat. Diese Art der Annäherung ist gültig für kleine Spannweiten mit eventuellen kleinen Ueberhöhungen. Anders verhält es sich, wenn wir grosse Spannweiten mit grossen Ueberhöhungen haben. Für diese Art von Leitungen sind, wie gesagt, die alten Theorien schwerfällig und unübersichtlich.

Die mathematische Untersuchung hat jedoch gezeigt, dass man mit den Gesetzen der Kettenlinie auf allerdings andere Weise den Annäherungen ausweichen kann.

Die Fehler, die in dieser Berechnungsart auftreten und die auf die genaue Berechnung bezogen wurden, rühren von Ungenauigkeiten der hierbei notwendigen Kurventafeln her.

Zum vorneherein sei bemerkt, dass man bei dieser Berechnungsmethode keine Zustandsgleichung aufstellen kann, denn andernfalls käme man notwendigerweise wieder auf Annäherungen. Dieser Nachteil kann jedoch auf ganz einfache Weise behoben werden. Wir werden dies im Laufe der Untersuchungen ersehen.

Entwickelt man die Kettenlinie in die unendliche Reihe, so erhält man folgende Beziehung:

$$y = a \cos h \frac{x}{a} = \frac{a}{2}\left(l^{\frac{x}{a}} + l^{-\frac{x}{a}}\right)$$

$$= a\left\{1 + \frac{1}{2!}\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \frac{1}{4!}\left(\frac{x}{a}\right)^4 + \frac{1}{6!}\left(\frac{x}{a}\right)^6 + \cdots\cdots\right\},$$

streicht man die Glieder der Potenzen von 4 und 6 usw. dann erhalten wir, wie gesagt, eine Parabel, deren Scheitel um den Betrag *a*, Parameter genannt, vom Nullpunkt entfernt ist. Demnach wird:

$$y = a + \frac{1}{2}\frac{x^2}{a}.$$

Dass diese Annäherung berechtigt ist, zeigt folgender Fall:

Setzen wir $a = 700$ und $x = 50$

so ergibt das zweite Glied den Wert:

$$\frac{x^2}{2a} = \frac{2500}{2 \cdot 700} = 1{,}79$$

und das ist 0,00256 mal des Parameterwertes 700. Würde man die Potenz 4 mit in die Rechnung nehmen, so erhielte man einen so kleinen Wert, der überhaupt keinen Einfluss mehr ausübte.

Der Fall erhält sofort ein ganz anderes Bild, wenn wir eine starke Ueberhöhung annehmen. Da die Bundesvorschriften eine gewisse Sicherheit gegen Bruch verlangen, wird man den Parameter resp. die zulässige Beanspruchung heruntersetzen müssen. Beim Fall mit Ueberhöhungen wächst die Ordinate, so dass das Verhältnis $\frac{x}{a}$ grösser wird, demnach das dritte Glied auch, so dass es unter Umständen nicht vernachlässigt werden darf.

Die Berücksichtigung dieser Zusatzglieder macht die Berechnung kompliziert. Bei Anwendung der hyperbolischen Funktionen in unseren Berechnungen wird:

$$\cos h^2 \frac{x^2}{a} - \sin h^2 \frac{x}{a} = 1 .$$

Die Form der Kettenlinie nach Gleichung:

$$y = \frac{a}{\cos \alpha}$$

ist in der Fig. 1 widergegeben. Die senkrechte auf irgend eine Tangente, die durch den Fusspunkt des Berührungspunktes geht, schneidet zwischen diesem Fusspunkt und Schnittpunkt mit der Tangente den konstanten Wert a heraus, also den Parameter der Kettenlinie.

Eine andere Gleichung lautet:

$$y = a \cos h \frac{x}{a} \cdot$$

Setzen wir diese Gleichungen einander gegenüber, dann wird:

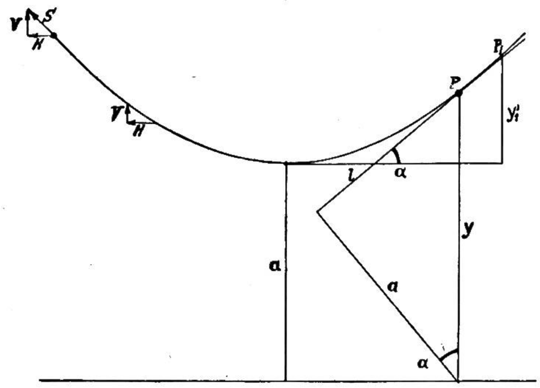

Fig. 1.

$$\cos h \frac{x}{a} \cos \alpha = 1$$

eine Formel, die uns vortreffliche Dienste leistet, besonders bei Fällen mit Ueberhöhungen.

Die Kettenlinien haben die Eigenschaft, unter sich ähnlich zu sein. Auf diesen Satz richten wir unser Hauptaugenmerk. Vergleichen wir die beiden Kettenlinien, so finden wir folgende Eigenschaften:

$$y_1 = a_1 \cos h \frac{x_1}{a_1} \qquad \text{und} \qquad y_2 = a_2 \cos h \frac{x_2}{a_2} \cdot$$

Setzen wir $\frac{y_1}{y_2} = \frac{a_1}{a_2}$ so bedingt das, dass die $\cos h$ einander gleich sein müssen, oder:

$$\frac{\cos h \frac{x_1}{a_1}}{\cos h \frac{x_2}{a_2}} = 1 \qquad \frac{x_1}{x_2} = \frac{a_1}{a_2} .$$

Legen wir eine Kettenlinie zugrunde, so können wir aus dieser alle Werte einer andern durch reine Proportionen bestimmen. Dasselbe geschieht mit der Bogenlänge, die den *sin h* entsprechen. Wir haben demnach:

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{a_1}{a_2} \qquad \text{wenn} \qquad \frac{x_1}{x_2} = \frac{a_1}{a_2} \text{ ist.}$$

Wir benützen diese Eigenschaft, um eine für uns praktische Kurve aufzustellen. Zu diesem Zwecke setzen wir die Bogenlänge als Funktion des Parameters *bei konstanter Distanz.* Es ist somit:

$$l = f(a) \qquad \text{wenn} \qquad x = \text{konst.}$$

Diese Kurve hat die Aehnlichkeit mit einer Hyperbel. Im Bereiche der grossen Parameter ist die Aenderung der Bogenlänge sehr gering. Unsere Kurve, die wir zu diesem Zwecke vorzugsweise benützen, hat die konstante Distanz 100 Meter vom Scheitel gemessen und ist im Bereiche der Parameter 100 bis 1600 ausgeführt. Fig. 2 veranschaulicht uns die Kurve.

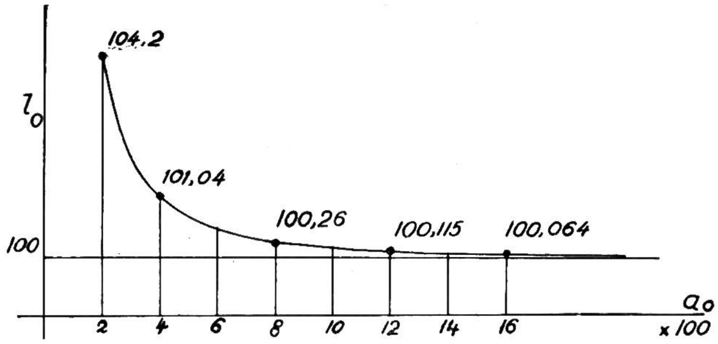

Fig. 2.

Will man nun die Bogenlänge einer Kettenlinie bestimmen, die den Parameter a_1 und die Distanz x_1 hat, so ermittelt man vorerst den Parameter a_0.

Es ist:

$$a_0 = a_1 \frac{x_0}{x_1},$$

für a_0 finden wir auf der Kurve l_0 und schliesslich wird:

$$l_1 = l_0 \frac{x_1}{x_0}.$$

Diese zwei Proportionen genügen, um die Bogenlänge einer Kettenlinie zu bestimmen. Auf eines soll hier noch aufmerksam gemacht werden: die Ausrechnungen mit dem Rechenschieber werden oft ungenau, es ist deshalb ratsam, spezielle Rechnungen auf gewöhnliche Art auszuführen. Wir werden später auf solche Fälle stossen, wenn wir die Zustandsänderungen mit in Rechnung nehmen.

Der Fall mit Ueberhöhungen.

Der Fall mit Ueberhöhungen gestaltet sich schwieriger, doch kommen wir auch hier mit dem Satze der Aehnlichkeit zum Ziele. In diesem Falle stellen wir die Werte der Ueberhöhungen ins Verhältnis mit den Parametern, so dass

$$\frac{h_1}{h_0} = \frac{a_1}{a_0}.$$

Um die Bedingung hierzu zu erhalten, stellen wir die unendlichen Reihen auf und bilden sogleich die Differenz der Ordinatenwerte:

$$h_1 = y_2 - y_1 \qquad\qquad h_0 = y_{02} - y_{01}$$

$$h_1 = a_1 \left[1 + \frac{1}{2!}\left(\frac{x_2}{a_1}\right)^2 + \frac{1}{4!}\left(\frac{x_2}{a_1}\right)^4 + \cdots \quad - \left\{ 1 + \frac{1}{2!}\left(\frac{x_1}{a_1}\right)^2 + \frac{1}{4!}\left(\frac{x_1}{a_1}\right)^4 + \cdots \right\} \right].$$

Dasselbe machen wir für eine andere Kurve, die uns wiederum als Grundkurve dienen soll:

$$h_0 = a_0 \left[1 + \frac{1}{2!}\left(\frac{x_{02}}{a_0}\right)^2 + \frac{1}{4!}\left(\frac{x_{02}}{a_0}\right)^2 + \cdots \quad - \left\{ 1 + \frac{1}{2!}\left(\frac{x_{01}}{a_0}\right)^2 + \frac{1}{4!}\left(\frac{x_{01}}{a_0}\right)^4 + \cdots \right\} \right].$$

Wenn wir den Satz der Vergleichung der Reihen zu Hilfe nehmen, können wir ohne weiteres schreiben:

$$\frac{1}{a_0^2}\left(x_{02}^2 - x_{01}^2\right) = \frac{1}{a_1^2}\left(x_2^2 - x_1^2\right)$$

oder:
$$\frac{a_1^2}{a_0^2} = \frac{(x_2^2 - x_1^2)}{(x_{02}^2 - x_{01}^2)},$$

nehmen wir das folgende Glied mit der Potenz 4, dann ist

$$\frac{a_1^4}{a_0^4} = \frac{(x_2^4 - x_1^4)}{(x_{02}^4 - x_{01}^4)}.$$

Quadrieren wir den Wert mit der Potenz 2 und setzen ihn demjenigen der Potenz 4 gleich, so folgt, dass

$$\left(\frac{x_2^2 - x_1^2}{x_{02}^2 - x_{01}^2}\right)^2 = \frac{x_2^4 - x_1^4}{x_{02}^4 - x_{01}^4}.$$

Durch Trennung der einzelnen Glieder tritt folgende Vereinfachung ein:

$$\frac{(x_2^2 - x_1^2)(x_2^2 - x_1^2)}{(x_{02}^2 - x_{01}^2)(x_{02}^2 - x_{01}^2)} = \frac{(x_2^2 - x_1^2)(x_2^2 + x_1^2)}{(x_{02}^2 - x_{01}^2)(x_{02}^2 + x_{01}^2)} \quad \text{und} \quad \frac{x_2^2 - x_1^2}{x_{02}^2 - x_{01}^2} = \frac{x_2^2 + x_1^2}{x_{02}^2 + x_{01}^2},$$

klammert man x_2^2, x_1^2 aus, so folgt:

$$x_2^2\left[\frac{1}{x_{02}^2 - x_{01}^2} - \frac{1}{x_{02}^2 + x_{01}^2}\right] = x_1^2\left[\frac{1}{x_{02}^2 + x_{01}^2} + \frac{1}{x_{02}^2 - x_{01}^2}\right],$$

auf gleichen Nenner gebracht und umgeändert erhalten wir schliesslich unsere Endlösung:

$$\frac{x_2^2}{x_1^2} = \frac{-x_{01}^2 + 2x_{02}^2 + x_{01}^2}{x_{02}^2 + 2x_{01}^2 - x_{02}^2} = \frac{x_{02}^2}{x_{01}^2} \quad \text{oder}$$

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{x_{02}}{x_{01}}.$$

Wir haben also die einfache Lösung, dass sich unter den angegebenen Voraussetzungen die Abszissen der einen Kurve verhalten wie diejenigen der andern. Damit ist uns aber nicht voll gedient, denn alle vier Abszissen sind für uns Unbekannte, die wir noch zu bestimmen haben. Dazu benötigen wir vier Gleichungen. Wir kommen jedoch auch anders zum Ziele, denn es ist $x_2 = x_1 + d$. Damit haben wir schon eine Unbekannte eliminiert und wir können nun setzen:

$$\frac{x_1 + d}{x_1} = \frac{x_{02}}{x_{01}}.$$

Um die folgenden Unbekannten zu ermitteln, gehen wir vom Grundprinzip aus. Es ist:

$$y_1 = y_{01}\frac{a_1}{a_0} \qquad x_1 = x_{01}\frac{a_1}{a_0}$$

$$y_2 = y_{02}\frac{a_1}{a_0} \qquad \text{demnach} \quad x_2 = x_{02}\frac{a_1}{a_0}.$$

Subtrahieren wir die entsprechenden Werte von x und y so erhalten wir:

$$y_2 - y_1 = h_1 = (y_{02} - y_{01})\frac{a_1}{a_0} = h_0\frac{a_1}{a_0}$$

und
$$x_2 - x_1 = d_1 = (x_{02} - x_{01})\frac{a_1}{a_0} = d_0\frac{a_1}{a_0}.$$

Durch entsprechende Gleichsetzung erhalten wir wiederum:

$$\frac{h_1}{h_0} = \frac{a_1}{a_0} \qquad \text{wenn} \qquad \frac{d_1}{d_0} = \frac{a_1}{a_0} \quad \text{ist.}$$

Wir bestimmen aus diesen Gleichungen die Werte h_0 und d_0. Hierauf zeichnen wir uns eine Kettenlinie mit dem Parameter $a_0 = 1000$ und nötigenfalls eine solche mit $a_0 = 100$ auf. Dazu konstruieren wir uns einen Masstab mit zwei zu einander senkrechten Schenkeln, die die Masstäbe der Abszissen einerseits und die Ordinaten andererseits enthalten. Mit den Werten h_0 und d_0 auf unserem Masstab gleiten wir nun so lange auf unsern Normalkettenlinien entlang, bis die entsprechenden Punkte auf die Kurve zu liegen kommen und wir die Werte X_{02} und X_{01} ablesen können. Hierauf bildet man den Wert $k = \frac{x_{02}}{x_{01}}$. Es wird sodann

$$\frac{x_1 + d_1}{x_1} = \frac{x_{02}}{x_{01}} = k\,, \qquad x_1 = \frac{d_1}{k-1}\,, \qquad x_2 = x_1 + d\,.$$

Damit ist unsere Aufgabe gelöst, x_1 und x_2 sind bis auf die Ablesungsfehler genau bestimmt.

Zusammenfassend haben wir folgenden Vorgang:

1. Bestimmung von h_0 und d_0,
2. „ „ x_{02} „ x_{01},
3. „ „ $k = \frac{x_{02}}{x_{01}}$,
4. „ „ $x_1 = \frac{d_1}{k-1}$.

Hierbei ist genau auf die Vorzeichen zu achten von denen selbstverständlich x_1 abhängt.

Um die Bogenlänge, d. h. ihre Abszissen zu bestimmen, könnte man von ähnlichen Gesichtspunkten ausgehen, doch hat es keinen Vorteil, denn unsere frühere Angabe ist einfach genug:

x_2 entspricht a_{02}, diesem l_{02} und schliesslich l_2
x_1 „ a_{01}, „ l_{01} „ „ l_1,

so dass die Bogenlänge 2 nach folgender Gleichung bestimmt werden kann:

$$l = l_2 - l_1\,.$$

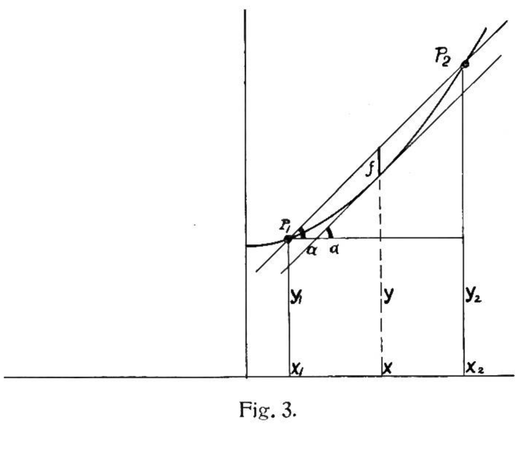

Fig. 3.

Der Durchhang.

Um den Durchhang zu bestimmen, benützen wir nicht mehr die Aenlichkeitsbedingungen, sondern wir gehen von zwei Formeln aus, von denen eine aus rein geometrischen Verhältnissen aufgebaut ist und für die Praxis kein Interesse hat. Die zweite Formel hingegen ist eine günstige Lösung, die wir als *universelle Formel* betrachten wollen. Die Vereinfachung, die gemacht werden musste, ist für die in der Praxis auftretenden Fälle kaum bemerkbar. Für den zweiten Ausdruck sind wir an hyperbolische Tafeln gebunden.

Diese Formel ist unpraktisch, sie kann jedoch als Kontrollformel benützt werden. Der Wert x ist die Abszisse des Berührungspunktes jener Tangente, die parallel zur Hypothenuse des Dreieckes, gebildet aus Distanz und Ueberhöhung, gezogen ist. Die Umständlichkeit dabei ist die Bestimmung von x.

Formel 1. Aus der Fig. 3 lassen sich folgende Verhältnisse ohne weiteres herauslesen.

$$f = y_1 + (x - x_1)\, tg\, \alpha - y$$

$$f = y_1 + (x - x_1)\, tg\, \alpha - \frac{a}{\cos \alpha}\,.$$

Formel 2. Die universelle Durchhangsformel ist auf folgende Art und Weise zustande gekommen. Lässt man eine Sekante derart einer Kettenlinie entlanggleiten, dass die Abszissendifferenz der Schnittpunkte konstant bleibt, so umhüllen sämtliche Sekanten einer Kurve die wir die *Durchhangskurve* nennen wollen (Fig. 4).

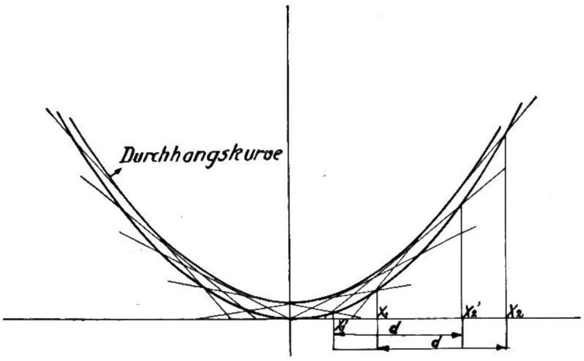

Fig. 4.

Der Durchhang wächst mit dem reziproken Wert des $\cos \alpha$, des Neigungswinkels der Sekante mit der Abszissenaxe.

Die Sekantengleichung heisst allgemein:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)\,.$$

Setzen wir für y_1 und y_2 die entsprechenden Werte ein, so folgt:

$$y - a \cos h \frac{x_1}{a} = \frac{a \cos h \frac{x_2}{a} - a \cos h \frac{x_1}{a}}{x_2 - x_1}(x - x_1)\,.$$

Eine Umhüllungskurve findet man, wenn man eine Gleichung nach einem Parameter — in unserm Falle nicht der Parameter der Kettenlinie, sondern eine bestimmte Grösse, die für diesen Fall in Frage kommt und zwar x_1 und x_2, — differenziert, hierauf Null setzt, und den Parameter aus beiden Gleichungen eliminiert. Es ist $x_2 = x_1 + d$,

$$y = f(\xi x) \qquad \frac{\partial y}{\partial \xi} = \varphi(\xi x) = 0\,.$$

Die differenzierte Gleichung lautet:

$$0 = -\sin h \frac{x_1}{a} - \frac{x}{d} \sin h \frac{x_1 + d}{a} + \frac{x}{d} \sin h \frac{x_1}{a} - \frac{a}{d} \cos h \frac{x_1 + d}{a} + \frac{x_1}{d} \sin h \frac{x_1 + d}{a}$$
$$+ \frac{a}{d} \cos h \frac{x_1}{a} - \frac{x_1}{d} \sin h \frac{x_1}{a}\,.$$

Versucht man x_1 aus den beiden Gleichungen zu eliminieren, so wird man zu keinem Resultate gelangen, denn man stösst hierbei auf transzendente Gleichungen. Wir sind deshalb veranlasst, einen Kunstgriff anzuwenden, der in der Anwendung einer Eigenschaft der Parabel ruht und darin besteht, dass der konjugierte Durchmesser einer Parabel den Sehnenabschnitt des andern halbiert. Dies gilt wohlweislich nur für die Parabel. Wenden wir diesen Satz auf die Kettenlinie an, so sollte die differenzierte Gleichung für diesen Ansatz zu Null werden, was jedoch nicht zutrifft; ein Beweis dafür, dass diese Eigenschaft der Kettenlinie nicht zukommt. Wir machen also folgenden Ansatz:

$$x = x_1 + \frac{d}{2} \qquad \text{wonach} \qquad x_1 = \frac{2x - d}{2}$$

$$x = x_2 - \frac{d}{2} \qquad\qquad x_2 = \frac{2x + d}{2}.$$

Wir setzen dann diese Werte in die Sekantengleichung ein und erhalten:

$$y - a \cos h \frac{2x - d}{2a} = \frac{1}{d}\left[a \cos h \frac{2x + d}{2a} - a \cos h \frac{2x - d}{2a}\right]\left(x - \frac{2x - d}{2}\right)$$

ausgewertet wird:

$$y = a \cos h \frac{2x - d}{2a} + \frac{xa}{d} \cos h \frac{2x + d}{2a} - \frac{xa}{d} \cos h \frac{2x - d}{2a} - \frac{2x - d}{2d} \cos h \frac{2x + d}{2a}$$

$$+ \frac{2x - d}{2d} \cos h \frac{2x - d}{2a}.$$

Fassen wir die gleichnamigen Glieder zusammen, so erhalten wir einen Ausdruck, den wir nach einem trigonometrischen Satze umformen können. Es besteht die Beziehung für hyperbolische Funktionen:

$$\cos h\, x + \cos h\, y = 2 \cos h \frac{x + y}{2} \cos h \frac{x - y}{2}.$$

Wendet man diese Beziehung auf unsern Fall an, so wird schliesslich:

$$y = \frac{a}{2} \cos h \frac{2x - d}{2a} + \frac{a}{2} \cos h \frac{2x + d}{2a} \quad \text{oder}$$

$$y = a \cos h \frac{x}{a} \cos h \frac{d}{2a}.$$

Der Durchhang selbst ergibt sich somit aus der Subtraktion der letzen Endformel, also der Durchhangskurve und der Kettenlinie aus der die Durchhangskurve abgeleitet worden ist. Anders geschrieben lautet die Formel:

$$y = a \cos h \frac{x}{a}\left[\cos h \frac{d}{2a} - 1\right] = \frac{a}{\cos \alpha}\left[\cos h \frac{d}{2a} - 1\right].$$

Ein Nachteil bleibt, wie gesagt, an dieser Formel haften. Es ist dies der Umstand, dass man sie nicht mit den Zustandsänderungen verbinden kann. Wir wollen jedoch auf anderem Wege zum Ziele zu gelangen suchen.

Temperatur und Zug haben auf die Bodenlänge einen nur geringen Einfluss, der im ersten Fall zu vernachlässigen erscheint, doch bei weiterer Untersuchung auf den Parameter grossen Einfluss ausübt und somit auch auf den Durchhang.

Ein Beispiel soll dies veranschaulichen.

Aus unserer Hilfskurve nehmen wir den Parameter 500 als Grundlage an. Diesem entspricht eine Bogenlänge für die konstante Distanz x_0 von 100,668 m. Eine Vergrösserung von 20 % des Parameters ergibt einen 0,203 % kleineren Wert der Bogenlänge. Dies ist ein schlagender Beweis für die Beobachtung von Temperatur und Zug.

Wenn sich die Bogenlänge durch den Einfluss von Temperatur und Zug um n % ändert (der Zug macht weniger aus, denn sonst könnte man diesen Vorgang der Rechnung nicht so einfach gestalten), so verändert sich eine andere Bogenlänge unter gleichen Umständen ebenfalls um n %. Das Verhältnis der Bogenlängen bleibt demnach ungestört, die Folge davon ist, dass auch das Verhältnis der entsprechenden Parameter unverändert bleibt.

Konstatieren wir durch Temperatur und Zug eine Verlängerung der Bogenlänge, so haben wir folgenden Weg einzuschlagen:

Man bestimmt das a_0 und l_0 der Hilfskurve, stellt an diesem Verhältnis den Einfluss der Temperatur (und des Zuges) fest, berechnet somit l'_0 nach der bekannten Beziehung:

$$l'_0 = l_0\left(1 + \alpha(t - t_0) + \frac{p - p_0}{E}\right) = l_0\left(1 + \frac{n}{100}\right).$$

dem Werte für l'_0 entspricht ein Wert für a'_0 auf der Hilfskurve. Damit das Verhältnis nicht gestört wird, muss

$$\frac{l'_0}{l'_1} = \frac{a_0}{a_1} = \frac{a'_0}{a'_1} \quad \text{sein.}$$

Es ist also:

$$a'_1 = a_1 \frac{a'_0}{a_0}\,.$$

Aus diesem Wert für a'_1 erhalten wir den neuen Durchhang.

Ermittlung der Züge und Zugbeanspruchungen.

Es ist aus den Gesetzen der Kettenlinie:

$H = q\,p_0 = q\,p_{\min}$ die Horizontalkomponente, die konstant bleibt

$V = q\,\gamma\,l$ die Vertikalkomponente, die proportional dem Gewichte ist.

Der resultierende Zug ist somit:

$$P = \sqrt{H^2 + V^2}\,.$$

Setzt man die obigen Werte in die Zugformel ein, und ersetzt man die spez. Zugbeanspruchung durch den Wert $p_0 = a\,\gamma$, so wird

$$P = q\sqrt{p_0^2 + \gamma^2 l^2}$$

$$= q\,\gamma\sqrt{a^2 + l^2} \qquad \text{und pro cm}^2 \quad p = \gamma\,y = a\,\gamma \cos h \frac{x}{a}\,,$$

d. h. der Zug ist proportional der Ordinate des betreffenden Aufhängepunktes.

Anpassung an die Vorschriften.

Laut Bundesvorschriften muss bei tiefster Temperatur ohne Zusatzlasten eine 5fache Sicherheit gewährleistet werden und eine $2^1/_2$fache bei 0^0 mit einer Zusatzlast von 1,5 kg/m. (Diese Vorschriften sind z. Z. in Revision begriffen.)

Zur Projektierung von Leitungen ist es zweckmässig, eine Kurventafel aufzuzeichnen, woraus man ohne weiteres die Möglichkeit eines Falles beurteilen kann. Zeichnet man zum Beispiel einige Kettenlinien, die alle ihren Koordinatenanfangspunkt an derselben Stelle haben, so erhält man eine Schar sich durchdringender Kurven. Zieht man sodann in einer bestimmten Höhe eine Parallele zur Abszissenaxe, so schneidet diese gerade sämtliche Kettenlinien, deren Parameter kleiner sind als der Ordinatenwert dieser Parallelen, d. h. alle geschnittenen Kettenlinien gehören zu den möglichen Fällen. Diese Parallele ist aber auch der *Ort aller Punkte gleicher Sicherheit.* Diese Art der Tafel ist für unsere Zwecke ungeeignet, denn der Platzbedarf für die Kurvenschar wäre zu gross. Wir umgehen diese Umständlichkeit wenn wir sämtliche Scheitel der Kettenlinien im Nullpunkt beginnen lassen. Damit erreichen wir den Vorteil, dass die Werte aller Ueberhöhungen auf denselben

Masstab bezogen werden können. Eine Aenderung tritt aber ein mit der Geraden, die in diesem Falle keine Gerade mehr bleibt, sondern in eine Kurve übergeht, die einer Kettenlinie ähnlich ist, jedoch steiler verläuft. Diejenigen Kettenlinien, die durch diese *Kurve gleicher Sicherheit* geschnitten werden, sind auch in diesem Falle im Bereiche der Möglichkeit, insofern diese Kurve gleicher Sicherheit als Grenzwert vorgeschrieben wird (Fig. 5).

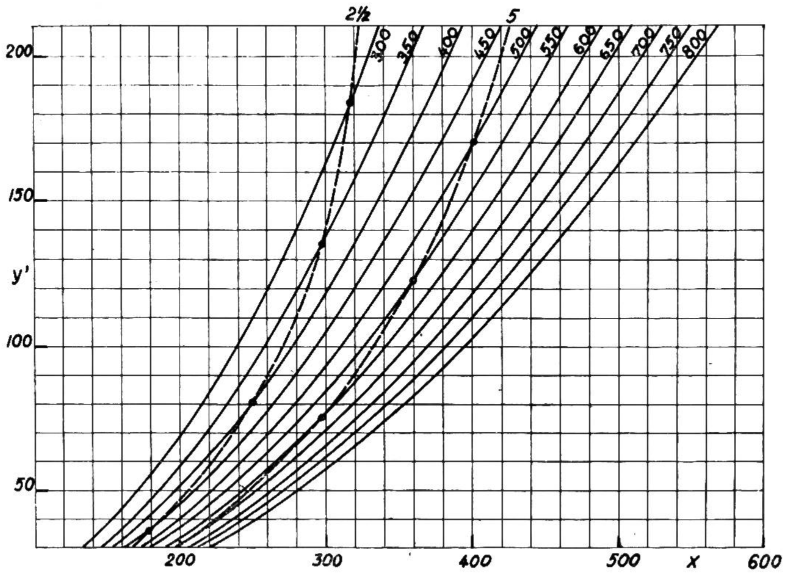

Fig. 5.
Kettenlinienschar mit Kurven gleicher Sicherheit. Für die Kurve $S = 2^1/_2$ ist mit 1,5 kg/m Schnee gerechnet worden.

Die Gleichung der Kurve gleicher Sicherheit wird somit folgende Form haben:

$$p_n + \gamma\, y'_n = \text{konstant für}$$
x-fache Sicherheit,

anders geschrieben lautet sie:

$$a_n \cos h \frac{x_n}{a_n} = \text{konst.}$$

Aus dieser Form der hyperbolischen Funktion entnehmen wir, dass a_n und x_n veränderliche Werte sind. Diese Form auszuwerten wäre zu umständlich. Wir nehmen an, wir hätten für Kupfer $k_z = 3000$ kg/cm^2, eine Anzahl Kettenlinien mit ihrem Scheitel im Nullpunkt aufgezeichnet, alsdann für eine Kettenlinie mit dem Parameter $a = 500$, z. B. den Punkt 5facher Sicherheit berechnet, in der Kettenlinie mit $a = 300$ eingetragen und dazu den Ordinatenwert (genau gesagt den Wert der Ueberhöhung) herausgegriffen. Mathematisch ausgedrückt heisst dies:

$$p_n + \gamma\, y'_n = \frac{K_z}{s} \qquad s = \text{Sicherheit}$$

$$a_n \gamma + \gamma\, y'_n = \frac{K_z}{s} \qquad \gamma = \text{spez. Gewicht} \cdot 10^{-3} \text{ in kg/cm}^3$$

$$a_n + y'_n = \frac{K_z}{s\,\gamma} = \text{konst.}$$

Aus der Endformel können wir ohne weiteres sämtliche Werte der Ueberhöhungen leicht berechnen und somit die Kurven gleicher Sicherheit eintragen. Nehmen wir nun an, die bisherigen Vorschriften seien endgültig festgesetzt, so beobachten wir an unserer Kurventafel, dass links der Kurve für 5fache Sicherheit sämtliche Fälle für normale Temperaturen möglich sind.

Sobald aber die Temperatur- und Längenänderungen in Betracht gezogen werden, treten Veränderungen in der Lage der Kurven gleicher Sicherheit ein. Temperaturzunahme und Längenänderung rufen eine Verschiebung der Kurven nach links hervor, also eine Aenderung in günstigem Sinne. Anders gestaltet sich der Fall bei Temperaturabnahme, doch kann die Längenänderung den Ausgleich wieder herstellen. Ungünstigen Einfluss haben die Zusatzlasten, denn nach der Formel für das virtuelle spez. Gewicht wird das resultierende spez. Gewicht grösser, umso grösser noch bei Annahme grösserer Schneewalzen, worauf die nachstehende Formel hinweist.

$$\gamma_{res} = \gamma_0 + \frac{(d^2_{Schnee} - d^2)\frac{\pi}{4}0{,}16 \cdot 10^{3}}{q} \qquad \begin{array}{l} 0{,}16 = \gamma_{Schnee} \\ d = \text{Durchmesser.} \end{array}$$

Es kann nun vorkommen, dass die Kurve $2^1/_2$facher Sicherheit links oder rechts der Kurve 5facher Sicherheit zu liegen kommt. Dies hängt ganz von den Annahmen ab. Die Formel:

$$a = \frac{K_z}{s\,\gamma_{res}} - y'$$

gibt uns zum vorneherein Aufschluss, ob der Fall mit Zusatzlasten möglich ist, denn wir kennen die Ueberhöhung und damit ist uns der erforderliche Wert für a gegeben.

Fortschritte in der Reinigung von Isolierölen.

Von *J. Wenger*, Zürich.

Der Verfasser bespricht nach Erwähnung der bisher gebräuchlichen Reinigungsverfahren für Isolieröl eine zu diesem Zwecke in neuerer Zeit in Anwendung gekommene Oelreinigungsmethode nach dem Prinzip der Zentrifugalapparate. Er beschreibt den Bau und die Wirkungsweise dieser Apparate und macht Angaben über Leistungsfähigkeit und Versuchsergebnisse derselben.

L'auteur rappelle les moyens d'épuration de l'huile en usage jusqu'à ce jour et rend compte d'un nouveau procédé basé sur l'emploi d'appareils à force centrifuge. Il décrit un appareil de ce type et son fonctionnement et donne quelques résultats d'expérience.

1. Einleitung.

a) Allgemeines.

Von den in der Elektrotechnik verwendeten Mineralölen, deren chemische Zusammensetzung noch mehr oder weniger unbekannt ist, dient der grösste Teil als isolierendes Medium. Ihre Brauchbarkeit als solches hängt in hohem Masse von der elektrischen Festigkeit ab und die Prüfung letzterer bildet einen wichtigen Bestandteil einer allgemeinen Oeluntersuchung.

b) Hauptfaktoren, von denen die Isolierfestigkeit eines Oeles abhängt.

Abgesehen von ganz groben Verunreinigungen wie Metallschlamm usw., ist die Isolierfestigkeit des Oeles hauptsächlich bedingt durch seinen Gehalt an Wasser und kleinsten Faserteilchen.

Es ist seit langem bekannt, dass die Feuchtigkeit die elektrische Festigkeit in sehr starkem Masse beeinflusst. In der Tat kann ein Wassergehalt von $^1/_2\ ^0/_{00}$ genügen, um die Durchschlagsfestigkeit eines Isolieröles auf den halben Wert heruntersusetzen.

Die neuesten Untersuchungen[1]) weisen aber darauf hin, dass die im Oel enthaltenen kleinsten Faserteilchen (z. B. von Isolierbaumwolle herrührend) ebenfalls an der Verschlechterung der Isolierfestigkeit aktiven Anteil nehmen. Die Feuchtigkeit wird von ihnen aufgenommen und die so leitend gewordenen Partikelchen bilden in den elektrischen Feldern Brücken, welche an der meist beanspruchten Stelle den Ueberschlag einleiten können.

Das Isolieröl ist deshalb sehr empfindlich sowohl auf seinen Gehalt an Feuchtigkeit wie auch an kleinsten mechanischen Beimengungen. In Laboratorien, wo

[1]) Z. B. Hirlobe, Ojawa und Kubo. Electrical Insulating properties of transformer oils. Electrician 1917 p. 656 und F. Schröter, Reinigung und Durchschlagsfestigkeit von Transformerölen. Arch. f. El. Techn. 1923, Heft 1, S. 67.