

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 14 (1923)  
**Heft:** 11

**Artikel:** Die Zeichnung des genauen Diagrammkreises des Drehstrommotors  
**Autor:** Moser, Robert  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1060401>

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Besteht im Kabel ein Temperaturgefälle, dann sagt diese Gleichung aus, dass sich im Falle einer Temperaturabhängigkeit die Größen  $\varepsilon$  und  $g$  durch eine und dieselbe Temperaturfunktion ausdrücken lassen müssen. Die vorgenommenen bezüglichen Untersuchungen haben jedoch gezeigt, dass dies nicht zutrifft<sup>5)</sup>. Man ersieht also, dass mit Hilfe eines Ersatzschemas, wie es Fig. 19 zeigt, die analytische Formulierung der Spannungsverteilung im allgemeinen nicht vorgenommen werden kann.

Handelt es sich übrigens nur darum, die Spannungsverteilung entweder bei oder nahe der normalen Betriebsspannung, oder dann bei oder nahe der Durchschlagsspannung zu beurteilen, so erübrigt sich, wie in den vorhergehenden Abschnitten erörtert wurde, die Verwendung irgend eines besonderen Ersatzschemas des sogenannten „unvollkommenen Kondensators“ vollständig.

### Zusammenfassung der Hauptergebnisse.

1. Die Spannungsverteilung im Dielektrikum von Gleichstromkabeln ist in nicht zu vernachlässigendem Masse abhängig von der Grösse des Betriebsstromes.
2. Die Spannungsverteilung im Dielektrikum von Wechselstromkabeln wird nur unwesentlich durch den Betriebsstrom beeinflusst. Die O'Gormansche Formel hat bei diesen Kabeln Gültigkeit, jedoch nur bis zu Spannungen, die unwesentlich über der normalen Betriebsspannung liegen.
3. Die bei der Kabelprüfung hin und wieder stattfindenden Spannungsproben von Wechselstromkabeln mit Gleichspannung sind nicht einwandfrei.
4. Die Vorstellung, dass das Dielektrikum eines Kabels aus der Aneinanderfügung von Elementarzylindern bestehe, welch letztere mit ohmschem Widerstand überbrückte reine Kapazitäten sind, ermöglicht nicht die Berechnung der Spannungsverteilung bei Temperatureinwirkung. Dagegen erweist es sich für Spannungen, die unter, bei oder unwesentlich über der normalen Betriebsspannung liegen, zweckmäßig, das Dielektrikum als die Serieschaltung von lauter reinen Kapazitäten aufzufassen. Bei Spannungen, die zum Durchbruch führen, ist das Dielektrikum als die Serieschaltung von lauter ohmschen Widerständen aufzufassen.
5. Der elektrische Durchschlag der Kabelisolation kann durch die Wärmeproduktion im Dielektrikum erklärt werden. Dieser Vorgang gestattet die Berechnung der Durchbruchsspannung des Kabels. Für den Durchschlag ist der Effektivwert der Spannung massgebend.
6. Für gleiche Betriebsspannung und betriebswarmen Zustand liegt die Sicherheit des Einleiterkabels gegen Durchschlag bei Gleichstrombetrieb wesentlich höher als bei Wechselstrombetrieb.

## Die Zeichnung des genauen Diagrammkreises des Drehstrom-motors.

Von Privatdozent Dr. Robert Moser †, Wien.

*Der Autor gibt ein neues zeichnerisches Verfahren zur Bestimmung des Diagrammkreises des Drehstrommotors unter Berücksichtigung des Magnetisierungsstromes an und beweist die Richtigkeit desselben.*

*L'auteur expose un nouveau procédé graphique pour déterminer le diagramme du moteur asynchrone en tenant compte des pertes dans le fer et démontre son exactitude.*

Die hier zu besprechende Konstruktion des Kreisdiagrammes des Drehstrom-motors, bei welcher der ohmsche Abfall im Primärkreise (Ständer) berücksichtigt wird, konnte bei der grossen Anzahl bereits bekannter Lösungen nicht Selbstzweck

<sup>5)</sup> Das Kabeldielektrikum kann, wie es auch bei den Brückenmessungen vorausgesetzt wurde, als die Parallelschaltung einer reinen Kapazität mit parallel geschaltetem Widerstand angesehen werden. Dies trifft nun aber nur solange zu, als man von der in diesem Abschnitt angenommenen Elementar-zergliederung des Dielektrikums absieht.

einer Untersuchung sein. Sie ist auch nur das zufällige Ergebnis einer vor einigen Jahren über den ganz elementaren Nachweis des genauen Kreises angestellten Studie. Die Konstruktion hat das Eigentümliche, dass sich der Durchmesser des Diagrammkreises, und zwar des horizontalen, ohne Benützung des Zirkels mit wenigen Strichen und in brauchbarem Maßstab angeben lässt. Den Nachweis der Richtigkeit dieser Konstruktion kann man nach bekannten Methoden leicht führen. Trotzdem wird es vielleicht nützlich sein, die Ableitung des genauen Kreises, welcher die Konstruktion ihre Entstehung verdankt, sowie einige Ergänzungen zur praktischen Anwendung des Diagrammes anschliessend zu erörtern.

#### *Zeichnung des genauen Kreises.*

Man trägt nach Fig. 1, wie beim einfachen Heyland-Diagramm, auf der X-Achse den idealen Magnetisierungsstrom  $OA = I_u$  auf, ferner den ideellen Kurzschlussstrom  $OB = I_k$ , bezogen auf die Klemmenspannung  $V_A$ , deren Richtung in die Y-Achse fällt, und errichtet in  $A$  und  $B$  Vertikale. Der Einfluss des Ständerwiderstandes  $r_1$  erhält seinen Ausdruck darin, dass man ihn mit der Ständerreaktanz

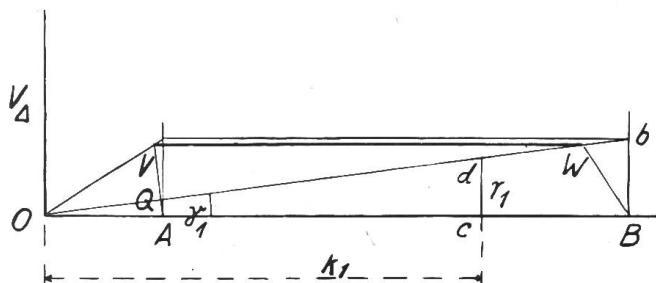


Fig. 1  
Konstruktion des horizontalen Durchmessers des genauen Kreises.

$$k_1 = \frac{V_A}{I_u} \quad (1)$$

in Zusammenhang bringt. Hierbei sei ein Winkel  $\gamma_1$  durch die Beziehung:

$$\operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{r_1}{k_1} \quad (2)$$

definiert. Es ist also  $\gamma_1$ , zum Impedanzwinkel des primären Stromkreises komplementär. Man zieht dann durch  $O$  eine Gerade unter dem Neigungswinkel  $\gamma_1$ , indem man beispielsweise auf der X-Achse in irgend einem Maßstabe  $Oc = k_1$  und senkrecht dazu  $cd = r_1$  aufträgt. Den Strahl  $Od$  bringt man mit der Vertikalen in  $B$  zum Schnitt und erhält auf letzterer den Punkt  $b$ . Ferner legt man durch  $b$  eine Horizontale, welche die im Punkt  $A$  errichtete Vertikale in  $a$  schneidet und verbindet  $O$  mit  $a$ . Fällt man nun von  $A$  aus eine Normale auf  $Ob$ , so ist die durch den Schnittpunkt  $V$  dieser Normalen mit dem Strahl  $Oa$  gelegte horizontale Strecke  $VW$ , deren zweiter Endpunkt  $W$  auf dem Strahl  $Ob$  liegt, bereits der horizontale Durchmesser des genauen Kreises. Will man den Endpunkt  $W$  (wegen des flachen Schnittes) genauer erhalten, so zieht man durch  $B$  einen Strahl normal zu  $Oa$ , welcher auf  $Ob$  ebenfalls diesen Punkt  $W$  herausschneidet.

#### *Ableitung des genauen Kreises.*

Die Ableitung des Diagrammkreises geht vom Stromdiagramm des allgemeinen Transformators aus, welches den Zusammenhang zwischen dem Primärstrom, Magnetisierungsstrom und dem auf die Primärwicklung bezogenen Sekundärstrom angibt. Man kann sich dasselbe in mehr technischer Anschauungsweise mit Hilfe der Streukoeffizienten<sup>1)</sup> oder in mehr physikalischer Art mit Hilfe der Induktionskoeffizienten oder Reaktanzen ins Gedächtnis zurückrufen. Obwohl dieses Stromdiagramm demnach als bekannt anzusehen ist, wird es sich für das folgende empfehlen, den Aufbau desselben nach letzterer Methode kurz anzugeben, ähnlich wie Sumec den Beweis des genauen Kreises einleitet.<sup>2)</sup>

Bezeichnen  $I_1$ ,  $I_2$  den Ständer- bzw. Läuferstrom, ferner  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_{12}$  oder  $k_{21}$  der Reihe nach die Totalen Selbstreaktanzen der Ständer- bzw. Läuferwicklung

<sup>1)</sup> Vergl. u. a. Verfasser: „Elektrotechnik und Maschinenbau“ 1912, Seite 848.

<sup>2)</sup> E. u. M. 1910, Seite 110.

und die Reaktanz der gegenseitigen Induktion bei Netzfrequenz, so bekommt man zunächst das EMK-Dreieck für die Ständerwicklung nach Fig. 2a. Die resultierende  $od$  der beiden induzierten Spannungen  $op = I_1 k_1$  und  $pd = I_2 k_{21}$  gibt die Gesamt-Gegen-EMK des Ständers  $E_1$ . Nach Fig. 2b liefert die Resultierende  $o' f'$  aus den beiden in der Läuferwicklung induzierten Spannungen  $o' p' = I_1 k_{12} s$  und  $p' f' = I_2 k_2 s$  ( $s$  = Schlüpfung) die gesamte im Läufer verfügbare Spannung  $E_2$ , welche zur Deckung des ohmschen Spannungsabfalles  $I_2 r_2$  ( $r_2$  = Läuferwiderstand) dient, daher in Phase mit  $I_2$  ist und senkrecht zu der durch  $I_2$  erzeugten Reaktanzspannung  $p' f' = I_2 k_2 s$  stehen muss. Der Winkel bei  $p$  bzw.  $p'$  in den beiden Dreiecken ist derselbe. Man kann nun die beiden

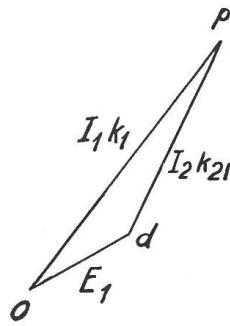


Fig. 2a

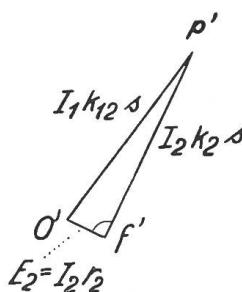


Fig. 2b

EMK-Dreieck des Läufers.

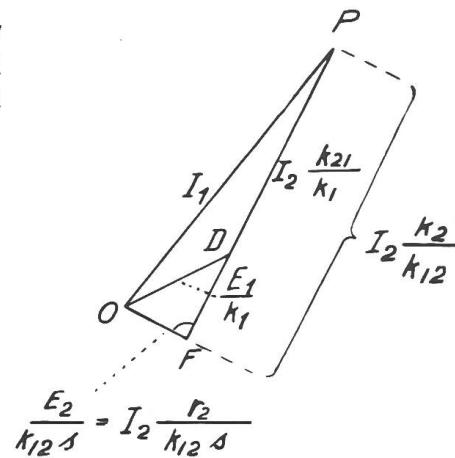


Fig. 2c

Stromdiagramm, bezogen auf die Ständerwicklung.

Dreiecke zusammenfassen, indem man beispielsweise sämtliche Größen des Ständer-EMK-Dreieckes durch  $k_1$  und die des Läufer-EMK-Dreieckes durch  $k_{12} s$  dividiert. Dann erhalten die Strecken  $op$   $o' p'$  denselben Wert, nämlich den des Ständerstromes  $I_1 = OP$ , und können zur Deckung gebracht werden, wie es Fig. 2c zeigt. Aus diesem letzteren Diagramm sind nun die wichtigsten Elemente für die Entwicklung des Kreisdiagrammes zu entnehmen. Die Strecke  $OD$  (entstanden aus  $od$  der Fig. 2a) gibt uns auch hier ein Mass für die wirksame Gegen-EMK des Motors  $E_1$ , stellt unmittelbar jedoch den in der Ständerwicklung wirksamen Magnetisierungsstrom  $\frac{E_1}{k_1}$  dar. ( $OD$  kann auch als Mass des resultierenden Ständerfeldes betrachtet werden.) Die Strecken  $PD$  (entstanden aus  $pd$ ) und  $PF$  (entstanden aus  $p' f'$ ) sind beide ein Mass für den Läuferstrom  $I_2$  und geben auch die Phasenlage desselben in bezug auf den Ständerstrom  $I_1 = OP$  richtig an. Es ist:

$$I_2 = PD \frac{k_1}{k_{21}} = PF \frac{k_{12}}{k_2}. \quad (3)$$

Der Punkt  $D$  teilt die Strecke  $PF$  in einem konstanten Verhältnis und zwar erhält man aus Fig. 2c:

$$\frac{DF}{PF} = \frac{PF - PD}{PF} = \frac{\frac{k_2}{k_{12}} - \frac{k_{21}}{k_1}}{\frac{k_2}{k_{12}}} = 1 - \frac{k_{12} k_{21}}{k_1 k_2}. \quad (4)$$

den Gesamtstreu koef fizienten oder das Verhältnis von ideellem Magnetisierungsstrom  $I_\mu$  zum ideellen Kurzschlussstrom  $I_k$ , also auch:

$$\frac{DF}{PF} = \sigma = \frac{I_\mu}{I_k}. \quad (4a)$$

Die Strecke  $OF = \frac{E_2}{k_{12}s} = I_2 \frac{r_2}{k_{12}s}$  steht (wie  $o'f'$  zu  $p'f'$  im Dreieck der Fig. 2b) senkrecht zu  $PF$ . Mit Hilfe von  $OF$  lässt sich auch die Läuferspannung  $E_2$  aus  $E_1$  berechnen. Es ist:

$$E_2 = s E_1 \frac{k_{12}}{k_1} \frac{OF}{OD}.$$

(Mit  $\frac{k_{12}}{k_1}$  multipliziert ist  $OF$  ein Mass für das Läuferfeld im Vergleich zu  $OD$  als Ständerfeld.)

Wir betrachten nun die Verhältnisse in der an ein Netz konstanter Spannung  $V_A$  (pro Phase) angeschlossenen Ständerwicklung. In dieser sind ausser  $V_A$  noch  $E_1$  als Gegen-EMK und der ohmsche Abfall  $I_1 r_1$  wirksam. (Der Einfluss der Wirbelströme und Hysteresisverluste sei vernachlässigt.) Die drei Grössen bilden vektoriell betrachtet ein Dreieck. Dividiert man nun diese sämtlich durch den konstanten Wert  $r_1$ , so erhalten wir dasselbe Dreieck mit verändertem Maßstab, in welchem jedoch die eine Dreieckseite unmittelbar den Ständerstrom  $I_1$  angibt.<sup>3)</sup> Nach Fig. 3 ist dann  $ON = \frac{V_A}{r_1}$  ein Mass für die Klemmenspannung  $V_A$ ,  $NP = \frac{E_1}{r_1}$  für  $E_1$  und  $OP = I_1$  für den

ohmschen Spannungsabfall (im Werte des Ständerstromes selbst). Die Phasenverschiebung zwischen Strom  $I_1$  und  $V_A$  ist durch den Winkel  $NOP = \varphi$  gegeben.

Man kann nun in diese Figur das Stromdiagramm aus Fig. 2c unmittelbar übertragen. Es muss dann der wirksame Magnetisierungsstrom  $OD$  senkrecht zu der von ihm erzeugten Gegen-EMK, nämlich  $E_1$ , also auch senkrecht zu  $NP$  stehen und ist dieser Grösse (gerade Sättigungslinie, wie üblich, angenommen) proportional. Das wirkliche Verhältnis der beiden Strecken ergibt sich unter Benutzung der Fig. 2c und Gleichung (2) mit:

$$\frac{OD}{NP} = \frac{\frac{E_1}{k_1}}{\frac{E_1}{r_1}} = \frac{r_1}{k_1} = \operatorname{tg} \gamma_1. \quad (5)$$

Bei Synchronismus verschwindet der Läuferstrom, die Punkte  $P$  und  $D$  fallen zusammen und gelangen nach  $Q$ . Man erhält diesen Punkt, indem man auf der  $X$ -Achse den ideellen Magnetisierungsstrom  $I_u = OA$  aufträgt, den Strahl  $AN$  zieht und auf denselben von  $O$  aus eine Normale fällt. — Der Fusspunkt derselben ist  $Q$ . — Denn unter Berücksichtigung von Gleichung (1) und (2) ist:

Fig. 3  
Ableitung des Kreisdiagrammes.

Bei Synchronismus verschwindet der Läuferstrom, die Punkte  $P$  und  $D$  fallen zusammen und gelangen nach  $Q$ . Man erhält diesen Punkt, indem man auf der  $X$ -Achse den ideellen Magnetisierungsstrom  $I_u = OA$  aufträgt, den Strahl  $AN$  zieht und auf denselben von  $O$  aus eine Normale fällt. — Der Fusspunkt derselben ist  $Q$ . — Denn unter Berücksichtigung von Gleichung (1) und (2) ist:

<sup>3)</sup> Diese Transformation wurde vom Verfasser bereits im Jahre 1905 (E.T.Z., Seite 2) angegeben und ist später von anderer Seite mehrfach angewendet worden.

$$\frac{OA}{ON} = \frac{I_\mu}{V_A} = \frac{r_1}{k_1} = \operatorname{tg} \gamma_1 \quad (5a)$$

und da dann auch:

$$\frac{OQ}{NQ} = \operatorname{tg} \gamma_1 \quad (5b)$$

ist die Bedingung der Gleichung (5) erfüllt; daher  $OQ$  der zum Mass  $NQ$  der EMK gehörige Magnetisierungsstrom (auch in richtiger Phasenlage) und gleichzeitig der totale Ständerstrom bei Synchronismus.

Da die Strecken  $OD$  und  $NP$  sowie  $OQ$  und  $NQ$  wechselseitig aufeinander senkrecht stehen, folgt die Winkelgleichheit  $\angle DOQ = \angle PNQ$ . Wegen Konstanz des Verhältnisses der Seiten nach Gleichung (5) und (5b) sind dann aber die Dreiecke  $DOQ$  und  $PNQ$  ähnlich und es ergibt sich auch die Beziehung:

$$\frac{DQ}{PQ} = \frac{OQ}{NQ} = \operatorname{tg} \gamma_1. \quad (6)$$

Da die beiden anderen Seiten der ähnlichen Dreiecke  $DOQ$  und  $PNQ$  wechselseitig aufeinander senkrecht stehen, gilt dies auch für die dritte Seite und es ist

$$DQ \perp PQ.$$

Nach Gleichung (6) hat man so bei  $P$  den konstanten Winkel  $DPQ = \gamma_1$ . Das bei  $Q$  rechtwinkelige Dreieck  $DQP$  bleibt sich also bei jeder Belastung ähnlich und zwar ähnlich dem Dreieck  $OQN$  oder  $AON$ .

Verlängert man jetzt die Strecke  $OF$  und bringt sie mit der Verlängerung von  $PQ$  in  $G$  zum Schnitt, so bekommt man die durch kräftige Linien hervorgehobene Figur  $PDFGQ$ , welche ebenfalls bei allen Belastungen sich ähnlich bleibt. Denn der Winkel  $PFG$  hat nach dem zu Fig. 2c Gesagten stets  $90^\circ$  und es sind daher sämtliche Winkel in der Figur unveränderlich. Ausserdem teilt der Punkt  $D$  nach Gleichung (4a) die Strecke  $PF$  in einem konstanten Verhältnis. Aus dieser gleichbleibenden Ähnlichkeit der Figur  $PDFGQ$  ergibt sich aber weiter, dass auch die Strecke  $PG$  durch den Punkt  $Q$  in einem konstanten Verhältnis geteilt wird. Eine einfache Rechnung ergibt unter Berücksichtigung von Gleichung (4a), (6) und (2) z. B.:

$$\frac{QP}{GQ} = \frac{1 - \sigma}{\sigma + \frac{r_1^2}{k_1^2}}. \quad (7)$$

Da ausserdem der Winkel  $OGP$  konstant ist (nämlich  $90 - \gamma_1$ ), und die Punkte  $O$  und  $Q$  Fixpunkte darstellen, beschreibt der Punkt  $G$  einen Kreis über  $OQ$  als Sehne. Wegen Gleichung (7) ist die vom Punkte  $P$  zurückgelegte Kurve jener des Punktes  $G$  ähnlich und daher auch ein Kreis, womit die Kreiseigenschaft des geometrischen Ortes des Stromvektor-Endpunktes  $P$  bewiesen ist.

#### *Festlegung des Diagrammkreises und Nachweis der Richtigkeit der Konstruktion nach Fig. 1.*

Trägt man in Fig. 3 auf der X-Achse noch den ideellen Kurzschlusstrom  $I_k = OB$  auf, verbindet  $B$  mit  $N$ , verlängert ferner die Strecke  $OQ$  bis zum Schnitt  $W$  mit  $BN$  und legt durch  $W$  die Horizontale bis zum Schnitt  $U$  mit der Y-Achse, so wird die Strecke  $UW$  durch den Strahl  $AN$  im Punkte  $V$  nach Gleichung (4a) geteilt im Verhältnis:

$$\frac{UV}{UW} = \frac{OA}{OB} = \frac{I_\mu}{I_k} = \sigma. \quad (8)$$

also genau so, wie die Strecke  $PF$  durch den Punkt  $D$  nach Gleichung (4a). Da offenbar  $\angle OWU = \gamma_1$  und die Verbindungsstrecke  $VQ$  senkrecht auf  $OW$  ist, entsteht

eine (in starker Strichierung gezeichnete) Figur  $WVUOQ$ , welche der Figur  $PDFGQ$  ähnlich ist und es gilt:

$$\frac{QW}{OQ} = \frac{QP}{GQ} \quad (9)$$

Da der von Punkt  $G$  beschriebene kleine Kreis durch  $O$  geht, ist  $W$  also jener Punkt des Diagrammkreises, mit welchem  $P$  zusammenfällt, wenn  $G$  längs des kleinen Kreises nach  $O$  gelangt. Aber auch der Punkt  $V$  gehört dem gesuchten Diagrammkreise an. Denn es ist der Winkel bei  $A$ , nämlich  $OAQ = 90 - \gamma_1$ , also gleich dem Winkel  $OGQ$  bei  $G$ , und da die beiden Winkel die gleiche Sehne  $OQ$  besitzen, ist  $OAQ$  ein Peripheriewinkel des kleinen Kreises mit  $A$  als Scheitel über  $OQ$ . Da weiter nach der Figur und Gleichung (9):

$$\frac{QV}{AQ} = \frac{QW}{OQ} = \frac{QP}{GQ} \quad (10)$$

ist  $V$  jener Punkt, mit welchem  $P$  zusammenfällt, wenn der Punkt  $G$  längs des kleinen Kreises nach  $A$  gelangt. Weil ausserdem der Winkel  $VQW$  ein Rechter ist, sind  $V$  und  $W$  die Endpunkte des horizontalen Diagramm-Kreisdurchmessers, wie es  $A$  und  $O$  im kleinen Kreise sind. Damit wäre zunächst der Diagrammkreis festgelegt. In der Regel ist der Punkt  $N$  wegen seiner grossen Entfernung für eine handliche Zeichnung nicht benützbar, und daher die vorangegebene Konstruktion, bei welcher der Strahl  $BN$  benötigt wird (dessen Neigung sich übrigens aus Fig. 3 leicht errednen lässt) für praktische Zwecke nicht vorteilhaft. Eine einfache Ueberlegung führt dann zu der in Fig. 1 dargestellten und bereits angegebenen Konstruktion ohne Benützung des Punktes  $N$  in folgender Weise: Dadurch, dass man in den Punkten  $A$  und  $B$  (Fig. 1) eine Vertikale errichtet, erhält man in der Horizontalen  $gab$  (Fig. 3) ein Abbild der Strecke  $OAB$ . Der Punkt  $a$  teilt also die Strecke  $gb$  derart, dass:

$$\frac{ga}{gb} = \frac{OA}{OB} = \sigma.$$

Verbindet man  $O$  mit  $a$ , wie in Fig. 1 angegeben, so teilt der Strahl  $Oa$  jede horizontale Strecke, welche von der Y-Achse und dem unter dem Winkel  $\gamma_1$  gezogenen Strahl  $Ob$  begrenzt wird, ebenfalls in diesem Verhältnis  $\sigma$ . Nach Gleichung (8) liegt also der Punkt  $V$  auf dem Strahl  $Oa$ . Die von dem Punkt  $A$  auf  $Ob$  gefällte Normale in Fig. 1 entspricht dem Strahl  $AN$ , welchem, wie früher gezeigt, der Punkt  $V$  ebenfalls angehört. Damit ist der Punkt  $V$  gefunden. Der Nachweis für den zweiten Durchmesser-Endpunkt  $W$  ergibt sich daraus, dass er auf dem Strahl  $Ob$  liegen muss.

Was die zu Fig. 1 angegebene genauere Konstruktion des Punktes  $W$  anbelangt, so erhält man dieselbe folgendermassen: Im Dreieck  $ONW$  sind  $UW$  und  $QN$  zwei Höhen. Die dritte Höhe muss durch den gemeinsamen Schnittpunkt  $V$  gehen; es ist also die Verlängerung von  $OV$  (identisch mit  $Oa$  die dritte Höhe, zu welcher die Seite  $WN$  (identisch mit  $BW$ ) senkrecht steht.

### *Der Unendlichkeitspunkt $P_\infty$ und die Läuferspannung $E_2$ .*

Zunächst sei noch auf die besondere Eigenschaft des Punktes  $V$  hingewiesen. Da die Punkte  $P$  und  $W$  beide dem Diagrammkreise angehören, sind die beiden Winkel  $VWQ$  und  $DPQ$  Peripheriewinkel, von denen ein Schenkel durch denselben Kreispunkt  $Q$  geht. Da sie ausserdem einander gleich sind (nämlich  $= \gamma_1$ ), gehen auch die beiden anderen Schenkel durch einen und denselben Kreispunkt. Da  $V$  dem Kreise angehört und auf dem einen Schenkel  $UW$  liegt, ist  $V$  dieser gemeinsame Kreispunkt. Bei beliebiger Belastung gehen also (was ja bekannt ist) alle Strahlen  $DP$  durch  $V$ . Es ist so nach Fig. 2c durch den Punkt  $V$  für jeden Lastpunkt  $P$  die Richtung des Läuferstromes  $I_2$  gegeben.

Der Punkt  $P_\infty$  für unendliche Geschwindigkeit ergibt sich daraus, dass nach Fig. 2c für  $s = \infty$  die Grösse  $OF = 0$  wird. Für diesen Zustand fallen die Rich-

tungen des Ständer- und Läuferstromes (abgesehen vom Vorzeichen) zusammen. Man hat sich also vorzustellen, dass mit wachsender Geschwindigkeit der Strahl  $FP$  (Fig. 3) um den Punkt  $V$  dreht, bis er bei  $s = \infty$  mit  $OP$  zusammenfällt. Der Punkt  $F$  gelangt dann nach  $O$ , der Ständerstrom  $OP$  geht dann ebenfalls durch  $V$  und es stellt der bis zum Diagrammkreis verlängerte Strahl  $OV$  den Ständerstrom  $OP_\infty$  bei  $s = \infty$  dar. Der Punkt  $P_\infty$  lässt sich also theoretisch durch Verlängerung des Strahles  $OV$  oder  $Oa$  ohne weiteres bestimmen. Für den praktischen Bedarf ist diese Konstruktion jedoch zu ungenau. Man kann den Strahl  $OP_\infty$  aber ähnlich wie  $OW$  (bezw.  $Ob$ ) mit Hilfe einer kleinen (bekannten) Rechnung konstruieren, wenn man die Benützung des Punktes  $N$  ausschliesst. Es steht nämlich, wie früher gezeigt, der Strahl  $OV$  senkrecht auf  $BN$  und es liegt der Schnitt der Verlängerung von  $OV$  mit  $BN$  (als Scheitel eines rechten Winkels über dem Kreisdurchmesser  $VW$  als Hypotenuse) auf dem Diagrammkreise. Dieser Schnittpunkt ist also mit  $P_\infty$  identisch.<sup>4)</sup> Nun ergibt sich aus Fig. 3 sowie Gleichung (4a), (1) und (2):

$$\operatorname{tg} P_\infty OB = \operatorname{cotg} NBO = \frac{OB}{ON} = \frac{\frac{I_u}{A}}{\frac{r_1}{\sigma}} = \frac{\frac{\sigma}{A}}{\frac{r_1}{\sigma}} = \frac{r_1}{k_1 \sigma} = \frac{\operatorname{tg} \gamma_1}{\sigma} \quad (11)$$

wobei sich irgend einer dieser Ausdrücke zur Auftragung des Winkels  $P_\infty OB$  benützen lässt, z.B. indem man, wie in Fig. 1, statt der Strecke  $cd = r_1$  in  $c$  die Strecke  $\frac{r_1}{\sigma}$  errichtet.

Der Punkt  $P_\infty$  ist auch wichtig zur Bestimmung der Läuferspannung  $E_2$ . Während man die Grösse des Läuferstromes mit genügender Genauigkeit erhält, wenn man den Wert von  $PQ$  statt  $PD$  benützt und dann  $I_2$  nach Gleichung (3) berechnet, genügt es für manche praktische Probleme des Anlaufes nicht, die Ankerspannung (bezogen auf Stillstand) konstant anzunehmen, oder die Verminderung bei Last nur zu schätzen. Es ist  $OF$  nach Fig. 2c, wenn  $s$  gegeben, ein Mass für die Läuferspannung. Bei Stillstand und offenem Läufer verschwindet der Läuferstrom und es fallen  $F$  und  $D$  zusammen, und zwar gelangen beide nach  $Q$ . Bezeichnet man mit  $E_{20}$  die Spannung im offenen, stillstehenden Läufer, so kann man die Läuferspannung  $E_2$  bei Belastung ausdrücken durch:

$$E_2 = s \frac{OF}{OQ} E_{20}. \quad (12)$$

Die Grössen  $OF$  und  $OQ$  sind jedoch wegen des zu kleinen Masstabes nicht brauchbar, dagegen lässt sich der Punkt  $P_\infty$  hierfür benützen. Bei der Drehung des Strahles  $FP$  in die Lage  $OP_\infty$  gelangt der Punkt  $F$  bei  $s = \infty$  nach  $O$  und die Strecke  $FQ$  geht in  $OQ$  über. Da sich nun die Figur  $PDFGQ$  stets ähnlich bleibt, ist das Verhältnis  $\frac{QP_\infty}{FQ}$  ein konstantes und es gilt bei  $s = \infty$ :

$$\frac{QP_\infty}{OQ} = \frac{QP}{FQ}.$$

Da ferner bei der Drehung des Strahles  $FP$  nach  $OP_\infty$  sämtliche Strecken der Figur  $PDFGQ$  dieselbe Drehung mitmachen, beschreibt  $FQ$ , um nach  $OQ$  zu gelangen, denselben Winkel wie  $QP$  bei der Drehung in der Lage  $QP_\infty$ . Es sind also auch die Winkel  $FQO$  und  $PQP_\infty$  einander gleich und die beiden Dreiecke  $FQO$  und  $PQP_\infty$  einander ähnlich. Daher:

$$\frac{OF}{OQ} = \frac{P_\infty P}{P_\infty Q}$$

<sup>4)</sup> Vergl. z. B. Sumec, E.T.Z. 1910, Seite 111.

und nach Gleichung (12):  $E_2 = s \frac{P_\infty P}{P_\infty Q} E_{20}$ .

Die Möglichkeit, die Läuferspannung in verhältnismässig einfacher Weise aus dem Kreisdiagramm genau entnehmen zu können, wird oft übersehen.<sup>5)</sup>

### Die Drehmomenten-Gerade.

Es ist bekannt, dass die von *Ossanna* zuerst angegebene sogenannte Drehmomenten-Gerade durch den Punkt  $Q$  und  $P_\infty$  zu legen ist. Der Nachweis hierfür lässt sich auf dem von *Grob*<sup>6)</sup> und später von *Haberland*<sup>7)</sup> noch vereinfachten Wege aus Fig. 3 leicht entnehmen. Man kann von der auf den Anker übertragenen Leistung ausgehen, welcher das Drehmoment proportional ist und die durch das Produkt  $I_1 E_1 \cos(I_1 E_1)$  bestimmt wird oder nach Fig. 3 durch den Ausdruck (abgesehen vom Vorzeichen):

$$OP \cdot NP \cdot r_1 \cdot \cos OPN.$$

Da nach Gleichung (5)  $NP = \frac{k_1}{r_1} OD$  und zu  $OD$  senkrecht steht, wird die übertragene Leistung  $OP \cdot OD \cdot \sin POD \cdot k_1$ . Abgesehen von  $k_1$  ist dies die doppelte Fläche des Dreiekes  $POD$ , weshalb man auch schreiben kann  $PD \cdot OF \cdot k_1$ .

Fällt man nun von  $P$  aus die Normale auf den Radius  $QM$ , welche den Strahl  $QP_\infty$  in  $R$  schneidet, so entsteht ein Dreieck  $QPR$  ähnlich dem Dreieck  $QP_\infty P$ , also nach früheren auch ähnlich  $QOF$  (die Beziehung des Peripheriewinkels  $QPP_\infty$  zum Zentriwinkel  $QMP_\infty$  ergibt  $\angle QRP = QPP_\infty$ ). Es ist desshalb:

$$OF = PR \frac{OQ}{QP}.$$

Berücksichtigt man ferner, dass  $OQ = OA \cos \gamma_1 = \frac{V_A}{k_1} \cos \gamma_1$  und  $QP = PD \cos \gamma_1$ , so erhält die übertragene Leistung den bekannten Ausdruck:

$$V_A \cdot PR. \quad (13)$$

### Der Stillstandpunkt $P_{st}$ und die Leistungsgerade.

Bei Stillstand ist die Schlüpfung  $s = 1$ . Aus Fig. 2c folgt, dass dann der Phasenwinkel  $OPF$  zwischen Ständer und Läuferstrom (für diesen besonderen Fall mit  $\gamma_2$  bezeichnet) sich ergibt mit:

$$\operatorname{tg} \gamma_2 = \operatorname{tg} OPF = \frac{OF}{PF} = \frac{I_2 \frac{r_2}{k_{12}}}{I_2 \frac{k_2}{k_{12}}} = \frac{r_2}{k_2}. \quad (14)$$

Diese Beziehung führt zu einer theoretisch sehr einfachen Konstruktion des Stillstandpunktes  $P_{st}$ . Trägt man (Fig. 3) von  $W$  aus auf  $WU$  den Winkel  $\gamma_2 = UWS$  auf, wobei der Punkt  $S$  auf dem Diagrammkreise liegt, und zieht den Strahl  $OS$ , so schneidet dessen Verlängerung auf der Kreisperipherie bereits den Stillstandpunkt  $P_{st}$  heraus; denn es ist  $OP_{st}$  die Richtung von  $I_1$ , ferner  $P_{st} V$  von  $I_2$  und als Peripheriewinkel  $\angle OP_{st} V = \angle SWV = \gamma_2$ .

Für praktische Zwecke ist diese Konstruktion ebenfalls nicht genau genug. Man kann nach dem Vorschlage von *Ossanna* („Starkstromtechnik“ 2. Auflage, Seite 560) die genauere Lage des Strahles  $OP_{st}$  durch Berechnung seines Neigungswinkels

<sup>5)</sup> Auch wenn man das Diagramm in der vereinfachten Form, wie es bezw. vom Verfasser in E. u. M., 1920, Seite 118, erwähnt wird, ist die Beziehung 12a) benützbar.

<sup>6)</sup> E. T. Z. 1904, Seite 452.

<sup>7)</sup> E. T. Z. 1907, Seite 481.

$BOP_{st}$  festlegen. Denselben findet man am leichtesten aus dem Verhältnis der Koordinaten des Punktes  $S$ , wobei man diese durch die Projektionen der Strecken  $OW$  und  $WS$  ausdrückt, die sich wieder mit Hilfe der Gleichung (7) aus  $OQ$  bzw.  $OA$  leicht berechnen lassen. Man findet:

$$\operatorname{tg} BOP_{st} = \frac{\frac{r_1}{k_1} \left(1 + \frac{r_2^2}{k_2^2}\right) + \frac{r_2}{k_2} (1 - \sigma)}{\sigma + \frac{r_2^2}{k_2^2}}. \quad (15)$$

Bekanntlich stellt  $QP_{st}$  die Leistungsgerade dar, derart, dass  $V_A PT$  die Leistung des Motors (pro Phase, wenn  $V_A$  = Phasen- oder Sternspannung), abgesehen von den Reibungsverlusten angibt. Der Punkt  $T$  ist hierbei der Schnitt von  $PR$  mit  $QP_{st}$ . Ferner ist  $TR$  ein Mass für die Verluste im Läufer und zwar  $TR V_A$  diese selbst (auf eine Ständerphase bezogen). Um die Leistungsgerade zu zeichnen könnte man daher auch für einen beliebigen Punkt  $P$  die Läuferverluste aus dem Läuferstrom berechnen und die entsprechende Strecke  $RT$  auftragen. Geschieht dies beispielsweise für den Punkt  $P_\infty$ , so wäre eine Strecke  $P_\infty K$  von der Grösse:

$$P_\infty K = \frac{I_{2\infty}^2 r_2}{V_A}$$

zu berechnen, wobei  $P_\infty K$  ebenfalls senkrecht auf den Radius  $QM$  steht. Der Läuferstrom  $I_2$  kann im allgemeinen nach Gleichung (3) aus  $PD$  bestimmt werden, oder auch aus der proportionalen Strecke  $PQ = PD \cdot \cos \gamma_1$ . Es ist also:

$$I_{2\infty} = \frac{P_\infty Q}{\cos \gamma_1} \frac{k_1}{k_{21}}$$

und

$$P_\infty K = \frac{\overline{P_\infty Q}^2}{\cos^2 \gamma_1} \frac{k_1^2}{k_{21}^2} \frac{r_2}{A}.$$

Berechnet man  $P_\infty Q$  aus dem Dreiecke  $OP_\infty Q$ , in welchem die Seite  $OQ$  und die Winkel  $OP_\infty Q = \gamma_1$  sowie  $P_\infty OQ = P_\infty OB - \gamma_1$  aus Gleichung (11) bekannt sind, ersetzt man ferner  $k_{21}^2$  durch  $k_{12} k_{21}$  und dieses nach Gleichung (4) durch  $(1 - \sigma) k_1 k_2$ , so gelangt man nach einigen Umformungen zu dem Ausdruck:

$$P_\infty K = I_\mu \frac{\frac{r_2}{k_2} (1 - \sigma)}{\sigma^2 + \frac{r_1^2}{k_1^2}}. \quad (16)$$

Hiermit ist die Leistungsgerade und indirekt auch der Stillstandpunkt auf anderem Wege in etwas einfacherer Form bestimmt.

## Wirtschaftliche Mitteilungen. — Communications de nature économique.

Geschäftsbericht der Schweiz. Telegraphen- und Telephonverwaltung pro 1922. Dem obgenannten Bericht entnehmen wir, dass im verflossenen Jahre das Telephonwesen einen Gewinn von Fr. 5 100 313.—, das Telegraphenwesen einen Verlust von Fr. 4 167 944.— gebracht hat. Die Einnahmen der letztern Verwaltung sind um 25 % zurückgegangen. Vier Fünftel dieses Rückganges fallen auf den internationalen Verkehr. Das stän-

dige Personal ist um 95, das Hilfspersonal um 329 zurückgegangen, das Gesamtpersonal der Telegraphen- und Telephonverwaltung betrug Ende 1922 5870 Personen, die Personalauslagen Fr. 31 359 472.—.

Mit der fortschreitenden Elektrifikation der Bundesbahnen vermehren sich die Telegraphen- und Telephonkabelanlagen. Sie haben 1922 eine Vermehrung von ungefähr 10 % erfahren. Die