

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke
Band: 14 (1923)
Heft: 11

Artikel: Die Zeichnung des genauen Diagrammkreises des Drehstrommotors
Autor: Moser, Robert
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1060401>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Besteht im Kabel ein Temperaturgefälle, dann sagt diese Gleichung aus, dass sich im Falle einer Temperaturabhängigkeit die Größen ε und g durch eine und dieselbe Temperaturfunktion ausdrücken lassen müssen. Die vorgenommenen bezüglichen Untersuchungen haben jedoch gezeigt, dass dies nicht zutrifft⁵⁾. Man ersieht also, dass mit Hilfe eines Ersatzschemas, wie es Fig. 19 zeigt, die analytische Formulierung der Spannungsverteilung im allgemeinen nicht vorgenommen werden kann.

Handelt es sich übrigens nur darum, die Spannungsverteilung entweder bei oder nahe der normalen Betriebsspannung, oder dann bei oder nahe der Durchschlagsspannung zu beurteilen, so erübrigt sich, wie in den vorhergehenden Abschnitten erörtert wurde, die Verwendung irgend eines besonderen Ersatzschemas des sogenannten „unvollkommenen Kondensators“ vollständig.

Zusammenfassung der Hauptergebnisse.

1. Die Spannungsverteilung im Dielektrikum von Gleichstromkabeln ist in nicht zu vernachlässigendem Masse abhängig von der Grösse des Betriebsstromes.
2. Die Spannungsverteilung im Dielektrikum von Wechselstromkabeln wird nur unwesentlich durch den Betriebsstrom beeinflusst. Die O'Gormansche Formel hat bei diesen Kabeln Gültigkeit, jedoch nur bis zu Spannungen, die unwesentlich über der normalen Betriebsspannung liegen.
3. Die bei der Kabelprüfung hin und wieder stattfindenden Spannungsproben von Wechselstromkabeln mit Gleichspannung sind nicht einwandfrei.
4. Die Vorstellung, dass das Dielektrikum eines Kabels aus der Aneinanderfügung von Elementarzylindern bestehe, welch letztere mit ohmschem Widerstand überbrückte reine Kapazitäten sind, ermöglicht nicht die Berechnung der Spannungsverteilung bei Temperatureinwirkung. Dagegen erweist es sich für Spannungen, die unter, bei oder unwesentlich über der normalen Betriebsspannung liegen, zweckmäßig, das Dielektrikum als die Serieschaltung von lauter reinen Kapazitäten aufzufassen. Bei Spannungen, die zum Durchbruch führen, ist das Dielektrikum als die Serieschaltung von lauter ohmschen Widerständen aufzufassen.
5. Der elektrische Durchschlag der Kabelisolation kann durch die Wärmeproduktion im Dielektrikum erklärt werden. Dieser Vorgang gestattet die Berechnung der Durchbruchsspannung des Kabels. Für den Durchschlag ist der Effektivwert der Spannung massgebend.
6. Für gleiche Betriebsspannung und betriebswarmen Zustand liegt die Sicherheit des Einleiterkabels gegen Durchschlag bei Gleichstrombetrieb wesentlich höher als bei Wechselstrombetrieb.

Die Zeichnung des genauen Diagrammkreises des Drehstrom-motors.

Von Privatdozent Dr. Robert Moser †, Wien.

Der Autor gibt ein neues zeichnerisches Verfahren zur Bestimmung des Diagrammkreises des Drehstrommotors unter Berücksichtigung des Magnetisierungsstromes an und beweist die Richtigkeit desselben.

L'auteur expose un nouveau procédé graphique pour déterminer le diagramme du moteur asynchrone en tenant compte des pertes dans le fer et démontre son exactitude.

Die hier zu besprechende Konstruktion des Kreisdiagrammes des Drehstrom-motors, bei welcher der ohmsche Abfall im Primärkreise (Ständer) berücksichtigt wird, konnte bei der grossen Anzahl bereits bekannter Lösungen nicht Selbstzweck

⁵⁾ Das Kabeldielektrikum kann, wie es auch bei den Brückenmessungen vorausgesetzt wurde, als die Parallelschaltung einer reinen Kapazität mit parallel geschaltetem Widerstand angesehen werden. Dies trifft nun aber nur solange zu, als man von der in diesem Abschnitt angenommenen Elementar-zergliederung des Dielektrikums absieht.

einer Untersuchung sein. Sie ist auch nur das zufällige Ergebnis einer vor einigen Jahren über den ganz elementaren Nachweis des genauen Kreises angestellten Studie. Die Konstruktion hat das Eigentümliche, dass sich der Durchmesser des Diagrammkreises, und zwar des horizontalen, ohne Benützung des Zirkels mit wenigen Strichen und in brauchbarem Maßstab angeben lässt. Den Nachweis der Richtigkeit dieser Konstruktion kann man nach bekannten Methoden leicht führen. Trotzdem wird es vielleicht nützlich sein, die Ableitung des genauen Kreises, welcher die Konstruktion ihre Entstehung verdankt, sowie einige Ergänzungen zur praktischen Anwendung des Diagrammes anschliessend zu erörtern.

Zeichnung des genauen Kreises.

Man trägt nach Fig. 1, wie beim einfachen Heyland-Diagramm, auf der X-Achse den idealen Magnetisierungsstrom $OA = I_u$ auf, ferner den ideellen Kurzschlussstrom $OB = I_k$, bezogen auf die Klemmenspannung V_A , deren Richtung in die Y-Achse fällt, und errichtet in A und B Vertikale. Der Einfluss des Ständerwiderstandes r_1 erhält seinen Ausdruck darin, dass man ihn mit der Ständerreaktanz

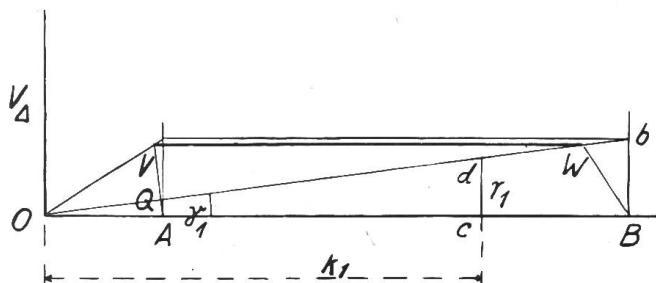


Fig. 1
Konstruktion des horizontalen Durchmessers des genauen Kreises.

$$k_1 = \frac{V_A}{I_u} \quad (1)$$

in Zusammenhang bringt. Hierbei sei ein Winkel γ_1 durch die Beziehung:

$$\operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{r_1}{k_1} \quad (2)$$

definiert. Es ist also γ_1 , zum Impedanzwinkel des primären Stromkreises komplementär. Man zieht dann durch O eine Gerade unter dem Neigungswinkel γ_1 , indem man beispielsweise auf der X-Achse in irgend einem Maßstabe $Oc = k_1$ und senkrecht dazu $cd = r_1$ aufträgt. Den Strahl Od bringt man mit der Vertikalen in B zum Schnitt und erhält auf letzterer den Punkt b . Ferner legt man durch b eine Horizontale, welche die im Punkt A errichtete Vertikale in a schneidet und verbindet O mit a . Fällt man nun von A aus eine Normale auf Ob , so ist die durch den Schnittpunkt V dieser Normalen mit dem Strahl Oa gelegte horizontale Strecke VW , deren zweiter Endpunkt W auf dem Strahl Ob liegt, bereits der horizontale Durchmesser des genauen Kreises. Will man den Endpunkt W (wegen des flachen Schnittes) genauer erhalten, so zieht man durch B einen Strahl normal zu Oa , welcher auf Ob ebenfalls diesen Punkt W herausschneidet.

Ableitung des genauen Kreises.

Die Ableitung des Diagrammkreises geht vom Stromdiagramm des allgemeinen Transformators aus, welches den Zusammenhang zwischen dem Primärstrom, Magnetisierungsstrom und dem auf die Primärwicklung bezogenen Sekundärstrom angibt. Man kann sich dasselbe in mehr technischer Anschauungsweise mit Hilfe der Streukoeffizienten¹⁾ oder in mehr physikalischer Art mit Hilfe der Induktionskoeffizienten oder Reaktanzen ins Gedächtnis zurückrufen. Obwohl dieses Stromdiagramm demnach als bekannt anzusehen ist, wird es sich für das folgende empfehlen, den Aufbau desselben nach letzterer Methode kurz anzugeben, ähnlich wie Sumec den Beweis des genauen Kreises einleitet.²⁾

Bezeichnen I_1 , I_2 den Ständer- bzw. Läuferstrom, ferner k_1 , k_2 , k_{12} oder k_{21} der Reihe nach die Totalen Selbstreaktanzen der Ständer- bzw. Läuferwicklung

¹⁾ Vergl. u. a. Verfasser: „Elektrotechnik und Maschinenbau“ 1912, Seite 848.

²⁾ E. u. M. 1910, Seite 110.

und die Reaktanz der gegenseitigen Induktion bei Netzfrequenz, so bekommt man zunächst das EMK-Dreieck für die Ständerwicklung nach Fig. 2a. Die resultierende od der beiden induzierten Spannungen $op = I_1 k_1$ und $pd = I_2 k_{21}$ gibt die Gesamt-Gegen-EMK des Ständers E_1 . Nach Fig. 2b liefert die Resultierende $o' f'$ aus den beiden in der Läuferwicklung induzierten Spannungen $o' p' = I_1 k_{12} s$ und $p' f' = I_2 k_2 s$ (s = Schlußung) die gesamte im Läufer verfügbare Spannung E_2 , welche zur Deckung des ohmschen Spannungsabfalles $I_2 r_2$ (r_2 = Läuferwiderstand) dient, daher in Phase mit I_2 ist und senkrecht zu der durch I_2 erzeugten Reaktanzspannung $p' f' = I_2 k_2 s$ stehen muss. Der Winkel bei p bzw. p' in den beiden Dreiecken ist derselbe. Man kann nun die beiden

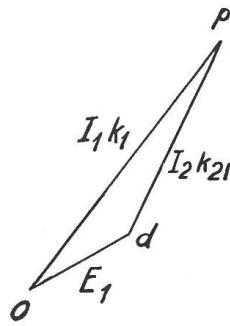


Fig. 2a

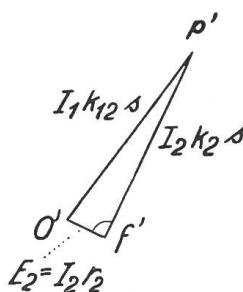


Fig. 2b

EMK-Dreieck des Läufers.

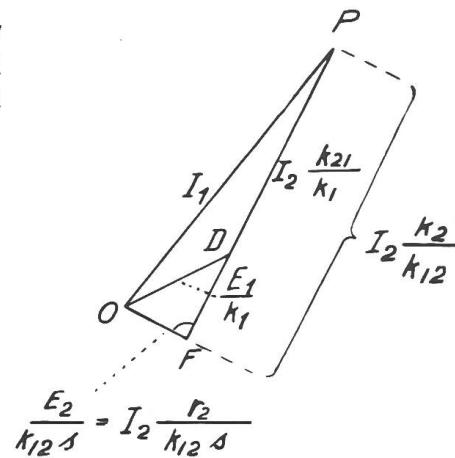


Fig. 2c

Stromdiagramm, bezogen auf die Ständerwicklung.

Dreiecke zusammenfassen, indem man beispielsweise sämtliche Größen des Ständer-EMK-Dreieckes durch k_1 und die des Läufer-EMK-Dreieckes durch $k_{12} s$ dividiert. Dann erhalten die Strecken op $o' p'$ denselben Wert, nämlich den des Ständerstromes $I_1 = OP$, und können zur Deckung gebracht werden, wie es Fig. 2c zeigt. Aus diesem letzteren Diagramm sind nun die wichtigsten Elemente für die Entwicklung des Kreisdiagrammes zu entnehmen. Die Strecke OD (entstanden aus od der Fig. 2a) gibt uns auch hier ein Mass für die wirksame Gegen-EMK des Motors E_1 , stellt unmittelbar jedoch den in der Ständerwicklung wirksamen Magnetisierungsstrom $\frac{E_1}{k_1}$ dar. (OD kann auch als Mass des resultierenden Ständerfeldes betrachtet werden.) Die Strecken PD (entstanden aus pd) und PF (entstanden aus $p' f'$) sind beide ein Mass für den Läuferstrom I_2 und geben auch die Phasenlage desselben in bezug auf den Ständerstrom $I_1 = OP$ richtig an. Es ist:

$$I_2 = PD \frac{k_1}{k_{21}} = PF \frac{k_{12}}{k_2}. \quad (3)$$

Der Punkt D teilt die Strecke PF in einem konstanten Verhältnis und zwar erhält man aus Fig. 2c:

$$\frac{DF}{PF} = \frac{PF - PD}{PF} = \frac{\frac{k_2}{k_{12}} - \frac{k_{21}}{k_1}}{\frac{k_2}{k_{12}}} = 1 - \frac{k_{12} k_{21}}{k_1 k_2}. \quad (4)$$

den Gesamtstreu koef fizienten oder das Verhältnis von ideellem Magnetisierungsstrom I_μ zum ideellen Kurzschlusstrom I_k , also auch:

$$\frac{DF}{PF} = \sigma = \frac{I_\mu}{I_k}. \quad (4a)$$

Die Strecke $OF = \frac{E_2}{k_{12}s} = I_2 \frac{r_2}{k_{12}s}$ steht (wie $o'f'$ zu $p'f'$ im Dreieck der Fig. 2b) senkrecht zu PF . Mit Hilfe von OF lässt sich auch die Läuferspannung E_2 aus E_1 berechnen. Es ist:

$$E_2 = s E_1 \frac{k_{12}}{k_1} \frac{OF}{OD}.$$

(Mit $\frac{k_{12}}{k_1}$ multipliziert ist OF ein Mass für das Läuferfeld im Vergleich zu OD als Ständerfeld.)

Wir betrachten nun die Verhältnisse in der an ein Netz konstanter Spannung V_A (pro Phase) angeschlossenen Ständerwicklung. In dieser sind ausser V_A noch E_1 als Gegen-EMK und der ohmsche Abfall $I_1 r_1$ wirksam. (Der Einfluss der Wirbelströme und Hysteresisverluste sei vernachlässigt.) Die drei Grössen bilden vektoriell betrachtet ein Dreieck. Dividiert man nun diese sämtlich durch den konstanten Wert r_1 , so erhalten wir dasselbe Dreieck mit verändertem Maßstab, in welchem jedoch die eine Dreieckseite unmittelbar den Ständerstrom I_1 angibt.³⁾ Nach Fig. 3 ist dann $ON = \frac{V_A}{r_1}$ ein Mass für die Klemmenspannung V_A , $NP = \frac{E_1}{r_1}$ für E_1 und $OP = I_1$ für den

ohmschen Spannungsabfall (im Werte des Ständerstromes selbst). Die Phasenverschiebung zwischen Strom I_1 und V_A ist durch den Winkel $NOP = \varphi$ gegeben.

Man kann nun in diese Figur das Stromdiagramm aus Fig. 2c unmittelbar übertragen. Es muss dann der wirksame Magnetisierungsstrom OD senkrecht zu der von ihm erzeugten Gegen-EMK, nämlich E_1 , also auch senkrecht zu NP stehen und ist dieser Grösse (gerade Sättigungslinie, wie üblich, angenommen) proportional. Das wirkliche Verhältnis der beiden Strecken ergibt sich unter Benutzung der Fig. 2c und Gleichung (2) mit:

$$\frac{OD}{NP} = \frac{\frac{E_1}{k_1}}{\frac{E_1}{r_1}} = \frac{r_1}{k_1} = \operatorname{tg} \gamma_1. \quad (5)$$

Bei Synchronismus verschwindet der Läuferstrom, die Punkte P und D fallen zusammen und gelangen nach Q . Man erhält diesen Punkt, indem man auf der X -Achse den ideellen Magnetisierungsstrom $I_u = OA$ aufträgt, den Strahl AN zieht und auf denselben von O aus eine Normale fällt. — Der Fusspunkt derselben ist Q . — Denn unter Berücksichtigung von Gleichung (1) und (2) ist:

Fig. 3
Ableitung des Kreisdiagrammes.

³⁾ Diese Transformation wurde vom Verfasser bereits im Jahre 1905 (E.T.Z., Seite 2) angegeben und ist später von anderer Seite mehrfach angewendet worden.

$$\frac{OA}{ON} = \frac{I_\mu}{V_A} = \frac{r_1}{k_1} = \operatorname{tg} \gamma_1 \quad (5a)$$

und da dann auch:

$$\frac{OQ}{NQ} = \operatorname{tg} \gamma_1 \quad (5b)$$

ist die Bedingung der Gleichung (5) erfüllt; daher OQ der zum Mass NQ der EMK gehörige Magnetisierungsstrom (auch in richtiger Phasenlage) und gleichzeitig der totale Ständerstrom bei Synchronismus.

Da die Strecken OD und NP sowie OQ und NQ wechselseitig aufeinander senkrecht stehen, folgt die Winkelgleichheit $\angle DOQ = \angle PNQ$. Wegen Konstanz des Verhältnisses der Seiten nach Gleichung (5) und (5b) sind dann aber die Dreiecke DOQ und PNQ ähnlich und es ergibt sich auch die Beziehung:

$$\frac{DQ}{PQ} = \frac{OQ}{NQ} = \operatorname{tg} \gamma_1. \quad (6)$$

Da die beiden anderen Seiten der ähnlichen Dreiecke DOQ und PNQ wechselseitig aufeinander senkrecht stehen, gilt dies auch für die dritte Seite und es ist

$$DQ \perp PQ.$$

Nach Gleichung (6) hat man so bei P den konstanten Winkel $DPQ = \gamma_1$. Das bei Q rechtwinkelige Dreieck DQP bleibt sich also bei jeder Belastung ähnlich und zwar ähnlich dem Dreieck OQN oder AON .

Verlängert man jetzt die Strecke OF und bringt sie mit der Verlängerung von PQ in G zum Schnitt, so bekommt man die durch kräftige Linien hervorgehobene Figur $PDFGQ$, welche ebenfalls bei allen Belastungen sich ähnlich bleibt. Denn der Winkel PFG hat nach dem zu Fig. 2c Gesagten stets 90° und es sind daher sämtliche Winkel in der Figur unveränderlich. Ausserdem teilt der Punkt D nach Gleichung (4a) die Strecke PF in einem konstanten Verhältnis. Aus dieser gleichbleibenden Ähnlichkeit der Figur $PDFGQ$ ergibt sich aber weiter, dass auch die Strecke PG durch den Punkt Q in einem konstanten Verhältnis geteilt wird. Eine einfache Rechnung ergibt unter Berücksichtigung von Gleichung (4a), (6) und (2) z. B.:

$$\frac{QP}{GQ} = \frac{1 - \sigma}{\sigma + \frac{r_1^2}{k_1^2}}. \quad (7)$$

Da ausserdem der Winkel OGP konstant ist (nämlich $90 - \gamma_1$), und die Punkte O und Q Fixpunkte darstellen, beschreibt der Punkt G einen Kreis über OQ als Sehne. Wegen Gleichung (7) ist die vom Punkte P zurückgelegte Kurve jener des Punktes G ähnlich und daher auch ein Kreis, womit die Kreiseigenschaft des geometrischen Ortes des Stromvektor-Endpunktes P bewiesen ist.

Festlegung des Diagrammkreises und Nachweis der Richtigkeit der Konstruktion nach Fig. 1.

Trägt man in Fig. 3 auf der X-Achse noch den ideellen Kurzschlusstrom $I_k = OB$ auf, verbindet B mit N , verlängert ferner die Strecke OQ bis zum Schnitt W mit BN und legt durch W die Horizontale bis zum Schnitt U mit der Y-Achse, so wird die Strecke UW durch den Strahl AN im Punkte V nach Gleichung (4a) geteilt im Verhältnis:

$$\frac{UV}{UW} = \frac{OA}{OB} = \frac{I_\mu}{I_k} = \sigma. \quad (8)$$

also genau so, wie die Strecke PF durch den Punkt D nach Gleichung (4a). Da offenbar $\angle OWU = \gamma_1$ und die Verbindungsstrecke VQ senkrecht auf OW ist, entsteht

eine (in starker Strichierung gezeichnete) Figur $WVUOQ$, welche der Figur $PDFGQ$ ähnlich ist und es gilt:

$$\frac{QW}{OQ} = \frac{QP}{GQ} \quad (9)$$

Da der von Punkt G beschriebene kleine Kreis durch O geht, ist W also jener Punkt des Diagrammkreises, mit welchem P zusammenfällt, wenn G längs des kleinen Kreises nach O gelangt. Aber auch der Punkt V gehört dem gesuchten Diagrammkreise an. Denn es ist der Winkel bei A , nämlich $OAQ = 90 - \gamma_1$, also gleich dem Winkel OGQ bei G , und da die beiden Winkel die gleiche Sehne OQ besitzen, ist OAQ ein Peripheriewinkel des kleinen Kreises mit A als Scheitel über OQ . Da weiter nach der Figur und Gleichung (9):

$$\frac{QV}{AQ} = \frac{QW}{OQ} = \frac{QP}{GQ} \quad (10)$$

ist V jener Punkt, mit welchem P zusammenfällt, wenn der Punkt G längs des kleinen Kreises nach A gelangt. Weil ausserdem der Winkel VQW ein Rechter ist, sind V und W die Endpunkte des horizontalen Diagramm-Kreisdurchmessers, wie es A und O im kleinen Kreise sind. Damit wäre zunächst der Diagrammkreis festgelegt. In der Regel ist der Punkt N wegen seiner grossen Entfernung für eine handliche Zeichnung nicht benützbar, und daher die vorangegebene Konstruktion, bei welcher der Strahl BN benötigt wird (dessen Neigung sich übrigens aus Fig. 3 leicht errednen lässt) für praktische Zwecke nicht vorteilhaft. Eine einfache Ueberlegung führt dann zu der in Fig. 1 dargestellten und bereits angegebenen Konstruktion ohne Benützung des Punktes N in folgender Weise: Dadurch, dass man in den Punkten A und B (Fig. 1) eine Vertikale errichtet, erhält man in der Horizontalen gab (Fig. 3) ein Abbild der Strecke OAB . Der Punkt a teilt also die Strecke gb derart, dass:

$$\frac{ga}{gb} = \frac{OA}{OB} = \sigma.$$

Verbindet man O mit a , wie in Fig. 1 angegeben, so teilt der Strahl Oa jede horizontale Strecke, welche von der Y-Achse und dem unter dem Winkel γ_1 gezogenen Strahl Ob begrenzt wird, ebenfalls in diesem Verhältnis σ . Nach Gleichung (8) liegt also der Punkt V auf dem Strahl Oa . Die von dem Punkt A auf Ob gefällte Normale in Fig. 1 entspricht dem Strahl AN , welchem, wie früher gezeigt, der Punkt V ebenfalls angehört. Damit ist der Punkt V gefunden. Der Nachweis für den zweiten Durchmesser-Endpunkt W ergibt sich daraus, dass er auf dem Strahl Ob liegen muss.

Was die zu Fig. 1 angegebene genauere Konstruktion des Punktes W anbelangt, so erhält man dieselbe folgendermassen: Im Dreieck ONW sind UW und QN zwei Höhen. Die dritte Höhe muss durch den gemeinsamen Schnittpunkt V gehen; es ist also die Verlängerung von OV (identisch mit Oa die dritte Höhe, zu welcher die Seite WN (identisch mit BW) senkrecht steht.

Der Unendlichkeitspunkt P_∞ und die Läuferspannung E_2 .

Zunächst sei noch auf die besondere Eigenschaft des Punktes V hingewiesen. Da die Punkte P und W beide dem Diagrammkreise angehören, sind die beiden Winkel VWQ und DPQ Peripheriewinkel, von denen ein Schenkel durch denselben Kreispunkt Q geht. Da sie ausserdem einander gleich sind (nämlich $= \gamma_1$), gehen auch die beiden anderen Schenkel durch einen und denselben Kreispunkt. Da V dem Kreise angehört und auf dem einen Schenkel UW liegt, ist V dieser gemeinsame Kreispunkt. Bei beliebiger Belastung gehen also (was ja bekannt ist) alle Strahlen DP durch V . Es ist so nach Fig. 2c durch den Punkt V für jeden Lastpunkt P die Richtung des Läuferstromes I_2 gegeben.

Der Punkt P_∞ für unendliche Geschwindigkeit ergibt sich daraus, dass nach Fig. 2c für $s = \infty$ die Grösse $OF = 0$ wird. Für diesen Zustand fallen die Rich-

tungen des Ständer- und Läuferstromes (abgesehen vom Vorzeichen) zusammen. Man hat sich also vorzustellen, dass mit wachsender Geschwindigkeit der Strahl FP (Fig. 3) um den Punkt V dreht, bis er bei $s = \infty$ mit OP zusammenfällt. Der Punkt F gelangt dann nach O , der Ständerstrom OP geht dann ebenfalls durch V und es stellt der bis zum Diagrammkreis verlängerte Strahl OV den Ständerstrom OP_∞ bei $s = \infty$ dar. Der Punkt P_∞ lässt sich also theoretisch durch Verlängerung des Strahles OV oder Oa ohne weiteres bestimmen. Für den praktischen Bedarf ist diese Konstruktion jedoch zu ungenau. Man kann den Strahl OP_∞ aber ähnlich wie OW (bezw. Ob) mit Hilfe einer kleinen (bekannten) Rechnung konstruieren, wenn man die Benützung des Punktes N ausschliesst. Es steht nämlich, wie früher gezeigt, der Strahl OV senkrecht auf BN und es liegt der Schnitt der Verlängerung von OV mit BN (als Scheitel eines rechten Winkels über dem Kreisdurchmesser VW als Hypotenuse) auf dem Diagrammkreise. Dieser Schnittpunkt ist also mit P_∞ identisch.⁴⁾ Nun ergibt sich aus Fig. 3 sowie Gleichung (4a), (1) und (2):

$$\operatorname{tg} P_\infty OB = \operatorname{cotg} NBO = \frac{OB}{ON} = \frac{\frac{I_u}{A}}{\frac{r_1}{\sigma}} = \frac{\frac{\sigma}{A}}{\frac{r_1}{\sigma}} = \frac{r_1}{k_1 \sigma} = \frac{\operatorname{tg} \gamma_1}{\sigma} \quad (11)$$

wobei sich irgend einer dieser Ausdrücke zur Auftragung des Winkels $P_\infty OB$ benützen lässt, z.B. indem man, wie in Fig. 1, statt der Strecke $cd = r_1$ in c die Strecke $\frac{r_1}{\sigma}$ errichtet.

Der Punkt P_∞ ist auch wichtig zur Bestimmung der Läuferspannung E_2 . Während man die Grösse des Läuferstromes mit genügender Genauigkeit erhält, wenn man den Wert von PQ statt PD benützt und dann I_2 nach Gleichung (3) berechnet, genügt es für manche praktische Probleme des Anlaufes nicht, die Ankerspannung (bezogen auf Stillstand) konstant anzunehmen, oder die Verminderung bei Last nur zu schätzen. Es ist OF nach Fig. 2c, wenn s gegeben, ein Mass für die Läuferspannung. Bei Stillstand und offenem Läufer verschwindet der Läuferstrom und es fallen F und D zusammen, und zwar gelangen beide nach Q . Bezeichnet man mit E_{20} die Spannung im offenen, stillstehenden Läufer, so kann man die Läuferspannung E_2 bei Belastung ausdrücken durch:

$$E_2 = s \frac{OF}{OQ} E_{20}. \quad (12)$$

Die Grössen OF und OQ sind jedoch wegen des zu kleinen Masstabes nicht brauchbar, dagegen lässt sich der Punkt P_∞ hierfür benützen. Bei der Drehung des Strahles FP in die Lage OP_∞ gelangt der Punkt F bei $s = \infty$ nach O und die Strecke FQ geht in OQ über. Da sich nun die Figur $PDFGQ$ stets ähnlich bleibt, ist das Verhältnis $\frac{QP_\infty}{FQ}$ ein konstantes und es gilt bei $s = \infty$:

$$\frac{QP_\infty}{OQ} = \frac{QP}{FQ}.$$

Da ferner bei der Drehung des Strahles FP nach OP_∞ sämtliche Strecken der Figur $PDFGQ$ dieselbe Drehung mitmachen, beschreibt FQ , um nach OQ zu gelangen, denselben Winkel wie QP bei der Drehung in der Lage QP_∞ . Es sind also auch die Winkel FQO und PQP_∞ einander gleich und die beiden Dreiecke FQO und PQP_∞ einander ähnlich. Daher:

$$\frac{OF}{OQ} = \frac{P_\infty P}{P_\infty Q}$$

⁴⁾ Vergl. z. B. Sumec, E.T.Z. 1910, Seite 111.

und nach Gleichung (12): $E_2 = s \frac{P_\infty P}{P_\infty Q} E_{20}$.

Die Möglichkeit, die Läuferspannung in verhältnismässig einfacher Weise aus dem Kreisdiagramm genau entnehmen zu können, wird oft übersehen.⁵⁾

Die Drehmomenten-Gerade.

Es ist bekannt, dass die von *Ossanna* zuerst angegebene sogenannte Drehmomenten-Gerade durch den Punkt Q und P_∞ zu legen ist. Der Nachweis hierfür lässt sich auf dem von *Grob*⁶⁾ und später von *Haberland*⁷⁾ noch vereinfachten Wege aus Fig. 3 leicht entnehmen. Man kann von der auf den Anker übertragenen Leistung ausgehen, welcher das Drehmoment proportional ist und die durch das Produkt $I_1 E_1 \cos(I_1 E_1)$ bestimmt wird oder nach Fig. 3 durch den Ausdruck (abgesehen vom Vorzeichen):

$$OP \cdot NP \cdot r_1 \cdot \cos OPN.$$

Da nach Gleichung (5) $NP = \frac{k_1}{r_1} OD$ und zu OD senkrecht steht, wird die übertragene Leistung $OP \cdot OD \cdot \sin POD \cdot k_1$. Abgesehen von k_1 ist dies die doppelte Fläche des Dreiekes POD , weshalb man auch schreiben kann $PD \cdot OF \cdot k_1$.

Fällt man nun von P aus die Normale auf den Radius QM , welche den Strahl QP_∞ in R schneidet, so entsteht ein Dreieck QPR ähnlich dem Dreieck $QP_\infty P$, also nach früheren auch ähnlich QOF (die Beziehung des Peripheriewinkels QPP_∞ zum Zentriwinkel QMP_∞ ergibt $\angle QRP = QPP_\infty$). Es ist desshalb:

$$OF = PR \frac{OQ}{QP}.$$

Berücksichtigt man ferner, dass $OQ = OA \cos \gamma_1 = \frac{V_A}{k_1} \cos \gamma_1$ und $QP = PD \cos \gamma_1$, so erhält die übertragene Leistung den bekannten Ausdruck:

$$V_A \cdot PR. \quad (13)$$

Der Stillstandpunkt P_{st} und die Leistungsgerade.

Bei Stillstand ist die Schlüpfung $s = 1$. Aus Fig. 2c folgt, dass dann der Phasenwinkel OPF zwischen Ständer und Läuferstrom (für diesen besonderen Fall mit γ_2 bezeichnet) sich ergibt mit:

$$\operatorname{tg} \gamma_2 = \operatorname{tg} OPF = \frac{OF}{PF} = \frac{I_2 \frac{r_2}{k_{12}}}{I_2 \frac{k_2}{k_{12}}} = \frac{r_2}{k_2}. \quad (14)$$

Diese Beziehung führt zu einer theoretisch sehr einfachen Konstruktion des Stillstandpunktes P_{st} . Trägt man (Fig. 3) von W aus auf WU den Winkel $\gamma_2 = UWS$ auf, wobei der Punkt S auf dem Diagrammkreise liegt, und zieht den Strahl OS , so schneidet dessen Verlängerung auf der Kreisperipherie bereits den Stillstandpunkt P_{st} heraus; denn es ist OP_{st} die Richtung von I_1 , ferner $P_{st} V$ von I_2 und als Peripheriewinkel $\angle OP_{st} V = \angle SWV = \gamma_2$.

Für praktische Zwecke ist diese Konstruktion ebenfalls nicht genau genug. Man kann nach dem Vorschlage von *Ossanna* („Starkstromtechnik“ 2. Auflage, Seite 560) die genauere Lage des Strahles OP_{st} durch Berechnung seines Neigungswinkels

⁵⁾ Auch wenn man das Diagramm in der vereinfachten Form, wie es bezw. vom Verfasser in E. u. M., 1920, Seite 118, erwähnt wird, ist die Beziehung 12a) benützbar.

⁶⁾ E. T. Z. 1904, Seite 452.

⁷⁾ E. T. Z. 1907, Seite 481.

BOP_{st} festlegen. Denselben findet man am leichtesten aus dem Verhältnis der Koordinaten des Punktes S , wobei man diese durch die Projektionen der Strecken OW und WS ausdrückt, die sich wieder mit Hilfe der Gleichung (7) aus OQ bzw. OA leicht berechnen lassen. Man findet:

$$\operatorname{tg} BOP_{st} = \frac{\frac{r_1}{k_1} \left(1 + \frac{r_2^2}{k_2^2}\right) + \frac{r_2}{k_2} (1 - \sigma)}{\sigma + \frac{r_2^2}{k_2^2}}. \quad (15)$$

Bekanntlich stellt QP_{st} die Leistungsgerade dar, derart, dass $V_A PT$ die Leistung des Motors (pro Phase, wenn V_A = Phasen- oder Sternspannung), abgesehen von den Reibungsverlusten angibt. Der Punkt T ist hierbei der Schnitt von PR mit QP_{st} . Ferner ist TR ein Mass für die Verluste im Läufer und zwar $TR V_A$ diese selbst (auf eine Ständerphase bezogen). Um die Leistungsgerade zu zeichnen könnte man daher auch für einen beliebigen Punkt P die Läuferverluste aus dem Läuferstrom berechnen und die entsprechende Strecke RT auftragen. Geschieht dies beispielsweise für den Punkt P_∞ , so wäre eine Strecke $P_\infty K$ von der Grösse:

$$P_\infty K = \frac{I_{2\infty}^2 r_2}{V_A}$$

zu berechnen, wobei $P_\infty K$ ebenfalls senkrecht auf den Radius QM steht. Der Läuferstrom I_2 kann im allgemeinen nach Gleichung (3) aus PD bestimmt werden, oder auch aus der proportionalen Strecke $PQ = PD \cdot \cos \gamma_1$. Es ist also:

$$I_{2\infty} = \frac{P_\infty Q}{\cos \gamma_1} \frac{k_1}{k_{21}}$$

und

$$P_\infty K = \frac{\overline{P_\infty Q}^2}{\cos^2 \gamma_1} \frac{k_1^2}{k_{21}^2} \frac{r_2}{A}.$$

Berechnet man $P_\infty Q$ aus dem Dreiecke $OP_\infty Q$, in welchem die Seite OQ und die Winkel $OP_\infty Q = \gamma_1$ sowie $P_\infty OQ = P_\infty OB - \gamma_1$ aus Gleichung (11) bekannt sind, ersetzt man ferner k_{21}^2 durch $k_{12} k_{21}$ und dieses nach Gleichung (4) durch $(1 - \sigma) k_1 k_2$, so gelangt man nach einigen Umformungen zu dem Ausdruck:

$$P_\infty K = I_\mu \frac{\frac{r_2}{k_2} (1 - \sigma)}{\sigma^2 + \frac{r_1^2}{k_1^2}}. \quad (16)$$

Hiermit ist die Leistungsgerade und indirekt auch der Stillstandpunkt auf anderem Wege in etwas einfacherer Form bestimmt.

Wirtschaftliche Mitteilungen. — Communications de nature économique.

Geschäftsbericht der Schweiz. Telegraphen- und Telephonverwaltung pro 1922. Dem obgenannten Bericht entnehmen wir, dass im verflossenen Jahre das Telephonwesen einen Gewinn von Fr. 5 100 313.—, das Telegraphenwesen einen Verlust von Fr. 4 167 944.— gebracht hat. Die Einnahmen der letztern Verwaltung sind um 25 % zurückgegangen. Vier Fünftel dieses Rückganges fallen auf den internationalen Verkehr. Das stän-

dige Personal ist um 95, das Hilfspersonal um 329 zurückgegangen, das Gesamtpersonal der Telegraphen- und Telephonverwaltung betrug Ende 1922 5870 Personen, die Personalauslagen Fr. 31 359 472.—.

Mit der fortschreitenden Elektrifikation der Bundesbahnen vermehren sich die Telegraphen- und Telephonkabelanlagen. Sie haben 1922 eine Vermehrung von ungefähr 10 % erfahren. Die