

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

**Band:** 14 (1923)

**Heft:** 5

**Artikel:** Kurzschlusskräfte an Transformatoren [Fortsetzung und Schluss]

**Autor:** Biermanns, J.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1060377>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 17.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

les conducteurs peuvent être tendus à  $-25^{\circ}\text{C}$  suivant les courbes d'efforts  $MmQ$ ,  $NnR$ ,  $PpS$  qui correspondent à  $0^{\circ}\text{C}$ , avec surcharge de 2 kg par mètre aux efforts donnés par les courbes  $M_0 m_0 Q_0$ ,  $N_0 n_0 R_0$ ,  $P_0 p_0 S_0$ .

La fig. 5 qui concerne des conducteurs de cuivre dur dont la limite apparente d'élasticité a été intentionnellement admise très bas (65 % de l'effort de rupture) est particulièrement intéressant du fait qu'elle montre l'importance qu'il y a d'avoir des prescriptions permettant de tenir compte de la qualité des matériaux employés.

Les prescriptions en vigueur jusqu'ici ne tenant compte que de la résistance à la rupture et ne faisant aucun cas de la limite d'élasticité, toutes les courbes d'efforts  $CD$ ,  $EF$ ,  $GH$  et  $CdJ$ ,  $EeK$ ,  $GfL$  à  $-25^{\circ}\text{C}$  et les courbes correspondantes  $C_0D_0$ ,  $E_0F_0$ ,  $G_0H_0$  et  $C_0d_0J_0$ ,  $E_0e_0K_0$ ,  $G_0f_0L_0$  à  $0^{\circ}\text{C}$  avec surcharge de 2 kg/mètre, sont dans la fig. 5 exactement les mêmes que dans la fig. 4. Les courbes d'efforts correspondant aux nouvelles prescriptions sont, par contre, différentes dans la fig. 4 et dans la fig. 5; en particulier, l'horizontale donnant la limite d'élasticité se trouve dans la fig. 5 plus bas (65 % de  $40 \text{ kg/mm}^2 = 26 \text{ kg/mm}^2$ ) que dans la fig. 4 (75 % de  $40 \text{ kg/mm}^2 = 30 \text{ kg/mm}^2$ ). Ceci a pour conséquence qu'à  $0^{\circ}\text{C}$  avec la surcharge maximum de 2 kg par mètre, les courbes  $C_0D_0$  et  $C_0d_0J_0$ ,  $E_0F_0$  et  $E_0e_0K_0$ ,  $G_0H_0$  et  $G_0f_0L_0$  coupent dans la fig. 5 la nouvelle ligne de limite d'élasticité en trois points seulement  $r_0$ ,  $s_0$ ,  $t_0$ ; en d'autres termes, les prescriptions fédérales de 1908 aussi bien que les prescriptions de l'Inspectorat ne garantissent les conducteurs cités contre les déformations permanentes à  $0^{\circ}\text{C}$ , avec la surcharge maximum de 2 kg par mètre, que dans les portées plus courtes que les portées  $r$ ,  $s$ ,  $t$ .

Il convient, en outre, de noter que la sécurité de cinq à la rupture ne représente qu'une sécurité de 3,75 contre les déformations permanentes, quand il s'agit de matériaux dont la limite apparente d'élasticité est égale au 75 % de l'effort de rupture et qu'une sécurité de 3,25 pour des matériaux dont la limite apparente d'élasticité est égale au 65 % de l'effort de rupture.

D'après tout ce qui précède la nouvelle formule proposée en principe par la sous-commission de l'A. S. E. et de l'U. C. S., chargée spécialement de la révision des prescriptions concernant la tension de pose des conducteurs aériens, paraît devoir remplacer très avantageusement l'ancien art. 49 des prescriptions fédérales de 1908. A l'encontre des prescriptions en vigueur jusqu'ici en Suisse, cette formule permet de donner à tous les conducteurs aériens, petits et gros, dans toutes les portées, courtes et longues et pour n'importe qu'elle qualité des matériaux employés, une égale sécurité contre les déformations permanentes, aussi bien par les froids les plus intenses qu'avec les surcharges les plus fortes.

Si à la suite des observations qu'ils auront faites, les autres pays devaient trouver, comme nous, que les surcharges accidentelles de neige ou de glace sur les conducteurs sont pratiquement indépendantes de la section des conducteurs et de leurs portées, ne serait-il pas possible d'arriver, pour la fixation de la tension de pose des conducteurs aériens, à une entente internationale sur la base du principe développé dans cette exposé: sécurité de  $x$  par rapport à la limite d'élasticité au froid maximum et limite d'élasticité avec surcharge maximum de  $y$  kg par mètre courant de conducteur? Même si, comme il est probable, les coefficients  $x$  et  $y$  devaient varier pour chaque pays, l'adoption du principe seul simplifierait déjà beaucoup la tâche des constructeurs de lignes internationales.

## Kurzschlusskräfte an Transformatoren.

Von J. Biermanns, Chefelektriker der AEG, Transformatorenfabrik, Berlin.

(Fortsetzung und Schluss.)

*Nachdem der Autor im Bulletin No. 4 die Grundgleichungen zur Berechnung der Kräfte des kurzgeschlossenen Transformators abgeleitet hat,*

*L'auteur ayant établi au Bulletin No. 4 les équations fondamentales permettant de calculer les efforts dans le transformateur courtcircuité,*

zeigt er im vorliegenden Teil der Arbeit, wie die radiale Kurzschlusskraft bei konzentrischer Wicklung berechnet werden kann. Er behandelt darauf die bei einzelnen kurzgeschlossenen Windungen und Klemmenkurzschluss auftretenden axialen Kräfte und zeigt, welchen zeitlichen Schwankungen die Kurzschlusskräfte unterworfen sind. Die Kenntnis der im Kurzschluss auftretenden Kräfte ermöglicht die Berechnung der zusätzlichen Beanspruchung der Wicklungsstützungen und der Wicklungen selbst durch die Kurzschlusskräfte. Endlich werden an einem Beispiel die entwickelten Rechnungsmethoden veranschaulicht.

montre dans la suite comment on peut calculer les efforts dans le sens radial lorsqu'il s'agit d'enroulements concentriques et comment ces efforts varient pendant les quelques premières périodes suivant le courtcircuit. Connaissant tous les efforts il calcule les tensions mécaniques qui se produisent dans les enroulements et les pièces de fixation. Les méthodes de calcul sont expliquées à l'aide d'un exemple. L'auteur traite aussi des efforts dans le sens de l'axe dans le cas d'un défaut dans les enroulements.

### 6. Die resultierende radiale Kurzschlusskraft beim Transformatormit konzentrischer Wicklung.

Die Entwicklungen des vierten Abschnittes zeigten uns, dass beim Transformatormit konzentrischer Wicklung Kurzschlusskräfte in radialer Richtung auftreten, welche die innere Wicklung gegen den Eisenkern pressen, während sie von der äusseren Wicklung in Form einer Zugbeanspruchung des Drahtes selbst aufgenommen werden. Bei der mittleren Wicklung des doppelkonzentrischen Aufbaues endlich

heben jene von beiden Seiten in entgegengesetzter Richtung angreifenden radialen Kräfte sich auf, so dass eine nach aussen erkennbare Kraftwirkung, ebenso wie bei der äusseren Spule, nicht vorhanden ist. Den Betrachtungen lag aber ein vollkommen symmetrischer Wicklungsaufbau, bei dem die einzelnen Wicklungen vollkommen konzentrisch zu einander angeordnet sind, zugrunde. Ist nun diese Symmetrie, was praktisch stets der Fall sein wird, nicht vollkommen gewahrt, so werden sich die an den einzelnen Wicklungen angreifenden radialen Kräfte nicht mehr vollständig in ihrer Wirkung nach aussen hin aufheben und es wird eine allerdings geringfügige resultierende Kraftäußerung verbleiben, welche die einzelnen Wicklungen in radialer Richtung zu verschieben sucht. Dabei wird es uns vor allem interessieren, ob jene Kraftäußerung so gerichtet ist, dass sie die von vornherein vorhandene Unsymmetrie zu vergrössern sucht oder ob sie im Gegenteil im Sinne einer selbsttätigen Zentrierung der Wicklungen wirkt. Ihrer Geringfügigkeit wegen können wir uns mit der Bestimmung der Grössenordnung der — um es schon vorweg zu nehmen —

zentrierenden radialen Kurzschlusskraft begnügen und dementsprechend wollen wir die folgenden Betrachtungen auf einfachster Grundlage aufbauen. Wenngleich unsere Betrachtungen auf einen speziellen Fall, nämlich auf den Transformatormit konzentrischer Wicklung zugeschnitten sind, so können die Ergebnisse doch sinngemäss auf die an den normalen Spulen des Transformators mit Scheibenwicklung auftretenden resultierenden axialen Kräfte angewendet werden.

Fig. 9 zeigt eine doppelkonzentrische Wicklungsanordnung, bei der die mittlere Hochspannungswicklung um einen Betrag  $f$  aus der konzentrischen Lage verschoben ist.  $r_1$  sei der Radius der inneren,  $r_2$  jener der äusseren Niederspannungsspule und  $r_0$  endlich der Radius der Hochspannungswicklung, wobei wir sämtliche Wicklungen mit verschwindender radialer Ausdehnung voraussetzen.  $\varrho$  sei ferner die Entfernung irgend eines Punktes am Umfange der Hochspannungswicklung von der Achse der konzentrisch zu einander und zum Eisenkern liegenden Niederspannungsspulen.  $dQ_1$  und  $dQ_2$  seien die Grundflächen zweier unendlich schmaler Ausschnitte

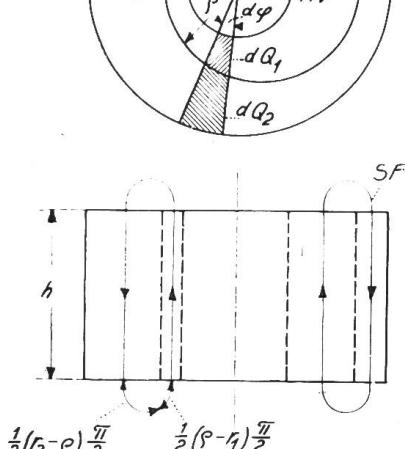


Fig. 9

aus dem Isolationskanal zwischen innerer Niederspannungsspule und Hochspannungswicklung, bzw. zwischen dieser und äusserer Niederspannungsspule, die durch zwei unter dem sehr kleinen Winkel  $d\varphi$  durch die Achse des Wicklungsaufbaues gehende Ebenen eingeschlossen werden.

Der durch den betrachteten Ausschnitt verlaufende Teilstreufluss ist dann:

$$d\Phi = \frac{4\pi}{10} iz \frac{dQ_1 dQ_2}{dQ_2 l_1 + dQ_1 l_2} \quad (21)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} dQ_1 &= \frac{1}{2} (\varrho^2 - r_1^2) d\varphi, & dQ_2 &= \frac{1}{2} (r_2^2 - \varrho^2) d\varphi, \\ l_1 &= h + (\varrho - r_1) \frac{\pi}{2}, & l_2 &= h + (r_2 - \varrho) \frac{\pi}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (21a)$$

Hierin bedeuten  $l_1$  und  $l_2$  die mittlere Länge der Kraftlinien in den betrachteten Ausschnitten, wobei wir die vereinfachende Annahme gemacht haben, dass die Kraftlinien auf der ganzen Länge des Isolationskanals parallel zur Achse verlaufen und sich in Kreisbögen schliessen. In Wirklichkeit ist diese Annahme nicht zutreffend und die Kraftlinienlänge ist geringer, aber einmal kommt es uns nur darauf an, die Größenordnung der zentrierenden Kraft zu bestimmen und dann kann man sich leicht davon überzeugen, dass die spezielle Annahme des Kraftlinienverlaufes das Rechnungsergebnis nur verhältnismässig wenig beeinflusst.

Indem wir die Ausdrücke aus der Gleichung (21a) in Gleichung (21) einsetzen, erhalten wir weiter

$$d\Phi = 0,4 iz \frac{\varrho^2 (r_2^2 + r_1^2 - \varrho^2) - r_2^2 r_1^2}{\frac{2h}{\pi} (r_2^2 - r_1^2) + \varrho^2 (r_1 - \varrho + r_2 - \varrho) + r_2^2 (\varrho - r_1) + r_1^2 (\varrho - r_2)} d\varphi.$$

Nun lautet die Polargleichung des die Spur der Hochspannungswicklung darstellenden Kreises, dessen Mittelpunkt voraussetzungsgemäss um den Betrag  $f$  aus der vorgeschriebenen Mittellage verschoben ist:

$$\varrho^2 - 2\varrho f \cos \varphi + f^2 = r_0^2,$$

$$\text{woraus } \varrho = f \cos \varphi + \sqrt{r_0^2 + f^2 (\cos^2 \varphi - 1)}.$$

Da wir unsere Betrachtungen auf Verschiebungen  $f$  beschränken, die klein gegenüber dem Radius  $r_0$  sind, können wir auch schreiben:

$$\varrho = r_0 + f \cos \varphi + \frac{1}{2} \frac{f^2}{r_0^2} (\cos^2 \varphi - 1),$$

oder bei Vernachlässigung höherer Potenzen von  $f$ :

$$\varrho = r_0 + f \cos \varphi.$$

Durch Einführung dieses Wertes ergibt sich nun, wenn wir weiterhin alle höheren Potenzen von  $f$  vernachlässigen

$$d\Phi = 0,4 iz \frac{A + B f \cos \varphi}{a + b f \cos \varphi} d\varphi \quad (22)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} A &= r_0^2 (r_2^2 + r_1^2 - r_0^2) - r_2^2 r_1^2, & B &= 2 r_0 (r_2^2 + r_1^2 - 2 r_0^2), \\ a &= \frac{2h}{\pi} (r_2^2 - r_1^2) + r_0^2 (r_2 + r_1 - 2 r_0) - r_2 r_1 (r_2 + r_1) + r_0 (r_2^2 + r_1^2), \\ b &= 2 r_0 \left( r_2 + r_1 - 2 r_0 + \frac{r_2^2 + r_1^2 - r_0^2}{2 r_0} \right). \end{aligned} \right\} \quad (22a)$$

Bei praktisch ausgeführten Transformatoren ist stets

$$r_2 = r_0 + \delta, \quad r_1 = r_0 - \delta,$$

wo  $\delta$  dieselbe Bedeutung wie in den vorhergehenden Abschnitten besitzt. Damit ergibt sich einfacher:

$$\left. \begin{aligned} A &= \delta^2 (4 r_0^2 - \delta^2), & B &= 4 \delta^2 r_0, \\ a &= 4 \delta r_0 \left( \frac{2 h}{\pi} + \delta \right) & b &= r_0^2 + 2 \delta^2 \end{aligned} \right\}. \quad (22b)$$

Nun ist der gesamte, von der betrachteten Wicklungsanordnung erzeugte Streukraftlinienfluss

$$\Phi = 0,4 i z \int_0^{2\pi} \frac{A + B f \cos \varphi}{a + b f \cos \varphi} d\varphi,$$

wobei die Ausführung der Integration folgenden Ausdruck liefert:

$$\Phi = 0,8 \pi i z \left[ \frac{B}{b} + \frac{A - \frac{a}{b} B}{\sqrt{a^2 - b^2 f^2}} \right].$$

Die Selbstinduktivität einer Wicklung ist bekanntlich gleich der beim Strome 1 mit ihr verketteten Kraftlinienzahl und da wir im vorliegenden Falle angenommen haben, dass der Streufluss sämtliche Windungen restlos durchsetzt, gelangen wir zu folgendem Werte der Streuinduktivität unsers Transformators

$$L = 0,8 \pi 10^{-9} z^2 \left[ \frac{B}{b} + \frac{A - \frac{a}{b} B}{\sqrt{a^2 - b^2 f^2}} \right]. \quad (23)$$

Mit Hilfe der Gleichung (1) erhalten wir hieraus endlich den gesuchten Ausdruck für die durch die angenommene Verschiebung  $f$  aus der Symmetrielage bedingte Kurzschlusskraft, nämlich

$$P_f = -8,16 \pi 10^{-8} (iz)^2 \frac{a B - A b}{\sqrt{(a^2 - b^2 f^2)^3}} b f. \quad (24)$$

Das negative Vorzeichen lässt erkennen, dass es sich in der Tat um eine zentrierende Kraft handelt, deren Höhe, wie ein später zu behandelndes Beispiel zeigen wird, allerdings nur geringfügig ist. Die Kraft wächst annähernd linear mit der Grösse der Verschiebung  $f$  aus der Symmetrielage.

### 7. Schubkräfte beim Auftreten kurzgeschlossener Windungen.

Die bisher betrachteten Kurzschlusskräfte können insofern als normal bezeichnet werden, als sie bei völlig gesundem Transformator jederzeit im Betriebe auftreten können. Mit ihnen muss der Konstrukteur also unbedingt rechnen und den Transformator so entwerfen, dass seine Wicklungsabstützung den sich aus ihnen ergebenden Beanspruchungen mit Sicherheit standhält. Bei einer weiteren Kategorie von Kurzschlusskräften, nämlich denjenigen, die mit dem Auftreten kurzgeschlossener Windungen verbunden sind, könnte der Konstrukteur vielleicht im Zweifel sein. Kurzgeschlossene Windungen sind auch heutigentags bei unsren Transformatoren immer noch keine so seltene Erscheinung, als im Interesse einer ungestörten Betriebsführung wünschenswert wäre. Der sich ergebende Schaden kann indes, wenn der Transformator mit Differentialschutz ausgerüstet wird, in mässigen Grenzen gehalten werden, wodurch die Reparaturdauer und damit die Betriebsstörung wesentlich abgekürzt wird. Dies setzt jedoch voraus, dass der gesamte Wicklungsaufbau der elektro-

dynamischen Kraftwirkung standgehalten hat, denn ein Zusammenbrechen desselben ergibt stets sehr umfangreiche und kostspielige Instandsetzungsarbeiten. Die Frage, ob die Wicklungsabstützung auch den durch Kurzschlusswindungen verursachten Kräften anzupassen ist, wird der Betriebsleiter also unbedingt mit „Ja“ beantworten und damit den Konstrukteur vor eine besonders schwierige Aufgabe stellen, denn wie wir noch sehen werden, können diese letzteren die als normal bezeichneten Kurzschlusskräfte noch wesentlich übertreffen.

Kurzschlusswindungen bedeuten, wie leicht einzusehen, einen besonders krassem Fall von Wicklungsunsymmetrie und lösen dementsprechende Kraftäußerungen aus. Wir werden unsere Betrachtungen auf die sowohl bei Scheiben- als auch konzentrischer Wicklung in axialer Richtung zu erwartende Schubkraft beschränken, da diese Kraftkomponente einmal die weitaus gefährlichsten Beträge erreicht und dann in vollem Masse von der Wicklungsabstützung aufgenommen werden muss.

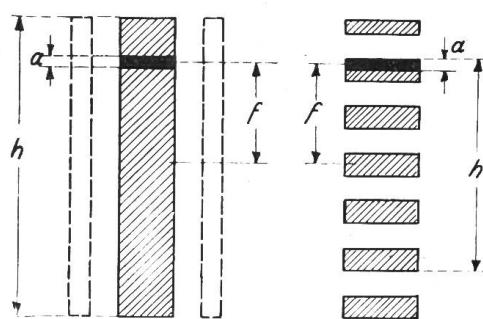


Fig. 10

Der wichtigste, weil ungünstigste Fall ist der, wo die Kurzschlusswindungen bei konzentrischer Wicklungsanordnung in der Primärwicklung auftreten; bei Scheibenwicklung spielt diese letztere Frage hingegen keine Rolle, da die relative Lage der Kurzschlusswindungen zu den primären Amperewindungen im wesentlichen dieselbe bleibt, gleichgültig, ob die primäre oder sekundäre Wicklung vom Defekt betroffen wird. Unsere Rechnung setzt natürlich metallischen Kurzschluss voraus, ein Fall, der übrigens praktisch häufig genug vorkommt. Die rechnerische Behandlung des vorliegenden Problems hat wiederum von den

Gleichungen (7) und (8) auszugehen, die wir durch die eben vorausgesetzte Beschränkung  $\delta = 0$  wesentlich vereinfachen können.  $h$  bedeutet bei konzentrischer Anordnung wiederum die axiale Höhe der Primärwicklung, bei Scheibenwicklung diesmal hingegen im Gegensatz zu früheren Festlegungen die gesamte axiale Erstreckung der Primärwicklung.  $a$  bedeutet streng genommen die axiale Ausdehnung der Kurzschlusswindungen, eine zweckmässigere Definition gewinnen wir jedoch durch die

Festlegung, dass  $\frac{a}{h}$  das Verhältnis der Zahl der kurzgeschlossenen Windungen zur gesamten ursprünglichen primären Windungszahl bedeute. Fig. 10 soll den Einblick in die eben gegebene Problemstellung vervollständigen, links ist ein Schnitt durch eine Seite einer konzentrischen, rechts ein solcher durch eine Scheibenwicklung dargestellt.  $f$  bedeutet endlich wieder die Verschiebung aus der Symmetrielage, das heisst den Abstand der Kurzschlusswindungen von der Wicklungsmitte.

Die Gleichungen (7a) und (8) gehen mit  $\delta = 0$  über in:

$$u_{12} = -1,5 + \frac{1}{4ha} \left[ \left( \frac{h+a}{2} + f \right)^2 \ln \left( \frac{h+a}{2} + f \right)^2 + \left( \frac{h+a}{2} - f \right)^2 \ln \left( \frac{h+a}{2} - f \right)^2 - \left( \frac{h-a}{2} + f \right)^2 \ln \left( \frac{h-a}{2} + f \right)^2 - \left( \frac{h-a}{2} - f \right)^2 \ln \left( \frac{h-a}{2} - f \right)^2 \right], \quad (25)$$

bezw.

$$\frac{du_{12}}{df} = \frac{1}{2ha} \left[ \left( \frac{h+a}{2} + f \right) \ln \left( \frac{h+a}{2} + f \right)^2 - \left( \frac{h+a}{2} - f \right) \ln \left( \frac{h+a}{2} - f \right)^2 - \left( \frac{h-a}{2} + f \right) \ln \left( \frac{h-a}{2} + f \right)^2 + \left( \frac{h-a}{2} - f \right) \ln \left( \frac{h-a}{2} - f \right)^2 \right]. \quad (26)$$

Wenngleich die Ausgangsgleichungen sich wesentlich vereinfachen liessen, so sind die vorstehenden Ausdrücke jedoch immer noch zu unförmig, als dass wir zweck-

mässig mit denselben weiter operieren würden. Wir wollen unsere Aufgabe vielmehr in die Betrachtung zweier vereinfachter Probleme zerlegen, die zusammen uns doch einen ausreichenden Ueberblick über die uns interessierenden Erscheinungen gewähren.

Zunächst setzen wir nämlich voraus, der Prozentsatz der kurzgeschlossenen Windungen sei im Vergleich zur Gesamtwindungszahl nur ein sehr geringer,  $\frac{a}{h}$  sei also klein gegenüber der Einheit. Dagegen sei die räumliche Lage der Kurzschlusswindungen, also der Parameter  $f$  völlig willkürlich<sup>1)</sup>. Unter dieser Voraussetzung folgt aus den Gleichungen (25) und (26):

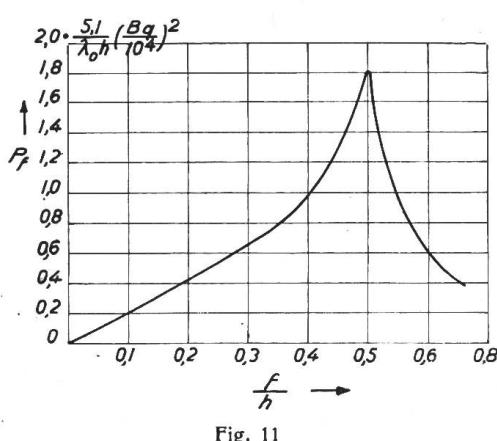
$$u_{12} = -1,5 + \frac{1}{h} \left[ \left( \frac{h}{2} + f \right) \ln \left( \frac{h}{2} + f \right) + \left( \frac{h}{2} - f \right) \ln \left( \frac{h}{2} - f \right) + h \right],$$

bezw.

$$\frac{d u_{12}}{df} = \frac{1}{h} \left[ \ln \left( \frac{h}{2} + f \right) - \ln \left( \frac{h}{2} - f \right) \right],$$

und wir gelangen zu folgenden Werten für die Kurzschlussinduktivität bzw. für die Kurzschlusskraft:

$$L = 2 \cdot 10^{-9} z^2 \lambda_0 \left[ \ln \frac{\frac{1}{4} + \frac{f^2}{h^2}}{\frac{a}{h}} + \frac{2f}{h} \ln \frac{\frac{h}{2} + f}{\frac{h}{2} - f} + 1 \right], \quad (27a)$$



$$P_f = 4,08 \cdot 10^{-8} (iz)^2 \frac{\lambda_0}{h} \ln \frac{\frac{h}{2} + f}{\frac{h}{2} - f}. \quad (27b)$$

Durch Zusammenfassung der Gleichungen (27) ergibt sich endlich folgender Ausdruck für die Kurzschlusskraft

$$P_f = 5,1 \left( \frac{Bq}{10000} \right)^2 \frac{1}{\lambda_0 h} \Psi \left( \frac{f}{h} \right), \quad (28)$$

wobei der Verlauf der Funktion  $\Psi \left( \frac{f}{h} \right)$  für  $\frac{a}{h} = 0,01$  durch Fig. 11 dargestellt wird. Wie man sieht, ist die axiale Schubkraft Null, wenn die Kurzschlusswindungen in der Mitte der Wicklung sitzen. Bei einer Verschiebung ihrer Lage nach dem Wicklungsende hin nimmt sie erst langsam, dann schneller zu, erreicht bei der Lage der Kurzschlusswindungen am Wicklungsende ein Maximum und fällt dann wieder schnell ab, falls die Kurzschlusswindungen sich über die Wicklung hinaus bewegen würden.

Beschränkten wir uns im Vorhergehenden auf kleine Werte des Parameters  $\frac{a}{h}$ , während wir beliebige Werte des Parameters  $\frac{f}{h}$  zuließen, so wollen wir jetzt, um Auskunft über den Einfluss der relativen Zahl der Kurzschlusswindungen zu erhalten, in umgekehrter Weise vorgehen. Wir be-

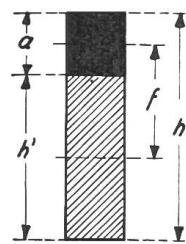


Fig. 12

<sup>1)</sup> Unter Vermeidung des Wertes  $f = \frac{h}{2}$ , in dessen Umgebung die Gleichungen (27) ihre Gültigkeit verlieren.

schränken uns diesmal auf jenen Wert des Parameters  $\frac{f}{h}$ , von dem wir wissen, dass er die grössten Kurzschlusskräfte ergibt, nämlich auf  $\frac{f}{h} = \frac{1}{2}$ ; die Kurzschlusswindungen liegen jetzt also stets am Ende der Primärwicklung (Fig. 12). Da wir dagegen bezüglich des Parameters  $\frac{a}{h}$  jede Beschränkung fallen lassen, müssen wir die Rechnung mit neuen Werten der primären Wicklungshöhe  $h' = h - a$  und der primären Windungszahl  $z' = z \frac{h-a}{h}$  weiterführen. Die Gleichungen (25) und (26) ergeben unter den angeführten Einschränkungen folgende Näherungswerte:

$$u_{12} = -1,5 + \frac{1}{2h'a} \left[ 2h'a \ln(h'+a) + h'^2 \ln \frac{h'+a}{h'} + a^2 \ln \frac{h'+a}{a} \right],$$

und

$$\frac{du_{12}}{df} = \frac{1}{h'a} \left[ h' \ln \frac{h'+a}{h'} + a \ln \frac{h'+a}{a} \right].$$

Kurzschlussinduktivität und Kurzschlusskraft errechnen sich also im angegebenen Falle zu

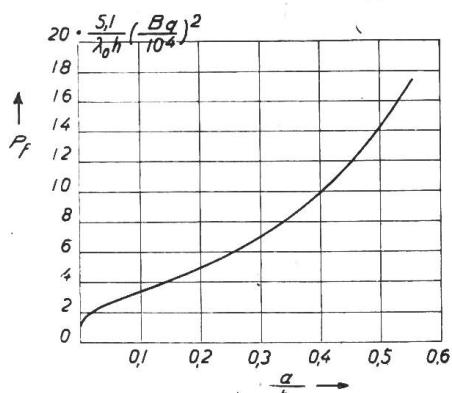
$$L = 2 \cdot 10^{-9} z^2 \lambda_0 \left(1 - \frac{a}{h}\right) \left[ \ln \frac{h}{a} + \left(\frac{h}{a} - 1\right) \ln \frac{1}{1 - \frac{a}{h}} \right] \quad (29a)$$

$$\text{und } P_f = 4,08 \cdot 10^{-8} (iz)^2 \frac{\lambda_0}{h} \left(1 - \frac{a}{h}\right) \left[ \ln \frac{h}{a} + \left(\frac{h}{a} - 1\right) \ln \frac{1}{1 - \frac{a}{h}} \right]. \quad (29b)$$

Beide Gleichungen ergeben zusammengefasst

$$P_f = 5,1 \left( \frac{Bq}{10000} \right)^2 \frac{1}{\lambda_0 h} \Psi \left( \frac{a}{h} \right), \quad (30)$$

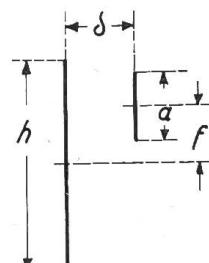
wo der Verlauf der in diesem Ausdruck enthaltenen Funktion  $\Psi \left( \frac{a}{h} \right)$  durch die Fig. 13 dargestellt wird. Es hat natürlich keinen Sinn, diese Funktion über gewisse Werte des Parameters  $\frac{a}{h}$  hinaus fortzusetzen,  $\frac{a}{h} = 0,5$  durfte praktisch die obere



Axiale Abstossungskraft bei Kurzschlusswindungen am Ende der Primärwicklung.

Grenze sein. Das heisst, dass die grösstmögliche Kurzschlusskraft dann erreicht wird, wenn die Hälfte der primären Wicklung in sich kurzgeschlossen ist. Dieser Fall ist praktisch durchaus möglich, gerade die Niederspannungswicklung von Grosstransformatoren wird häufig als zwei aufeinanderstehende Zylinder ausgeführt, die nach Bedarf parallel oder hintereinander geschaltet werden können; erfolgt zwischen den Klemmen eines dieser Zylinder ein Ueberschlag, so ist der eben erwähnte Grenzfall realisiert.

Mit den vorliegenden Betrachtungen haben wir in grossen Zügen das Thema dieses Abschnittes erschöpft. Lediglich der Vollständigkeit halber wollen wir noch jenen Fall betrachten, wo die Kurzschlusswindungen in der sekundären Wicklung auftreten und zwar, um gleich den ungünstigsten Fall zu erledigen, am Ende derselben (Fig. 14). Da der



Gang der Rechnung nichts Neues mehr bietet, begnügen wir uns mit der Wiedergabe der Ergebnisse.

Erstreckt sich der Defekt nur über einen kleinen Teil der Sekundärwicklung, ist also  $\frac{a}{h}$  klein gegenüber der Einheit und auch nach  $\frac{a}{\delta} \ll 1$ , so liefern uns die Gleichungen (7a) und (8) für  $f = \frac{h-a}{2}$ :

$$L = 2 \cdot 10^{-9} z^2 \lambda_0 \left[ \ln \frac{h^2 + \delta^2}{h a} + \frac{h^2 - \delta^2}{h^2 + \delta^2} + 2 \frac{\delta}{h} \operatorname{arctg} \frac{h}{\delta} \right], \quad (31a)$$

$$P_f = 4,08 \cdot 10^{-8} (i z)^2 \frac{\lambda_0}{h} \left[ \ln \sqrt{\frac{h^2 + \delta^2}{a^2 + \delta^2}} + \frac{h^2}{h^2 + \delta^2} - \frac{\delta}{a} \operatorname{arctg} \frac{a}{\delta} \right]. \quad (31b)$$

Der Spezialfall  $a = \frac{h}{2}$ , wo der Bereich der Kurzschlusswindungen sich gerade über die Hälfte der Sekundärwicklung erstreckt, ergibt mit  $f = \frac{h-a}{2}$ :

$$L = 2 \cdot 10^{-9} z^2 \lambda_0 \left[ \ln 2 + \ln \frac{h^2 + \delta^2}{h^2} + 4 \frac{\delta}{h} \operatorname{arctg} \frac{h}{\delta} - \frac{\delta^2}{h^2} \ln \frac{h^2 + \delta^2}{\delta^2} \right], \quad (32a)$$

$$P_f = 4,08 \cdot 10^{-8} (i z)^2 \frac{\lambda_0}{h} \left[ \ln 2 - \ln \frac{h^2 + 4\delta^2}{h^2 + \delta^2} + 2 \frac{\delta}{h} \left( \operatorname{arctg} \frac{h}{\delta} - 2 \operatorname{arctg} \frac{h}{2\delta} \right) \right]. \quad (32a)$$

Die Gleichungen (31) und (32) kommen natürlich nur für konzentrische Wicklungsanordnungen in Frage und gelten zunächst für einfach konzentrische Wicklung. In dem Falle, wo die kurzgeschlossene Sekundärwicklung zwischen den beiden Primärspulen liegt, wie dies bei doppelkonzentrischer Anordnung zutreffen kann, ist die rechte Seite der Gleichungen (31a) und (32a) durch 2, die der Gleichungen (31b) und (32b) durch 4 zu dividieren.

### 8. Die zeitlichen Schwankungen der Kurzschlusskraft.

Das bisherige Ergebnis der vorhergehenden Untersuchungen besteht darin, dass wir zu verhältnismässig einfachen Zusammenhängen zwischen der an der Transformatorkwicklung auftretenden Kurzschlusskraft und dem dieselbe durchfliessenden Strom gelangt sind. Und zwar kamen wir zu folgender mathematischer Formulierung

$$P_\xi = k i^2, \quad (33)$$

wo  $k$  ein durch die jeweilige Wicklungsanordnung bedingter Koeffizient ist, der, solange die Wicklung der auf sie einwirkenden Kraft  $P_\xi$  nicht nachgibt, als Konstante betrachtet werden kann. Dies ist jedoch praktisch stets der Fall, da eine gute Wicklungsabstützung nur geringfügige Bewegungen der Wicklung oder von Teilen derselben zulassen darf.

Die Stromstärke  $i$  ist einerseits durch die während des Kurzschlusses am Transformatorklemmenanschluss herrschende Klemmenspannung, anderseits durch die Streuinduktivität der Wicklung gegeben; während wir die letztere für jeden Fall berechneten, beschränkten wir die erstere auf den ungünstigsten Fall, wo infolge sehr grosser Netzeistung die Klemmenspannung auch im Kurzschluss ihren normalen Wert beibehält.

Nun ist die Stromstärke keine konstante Grösse, sondern sie befolgt das ihr durch die Spannung aufgezwungene periodische Gesetz, welches sich bei technischen Wechselströmen in einfacherster Weise durch eine Sinusfunktion darstellen lässt, solange wenigstens, als es sich um stationäre Vorgänge handelt. Damit können wir jedoch nicht immer rechnen, im Gegenteil, meist wird es sich in den uns interessierenden Fällen um durch irgendwelche Störungen eingeleitete „plötzlich“ auftretende Kurzschlüsse handeln, die, wie wir wissen, zu Ausgleichsströmen führen, die sich dem

stationären Kurzschlusstrom überlagern. Wenn diese Ausgleichsströme auch nur eine kurze Lebensdauer besitzen, so darf ihre Wirkung dennoch keinesfalls unterschätzt werden, führen sie doch vorübergehend annähernd zu einer Verdopplung der Spitzenwerte des stationären Kurzschlusstromes.

Wird ein kurzgeschlossener Transformator plötzlich an seine normale Spannung gelegt, oder ein im Betriebe befindlicher Transformator plötzlich kurzgeschlossen, so ergibt sich, wenn wir von Nebensächlichkeiten absehen, folgender Verlauf des Kurzschlusstromes bei Einschalten im ungünstigsten Moment:

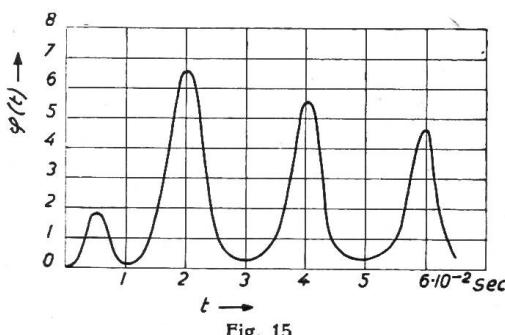


Fig. 15

Zeitliche Schwankung der Kurzschlusskraft.

matoren mit hoher Streuspannung) und 50 (kleinere Transformatoren) – und der zweite Summand, das sonst meist schwach gedämpfte, im vorliegenden Fall jedoch als konstant betrachtete, sogenannte Wechselstromglied des plötzlichen Kurzschlusstromes dar.

Betrachten wir, wie dies in den vorhergehenden Abschnitten stillschweigend geschah, in Gleichung (33)  $i$  als den Effektivwert des stationären Kurzschlusstromes, so haben wir also die unter dieser Annahme berechnete Kurzschlusskraft  $P_\xi$  beim plötzlichen Kurzschluss mit einer Funktion  $\varphi(t)$  zu multiplizieren, die sich aus Gleichung (34) ergibt zu

$$\varphi(t) = 1 + 2e^{-2\beta t} - 4e^{-\beta t} \cos \omega t + \cos 2\omega t. \quad (35)$$

$P_\xi \varphi(t)$  stellt also die zeitliche Schwankung der Kurzschlusskraft dar, die Fig. 15 für  $\beta = 10$  und  $\omega = 314$  in graphischer Darstellung erkennen lässt. Wie man sieht, steigt die Kurzschlusskraft beim plötzlichen Kurzschluss im vorliegenden Fall auf etwa 6,7fach und bei fehlender Dämpfung auf 8fach höhere Beträge an, als der Effektivwert des stationären Kurzschlusstromes vermuten lässt.

### 9. Die Beanspruchung der Wicklungsabstützung.

Den Konstrukteur interessieren weniger die an der Wicklung selbst, als vielmehr die an der Wicklungsabstützung angreifenden Kräfte, da er auf die konstruktive Durchbildung der letzteren sein Hauptaugenmerk zu richten hat. Da aber, wie wir gesehen, die Kurzschlusskraft starken zeitlichen Schwankungen unterworfen ist, braucht sie wegen der Massenträgheit der Wicklung noch lange nicht mit der Beanspruchung  $P$  der Wicklungsabstützung identisch zu sein. Eine eingehendere Untersuchung muss vielmehr ausser auf den zeitlichen Verlauf des unstationären asymmetrischen Kurzschlusstromes noch auf die durch die Trägheit der Wicklung und die Elastizität der Wicklungsabstützung ermöglichten mechanischen Eigenschwingungen der Wicklung Rücksicht nehmen, da diese letztern unter gewissen Umständen das sich ergebende Bild stark modifizieren können, wie in einer älteren Untersuchung<sup>1)</sup> dargelegt wurde.

<sup>1)</sup> Biermanns, Ueber die mechanischen Wirkungen des plötzlichen Kurzschlusstromes von Synchrongenmaschinen. Archiv für Elektrotechnik, 9. Band, Seite 326.

$$i = i_{\text{eff}} \sqrt{2} (e^{-\beta t} - \cos \omega t) \quad (34)$$

$$\text{mit } \beta = \frac{r}{L} = \frac{e_r}{e_s} \omega, \quad (34a)$$

wo  $i_{\text{eff}}$  den Effektivwert des stationären Kurzschlusstromes,  $e_r$  die ohmsche und  $e_s$  die induktive Komponente der Kurzschlussspannung  $e_k$ ,  $\omega$  die elektrische Kreisfrequenz und  $t$  die fortschreitende Zeit bedeuten. Der erste Summand in der Klammer stellt das in der Regel sehr schnell absterbende sogenannte Gleichstromglied dar –  $\beta$  schwankt in praktischen Fällen zwischen 10 (Grosstransformatoren mit hoher Streuspannung) und 50 (kleinere Transformatoren) – und der zweite Summand, das sonst meist schwach gedämpfte, im vorliegenden Fall jedoch als konstant betrachtete, sogenannte Wechselstromglied des plötzlichen Kurzschlusstromes dar.

Betrachten wir, wie dies in den vorhergehenden Abschnitten stillschweigend geschah, in Gleichung (33)  $i$  als den Effektivwert des stationären Kurzschlusstromes, so haben wir also die unter dieser Annahme berechnete Kurzschlusskraft  $P_\xi$  beim plötzlichen Kurzschluss mit einer Funktion  $\varphi(t)$  zu multiplizieren, die sich aus Gleichung (34) ergibt zu

$$\varphi(t) = 1 + 2e^{-2\beta t} - 4e^{-\beta t} \cos \omega t + \cos 2\omega t. \quad (35)$$

$P_\xi \varphi(t)$  stellt also die zeitliche Schwankung der Kurzschlusskraft dar, die Fig. 15 für  $\beta = 10$  und  $\omega = 314$  in graphischer Darstellung erkennen lässt. Wie man sieht, steigt die Kurzschlusskraft beim plötzlichen Kurzschluss im vorliegenden Fall auf etwa 6,7fach und bei fehlender Dämpfung auf 8fach höhere Beträge an, als der Effektivwert des stationären Kurzschlusstromes vermuten lässt.

### 9. Die Beanspruchung der Wicklungsabstützung.

Den Konstrukteur interessieren weniger die an der Wicklung selbst, als vielmehr die an der Wicklungsabstützung angreifenden Kräfte, da er auf die konstruktive Durchbildung der letzteren sein Hauptaugenmerk zu richten hat. Da aber, wie wir gesehen, die Kurzschlusskraft starken zeitlichen Schwankungen unterworfen ist, braucht sie wegen der Massenträgheit der Wicklung noch lange nicht mit der Beanspruchung  $P$  der Wicklungsabstützung identisch zu sein. Eine eingehendere Untersuchung muss vielmehr ausser auf den zeitlichen Verlauf des unstationären asymmetrischen Kurzschlusstromes noch auf die durch die Trägheit der Wicklung und die Elastizität der Wicklungsabstützung ermöglichten mechanischen Eigenschwingungen der Wicklung Rücksicht nehmen, da diese letztern unter gewissen Umständen das sich ergebende Bild stark modifizieren können, wie in einer älteren Untersuchung<sup>1)</sup> dargelegt wurde.

<sup>1)</sup> Biermanns, Ueber die mechanischen Wirkungen des plötzlichen Kurzschlusstromes von Synchrongenmaschinen. Archiv für Elektrotechnik, 9. Band, Seite 326.

Die erwähnte Untersuchung ergab, dass, selbst wenn es sich um ein schwungsfähiges System mit beliebig vielen Freiheitsgraden handelt, doch die Berücksichtigung der Grundschwingung allein vollauf für die Beschreibung der sich abspielegenden Vorgänge genügt, während die Oberschwingungen, die beispielsweise auftreten, wenn die Wicklung in mehreren Abschnitten schwingt, nur von untergeordneter Bedeutung sind. Dies hat verschiedene Gründe. Einmal zeigte sich, dass die freie Grundschwingung ihrem räumlichen Verlauf nach soweit mit der erzwungenen Grundschwingung übereinstimmt, dass freie Oberschwingungen, die ohnehin nur ungünstige Daseinsbedingungen vorfinden, von vornherein nur in geringem Masse auftreten werden; dann hat die freie Grundschwingung, wie wir noch sehen werden, in den uns interessierenden Fällen eine Eigenfrequenz, die mindestens in der Größenordnung der elektrischen Frequenz liegt, und damit ist das Auftreten erzwungener Oberschwingungen von vornherein ausgeschlossen.

Unsere folgenden Untersuchungen können also, da die auftretenden Beanspruchungen niemals die Elastizitätsgrenze der Wicklungsabstützung überschreiten dürfen, von der bekannten linearen Differentialgleichung für einfache harmonische Schwingungen

$$\Theta \frac{d^2 \xi}{dt^2} + R \frac{d \xi}{dt} + K \xi = P_\xi \varphi(t) \quad (36)$$

ausgehen. In dieser Gleichung bedeutet

- $\Theta$  das Trägheitsmoment des schwingenden Wicklungsteiles, welches, da es sich im vorliegenden Falle um geradlinige Bewegungen in der Richtung  $\xi$  handelt, identisch mit der Masse ist,
- $R$  den als konstant betrachteten Reibungswiderstand,
- $K$  die elastische Kraft der Wicklungsabstützung,
- $P_\xi \varphi(t)$  den jeweiligen Momentanwert der an der Wicklung angreifenden elektrodynamischen Kraft, wobei  $P_\xi$  der in den vorhergehenden Abschnitten berechnete mittlere effektive Wert der in der Richtung  $\xi$  wirkenden Komponente der Kurzschlusskraft ist, während die Zeitfunktion  $\varphi(t)$  durch die Gleichung (35) gegeben ist.

Es ist für das Ergebnis der folgenden Betrachtungen, nämlich für die Beantwortung der Frage nach der Beanspruchung der Wicklungsabstützung völlig gleichgültig, ob wir uns die Abstützung als vollkommen unelastisch (d. h. nicht zusammendrückbar) und den Wicklungsaufbau als elastisch vorstellen oder umgekehrt. Wir werden uns für die letztere Annahme entscheiden, die Wicklungsabstützung sei also elastisch, die Wicklung selbst dagegen nicht zusammendrückbar (druckfreie Abstützung).

Fig. 16 veranschaulicht den auch im siebten Abschnitt besprochenen Fall, wo die Primärwicklung aus zwei gleichen, übereinandergestellten Zylindern besteht, von denen der eine kurzgeschlossen ist. Beide Zylinder stossen sich ab und führen genau gleiche, aber stets entgegengesetzte gerichtete Schwingungen aus.

In der Nulllage ( $\xi = 0$ ) mögen die Zylinder sich gerade berühren und bei flüchtiger Betrachtung könnte man glauben, dass, da hierdurch ein Zurückschwingen der Zylinder über die Nullage hinaus unmöglich gemacht wird, der Schwingungsvorgang vollkommen gestört wird, die Gleichung (36) also ihre Gültigkeit verliert. Dem ist jedoch nicht so, denn wenn es sich beim Zurückprallen der Zylinder beim jedesmaligen Erreichen der Nullage um einen vollkommen elastischen Stoß handelt, und diese Annahme wollen wir machen, so wird lediglich die Bewegungsrichtung

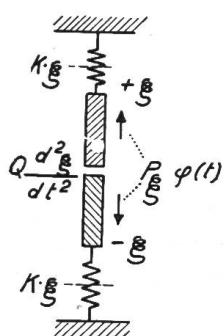


Fig. 16

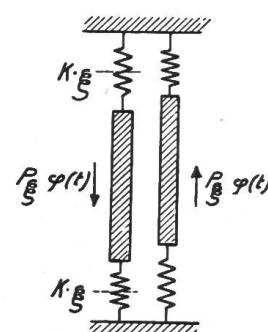


Fig. 17

umgekehrt, im übrigen verläuft aber der Schwingungsvorgang genau nach den Gesetzen, welche die Gleichung (36) vorschreibt.

Einen andern Fall stellt Fig. 17 dar und zwar handelt es sich dort um die im fünften Abschnitt besprochenen, bei axialen Wicklungsunsymmetrien auftretenden Schubkräfte. Hier ist das der Gleichung (36) zugrunde gelegte Problem ohne weiteres realisiert, und zwar auch dann noch, wenn entgegen Fig. 17 beide Wicklungen eine gemeinsame axiale Abstützung besitzen.

Wir setzen zunächst voraus, dass in der Ruhelage ( $\xi = 0$ ) von der Abstützung kein nennenswerter Druck auf die Wicklung ausgeübt wird. Auf den Einfluss einer Vorspannung werden wir noch zu sprechen kommen.

Unter Beachtung der auf Grund der Definition von  $K$  gegebenen Beziehung

$$P = K \xi$$

ergibt die Integration der Gleichung (36) folgenden Ausdruck für die Beanspruchung  $P$  der Wicklungsabstützung:

$$\begin{aligned} P = P_\xi [1 + A_1 e^{2\beta t} + A_2 e^{-\beta t} \cos \omega t + A_3 e^{-\beta t} \sin \omega t + A_4 \cos 2\omega t \\ + A_5 \sin 2\omega t + A_6 e^{-\gamma t} \cos n_0 t + A_7 e^{-\gamma t} \sin n_0 t], \end{aligned} \quad (37)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{mit } n_0 = \sqrt{\frac{K}{\Theta}}, \quad \gamma = \frac{R}{2\Theta}, \quad A_1 = \frac{1}{1 + 4 \frac{\beta^2}{n_0^2} \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right)} \\ A_2 = \frac{4 n_0^2 (\omega^2 + 2\gamma\beta - \beta^2 - n_0^2)}{(\omega^2 + 2\gamma\beta - \beta^2 - n_0^2)^2 + 4\omega^2(\gamma - \beta)^2}, \quad A_3 = \frac{8 n_0^2 \omega (\beta - \gamma)}{(\omega^2 + 2\gamma\beta - \beta^2 - n_0^2)^2 + 4\omega^2(\beta - \gamma)^2}, \\ A_4 = \frac{n_0^2 (n_0^2 - 4\omega^2)}{(n_0^2 - 4\omega^2)^2 + 16\gamma^2\omega^2}, \quad A_5 = \frac{4 n_0^2 \gamma \omega}{(n_0^2 - 4\omega^2)^2 + 16\gamma^2\omega^2}, \\ A_6 = -(1 + A_1 + A_2 + A_4), \quad A_7 = 2 \frac{\beta}{n_0} A_1 + \frac{\beta}{n_0} A_2 - \frac{\omega}{n_0} A_3 - 2 \frac{\omega}{n_0} A_5. \end{aligned} \right\} \quad (37a)$$

Hierbei ist  $n_0$  die mechanische Eigenfrequenz des schwingenden Systems,  $\gamma$  der Dämpfungsexponent der von denselben ausgeführten Eigenschwingungen, deren Amplitude und zeitliche Phase durch die willkürlichen Integrationskonstanten  $A_6$  und  $A_7$  festgelegt wird. Die letzteren wurden mit Hilfe der Anfangsbedingungen berechnet, wonach  $\xi = 0$  für  $t = 0$  und wegen der Massenträgheit  $\frac{d\xi}{dt} = 0$  für  $t = 0$ .

Da die Gleichung (37) uns Aufschluss über den zeitlichen Verlauf der an der Wicklungsabstützung angreifenden Kräfte gibt und somit deren Höchstwert zu berechnen gestattet, so könnten wir die uns gestellte Aufgabe eigentlich als gelöst betrachten. Denn wenn der Konstrukteur sich erst einmal über die Grösse der Beanspruchung im Klaren ist, der seine Konstruktion im Höchstfalle gewachsen sein muss, so geben ihm die Regeln der Festigkeitsrechnung die Mittel in die Hand, um der erkannten Gefahr zu begegnen. Für die praktische Ausrechnung ergeben sich jedoch insofern noch Schwierigkeiten, als wir uns noch nicht über die Grösse der mechanischen Eigenfrequenz  $n_0$  im Klaren sind. Solange wir nämlich nicht imstande sind, dem Trägheitsmoment bezw. der schwingenden Masse  $\Theta$  und der elastischen Kraft  $K$  für jeden uns praktisch begegnenden Fall wohl begründete Zahlenwerte beizulegen, haben diese für uns nur den Wert allgemeiner Definitionen, die für spezielle Berechnungen wertlos sind.

Bei der Dämpfungskonstante  $\gamma$  der Eigenschwingungen können wir uns mit rohen Schätzungen begnügen, da nicht so sehr die Kenntnis ihres speziellen Wertes für die Abschätzung der zu erwartenden Beanspruchung vonnöten ist, als die Gewiss-

heit, dass in praktischen Fällen überhaupt verhältnismässig niedrige Werte erreicht werden, die zwischen den Grenzen 5 und 20 liegen dürfen.

Bei der Bestimmung des Trägheitsmomentes  $\Theta$  ist kein Zweifel möglich. Da dieses bei geradlinigen Schwingungen, um die es sich hier handelt, identisch mit der Masse des schwingenden Körpers ist und da es uns hier um die Bestimmung eines unteren Grenzwertes für die Eigenschwingungszahl  $n_0$  vor allem zu tun ist, brauchen wir nur das Gewicht der Wicklung (primär oder sekundär) durch die Erdbeschleunigung zu dividieren. Schwingen nur einzelne Partien der Wicklung, so wissen wir, dass die Eigenschwingungszahl umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der Masse grösser ist.

Das Gewicht der Primär- oder der Sekundärwicklung in kg ist für einen Schenkel

$$G = z \lambda_0 q' s,$$

wo  $q'$  den Leiterquerschnitt in  $\text{cm}^2$ ,  $s$  das spezifische Gewicht des Leitermaterials in  $\text{kg}/\text{cm}^3$  und  $z$  bzw.  $\lambda_0$  wiederum die Windungszahl bzw. die mittlere Windungslänge in cm bedeuten. Ist weiterhin  $\varrho$  die normale Stromdichte in  $\text{A}/\text{cm}^2$ ,  $N$  die normale Leistung eines Schenkels in  $\text{kVA}$ ,  $E$  die Phasenspannung in Volt und beachten wir endlich, dass die Erdbeschleunigung  $981 \text{ cm/sec}^2$  beträgt, so gewinnen wir folgenden Ausdruck für das Trägheitsmoment der Wicklung

$$\Theta = 1,02 \frac{N z \lambda_0 s}{E \varrho}.$$

Um zu einem Ausdruck für die elastische Kraft  $K$  zu gelangen, können wir von folgender Ueberlegung ausgehen. Offenbar ist die Wicklungsabstützung so zu bemessen, dass sie der grössten überhaupt möglichen Kurzschlusskraft nicht nur bezüglich ihrer Widerstandsfähigkeit gewachsen ist, sondern ihre elastische Nachgiebigkeit soll hierbei ein bestimmtes, vom Konstrukteur festzusetzendes Mass nicht überschreiten, damit eine allzu starke, für die Isolation schädliche Bewegung der Wicklung vermieden wird. Zu starke Veränderungen ihrer ursprünglichen Lage sollen der Wicklung schon deswegen unmöglich gemacht werden, weil in gewissen Fällen hiermit ein starkes Anwachsen der Kurzschlusskraft verbunden ist. Tatsächlich wird die Wicklungsabstützung in den meisten Fällen um geringere Beträge nachgeben, als die eben formulierte Forderung zulässt, diese ergibt also eine obere Grenze für die elastische Kraft  $K$  und damit eine untere Grenze für die Eigenschwingungszahl  $n_0$  der Wicklung. Da es uns aber gerade um die Kenntnis dieser unteren Grenze zu tun ist, erscheint die obige Betrachtungsweise gerechtfertigt.

Ist  $P_{\max}$  die maximale Kurzschlusskraft,  $x_{\max}$  der zugehörige Betrag, um den die Wicklungsabstützung nachgibt, so berechnet sich die elastische Kraft zu

$$K = \frac{P_{\max}}{x_{\max}},$$

wobei  $P_{\max}$  natürlich als statische Belastung gedacht ist.

Die maximale Kurzschlusskraft ist nach den Entwicklungen des siebenten Abschnittes dann zu erwarten, wenn die Hälfte der Primärwicklung kurzgeschlossen ist. Aus den Gleichungen (29) ergibt sich für diesen Fall

$$P_{\max} = \frac{1,02}{\ln 2} 10^{10} \frac{E^2}{z^2 \omega^2 \lambda_0 h},$$

und da es sich hier um einen im stationären Zustand zu erwartenden Effektivwert handelt, der bei plötzlichen Kurzschlägen ganz wesentlich überschritten werden kann, empfiehlt es sich für  $x_{\max}$  keine zu grossen Werte in Anschlag zu bringen. Bei grösseren Transformatoren kann etwa  $x_{\max} = 0,2 \text{ cm}$  gesetzt werden.

Mit Hilfe der Gleichungen (35) und (36) errechnet sich nun die mechanische Eigenfrequenz der Wicklung zu

$$n_0 = 1,2 \cdot 10^5 \sqrt{\frac{E^3}{z^3 \omega^3} \cdot \frac{\varrho \omega}{N \lambda_0^2 h x_{\max} s}},$$

oder, wenn wir uns der Beziehung

$$\frac{\sqrt{2} E}{z \omega} 10^8 = B q$$

erinnern, und  $x_{\max} = 0,2$  setzen

$$n_0 = 5 \sqrt{\left(\frac{B q}{100000}\right)^3 \frac{\varrho \omega}{N \lambda_0^2 h s}}. \quad (37b)$$

Fig. 18, die für normale Transformatoren berechnet wurde, lässt die Abhängigkeit der mit Hilfe dieser Gleichung ermittelten Eigenfrequenz von der Transformatormittelung erkennen, und es ist ganz auffallend, wie langsam  $n_0$ , das sich in der Größenordnung der elektrischen Frequenz  $\omega$  bewegt, mit wachsender Leistung  $N$  abnimmt. Die Ergebnisse der eben durchgeführten Rechnung berechtigen uns jedenfalls zu dem Schluss, dass bei normalen Transformatoren die untere Grenze für die mechanische Eigenfrequenz der Wicklung etwa mit der normalen elektrischen Frequenz zusammenfällt.

Eine numerische Auswertung der Gleichung (37) für spezielle Fälle bereitet nun keine Schwierigkeiten mehr und Fig. 19 führt verschiedene charakteristische Fälle vor. Gleichebleibenden Werten von  $\omega = 314$ ,  $\beta = 10$  und  $\lambda = 5$  stehen variable Werte der mechanischen Eigenfrequenz  $n_0$  gegenüber, und zwar wurde der Reihe nach  $n_0 = 314 - 450 - 628 - 950$  angenommen. Schon die Gleichungen (37a) lassen erkennen und die vorgeführten Kurven bestätigen dies, dass es zwei Resonanzfälle gibt, die dann eintreten, wenn die mechanische Eigenfrequenz  $n_0$  mit der elektrischen bzw. mit der doppelten elektrischen Frequenz  $\omega$  übereinstimmt. Diese beiden Fälle — die Kurven beschränken sich auf den ersten

Anfang des Schwingungsvorganges — ergeben eine extrem hohe Beanspruchung der Wicklungsabstützung; man erkennt aber auch, dass wenn

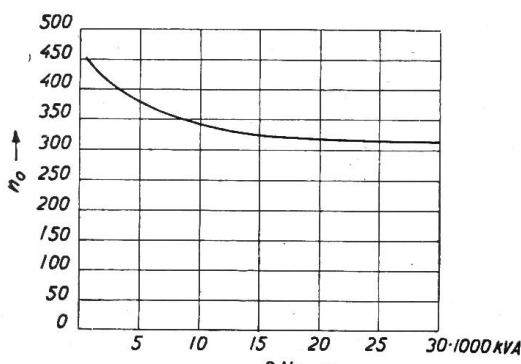


Fig. 18

Mechanische Eigenschwingungszahl von Transformatorenwicklungen.

die Eigenfrequenz der Wicklung unverhältnismässig weit von der Resonanzlage entfernt ist, noch recht respektable Werte des Verhältnisses  $\frac{P}{P_\xi}$  verbleiben. Dies gilt besonders für Werte von  $n_0$ , die zwischen  $\omega$  und  $2\omega$  liegen, entfernt sich die Eigenfrequenz  $n_0$  immer weiter über den Wert der doppelten elektrischen Frequenz hinaus,

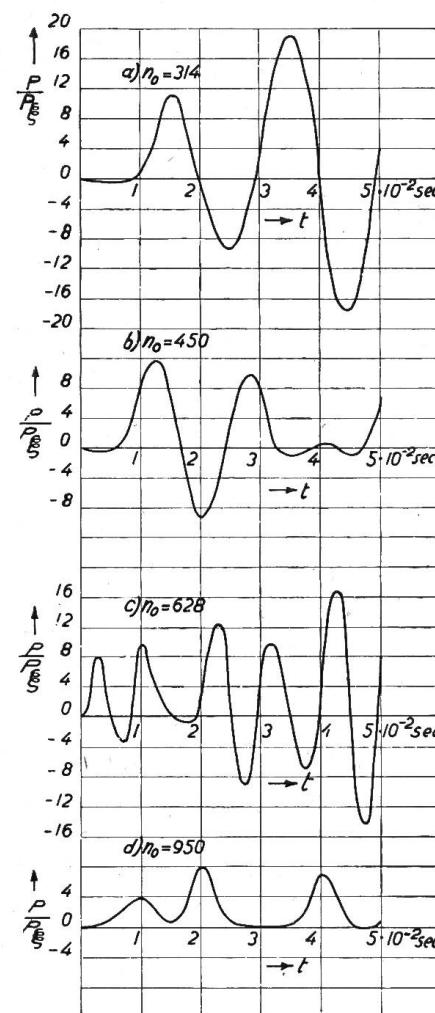


Fig. 19

Beanspruchung beim plötzlichen Kurzschluss.

so nehmen die Maximalwerte der Beanspruchung langsam ab und nähern sich den durch die Gleichung (35) gegebenen und durch die Fig. 15 gezeigten Spitzenwerten der Kurzschlusskraft  $P_{\xi} \varphi(t)$ . Die Beanspruchung der Wicklungsabstützung folgt also nicht nur den Momentanwerten der Kurzschlusskraft, sondern übersteigt im allgemeinen infolge der von der Wicklung ausgeführten Eigenschwingungen deren Spitzenwerte zum Teil nicht unerheblich.

Der Leser wende nicht ein, dass dem vorgeführten Beispiel ungünstige, weil niedrige Werte der Dämpfungskonstanten  $\beta$  und  $\gamma$  zugrunde gelegt wurden. Es lässt sich anhand der abgeleiteten Gleichungen leicht beweisen, und für die erstere wurde dies in der Seite 253 zitierten Arbeit ausführlich dargelegt, dass selbst starke Variationen der Werte von  $\beta$  und  $\gamma$ , wenn wir von der direkten Resonanzlage absehen, die maximal zu erwartende Beanspruchung verhältnismässig wenig beeinflussen.

Bei dieser Sachlage ist es nun erfreulich, dass wir über ein einfaches Mittel verfügen, um uns allen Zufälligkeiten zu entziehen und die zu erwartende Beanspruchung unterhalb einer vorgegebenen oberen Grenze zu halten. Es ist dies eine gewisse Vorspannung der Abstützung, worunter wir ein derartiges Anziehen der Pressbolzen verstehen, dass bei stromloser Wicklung, also in der Ruhelage, ein vorgeschriebener Druck auf diese ausgeübt wird. Die Wirkung einer derartigen Vorspannung erkennt man am besten anhand der Fig. 16. Wählt man nämlich die Vorspannung so hoch, dass sie dem höchsten zu erwartenden und mit Hilfe der Gleichungen (29) und (35) zu berechnenden Spitzenwert der Kurzschlusskraft  $P_{\xi} \varphi(t)$ , nämlich  $8 P_{\max}$  gerade gleichkommt, so leuchtet ein, dass die Kurzschlusskräfte nicht mehr imstande sind, die Wicklung zu irgendwelchen Bewegungen aus ihrer Ruhelage heraus zu veranlassen. Eigenschwingungen der Wicklung und damit zusätzliche Beanspruchungen der Abstützung sind unter diesen Umständen aber ausgeschlossen, so dass die maximale Beanspruchung durch den Betrag der vorgeschriebenen Vorspannung gegeben ist. Nach dem Gesagten erhalten wir also

$$P_{\max} = \frac{590}{\lambda_0 h} \left( \frac{B q}{10000} \right)^2 \quad (38)$$

als jene obere Grenze, die unter allen Umständen von der zu erwartenden Höchstbeanspruchung der Wicklungsabstützung unterschritten wird.

#### 10. Die Beanspruchung der Wicklung.

Bei jedem Kurzschluss tritt eine durch die Gleichung (16) festgelegte Abstossungskraft zwischen Primär- und Sekundärwicklung auf. Während diese bei Transformatoren mit Scheibenwicklung durch die Wicklungsabstützung aufgenommen wird, äussert sie sich bei Transformatoren mit konzentrischer Wicklung und runden Spulen in einer Beanspruchung der Drähte der äusseren Wicklung auf Zug. Es ist daher

von Interesse, zu wissen, ob bei einem gegebenen Transformator das Wicklungsmaterial der zu erwartenden Zugbeanspruchung unter allen Umständen gewachsen ist. Und zwar müssen Ueberschreitungen der Elastizitätsgrenze des Materials – es wird sich meist um Kupfer handeln – wegen der damit verbundenen, die Stabilität des Wicklungsaufbaues gefährdenden Längenänderungen unter allen Umständen vermieden werden.

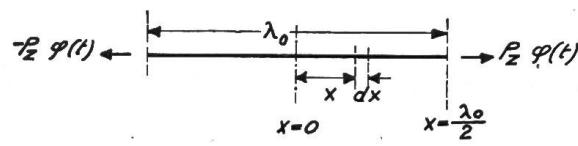


Fig. 20

Wollen wir ein auch nur annähernd richtiges Bild von den sich abspielenden Vorgängen gewinnen, so sind wir nach Vorhergehendem gezwungen, näher auf die elastischen Eigenschaften des Wicklungsmaterials und die dadurch gegebene Fähigkeit, freie Längsschwingungen auszuführen, einzugehen. Wir denken uns für

die folgenden Untersuchungen die Wicklung aufgeschnitten und in eine Ebene ausgestreckt und betrachten eine einzelne Windung (Fig. 20).

An beiden Enden der Wicklung wirkt in entgegengesetzter Richtung eine durch die Gleichungen (15), (16) und (35) gegebenen Zugkraft  $P_z \varphi(t)$  bzw.  $-P_z \varphi(t)$ , beide Kraftwirkungen halten sich das Gleichgewicht und wir können infolgedessen durch die Mitte der Windung ( $x = 0$ ) eine Symmetrieebene legen und unsere Betrachtungen auf eine Windungshälfte von der Länge  $\frac{\lambda_0}{2}$  beschränken. Die Windung sei gerade im Begriff, symmetrisch zur Windungsmitte verlaufende freie Längsschwingungen auszuführen, irgendwelche äusseren Einflüsse, also insbesondere äussere Kräfte seien ausgeschaltet. Betrage die von  $x = 0$  aus gemessene elastische Dehnung der Windung in dem betrachteten Augenblick und an der betrachteten Stelle gerade  $\mu$  cm, so wirkt in der in der Entfernung  $x$  von der Windungsmitte gelegten Ebene auf den Windungsteil zwischen  $x = 0$  und  $x = x$  eine Zugkraft  $q' E \frac{\partial \mu}{\partial x}$  und dementsprechend auf das Windungselement  $dx$  eine Zugkraft  $-q' E \frac{\partial \mu}{\partial x} dx$ .  $q'$  bedeutet hierbei den Windungsquerschnitt und  $E$  den Elastizitätsmodul des Wicklungsmaterials. Auf das betrachtete Windungselement wird weiterhin in der durch  $x + dx$  gelegten Ebene von dem zwischen  $x = x + dx$  und  $x = \frac{\lambda_0}{\omega}$  gelegenen Windungsteil eine Zugkraft  $q' E \left[ \frac{\partial \mu}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \mu}{\partial x} \right) dx \right]$  ausgeübt. Da die resultierende Zugkraft der Massenbeschleunigungskraft  $\frac{s q' d x}{981} \frac{\partial^2 \mu}{\partial t^2}$  des Windungselementes das Gleichgewicht halten muss, wenn  $s$  das spezifische Gewicht des Wicklungsmaterials in kg/cm<sup>3</sup> und 981 die Erdbeschleunigung ist, so ergibt sich folgende partielle Differentialgleichung, der die gesuchten freien Längsschwingungen gehorchen müssen:

$$E \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^2} = \frac{s}{981} \frac{\partial^2 \mu}{\partial t^2}. \quad (39)$$

Diese Gleichung, die die Form der sogenannten Telegraphengleichung besitzt, löst man bekanntlich durch Partikulärintegrale von der Form

$$\mu = A_v \sin(n_v t + \varphi_v) \sin(m_v x + \psi_v), \quad (40)$$

wo  $A_v$ ,  $\varphi_v$  und  $\psi_v$  die Amplitude bzw. die zeitliche und räumliche Phase bestimmenden willkürlichen Integrationskonstanten sind.  $n_v$  und  $m_v$  legen die Schwingungszahl bzw. die Wellenlänge der freien Schwingungen fest, beide Integrationskonstanten sind insofern nicht unabhängig voneinander, als zwischen ihnen die Beziehung besteht

$$m_v = n_v \sqrt{\frac{s}{981 E}}, \quad (40a)$$

wie sich durch Einsetzen des Partikulärintegrals (40) in die Differentialgleichung (39) ergibt.

Da abgesehen von der eben angegebenen Vorschrift die Integrationskonstanten völlig willkürlich sind, existieren unendlich viele Lösungen der Gleichung (39). Eine gewisse Auswahl aus dieser Mannigfaltigkeit wird durch die weitere Forderung getroffen, dass die Partikulärintegrale (40) die für das vorliegende Problem gültigen Grenzbedingungen erfüllen müssen. Diese lauten

$$\mu = 0 \quad \text{für } x = 0, \quad \frac{\partial \mu}{\partial x} = 0 \quad \text{für } x = \frac{\lambda_0}{2}.$$

Die erste Bedingung ergibt

$$\psi_v = 0, \quad (40b)$$

$$\text{die zweite } \cos m_0 \frac{\lambda_0}{2} = 0, \quad \text{woraus } m_0 \lambda_0 = (2\nu - 1)\pi, \nu = 1, 2, 3, \dots \quad (40c)$$

Es zeigt sich also, dass nur eine ganz bestimmte Reihe von allerdings unendlich vielen Eigenschwingungen möglich ist, das heisst, es treten – physikalisch gesprochen – neben der Grundschwingung noch eine unendliche Anzahl von Oberschwingungen auf.

Wie im vorhergehenden Abschnitt auseinandergesetzt wurde, bedürfen wir zur Beschreibung der wichtigsten uns interessierenden Vorgänge nur der Grundwelle, während wir die Oberschwingungen, die das sich uns darbietende Bild nur wenig zu beeinflussen vermögen, unbedenklich vernachlässigen können. Bezeichnen wir nun mit  $y$  die gesamte im Punkte  $x = \frac{\lambda_0}{2}$  gemessene Längenänderung der halben Windung, so können wir für die Verschiebung irgend eines Querschnittes der Windung aus seiner Ruhelage folgenden Ausdruck schreiben

$$\mu = y \frac{\sin m_0 x}{\sin m_0 \frac{\lambda_0}{2}}, \quad (41a)$$

während seinerseits  $y$  eine einfache harmonische Funktion der Zeit ist, nämlich

$$y = A_0 \sin (n_0 t + \varphi_0). \quad (41b)$$

Damit haben wir aber das vorliegende Problem auf das im vorigen Abschnitt behandelte zurückgeführt. Die unter dem Einfluss der Kurzschlusskraft gezerrten Windungen der äusseren Wicklung sind imstande, elastische Eigenschwingungen mit der Frequenz

$$n_0 = \frac{98,5}{\lambda_0} \sqrt{\frac{E}{s}} \quad (41c)$$

auszuführen und diese setzen sich mit den durch die nach Gleichungen (15), (16) und (35) verlaufende Kurzschlusskraft erzwungenen Schwingungen zu einem resultierenden Schwingungsvorgang zusammen, der zu den durch die Gleichung (37) ausgedrückten Beanspruchungen des Wicklungsmaterials führt. Die sich ergebende Beanspruchung wird also ausser durch die Höhe der Kurzschlusskraft in erster Linie durch die Grösse der Eigenfrequenz  $n_0$  bestimmt.

Für das fast ausschliesslich zur Verwendung kommende Kupfer haben wir

$$E = 1,1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{und} \quad s = 8,9 \cdot 10^{-3} \text{ kg/cm}^3,$$

die grösste überhaupt in betracht kommende Windungslänge dürfte  $\lambda_0 = 400 \text{ cm}$  nicht übersteigen. Damit ergibt sich als untere Grenze für die Eigenfrequenz

$$n_{0 \min} = 2750.$$

Das heisst aber, die Beanspruchung des Kupfers folgt vollständig den zeitlichen Pulsationen der Kurzschlusskraft und man erhält ihre Momentanwerte durch Multiplikation der durch die Gleichungen (15) und (16) gegebenen effektiven, mittleren Kurzschlusskraft mit der Zeitfunktion (35). Eine obere Grenze für die zu erwartende maximale Beanspruchung ist also der 8fache effektive Wert der Kurzschlusskraft  $P_z$ .

Da  $m_0 \lambda_0$  stets eine kleine Zahl ist, kann Gleichung (41a) auch mit grosser Annäherung geschrieben werden

$$\mu = y \frac{x}{\lambda_0}. \quad (41d)$$

Diese Bedingung sagt aus, dass die Dehnung und damit die Beanspruchung des Drahtes an jedem Punkte des Spulenumfanges dieselbe ist. Bei einer runden,

geschlossenen Windung ist diese Aussage eine Selbstverständlichkeit und Gleichung (41 d) beweist somit lediglich die Berechtigung unserer Betrachtungsweise.

### 11. Beispiel.

Ein der Praxis entnommenes Beispiel soll uns einen Ueberblick über die Größenordnung der zu erwartenden Kurzschlusskraft und über das gegenseitige Verhältnis der verschiedenen Komponenten derselben verschaffen. Und zwar wollen wir einen Transformator von 20000 kVA, 110000/6000 Volt, 50 ~, Schaltung Y/Δ betrachten, dessen Hauptkonstruktionsdaten im folgenden angeführt seien; die Wicklungsanordnung ist doppelkonzentrisch.

Eisensättigung	$B = 11800 \text{ cgs}$	Wicklungshöhe	$h = 130 \text{ cm}$
Aktiver Eisenquerschnitt	$q = 3000 \text{ cm}^2$	Mittlere Windungslänge	$\lambda_0 = 369 \text{ cm}$
Windungszahl	$z = 844/84$	Reduzierter Luftspalt	$\delta = 14 \text{ cm}$
Wicklungsquerschnitt	$q' = 0,28/2,6 \text{ cm}^2$	Streuspannung	$= 11,5$
		Ohmscher Spannungsabfall	

Das zuletzt angeführte Verhältnis ergibt uns die Dämpfungskonstante des Gleichstromgliedes zu

$$\beta = 27$$

und liefert uns damit folgenden Maximalwert für die durch Gleichung (35) gegebene Zeitfunktion:

$$\varphi(t)_{\max} = \sim 2 (1 + e^{-\frac{27}{50}})^2 = 5.$$

Die zeitlichen Schwankungen der Kurzschlusskraft führen also zu einem Höchstwert, der den 5 fachen Betrag des stationären Effektivwertes derselben erreicht.

Nach Gleichung (16) ergibt sich folgender Maximalwert für die in radialer Richtung erfolgende Abstossungskraft zwischen Hoch- und Niederspannungswicklung:

$$P_{\delta_{\max}} = 20,3 (1,18 \cdot 3000)^2 \frac{130}{369 \cdot 14^2} = 455000 \text{ kg}.$$

Diese gewaltige Kraftwirkung muss vom Wicklungsmaterial der äusseren Niederspannungswicklung aufgenommen werden und äussert sich in einer Zugbeanspruchung des Drahtes von maximal

$$\delta_{z_{\max}} = \frac{455000}{42 \pi 2,6} = 1325 \text{ kg/cm}^2.$$

Wie man sieht, erreicht die Beanspruchung etwa den halben Betrag der Zerreissfestigkeit des Kupfers.

Die innere Niederspannungswicklung wird durch die berechnete Druckkraft gegen den Eisenkern gepresst, bei der Hochspannungswicklung heben sich die von beiden Seiten in entgegengesetzter Richtung wirkenden Druckkräfte zum allergrössten Teil auf und es verbleibt eine geringfügige zentrierende Kraft, die mittels der Gleichung (24) berechnet werden kann. Die durch Gleichung (22b) definierten Hilfsgrössen ergeben sich im vorliegenden Fall zu

$$A = 3,65 \cdot 10^6, \quad B = 6,36 \cdot 10^4, \quad a = 3,83 \cdot 10^5, \quad b = 3,96 \cdot 10^3$$

und damit ergibt die Gleichung (24) folgenden maximalen Wert der zentrierenden Kraft

$$P_{f_{\max}} = -640 f \text{ kg}.$$

Bei einer radialen Verlegung von 1 cm tritt also erst eine Kraft von 640 kg auf. Eine weitere Kraftäusserung sucht die Wicklungen in axialer Richtung zusammenzupressen. Sie ergibt sich anhand der Gleichung (18) zu

$$P_h_{\max} = \frac{5 \cdot 5,08 \cdot 10^7}{369 \cdot 14} = 50000 \text{ kg}.$$

Beträchtliche Schubkräfte treten bei praktisch stets unvermeidlichen axialen Verschiebungen einer der Wicklungen aus der Symmetrielage auf. Sie berechnen sich mittels der Gleichung (20) für die Hochspannungswicklung, wobei der im vorliegenden Fall anzubringende Korrektionsfaktor nach Fig. 8 sich zu 0,9 ergibt, zu

$$P_{f \max} = \frac{0,9 \cdot 5 \cdot 10,16 \cdot 10^7}{369 \cdot 14^2} f = 6350 f \text{ kg.}$$

Bei einer axialen Verschiebung um 2 cm, die für den vorliegenden Fall als geringfügig bezeichnet werden muss, erreicht die von der Wicklungsabstützung aufzunehmende Schubkraft bereits einen maximalen Betrag von je etwa 13000 kg für die beiden Niederspannungsspulen und von 26000 kg für die Hochspannungswicklung. In derselben Größenordnung bewegen sich die bei primären Kurzschlusswindungen auftretenden axialen Schubkräfte, solange sich der Fehler auf kleinere Teile der Wicklung beschränkt. Erstreckt sich der Kurzschluss auf 10 % der gesamten Wicklung, so ergibt die Gleichung (30)<sup>4)</sup>

$$P_{f \max} = \frac{5 \cdot 6,4 \cdot 10^7 \cdot 3,4}{369 \cdot 130} = 22500 \text{ kg.}$$

Die Kurzschlusskraft steigt, wenn der Fehler sich auf die halbe Wicklung ausdehnt, freilich auf

$$P_{f \max} = \frac{5 \cdot 6,4 \cdot 10^7 \cdot 14,4}{369 \cdot 130} = 95000 \text{ kg,}$$

und erreicht hiermit ihre gefährlichste Wirkung.

Das Beispiel lässt jedenfalls erkennen, dass die Kurzschlusskräfte bei grossen Transformatoren gewaltige Beträge erreichen, die die grösste Vorsicht des Konstrukteurs herausfordern.

## 12. Zusammenfassung.

Bei normalen, ausserhalb des Transformators liegenden Kurzschlüssen treten an den Wicklungen Kräfte in verschiedener Richtung auf.

1. Eine senkrecht auf der Richtung der Streukraftlinien stehende Kraft

$$P_\delta = 26,5 \left( \frac{B q}{10000} \right)^2 \frac{h}{\lambda_0 \delta^2} \text{ kg,}$$

die bei Scheibenwicklung die Endspulen gegen die Jochte zu drücken sucht, und bei konzentrischer Wicklung die innere Spule gegen den Kern presst, dagegen bei der äusseren Spule, wo die Kurzschlusskraft vom Draht selbst aufgenommen wird, eine Zugbeanspruchung des Drahtes bewirkt, die sich per Windung zu

$$P_z = \frac{P_\delta}{\pi z_a} \text{ kg.}$$

berechnet, wo  $z_a$  die Windungszahl der äusseren Spule bedeutet.

Bei den zwischen den Endspulen liegenden Wicklungsteilen gleichen die hier betrachteten Kurzschlusskräfte sich zum allergrössten Teil aus und es verbleibt eine geringe resultierende Kraftwirkung, die diese Wicklungsteile zu zentrieren sucht.

2. Eine in Richtung der Streukraftlinien wirkende Kraft

$$P_h = 26,5 \left( \frac{B q}{10000} \right)^2 \frac{1}{\lambda_0 \delta} \text{ kg,}$$

die die Spulen zu verkürzen sucht und somit von diesen selbst als Druckkraft aufgenommen werden muss.

<sup>4)</sup> Streng genommen wäre für diesen und den folgenden Fall die Gleichung (35) wegen der veränderten Streuungsverhältnisse gesondert auszuwerten.

3. Eine als Folge einer in Richtung der Streukraftlinien vorhandenen Verschiebung  $f$  aus der Symmetrielage an der betreffenden und an den beiden benachbarten Spulen auftretende Schubkraft

$$P_f = 53 \left( \frac{B q}{10000} \right)^2 \frac{f}{\lambda_0 \delta^2} \text{ kg},$$

welche die vorhandene Unsymmetrie zu vergrössern sucht. Diese, sowie die unter 1 angegebene Kraft muss von der Wicklungsabstützung aufgenommen werden.

Die eben angeschriebene Gleichung gilt nur, solange die Verschiebung  $f$  klein gegenüber der Wicklungshöhe  $h$  ist, sie gibt einen Näherungswert, der mittels der durch Fig. 8 gegebenen Funktion verbessert werden kann. Die Gleichung gestattet übrigens auch die Berechnung der Schubkräfte, die dann auftreten, wenn Ober- und Unterspannungswicklung verschiedene Höhen  $h_1$  und  $h_2$  besitzen, wobei

$$f = \frac{h_1 - h_2}{4} \quad \text{und} \quad h = \frac{h_1 + h_2}{4}$$

zu setzen ist. Die Wicklungsanordnung ist dabei im übrigen als axial symmetrisch vorausgesetzt. Die sich so ergebende Kraft addiert sich bei der kürzeren Spule zu der unter 2 berechneten Kraftäusserung, während sie sich bei der längeren Spule von jener subtrahiert; der umgekehrte Fall tritt ein, wenn, wie es bei konzentrischer Wicklung häufig geschieht, die eine Wicklung in zwei gleichen Teilen ausgeführt wird, um die zur Spannungsvariation gewünschten Anzapfungen in der Mitte des Schenkels anbringen zu können. Für

$$h_1 - h_2 = 2 \delta$$

heben sich die von der Wicklungsabstützung aufzunehmenden axialen Schubkräfte gerade auf und diese Bedingung gibt also an, welcher Betrag der Wicklung durch Anzapfungen abgeschaltet werden darf.

Die unter 1–3 angegebenen Gleichungen gelten für die bei symmetrischen Wicklungen aussen angeordneten Spulen von je halber Windungszahl der übrigen normalen Spulen. Für diese sowie sinngemäss für einfach konzentrische Wicklungen sind die Kurzschlusskräfte doppelt so gross.

Recht erhebliche Kurzschlusskräfte können auch bei der Entstehung kurzgeschlossener Windungen auftreten und zwar ist der ungünstigste Fall dann gegeben, wenn die Kurzschlusswindungen an den dem Joch zunächst gelegenen Enden der Primärwicklung auftreten, wobei für diese Dreieckschaltung vorausgesetzt wird. Bei beidseitiger Sternschaltung und Kurzschlusswindungen in nur einer Phase werden die Kurzschlusskräfte erheblich kleiner, weil der Strom infolge des von Joch zu Joch verlaufenden Streufeldes wesentlich abgedrosselt wird.

Unter den angegebenen Voraussetzungen berechnet sich die gegen die Jocher gerichtete Schubkraft zu

$$P_{f_k} = 33 \left( \frac{B q}{10000} \right)^2 \frac{\psi \left( \frac{a}{h} \right)}{\lambda_0 h} \text{ kg},$$

wo  $h$  die gesamte axiale Ausdehnung der Wicklung und  $\frac{a}{h}$  den Bruchteil der kurzgeschlossenen Windungen bedeutet; die Funktion  $\psi \left( \frac{a}{h} \right)$  ist durch Fig. 13 gegeben. Die Kurzschlusskraft nimmt mit wachsendem  $\frac{a}{h}$  zu, die praktische obere Grenze ist  $a = \frac{h}{2}$ , wofür sich die maximale Kurzschlusskraft zu

$$P_{f_k \max} = 476 \left( \frac{B q}{10000} \right)^2 \frac{1}{\lambda_0 h} \text{ kg}$$

ergibt.

In den angegebenen Gleichungen bezeichnen  
 $B$  die Eisensättigung im Schenkel in Gauss,  
 $q$  den aktiven Eisenquerschnitt im Schenkel in  $\text{cm}^2$ ,  
 $h$  die Höhe der Wicklung in Richtung der Streukraftlinien in cm,  
 $\delta$  die sogenannte reduzierte Breite des Isolationskanals zwischen Ober- und Niederspannungswicklung in cm,  
 $\lambda_0$  die mittlere Windungslänge in cm.

Unter Spule ist im Text stets der gesamte, durch zwei Isolationskanäle begrenzte Wicklungsteil verstanden.

Die vorstehend gegebenen Gleichungen setzen voraus, dass das den kurzgeschlossenen Transformator speisende Netz so ergiebig ist, dass der Transformator unter allen Umständen seine volle Klemmenspannung behält. Ist dies nicht der Fall, so sinkt die Kurzschlusskraft quadratisch mit der Spannung. Die angegebenen Gleichungen geben ferner Spitzenwerte der Kraftwirkungen des plötzlichen Kurzschlussstromes, für den folgender Verlauf angenommen wurde:

$$i = i \sqrt{2} (e^{-\beta t} - \cos \omega t).$$

Unter praktischen Verhältnissen ergibt sich der Spitzenwert des plötzlichen Kurzschlussstromes zu höchstens  $i = i \sqrt{2} \cdot 1,8$  und somit dessen Quadrat zu  $i^2 = 6,5 \cdot i^2$ , wo  $i$  derjenige stationäre effektive Strom ist, der sich einstellt, wenn der kurzgeschlossene Transformator an seine normale Spannung gelegt wird. Nähere Untersuchungen zeigen, dass die Wicklung durchaus imstande ist, den zeitlichen Schwankungen der Kurzschlusskraft zu folgen und damit rechtfertigt sich die Einführung des Faktors 6,5 in die obigen Gleichungen. Es können im Gegenteil noch wesentlich höhere Beanspruchungen der Wicklung auftreten, wenn einzelne Teile derselben elastische Schwingungen ausführen können, deren Eigenfrequenz in der Nähe der einfachen oder doppelten elektrischen Frequenz liegt. Auf diesen Punkt ist daher bei der Konstruktion sorgfältig zu achten.

## Vergleichende Kochversuche mit einem Kohlenherd und elektrisch geheizten Kocheinrichtungen in der Zürcher Heilstätte in Davos-Clavadel.

Von J. Rutishauser, Heizungstechniker der Gemeinde Davos.

*Der Autor gibt Vergleichszahlen für den Energieverbrauch und die Kosten an, die während einer siebentägigen Versuchsperiode in einer Grossküche bei reiner Kohlenfeuerung, bei gemischem Betrieb (Elektrische Energie und Kohle) und bei rein elektrisch betriebener Küche erhalten wurden. Er teilt ferner auch die entsprechenden Ergebnisse für den rein elektrischen Betrieb der Küche während eines ganzen Jahres mit.*

*L'auteur donne les chiffres comparatifs obtenus pendant une période d'essai de sept jours dans les cuisines de Clavadel fonctionnant soit uniquement à la houille, soit à l'électricité seulement, soit en combinant les deux moyens de chauffe. Il donne aussi les résultats de l'exploitation exclusivement électrique pendant une année entière.*

Im Sanatorium Clavadel bei Davos sind früher schon Kochversuche gemacht worden, über die in den Bulletins des Schweiz. Elektrotechnischen Vereins und des Schweiz. Vereins von Gas- und Wasserfachmännern, Jahrgang 1921, berichtet wurde. Für die elektrischen Versuche stand damals lediglich eine Kippkesselanlage zur Verfügung, mit der man nur einfache Speisen zubereiten konnte. Mit den damaligen Versuchsergebnissen konnte man sich über die Wirtschaftlichkeit der elektrischen Küche im Vergleich zum Kohlenbetrieb noch kein klares Bild machen. Der gemischte Betrieb, bei welchem der Kohlenherd doch gefeuert werden musste, befriedigte keineswegs und war auch nicht vorteilhaft. Die Sanatoriumsleitung entschloss sich deshalb, die elektrische Küche vorerst probeweise zu