Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 14 (1923)

Heft: 4

Artikel: Analytische Behandlung der eindimensionalen Wärmeströmung in einer homogenen Platte

Autor: Zangger, H.F.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1060372

Die Koeffizienten A und B können aus den Endtemperaturen im Beharrungszustand berechnet werden, und zwar ist A dann die Wandtemperatur für $x = 0$, und $B = \frac{\vartheta_{w_1} - \vartheta_{w_2}}{s}$

$$A = \vartheta_{w_2} = \vartheta_2 + \frac{k}{a_2}(\vartheta_1 - \vartheta_2)$$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{s}{\lambda} = 0{,}6, \text{ also } k = 1{,}67, \text{ und damit } A = 131\ ^0\text{C}.$$

$$\vartheta_{w_2} = \vartheta_1 - \frac{k}{a_1}(\vartheta_1 - \vartheta_2) = 353\ ^0\text{C}$$

und damit $$B = \frac{351 - 131}{0{,}2} = \mathbf{1110}$$

und $$\sigma = \frac{\vartheta_a - A}{\vartheta_a} = \frac{20 - 131}{20} = -\frac{111}{20}.$$

Der Temperaturverlauf nach 8 Stunden ist dann:

$$\vartheta_{t=8} = 131 + 1110\,x - \frac{111}{20} \Sigma\, C_k \left(cos\, n_k\, x + \frac{a_1}{\lambda\, n_k} sin\, n_k\, x \right) e^{-n_k^2\, a\, 8}$$

für $x = 0 = 84\ ^0\text{C}$ für $x = s$, $\vartheta = 280{,}5\ ^0\text{C}$ für $x = \frac{s}{2}$, $\vartheta = 142\ ^0\text{C}$

Der stationäre Zustand ist praktisch erreicht, wenn $n_k^2\, a\, t > 7$ für den kleinsten Wert von n_k ist, also nach $\frac{7}{0{,}126} = 54{,}5$ Stunden.

Auch die Abkühlung der Platte lässt sich mit den gleichen Formeln untersuchen, wobei aber nicht übersehen werden darf, dass bei Speicheröfen meist nur die Wärmeabgabe an der Seite der niedrigen Oberflächentemperaturen als Nutzwärme für die Raumheizung zu betrachten ist.

Analytische Behandlung der eindimensionalen Wärmeströmung in einer homogenen Platte.

Vom Generalsekretariat des S. E. V. und V. S. E. (Ingenieur *H. F. Zangger*).

Im Anschluss an vorstehende Arbeit werden Gleichungen abgeleitet, die den Temperaturverlauf in Funktion des Ortes und der Zeit angeben bei eindimensionaler Wärmeströmung in einer homogenen Platte und Erwärmung derselben mit konstanter Leistung, wie auch bei Abkühlung von beliebigem Erwärmungszustande aus nach abgestellter Heizung.

Der Temperaturverlauf wird ausserdem für drei Beispiele errechnet und graphisch dargestellt.

Parallèlement avec le travail présenté par M. ten Bosch, M. Zangger, développe dans l'article suivant les équations qui donnent, pour une plaque homogène, la variation de la température d'un endroit à l'autre, et dans le même point d'un instant à l'autre, lorsque cette plaque est chauffée par une source de puissance constante et aussi pendant la période de refroidissement lorsque la source de chaleur vient à être supprimée à uninstant quelconque.

La variation de la température est en plus illustrée par trois exemples.

Das Generalsekretariat des S. E. V. und V. S. E. hat sich in den Jahren 1918 und 1919 eingehend mit der Frage der Wärmespeicherung befasst und hat unter anderem auch den zeitlichen und örtlichen Temperaturverlauf bei eindimensionaler

Wärmeströmung in der Platte und zwar ebenfalls unter Anwendung der erstmals von Fourier angegebenen Rechnungsmethoden untersucht. Wir sind dabei zu ganz ähnlichen Ergebnissen gelangt und lassen einige charakteristische Beispiele folgen, wobei zur Ergänzung der Arbeit von Herrn ten Bosch solche Fälle behandelt werden, bei denen die Heizung der Platte nicht durch eine Wärmequelle mit konstanter Temperatur, sondern durch eine Quelle mit konstanter Heizleistung erfolgt. Diese Beispiele entsprechen also dem Fall der elektrischen Heizung der Platte.

1. Berechnung der Temperaturverteilung während der Erwärmung der Platte mit konstanter Leistung.

Wenn wir zwei gleich grosse homogene Platten von derselben Dicke s betrachten, die an ihrer Berührungsfläche ganz gleichmässig verteilt, einen elektrischen Heizwiderstand besitzen, so werden sich beide Platten zeitlich gleich und örtlich symmetrisch in bezug auf das Heizelement erwärmen. Jede derselben nimmt die Hälfte der eingeführten Leistung auf und gibt sie in allmählich steigendem Masse an ihrer freiliegenden Oberfläche an die Umgebung ab. Betrachten wir nun im folgenden nur einen mittleren Ausschnitt einer der beiden Platten, so ist ersichtlich, dass in demselben der Wärmestrom von der Wärmequelle senkrecht in die Platte eindringt, in derselben in parallelen Fäden verläuft und auch senkrecht zur Oberfläche die Platte verlässt. Bei einer solchen Strömung sind die Isothermen zur Plattenoberfläche parallele Ebenen.

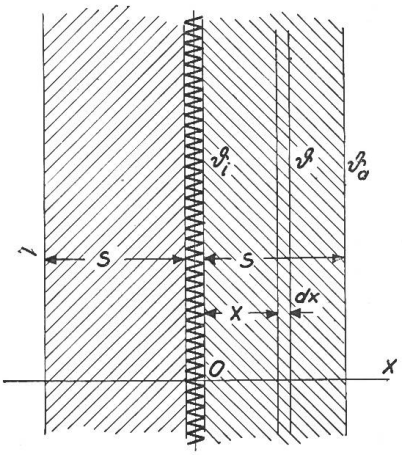

Fig. 1

Die beschriebenen Platten besitzen zur Zeit $t = 0$ die Temperaturen ϑ_0 ihrer Umgebung. Von diesem Zeitmoment an werden sie an ihren Flächen $x = 0$ mit dem örtlich und zeitlich konstanten, spezifischen Heizeffekt p erwärmt. Zu bestimmen sei die Temperatur jedes Punktes der Platte zu jeder beliebigen Zeit.

Der an der Eintrittsfläche des Wärmestromes $x = 0$ örtlich und zeitlich konstante Heizeffekt p kann nach der Definitionsgleichung der Wärmeleitzahl λ folfolgendermassen geschrieben werden: $p = -\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial x}$ =konstant (in unserem speziellen Falle).

Da λ als Konstante angenommen wird, ist auch in unserem Falle $\frac{\partial \vartheta}{\partial x} = -\frac{p}{\lambda}$ = konstant, d. h. alle Tangenten an die Kurven der Temperatur in Funktion des Ortes haben bei Heizung mit konstanter Leistung an der Wärmeeintrittsstelle zu jeder Zeit gegenüber der Richtung des Wärmestromes die konstante Neigung $tg\,\beta = \frac{d\vartheta}{dx}$.

Wie aus Gleichung (6) des vorstehenden Aufsatzes ersichtlich ist, lässt sich jede beliebige Temperaturverteilung in Funktion des Ortes und der Zeit durch den Ausdruck

$$\vartheta = A + B\,x + \sum_{k=1}^{\infty} [C_k \cos(n_k x) + D_k \sin(n_k x)]\, e^{-a n_k^2 t} \qquad (1)$$

darstellen. Differenzieren wir diese Gleichung partiell nach dem Ort und setzen wir $x = 0$, so ist dieser Ausdruck nach dem oben Gesagten gleich $-\frac{p}{\lambda}$ und konstant während der ganzen Heizperiode; es ist also

$$\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right)_{x=o} = B + \sum_{k=1}^{\infty} n_k D_k\, e^{-a n_k^2 t} = -\frac{p}{\lambda} = \text{konstant}.$$

Diese Summe kann aber nur für alle Zeiten konstant sein, wenn das Summenglied null wird. Das trifft ein

1. wenn $n_k = 0$ ist, oder 2. wenn $D_k = 0$ ist.

Die erste Bedingung liefert uns für ϑ, wie man sich durch Einsetzen in Gleichung (1) leicht überzeugen kann, den Fall, dass die Platte gar nicht geheizt wird und daher für dauernd auf ihrer Ausgangstemperatur ϑ_0 bleibt. Die zweite Bedingung in Gleichung (1) eingesetzt ergibt für ϑ folgende Gleichung:

$$\vartheta = A + Bx + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(n_k x)\, e^{-a n_k^2 t} \tag{2}$$

Zur Bestimmung der Konstanten A setzen wir $t = \infty$ und $x = 0$ und erhalten für ϑ die maximale Temperatur der Wärmeeintrittsebene

$$\vartheta_{t=\infty,\ x=o} = A = \vartheta_{i\,max}$$

Die Konstante B erhalten wir, wenn wir in Gleichung (2) $t = \infty$ und $x = s$ setzen, wobei ϑ gleich der maximalen Oberflächentemperatur $\vartheta_{a\,max}$ der Platte wird.

$$\vartheta_{t=\infty,\ x=s} = \vartheta_{i\,max} + Bs = \vartheta_{a\,max}$$

$$B = \frac{-(\vartheta_{i\,max} - \vartheta_{a\,max})}{s}$$

Zur Bestimmung der Werte $\vartheta_{i\,max}$ und $\vartheta_{a\,max}$ dient uns die Definitionsgleichung für die Konstante der Wärmeleitung λ und die Kontinuitätsbedingung für die Fläche $x = s$, welche aussagt, dass die in der Grenzebene $x = s$ ankommende Wärmemenge an die Umgebung weitergegeben wird. Nehmen wir hierfür den einfachen Newtonschen Ansatz an,

$$-\lambda \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial s}\right)_{x=s} Ft = a\,(\vartheta_a - \vartheta_0)\,Ft \tag{3}$$

wobei a die Wärmeübergangszahl bedeutet, so erhalten wir nach einigen Umformungen für die Konstanten A und B

$$A = \vartheta_0 + \frac{p}{a} + \frac{p}{\lambda} s\,; \qquad B = -\frac{p}{\lambda}$$

Gleichung (2) schreibt sich nun

$$\vartheta = \vartheta_0 + \frac{p}{a} + \frac{p}{\lambda} s - \frac{p}{\lambda} x + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(n_k x)\, e^{-a n_k^2 t}\ . \tag{4}$$

Zur Bestimmung der Konstanten n_k dienen uns die Kontinuitätsbedingungen für die Fläche $x = s$, Gleichung (3) und Gleichung (4) auf dieselbe Fläche angewandt. Wir erhalten so nach einigen Umformungen und für den Zeitmoment $t = 0$ als Bedingungsgleichung für n_k

$$\sum_{k=1}^{\infty} n_k C_k \sin(n_k s) = \frac{a}{\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(n_k s) \qquad (\text{für } t = 0 \text{ und } x = s)$$

Diese Gleichung wird erfüllt, wenn die einzelnen Glieder der Summen einander gleich sind, d. h. wenn

$$\frac{\lambda}{a} n_k = ctg\,(n_k s) \tag{5}$$

ist; eine Gleichung, die am besten, wie im vorstehenden Aufsatz gezeigt, graphisch gelöst wird. Man erhält so durch den Schnitt der Kurve $y = ctg\,(n_k s)$ mit der

Geraden $y = \frac{\lambda}{a} n_k$ die unendlich vielen Werte von n_k mit denen die Summenglieder der Furierschen Reihen aufgebaut werden.

Die Konstanten A_m endlich erhalten wir aus der Bedingung, dass zur Zeit $t = 0$ die Temperatur in der ganzen Platte gleich ϑ_0 sein muss. Diese Bedingung liefert unendlich viele Gleichungen mit ebenso vielen Unbekannten. Praktisch wird meistens die Berücksichtigung der drei oder vier ersten Glieder genügen.

2. Berechnung der Temperaturverteilung während der Abkühlung der Platte vom stationären Zustande aus.

Wir stellen uns nun die Aufgabe, die örtliche und zeitliche Temperaturverteilung in derselben Platte nach Erwärmung bis zum stationären Zustande und Aufhören der Heizung bis zu ihrer vollständigen Abkühlung auf die Umgebungstemparatur ϑ_0 zu untersuchen. In diesem Falle ist für die Fläche $s = 0$

$$p_{x=o} = -\lambda \frac{\partial \vartheta}{\partial x} = 0 \quad \text{für alle } t.$$

Da λ eine Konstante ist, ist auch $\frac{\partial \vartheta}{\partial s} = 0$, d. h. alle Tangenten an die Kurven der Temperatur in Funktion des Ortes haben im betrachteten Falle an der Fläche $x = 0$ die Richtung des Wärmestromes.

Wenn wir nun analog wie vorhin vorgehen, so können wir feststellen, dass die Konstante B für die Abkühlung der Platte gleich null sein muss und dass die Konstante $A = \vartheta_0$ ist. Die Gleichung der Temperaturverteilung während der Abkühlung der Platte lautet also:

$$\vartheta = \vartheta_0 + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(n_k x)\, e^{-a n_k^2 t} \tag{6}$$

Wir können ferner auch feststellen, dass die Konstanten n_k für die Abkühlung der Platte dieselben sind, wie für die Erwärmung derselben.

Die Konstanten C_k endlich erhalten wir aus der Bedingung, dass zur Zeit $t = 0$ die Temperaturverteilung gleich denjenigen nach vollendeter Aufladung, also gleich

$$\vartheta_{t=o} = \vartheta_0 + \frac{p}{a} + \frac{p}{\lambda} s - \frac{p}{\lambda} x \tag{7}$$

ist. Die Durchführung dieser Rechnung liefert, wie man sich leicht überzeugen kann, für die Abkühlung der Platte vom stationären Zustande aus, dieselben Zahlenwerte für die Konstanten C_k wie für die Heizung der Platte; nur besitzen dieselben das entgegengesetzte Vorzeichen.

3. Berechnung der Temperaturverteilung während der Abkühlung der Platte von einem beliebigen Erwärmungszustande aus.

Wird endlich dieselbe homogene Platte nach Erwärmung mit konstanter Leistung während einer endlichen Zeit (also vor Erreichung des stationären Zustandes) nach Abschalten der Leistung sich selbst überlassen, so kann die Temperaturverteilung an jedem Orte, zu jeder Zeit in ganz analoger Weise bestimmt werden, wie wir dies für den Fall der Abkühlung vom stationären Zustande aus, gezeigt haben. Auch hier lässt sich der Temperaturverlauf durch die Gleichung (6) darstellen.

Durch sinngemässes Anwenden der „Randbedingungen" können wir feststellen, dass die Integrationskonstanten n_k auch hier dieselben sind, wie in den beiden bereits besprochenen Fällen; dagegen erhalten wir in diesem Falle, entsprechend

der andern Ausgangstemperaturverteilung, andere Werte für die Konstanten C_k. Die Berechnung dieser Konstanten muss also für jedes Beispiel gesondert durchgeführt werden.

4. Zahlenbeispiele.

Wir untersuchen nun die Temperaturverteilung in einer 1 dm dicken Speicksteinplatte während der Heizung mit der spezifischen Leistung $p = 17{,}4 \frac{W}{dm^2}$, ausgehend von der konstanten Umgebungstemperatur $\vartheta_0 = 10^0$ C.

Der Rechnung legen wir folgende Zahlen zugrunde:

Spezifisches Gewicht $\gamma = 2{,}9 \frac{kg}{dm^3}$ Spez. Heizleistung $p = 17{,}4 \frac{W}{dm^2}$

Spezifische Wärme $c = 0{,}29 \frac{Wh}{kg\,^0C}$ Wärmeübergangszahl $a = 0{,}134 \frac{W}{dm^2\,^0C}$

Wärmeleitfähigkeit $\varkappa = 0{,}29 \frac{W\,dm}{dm^2\,^0C}$ Umgebungstemperatur $\vartheta_0 = 10^0$ C

Wärmeleitungskoeffizient $a = \frac{\lambda}{\gamma c} = 0 \cdot 345 \frac{dm^2}{h}$.

Bei Anwendung der vorstehend abgeleiteten Gleichungen muss man sich auf die Berücksichtigung einer endlichen Anzahl Glieder der unendlichen Reihen beschränken. Wir werden im folgenden noch die durch diese Vernachlässigung entstehenden Fehler untersuchen und erhalten bei Berücksichtigung der drei ersten Glieder der Fourierschen Reihen folgende Beziehung für die Temperatur

$$\vartheta = 200 - 60\,x - 173\,cos\,(0 \cdot 633\,x)\,e^{-0 \cdot 1385\,t} - 13{,}5\,cos\,(3 \cdot 28\,x)\,e^{-3 \cdot 71\,t} - 3{,}5\,cos\,(6 \cdot 35\,x)\,e^{-13 \cdot 9\,t} \qquad (8)$$

Diese Gleichung ist graphisch in Fig. 2 dargestellt.

Da wir nur drei Glieder der Furierschen Reihe berücksichtigen, können wir bei der Bestimmung der Konstanten C_k auch nur die Uebereinstimmung des durch die Formel dargestellten Temperaturverlaufes mit der Ausgangstemperatur ϑ_0 in drei Punkten fordern. Wir haben dies für die Gleichung (8) für die Punkte $x = 0$, $x = 0{,}5\,s$ und $x = s$ getan. In den übrigen Punkten besteht also zur Zeit $t = 0$ noch ein Unterschied zwischen unserer Annahme (die in Fig. 2 durch die gestrichelte Gerade *a* dargestellt ist) und der Formel (welcher die ausgezogene Kurve *b* entspricht). Für spätere Zeitmomente besteht prinzipiell derselbe Unterschied immer noch, praktisch verschwindet aber bis auf 1^0 C maximaler Amplitude das dritte Glied der Fourierschen Reihe schon nach fünf Minuten 25 Sekunden, das zweite nach 42 Minuten und das erste nach 37 Stunden 10 Minuten, d. h. also die Berücksichtigung der drei ersten Glieder der Furierschen Reihe genügt in unserem Falle praktisch vollkommen, wenn man nicht die Vorgänge während der ersten Minuten der Ladung genauer untersuchen will. Ist dies der Fall, so kann die Genauigkeit durch Berücksichtigung weiterer Glieder beliebig gesteigert werden. In unserem Falle ist also nach 37 Stunden und 10 Minuten bis auf 1^0 C der stationäre Zustand erreicht.

Wir ersehen aus Fig. 2 ferner, wie bereits eingangs bemerkt, dass für die Eintrittsebene $x = 0$ der Wärme die Tangenten an die Temperaturkurven in Funktion des Ortes entsprechend der in dieser Ebene konstanten durchtretenden Leistung alle parallel verlaufen. Wir sehen auch, wie in weiter innen liegenden Teilen diese Kurventangenten entsprechend der mit der Zeit wachsenden durchtretenden Leistung immer steiler werden, um schliesslich im stationären Zustande sich asymp-

totisch der vom Ort und von der Zeit unabhängigen Neigung der Tangente an die Kurven der Eintrittsebene $x = 0$ zu nähern, die durch die Gerade zur Zeit $t = \infty$ dargestellt ist.

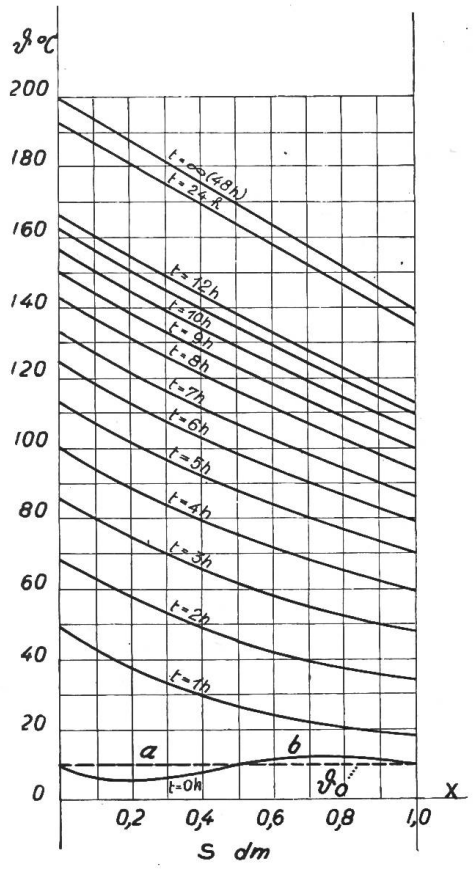

Fig. 2

Temperaturverlauf bei Erwärmung einer homogenen Platte mit konstanter Leistung bis zum stationären Zustande.

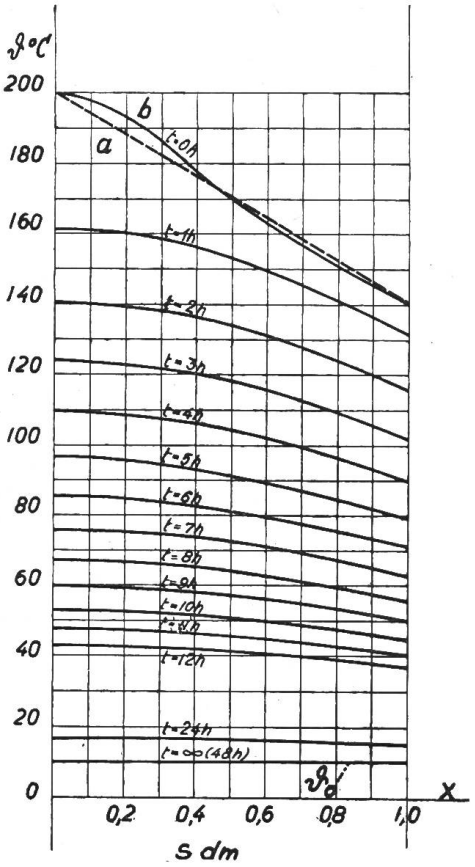

Fig. 3

Temperaturverlauf bei Abkühlung einer homogenen Platte vom stationären Zustande aus auf die Umgebungstemperatur.

Schalten wir die elektrische Heizung nach Erreichung des stationären Zustandes ab, so lautet die Gleichung für die Temperaturverteilung in der Platte während der Abkühlung

$$\vartheta = 10 + 173\ cos\ (0{\cdot}633\ x)\ e^{-0{\cdot}1385\,t} + 13{,}5\ cos\ (3{\cdot}28\ x)\ e^{-3{\cdot}71\,t} + 3{,}5\ cos\ (6{\cdot}35\ x)\ e^{-13{\cdot}9\,t} \qquad (9)$$

Dieser Temperaturverlauf ist aus Fig. 3 ersichtlich. Auch hier gilt mit Bezug auf den ersten Zeitmoment der Abkühlung das oben Gesagte, und auch hier können wir anhand der Neigung der Kurventangenten auf die an jedem Orte zu jeder Zeit durchtretende Leistung schliessen.

Um noch die Verhältnisse bei schlechter wärmeleitendem Material und Abkühlung vor Erreichung des stationären Zustandes zu untersuchen, betrachten wir folgendes Beispiel:

Eine Betonplatte von 1 dm Dicke werde während $1^1/_2$ Stunden mit der spezifischen Leistung $p = 34{,}8\ \frac{W}{dm^2}$ geheizt. Darauf werde die Stromzufuhr unterbrochen, die Platte kühle sich auf die konstante Umgebungstemperatur ϑ_0 ab. Wir legen dabei der Rechnung folgende Zahlen zugrunde:

Spezifisches Gewicht $\gamma = 1{,}85 \frac{kg}{dm^3}$ Spez. Heizleistung $p = 34{,}9 \frac{W}{dm^2}$

Spezifische Wärme $c = 0{,}35 \frac{Wh}{kg\,^0C}$ Wärmeübergangszahl $\alpha = 0{,}116 \frac{W}{dm^2\,^0C}$

Wärmeleitfähigkeit $\lambda = 0{,}081 \frac{W\,dm}{dm^2\,^0C}$ Umgebungstemperatur $\vartheta_0 = 10^0\,C$.

Wärmeleitzahl $a = \frac{\lambda}{\gamma c} = 0{,}126 \frac{dm^2}{h}$.

Wir erhalten für die Heizung der Platte, wenn die Uebereinstimmung der Gleichung für die Temperatur mit der Ausgangstemperatur in den vier Punkten $x = 0$, $x = 0{,}2\,s$, $x = 0{,}6\,s$ und $x = s$ gefordert wird, folgende Beziehung:

$$\vartheta = 738 \cdot 6 - 428 \cdot 6\,x - 612 \cdot 6\,\cos(0 \cdot 975\,x)\,e^{-0 \cdot 120\,t} - 57 \cdot 9\,\cos(3 \cdot 53\,x)\,e^{-1 \cdot 572\,t} - 45 \cdot 5\,\cos(6 \cdot 49\,x)\,e^{-5 \cdot 30\,t} - 12 \cdot 6\,\cos(9 \cdot 57\,x)\,e^{-11 \cdot 54\,t} \quad (10)$$

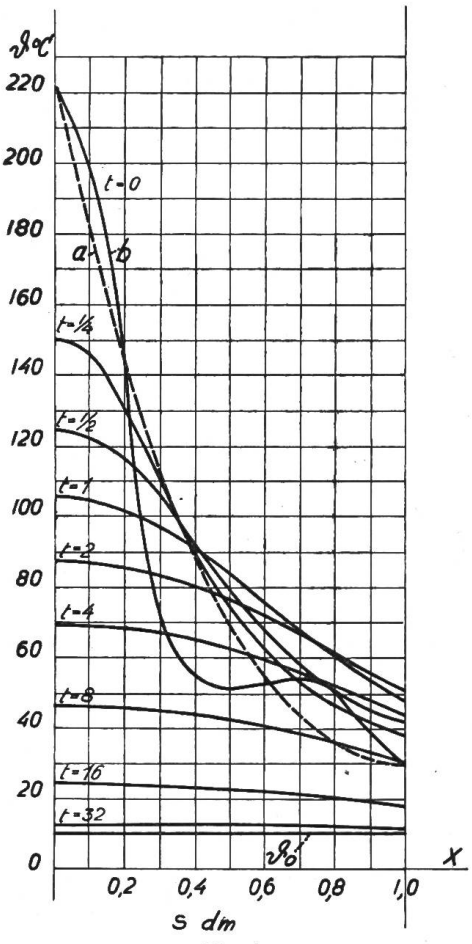

Fig. 4

Temperaturverlauf bei Abkühlung einer homogenen Platte vor Erreichung des stationären Zustandes auf die Umgebungstemperaturen.

Der Temperaturverlauf nach $1^1/_2$ Stunden ist durch die gestrichelte Kurve *a* der Fig. 4 dargestellt. Wir ersehen aus seiner Krümmung, dass der stationäre Zustand noch lange nicht erreicht ist; in der Tat beträgt die maximale Temperatur der Heizfläche $\vartheta_{i\,max}$, wie aus Gleichung (10) für $x = 0$ und $t = \infty$ ersichtlich, 738,6 ^{0} C und die maximale Temperatur der wärmeabgebenden Oberfläche $\vartheta_{a\,max}$ (für $x = s$ und $t = \infty$) 310 ^{0} C, während nach $1^1/_2$ Stunden die erstgenannte Temperatur erst 221,4 ^{0} C, die letztgenannte 28,0 ^{0} C beträgt.

Der Temperaturverlauf während der Abkühlung ist, wiederum Uebereinstimmung der Gleichung für die Temperatur mit der nach $1^1/_2$ Stunden Heizung erreichten Temperaturverteilung (Kurve *a* in Fig. 4) für die Punkte $x = 0$, $x = 0{,}2\,s$, $x = 0{,}6\,s$ und $x = s$ vorausgesetzt, durch folgende Formel gegeben:

$$\vartheta = 10 + 95 \cdot 6\,\cos(0 \cdot 975\,x)\,e^{-0 \cdot 120\,t} + 53 \cdot 0\,\cos(3 \cdot 53\,x)\,e^{-1 \cdot 572\,t} + 38 \cdot 8\,\cos(6 \cdot 49\,x)\,e^{-5 \cdot 30\,t} + 24 \cdot 0\,\cos(9{,}57\,x)\,e^{-11 \cdot 54\,t} \quad (11)$$

Ein Vergleich dieser Formel mit Formel (10) zeigt, wie bereits früher bemerkt, dass die Konstanten n_k in beiden Fällen dieselben sind, die Konstanten *A*, *B* und [C_k vergl. Gleichung (12)] dagegen verschieden.

Der Temperaturverlauf während der Abkühlung ist aus den Fig. 4 und 5 ersichtlich. Beide zeigen, dass die Temperatur der innern Plattenschichten bis etwa zu $x = 0{,}35\,s$ vom Moment der Ausschaltung der Leistung an fällt und zwar, wie auch zu erwarten ist um so rascher, je näher die Ebene der früheren Wärmeeintrittsebene $x = 0$ liegt. In den weiter aussen liegenden Ebenen der Platte dagegen bleibt die Temperatur zunächst trotz Ausschaltung konstant, oder steigt

sogar und zwar um so mehr, je näher die betrachtete Ebene der Wärmeabgabestelle liegt, um nach einiger Zeit abzufallen und sich asymptotisch der Umgebungstemperatur ϑ_0 zu nähern.

Die anfänglich trotz Berücksichtigung von vier Gliedern der Fourierschen Reihe recht grossen Abweichungen der Temperaturkurve in Funktion des Ortes (Kurve *b* von Fig. 4) von der gegebenen Ausgangstemperaturverteilung (Kurve *a* in Fig. 4) verschwinden, wie die Rechnung zeigt, sehr rasch. So ist bis auf 1^0 C maximale Amplitude das vierte Glied nach 16 Minuten 30 Sekunden, das dritte Glied nach 41 Minuten 25 Sekunden, das zweite Glied nach zwei Stunden 32 Minuten und das erste Glied, und damit der unstationäre Vorgang, in 38 Stunden 10 Minuten verschwunden.

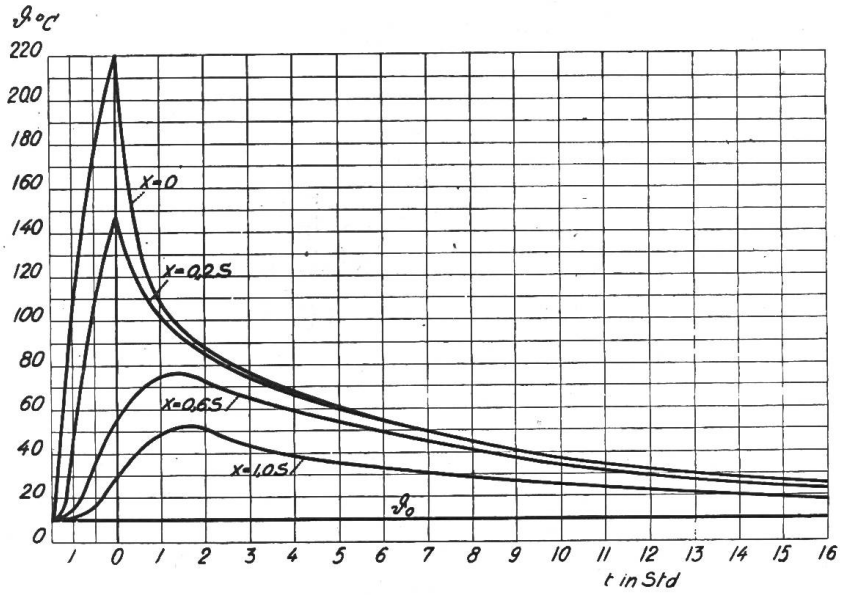

Fig. 5

Temperaturverlauf bei Ermärmung einer homogenen Platte und Abkühlung derselben auf die Umgebungstemperaturen vor Erreichung des stationären Zustandes.

Wir bemerken zum Schlusse noch, dass alle diese Rechnungen auf der Annahme beruhen, dass sowohl das spezifische Gewicht, die spezifische Wärme, wie auch die Wärmeleitfähigkeit von der Temperatur unabhängige Grössen sind. Diese Annahme trifft für kleinere Temperaturintervalle annähernd zu. Die Vernachlässigung der Variationen dieser Grössen kann aber für solche, mehr qualitative als quantitative Untersuchungen im Interesse der Vereinfachung der Rechnung wohl gerechtfertigt werden. Dasselbe ist zu sagen von der Annahme, dass die Wärmeübertragung an die Umgebung direkt proportional der Temperaturdifferenz zwischen der Oberfläche des Versuchskörpers und derjenigen der Umgebung ist. Die Rechnung ist wohl noch mit einer den tatsächlichen Verhältnissen besser Rechnung tragenden Annahme möglich. Die dadurch erreichte grössere Genauigkeit steht aber, wenigstens für Temperaturdifferenzen bis in die Gegend von $100 \div 200^0$ C, in gar keinem zu verantwortenden Verhältnis zum grösseren Rechnungsaufwande.

Zur Ausbildung von Elektrotechnikern in der Schweiz.

Von *C. Hoenig*, Baden.

Der Autor knüpft an die beiden Aufsätze über dasselbe Thema im Bulletin No. 2 dieses Jahres an und weist hauptsächlich auf die Unzweckmässigkeit einer Regelung durch Anpassung der Lehrprogramme der Schweiz an die jeweiligen momentanen Bedürfnisse der Industrie hin. Auch er tritt der Tendenz der Höherlegung der Lehrprogramme von Gewerbeschulen und Techniken entgegen.

L'auteur, complétant les deux articles parus au bulletin No. 2 de cette année, démontre qu'il est impossible et qu'il serait du reste absurde de vouloir adapter chaque année le programme des écoles techniques aux besoins momentanés de l'industrie.

Il s'oppose de son coté à la tendance de vouloir élever le niveau des études des écoles industrielles et technicums.

Im Bulletin No. 2 vom Februar dieses Jahres behandelt Herr Eugen Weber die Frage einer zweckmässigen Berufswahl durch junge Leute, den zu wählenden Ausbildungsgang und die Aussichten der Absolventen technischer Schulen für eine