

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

**Band:** 14 (1923)

**Heft:** 1

**Artikel:** Ionen und Elektronen [Fortsetzung und Schluss]

**Autor:** Greinacher, H.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1060355>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 17.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# SCHWEIZ. ELEKTROTECHNISCHER VEREIN

# BULLETIN

## ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

Erscheint monatlich,  
im Januar dazu die Beilage „Jahresheft“.

Alle den Inhalt des „Bulletin“ betreffenden Zuschriften  
sind zu richten an das

Generalsekretariat  
des Schweiz. Elektrotechnischen Vereins  
Seefeldstrasse 301, Zürich 8 — Telephon: Hottingen 7320,  
welches die Redaktion besorgt.

Alle Zuschriften betreffend Abonnement, Expedition  
und Inserate sind zu richten an den Verlag:

Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei A.-G.  
Stauffacherquai 36/38 Zürich 4 Telephon Selinau 7016

Abonnementspreis (für Mitglieder des S. E. V. gratis)  
für Nichtmitglieder inklusive Jahresheft:  
Schweiz Fr. 20.—, Ausland Fr. 25.—  
Einzelne Nummern vom Verlage Fr. 2.— plus Porto.

Ce bulletin paraît mensuellement. — „L'Annuaire“ est distribué comme supplément dans le courant de janvier.

Prière d'adresser toutes les communications concernant la matière du „Bulletin“ au

Secrétariat général  
de l'Association Suisse des Electriciens  
Seefeldstrasse 301, Zurich 8 — Telephon: Hottingen 7320  
qui s'occupe de la rédaction.

Toutes les correspondances concernant les abonnements,  
l'expédition et les annonces, doivent être adressées à l'éditeur

Fachschriften-Verlag & Buchdruckerei S. A.  
Stauffacherquai 36/38 Zurich 4 Téléphone Selinau 7016

Prix de l'abonnement annuel (gratuit pour les membres de l'A. S. E.), y compris l'Annuaire Fr. 20.— pour la Suisse, Fr. 25.— pour l'étranger.  
L'éditeur fournit des numéros isolés à Fr. 2.— port en plus.

XIV. Jahrgang  
XIV<sup>e</sup> Année

Bulletin No. 1

Januar 1923  
Janvier

### Ionen und Elektronen.

Von Prof. Dr. H. Greinacher, Zürich.  
(Fortsetzung und Schluss.)

In diesem Schlussteile der Arbeit<sup>1)</sup> werden die Gesetze freibewegter Ionen bei der Stossionisierung abgeleitet, worauf eingehend auf die magnetische Ablenkbarkeit bewegter Ionen eingegangen wird.

In einem ferneren Kapitel bespricht der Autor das Prinzip der Elektronenröhren und zeigt als rein physikalisches Anwendungsbeispiel derselben, wie die Lichtgeschwindigkeit mittels solcher Röhren bestimmt werden kann.

1) Siehe Bulletin 1922, No. 11, Seite 503 u. ff. und No. 12, Seite 544 u. ff.

Dans cette dernière partie<sup>1)</sup> l'auteur donne les lois sur la production des ions par le choc d'une molécule avec un électron et parle de l'influence d'un champ magnétique sur les ions.

Il termine en décrivant les phénomènes qui se déroulent dans les tubes électroniques et montre qu'il est possible de s'en servir pour déterminer la vitesse de la lumière.

1) Voir Bulletin 1922, No. 11, pages 503 et suivantes et No. 12, pages 544 et suivantes.

### VI. Gesetze frei bewegter Ionen.

#### 1. Stossionisierung.

Die Abhängigkeit zwischen Strom und Spannung wird oft schon bei geringem Gasgehalt der Elektronenröhren stark verändert. Einsteils wird infolge der Bildung von sogenannten Oberflächenschichten am glühenden Metall die Austrittsarbeit  $W$  der Elektronen und damit die Emission  $N$  (Gleichung 41) geändert (verringert), anderenteils gibt der Anprall der Elektronen mit Gasmolekülen Anlass zur Stossionisierung. Erlangt ein Elektron eine genügende kinetische Energie, so vermag es unter Abgabe seiner Energie ein Molekül zu ionisieren. Schnellbewegte Elektronen sind eben nichts anderes als Korpuskularstrahlung. Im allgemeinen genügt schon eine Beschleunigung der Elektronen durch eine Spannung von 10–20 Volt (je nach der Natur des Gases), um Stossionisierung zu erreichen. Es ist dabei nicht immer nötig, dass die Ionisierungsspannung auf dem Wege bis zum ersten Molekülzusammenstoss durchlaufen wird. Dies ist nur bei den elektronenaffinen Gasen erforderlich

( $O_2$ , auch  $H_2$ ). Bei den Edelgasen können die Elektronen an den Molekülen vollständig elastisch reflektiert werden. Dies geht schon aus den Resultaten über die Ionenbeweglichkeit hervor (IV, 1). Würden sich die Elektronen anlagern, d. h. unelastisch zusammenstossen, so könnten sie in Edelgasen nicht dauernd frei existieren. Wir schliessen daraus also, dass Stossionisierung nur eintritt:

1. bei Edelgasen, wenn die Elektrodenspannung mindestens gleich der Ionisierungsspannung ist,
2. bei unedeln Gasen, wenn an den Elektroden eine solche Spannung herrscht, dass auf eine freie Weglänge des Elektrons die Ionisierungsspannung entfällt. Daneben gibt es Uebergänge zwischen beiden Arten von Stossionisierung. Im allgemeinen bedürfen also die unedeln Gase einer grösseren Feldstärke  $(\frac{V}{a})$  zur Stossionisierung. Dem entspricht ein höheres Funkenpotential.

Die Stossionisierung äussert sich in Elektronenröhren durch einen Stromanstieg, der von einer gewissen Spannung an rascher erfolgt als der  $\frac{3}{2}$  Potenz entspricht. Während hier diese sekundäre Ionenbildung sehr unerwünscht ist, wird sie in lichtelektrischen Zellen unter Umständen extra erzeugt. Kann man doch durch Anlegen einer genügenden Spannung den schwachen *Photostrom* um ein Vielfaches (1000fach) verstärken.

In charakteristischer Weise kann man das Auftreten der Stossionisierung erkennen, wenn man die Luft in einem Ionisierungsgefäß allmählich auspumpt. In Fig. 20 (Kurve I) gebe ich eine solche Kurve<sup>1)</sup> wieder für einen kleinen Plattenkondensator, der mit  $\alpha$ -Strahlen ionisiert wurde.

Die Spannung betrug 320 Volt bei 0,6 cm Elektrodenabstand. Man sieht mit abnehmendem Druck  $p$  erst ein lineares Abnehmen des Stroms, da die  $\alpha$ -Strahlen immer weniger Luftpoleküle ionisieren können. Nun aber beginnt der Strom wieder stark zu wachsen, erreicht ein Maximum und jetzt erst nimmt er endgültig gegen 0 hin ab. Diesen charakteristischen Verlauf können wir folgendermassen erklären. Die Feldstärke  $X$  bleibt während des ganzen Versuches konstant. In dichter Luft entfällt aber eine zu kleine Potentialdifferenz auf die Wegstückchen, welche die Elektronen frei durchlaufen, so dass die Ionisierungsspannung auf diesen nicht erreicht wird. Erst von einer gewissen Verdünnung an wird die freie Weglänge  $\lambda$  so gross, dass die Spannung  $V = X \lambda$  den Wert der Ionisierungsspannung erreicht. Je mehr Elektronen diesen Wert überschreiten (weiter zunehmendes  $\lambda$ ), um so mehr wächst der Strom durch Stossionisierung an. Jedoch muss der Strom schliesslich wieder abnehmen. Denn im absoluten Vakuum verschwindet mit der Primärionisierung auch

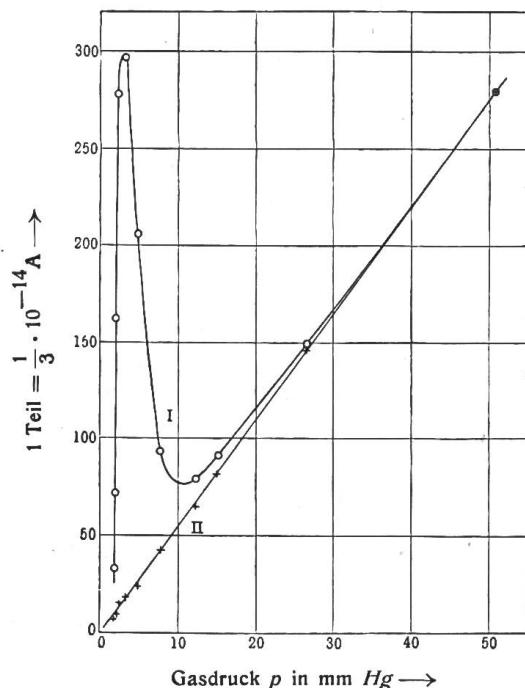


Fig. 20

die Stossionisierung. Schliesslich nimmt  $\lambda$  auch bei grosser Verdünnung nicht mehr zu, da es ja höchstens gleich dem Plattenabstand werden kann. Wie ich gezeigt habe, kann man die Stossionisierung durch ein starkes Magnetfeld (Kraftlinien parallel zu den Platten) vernichten. So wurde unter einem magnetischen Felde von 3840 Gauss die Kurve II (Fig. 20) erhalten.

Eine weitere Ausführung der Stossionisierungstheorie (Townsend) möge hier unterbleiben, da uns dies zu dem weiter abliegenden Gebiet der selbständigen Entladungen führen würde.

<sup>1)</sup> Verhandlungen der Deutschen Physik. Ges., Bd. 17, Seite 131, 1915.

## 2. Magnetische Ablenkung bewegter Ionen.

Da bewegte Ionen fliessende Elektrizität repräsentieren, muss ein Magnetfeld eine ponderomotorische Kraft auf sie ausüben. Diese Kraft ist leicht anzugeben. Nach Biot-Savart ist die auf ein vom Strom  $i$  (Fig. 21) durchflossenes Leiterelement ausgeübte Kraft  $K = H l i \sin \varphi$ , wenn  $\varphi$  der Winkel zwischen  $H$  und  $l$  ist.  $K$  steht senkrecht auf der Ebene  $Hl$ .  $H l \sin \varphi$  ist nichts anderes als die Parallelogrammfläche  $f$ , so dass man auch schreiben kann  $K = if$ . Man sagt,  $K$  sei das Vektorprodukt aus  $H$  und  $l$  d. h.  $K = i[Hl]$ . Denken wir uns nun den Strom  $i$  hervorgebracht durch ein positives Ion, das die Strecke  $l$  in der Zeit  $t$ , also mit der Geschwindigkeit  $v = \frac{l}{t}$ , durchläuft; so ist  $i = \frac{e}{t}$  und somit  $il = e \frac{l}{t} = ev$ . Die ponderomotorische Kraft ist also  $K = e[Hv] = eHv \sin \varphi$ .  $\varphi$  ist nun der Winkel zwischen der Geschwindigkeitsrichtung und  $H$ .

$K$  bewirkt eine fortwährende Ablenkung der Ionenbahn. Arbeit leistet die Kraft nicht, da sie immer senkrecht zur Bahn gerichtet ist. Also wird durch ein Magnetfeld nur die Richtung, nicht aber die Grösse der Geschwindigkeit geändert.

Wir werden in der Folge nur den Fall behandeln, dass ein Ion sich im Vakuum bewegt, dass durch die Gasmoleküle also keine Richtungsänderungen erfolgen. Der einfachste Fall ist folgender: Ein Elektron  $-e$  bewegt sich mit der Geschwindigkeit  $v$  vom Nullpunkt des Koordinatensystems aus (Fig. 22). Ein homogenes Magnetfeld  $H$  wirke senkrecht auf die Richtung  $v$ . Da die Kraft  $K$  nach oben wirkt, so wird die Bahn des Teilchens nach oben gekrümmmt.  $K$  steht immer  $\perp$  zur momentanen Geschwindigkeitsrichtung und ist stets gleich gross. Wir erhalten also eine Zentralbewegung mit konstanter Geschwindigkeit, also eine Kreisbahn  $B$ . Es ist die Zentripetalkraft  $K = Hve$ , der ihr gleiche zentrifugale Trägheitswiderstand  $\frac{mv^2}{r}$ , also

$$Hve = \frac{mv^2}{r} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{r} = \frac{H\frac{e}{m}}{v}$$

Die Krümmung der Bahn  $\frac{1}{r}$  ist um so grösser, je grösser die Feldstärke  $H$  und je kleiner die Geschwindigkeit  $v$  ist. Langsam sich bewegende Elektronen erfahren also eine starke Ablenkung. Etwas allgemeiner ist der Fall, dass  $v$  im Ursprung nicht senkrecht zur Feldstärke  $H$  steht, sondern etwa die Pfeilrichtung  $v'$  (Fig. 22) habe.  $v'$  liege zwar in der Ebene  $XZ$ , bilde aber mit  $H$  den Winkel  $\varphi$ . Wir zerlegen  $v'$  in die beiden Komponenten parallel zu  $X$  und parallel zu  $Z$ . Diese seien  $v_x$  und  $v_z$ .  $v_z$  ist parallel zu  $H$ , wird also durch das Magnetfeld gar nicht beeinflusst. Für  $v_x$  gilt das oben Gesagte. D. h. die  $v_x$ -Geschwindigkeitskomponente bewirkt die Ablenkung des Elektrons in eine Kreisbahn mit der Krümmung

$$\frac{1}{r} = \frac{H\frac{e}{m}}{v_x} = \frac{H\frac{e}{m}}{v \sin \varphi} \tag{49}$$

Die  $v_z$ -Komponente bewirkt, dass das Elektron keinen geschlossenen Kreis durchläuft, vielmehr längs der  $Z$ -Richtung mit konstanter Geschwindigkeit  $v_z$  forteilt. Beide

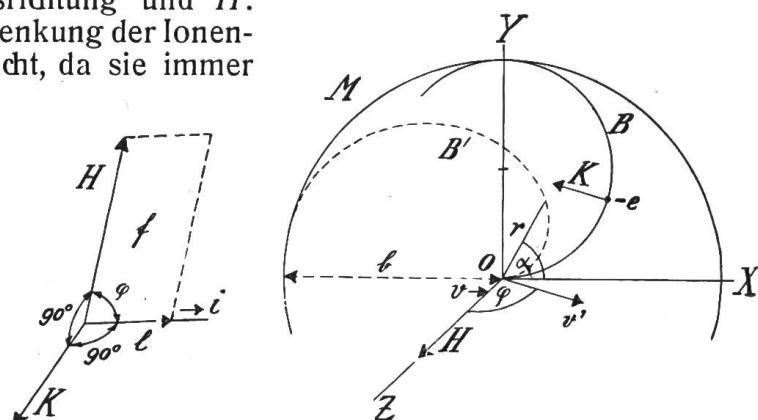


Fig. 21

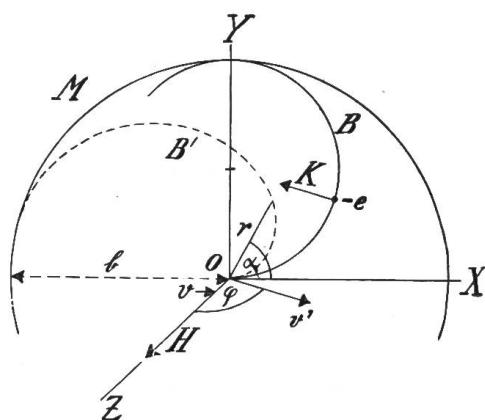


Fig. 22

Bewegungen zusammen ergeben eine schraubenförmige Elektronenbewegung. Das Elektron beschreibt eine Kreiszylinderspirale und umwindet gewissermassen die magnetischen Kraftlinien (Z-Richtung) schraubenförmig. Es ist dies ein ganz allgemeines Resultat.

Wir wollen nun den allgemeinen Fall noch ins Auge fassen, dass sich ein Elektron unter der gleichzeitigen Einwirkung eines Magnetfeldes und eines elektrischen Feldes bewegt. Es wirkt also mit der Kraft  $K$  noch die elektrische Feldstärke  $R$  und die Bewegungsgleichung lautet daher allgemein

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = e\mathbf{R} + e[\mathbf{H}\mathbf{v}] \quad (50)$$

Wollen wir zu rechtwinkligen Koordinaten übergehen, so haben wir die drei Komponenten der drei in (50) vorkommenden Vektoren zu bilden und die drei Gleichungen anzuschreiben. Die Komponenten von  $[\mathbf{H}\mathbf{v}]$  erhält man, wenn man das Parallelogramm von Fig. 21 auf die drei Hauptebenen projiziert und die Flächen der Projektionen bildet. Man erhält z. B. für  $K_x = e(H_y v_z - H_z v_y)$ , und  $K_y$  bezw.  $K_z$  folgen hieraus durch zyklische Vertauschung. So lauten denn die Bewegungsgleichungen

$$\frac{m}{e} \frac{dv_x}{dt} = X + H_y v_z - H_z v_y$$

usw. und unter Berücksichtigung, dass  $v_x = \frac{dx}{dt}$ ,  $v_y = \frac{dy}{dt}$  und  $v_z = \frac{dz}{dt}$

$$\frac{m}{e} \frac{d^2x}{dt^2} = X + H_y \frac{dz}{dt} - H_z \frac{dy}{dt} \quad (51)$$

$$\frac{m}{e} \frac{d^2y}{dt^2} = Y + H_z \frac{dx}{dt} - H_x \frac{dz}{dt}$$

$$\text{und } \frac{m}{e} \frac{d^2z}{dt^2} = Z + H_x \frac{dy}{dt} - H_y \frac{dx}{dt}$$

Die Lösungen der Gleichungen sind natürlich ganz verschieden je nach den Voraussetzungen, die man über  $R$ ,  $H$  und die Anfangsgeschwindigkeit der Elektronen macht. Wir wollen nur *ein* praktisch vorkommendes Beispiel kurz behandeln. Ein Elektron bewege sich von einem Glühdraht nach einem koaxialen Metallzylinder. Die Potentialdifferenz sei  $V$ . Der Glühdraht von verschwindend kleiner Dicke befindet sich etwa im Ursprung (Fig. 22), der Metallzylinder  $M$  habe den Halbmesser  $b$ . Das Magnetfeld wirke wieder in der Z-Richtung und das Elektron gehe in der XY-Ebene mit der Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  aus. Es wird sich also in der XY-Ebene bewegen. Wir haben, da  $\frac{d^2z}{dt^2} = 0$ , ein zweidimensionales Problem. Da  $H_x = H_y = 0$  und  $H_z = H$ , so reduzieren sich Gleichungen (51) auf

$$\frac{m}{e} \frac{d^2x}{dt^2} = X - H \frac{dy}{dt} \quad (51a)$$

$$\frac{m}{e} \frac{d^2y}{dt^2} = Y + H \frac{dx}{dt}$$

Da das elektrische Feld radial verläuft, so ist, wenn  $\alpha$  den Winkel mit dem Radiusvektor der Bahn  $r$  bedeutet,

$$X = R \cos \alpha \quad \text{und} \quad Y = R \sin \alpha \quad \text{d. h.} \quad X = \frac{Rx}{r} \quad \text{und} \quad Y = \frac{Ry}{r}.$$

Wenn man daher die Gleichungen (51a) mit  $-y$  bzw.  $x$  erweitert und addiert, so wird

$$\frac{m}{e} \left( \frac{d^2 y}{dt^2} x - \frac{d^2 x}{dt^2} y \right) = H \left( x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt} \right)$$

Da  $\frac{d^2 y}{dt^2} x - \frac{d^2 x}{dt^2} y = \frac{d}{dt} \left( \frac{dy}{dt} x - \frac{dx}{dt} y \right) = \frac{d}{dt} \left( r^2 \frac{da}{dt} \right)$

und  $x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt} = \frac{1}{2} \left( \frac{dx^2}{dt} + \frac{dy^2}{dt} \right) = \frac{1}{2} \frac{dr^2}{dt}$

so folgt  $\frac{m}{e} \cdot r^2 \frac{da}{dt} = \frac{Hr^2}{2} + c \quad (52)$

Die Integrationskonstante  $c$  hat den Wert  $-\frac{Ha^2}{2}$ , da  $\frac{da}{dt} = 0$  für  $r = a$  ( $a =$  Halbmesser des Glühdrahtes). Wir dürfen sie für den Fall  $b \gg a$  weglassen. Eine zweite Integration erhalten wir, wenn wir  $H$  aus den Gleichungen (51a) eliminieren. Wir erhalten so die auch direkt anschreibbare Energiegleichung

$$\frac{m}{2} (v^2 - v_0^2) = e V_r \quad (53)$$

Aus den Gleichungen (52) und (53) ist  $a$  und  $r$  zu bestimmen. Wir wollen das Problem in dieser Allgemeinheit nicht weiter verfolgen. Man sieht ohne weiteres, dass die Bahn etwa den Verlauf der punktierten Linie  $B'$  (Fig. 22) nimmt. Nach (52) ist die Winkelgeschwindigkeit  $\frac{da}{dt}$  konstant. Da aber  $v$  nach (53) fortwährend zunimmt, so muss  $r$  entsprechend wachsen. Die Krümmung der Kurve nimmt mit wachsendem  $r$  ab. Es können nun offenbar zwei Fälle eintreten. Entweder, das Elektron erreicht die Elektrode  $M$ , oder es wird so stark abgelenkt, dass es wieder zum Ausgangspunkt zurückkehrt. Der nach  $M$  gelangende Elektronenstrom wird beim Anlegen eines bestimmten Magnetteldes plötzlich auf null sinken. Da unsere Voraussetzungen nicht so genau erfüllt sind ( $v_0$  ist variabel), so wird in Wirklichkeit der Strom nicht plötzlich, sondern allmählich verschwinden. Wir wollen nun die Grenzbedingung ableiten und nehmen dazu an, dass das Elektron gerade bis  $r = b$  gelangt und dort  $M$  tangiert d. h. dass  $\left( \frac{dr}{dt} \right)_b = 0$ : Es ist dort also  $v = b \frac{da}{dt}$ .

Dies in (52) eingesetzt, ergibt

$$\frac{v}{b} = \frac{He}{2m} \text{ d. h. } v = \frac{Hb e}{2m}$$

Aus Gleichung (53) wird demnach

$$2 \frac{e}{m} V = \left( \frac{H e b}{2 m} \right)^2 - v_0^2 \quad (54)$$

$V$  ist jetzt die ganze Spannung zwischen  $M$  und Glühdraht. Gleichung (54) ist nun eine sehr einfache Beziehung, um etwa  $\frac{e}{m}$  zu berechnen. Das zunächst unbekannte  $v_0$  lässt sich leicht eliminieren, wenn man etwa zwei weitere zusammengehörige Werte  $V'$  und  $H'$  bestimmt. Man hat dann<sup>1)</sup>

$$2 \frac{e}{m} V' = \left( \frac{H' e b}{2 m} \right)^2 - v_0^2 \quad (54a)$$

<sup>1)</sup> Siehe Verhandlungen der Deutsch. Physik. Ges., Bd. 14, Seite 856, 1912.

oder  $2 \frac{e}{m} (V - V') = \left( \frac{e b}{2 m} \right)^2 (H^2 - H'^2),$

und es berechnet sich  $\frac{e}{m} = \frac{8(V - V')}{b^2(H^2 - H'^2)}$  (55)

Für Demonstrationszwecke genügt es vielfach,  $v_0$  in Gleichung (54) zu vernachlässigen, was dann zur Formel führt

$$\frac{e}{m} = \frac{8 V}{b^2 H^2} \quad (55a)$$

Erwähnt sei noch der wichtige Umstand, dass die Formel für beliebigen Potentialverlauf (Raumladungen) gilt. Es ist nur angenommen, dass das elektrische Feld radial gerichtet sei. Aehnlich liegen die Verhältnisse beim Plattenkondensator. Geht von einer der Platten ein Elektron aus, so wird es durch ein Magnetfeld parallel zu den Platten herumgebogen. Ist die Potentialdifferenz  $V$ , so erreicht das Elektron die Gegenplatte nicht mehr, wenn  $\frac{e}{m} = \frac{2 V}{b^2 H^2}$  ( $b$  = Plattenabstand) ist. Die Bahn ist hier eine Zykloide. Kurve II (Fig. 20) ist als Folge dieser Zykloidenbahnen anzusehen. Die Stosselektronen werden auf ihren freien Weglängen nach der Seite abgelenkt. Auf einer freien Weglänge durchlaufen sie dadurch eine kleinere Spannung d. h. eine kleinere Strecke in Richtung des elektrischen Feldes. Die Ionisierungsspannung wird bei genügender Ablenkung gar nicht mehr erreicht, die Stossionisierung verschwindet.

## VII. Verwendung der Elektronenröhren.

### 1. Die Gitterelektronenröhren.

Für die technische Anwendung sind die Drei-Elektrodenröhren wichtig geworden (Fig. 23). Zwischen Kathode  $K$  (Glühdraht) und der Anode  $A$  befindet sich hier noch eine siebartige Elektrode  $G$ , das sog. Gitter. Von  $K$  ausgehende Elektronen können demnach sowohl an  $G$  als durch die Gittermaschen hindurch nach  $A$  gelangen. Der

Anodenstrom  $i_a$  und der Gitterstrom  $i_g$  setzen sich dabei zusammen zu dem gesamten Elektronenstrom  $i = i_a + i_g$ . Die Gesetze dieses Emissionsstromes wollen wir hier kurz behandeln. Es ist klar, dass  $i_g$  von der Gitterspannung  $V_g$  und  $i_a$  von der Anodenspannung  $V_a$  abhängt. Wäre keine

Anode vorhanden, so hätte man  $i = i_g = k V_g^{\frac{3}{2}}$ . Durch die Anwesenheit der auf  $V_a$  geladenen Anode wird aber der Elektronenstrom, der im Raum zwischen  $G$  und  $K$  fliesst, beeinflusst. Ein Teil der von  $A$  ausgehenden Kraftlinien wird allerdings durch  $G$  abgeschirmt, ein Teil dringt aber durch die Maschen hindurch. Die von  $G$  nach  $K$  ausgehenden Kraftlinien werden also um einen Bruchteil der von  $A$  ausgehenden vermehrt (bezw. vermindert). Diesen nur von der geometrischen Anordnung abhängenden Bruchteil nennt man Durchgriff ( $D$ ). Es erscheint also das Gitterpotential  $V_g$  um diesen Bruchteil  $D V_a$  vermehrt, so dass man für den Emissionsstrom hat

$$i = k (V_g + D V_a)^{\frac{3}{2}} \quad (56)$$

Dieser Totalstrom ist mit dem Anodenstrom  $i_a$  identisch, wenn man  $V_g$  negativ lädt. Bei negativer „Gittervorspannung“ gehen an das Gitter keine Elektronen. Dies ist der für die Technik wichtige Fall. Potentialänderungen des Gitters bewirken Aende-

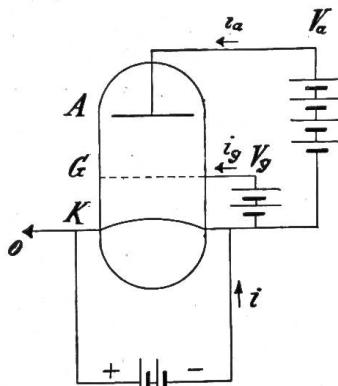


Fig. 23

rungen des Anodenstromes. Letztere können beträchtlich sein, während die Änderung der „Steuerspannung“ am Gitter keine merkliche Energie erfordert. Wir haben also ein Relais, das dem Steuer quantitativ nach Formel (56) folgt. Für die Wirkungsweise wichtig ist die Stromänderung  $d i_a$ , die bei einer bestimmten Änderung  $d V_g$  eintritt. Man sieht, dass die „Steilheit“  $\frac{d i_a}{d V_g}$  proportional  $\frac{3}{2} k$  ist. Die Konstante  $k$  lässt sich nun experimentell bestimmen; für gewisse einfache Anordnungen ist sie aber auch rechnerisch anzugeben. Für die verbreitete zylindrische Anordnung hat man auf die Langmuirsche Formel (47) zurückgegriffen und für  $k$  einfach den Wert

$$2 \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{l}{r} \text{ (elektrostatisch)} \text{ oder praktisch (Ampere)} 1,465 \cdot 10^{-5} \frac{l}{r} \text{ eingesetzt. Dies}$$

ist nun, wie ich kürzlich gezeigt habe,<sup>1)</sup> unzulässig. Man darf für eine zylindrische Gitterspirale nicht einfach denselben Wert wie für eine richtige Zylinderelektrode setzen. Wendet man Formel (47) auf Gitterspiralen an, so erhält man viel zu grosse Stromwerte, die Steilheit ist in Wirklichkeit bedeutend kleiner. Wir geben hier zunächst die experimentellen Resultate an. In Fig. 24 sind die Messergebnisse für eine Telefunkenverstärkerröhre RE16 wiedergegeben und zwar sind als Ordinaten

nicht  $i$  und  $V'$  (angelegte Spannung) aufgetragen, sondern  $i^{\frac{2}{3}}$  und  $V'$ . Dies hat den Vorteil, dass die Punkte auf einer geraden Linie liegen müssen. Es lässt sich  $k$  so mit grosser Genauigkeit bestimmen.

Der Einfachheit halber waren Anode und Gitter miteinander verbunden, und man mass den gegen beide Elektroden gleichzeitig fliessenden Strom  $i$ . Da in diesem Fall  $V_g = V_a = V$ , so reduzierte sich Gleichung (56) auf

$$i^{\frac{2}{3}} = k^{\frac{2}{3}} (1 + D) V.$$

Man sieht, dass das theoretisch abgeleitete Gesetz durch den Versuch recht gut bestätigt wird. Die in Fig. 24 eingezeichneten zwei Geraden erhielt man, indem man den Heizstrom in der einen bzw. in der anderen Richtung fliessen liess. Wir haben längs des Drahtes einen Potentialabfall. Legt man die Spannung  $V'$  rechts d.h. an das negative Ende (Fig. 23) an, so ist die mittlere beschleunigende Spannung  $V$  kleiner als  $V'$ . Kommutiert man aber den Heizstrom, so dass der positive Pol rechts liegt, so liegt  $V$  um ebensoviel höher, als  $V'$ .  $V$  ist im ersten Fall um die halbe Glühspannung kleiner, im zweiten um ebensoviel grösser als  $V'$ . Nennt man die Heizspannung  $V_h$ ,

so wäre also die „wirksame“ Spannung das einmal

$$V = V' + V_0 + V_k - \frac{V_h}{2} \quad (56a)$$

und das anderemal

$$V_1 = V' + V_0 + V_k + \frac{V_h}{2}$$

In der Tat entspricht die seitliche Verschiebung zwischen den beiden Geraden gerade der Heizspannung von 3 Volt.  $V_0$  und  $V_k$  haben die früher (Kapitel V, Abschnitt 4)

<sup>1)</sup> Zeitschrift für Physik, Bd. 11, Seite 239, 1922.

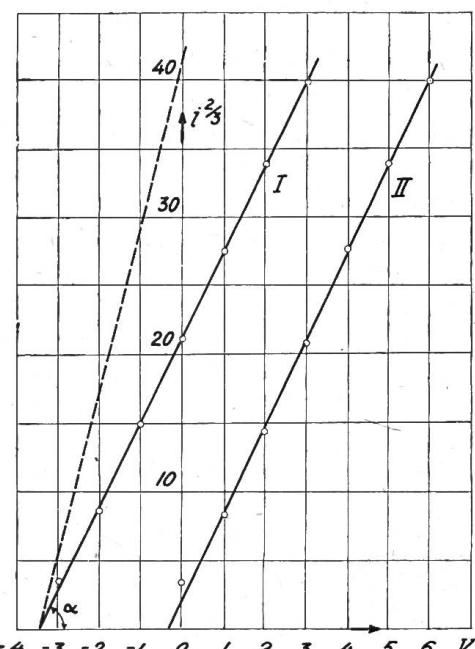


Fig. 24

angegebene Bedeutung. Die wirksame Spannung  $V$  ist bei I von  $-3,3$  Volt, bei II von  $-0,3$  Volt an zu rechnen.

Was uns nun interessiert, das ist die Grösse  $k$ . Diese folgt aus der Neigung der Geraden. Es ist

$$\tan \alpha = i^{\frac{2}{3}} \quad V = k^{\frac{2}{3}} (1 + D).$$

Da  $D$  zu  $0,13$  bestimmt war, berechnet sich so  $k = 5,36 \cdot 10^{-5}$ . Um nun  $k$  auch nach der theoretischen Formel zu berechnen, wurde  $r$ , der Halbmesser der Gitterspirale bestimmt. Es ergab sich  $r = 0,153$  cm und die Glühlänge  $l = 15$  mm. Dies führte zum Wert  $k = 1,465 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{1,5}{0,153} = 14,4 \cdot 10^{-5}$ .

Trägt man die Gerade in das Diagramm der Fig. 24 ein, die diesem Wert entspricht [Neigung:  $k^{\frac{2}{3}} (1 + D)$ ] so erhält man die gestrichelte Linie. Man erkennt, dass die wirkliche Neigung der Geraden viel geringer ist als die theoretische. Die bisherige Theorie kann also nicht stimmen.

Man kann sich davon aber auch direkt auf Grund einer kleinen Ueberlegung Rechenschaft ablegen. Wäre die Langmuir-Barkhausensche Röhrenformel

$$i = 1,465 \cdot 10^{-5} \frac{l}{r} (V_g + DV_a)^{\frac{3}{2}} \text{ Ampere}$$

richtig, so müsste sie es auch für folgenden Grenzfall sein. Wir nehmen bei gegebenem Gitter  $r$  immer kleinere Anodenzyylinder. Der Durchgriff  $D$  wird fortwährend wachsen und im Grenzfall, wo der Anodenzyylinder mit der Gitterspirale zusammenfällt, den Wert  $D_0$  annehmen. Dann lautet die Röhrenkonstante

$$1,465 \cdot 10^{-5} \frac{l}{r} (1 + D_0)^{\frac{3}{2}}.$$

Andererseits gilt nun aber, da nur noch eine Vollelektrode vorhanden ist, die Langmuirsche Gleichung (47a) mit der Konstanten  $1,465 \cdot 10^{-5} \frac{l}{r}$ . Diese Konstante ist aber um den Faktor  $(1 + D_0)^{\frac{3}{2}}$  kleiner. Also liefert die Theorie einen wesentlich zu hohen Wert. Da sie für diesen Spezialfall nicht gilt, ist sie überhaupt nicht richtig.

Man kann auf folgende Weise zu einer Richtigstellung derselben gelangen. Wir denken uns einmal eine Gitterspirale und einmal einen Metallhohlzylinder mit einem Glühdraht. Radius und Länge seien in beiden Fällen genau gleich. Der Spiralzylinder wird eine kleinere elektrostatische Kapazität ( $C$ ) haben als der Hohlzylinder ( $C_0$ ) ( $C < C_0$ ). Die Elektrizitätsmengen, die sich beim selben Potential  $V$  auf der Spirale bzw. auf dem Zylinder befinden, sind  $e = CV$  bzw.  $e_0 = C_0 V$ . Die Kraftlinienzahl, die nach dem Glühdraht geht, ist aber proportional  $e$  bzw.  $e_0$ . Da aber die Feldstärke durch die Kraftliniendichte gegeben ist, so verhält sich diese bei der Spirale und dem Zylinder wie  $\frac{e}{e_0} = \frac{C}{C_0}$ . Ersetzt man also einen Zylinder durch eine Spirale, so lässt sich dies auch theoretisch tun, wenn man sich die Zylinderspannung  $V$  durch den kleineren Betrag  $V \frac{C}{C_0}$  ersetzt denkt. In der Röhrenformel muss also anstatt  $V_g$  der Ausdruck  $V_g \frac{C}{C_0}$  gesetzt werden. Da die Anodenspannung mit dem Betrag  $DV_a$  an der Wirkung der Gitterspannung teilnimmt, so ist auch hierfür zu setzen  $DV_a \frac{C}{C_0}$ . Somit wird die Röhrenformel nun lauten

$$i = 1,465 \cdot 10^{-5} \frac{l}{r} \left( \frac{C}{C_0} \right)^{\frac{3}{2}} (V_g + DV_a)^{\frac{3}{2}}. \quad (57)$$

Zur Berechnung der Neigung der Geraden ist also auch die Kenntnis von  $\frac{C}{C_0}$  nötig.

Man wird daher die Kapazität der Gitterspiralen berechnen müssen oder aber, man kann experimentell das Verhältnis der Kapazitäten einer Spirale zu einem gleich grossen Hohlzylinder an einem vergrösserten (geometrisch ähnlichen) Modell bestimmen. Wir geben hier noch den Wert  $\frac{C}{C_0}$  an, wie er sich nach (57) für die Telefunkenröhre ergab:  $\frac{C}{C_0} = 0,52$ .

Unsere Betrachtung lässt sich natürlich im Prinzip auf beliebig gestaltete Gitterröhren übertragen. Hat man die Charakteristik für einen Glühdraht und irgend eine flächenhafte Elektrode berechnet, d. h. hat man die Konstante  $k$  des Ausdrückes  $i = k \frac{V^{\frac{3}{2}}}{l}$  gefunden, so lautet die Röhrenformel mit durchbrochener Elektrode und einer Anode dahinter:

$$i = k \left( \frac{C}{C_0} \right)^{\frac{3}{2}} (V_g + D V_a)^{\frac{3}{2}}. \quad (57a)$$

Hier bedeutet wieder  $C$  die Kapazität der Gitterelektrode und  $C_0$  die Kapazität der undurchbrochenen Gitterfläche.

## 2. Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit aus Ionisierungsmessungen.

Sowohl der Raumladungsstrom (Formel 47) als die magnetische Ablenkung der Elektronen (Formel 55) kann zur Berechnung der spezifischen Elektronenladung  $\frac{e}{m}$  benutzt werden. An Elektronenröhren kann man aber, wie ich gezeigt habe<sup>1)</sup>, noch eine weitere wichtige Grösse bestimmen, nämlich die Lichtgeschwindigkeit. Zu diesem Zweck denken wir uns die Langmuirsche Zylinderformel (47) vom elektrostatischen Mass ins elektromagnetische umgerechnet. Dabei kommt als Umrechnungsfaktor die „kritische Geschwindigkeit“ d. i. die Lichtgeschwindigkeit  $c$  vor.  $i$  und  $e$  ist mit  $c$ ,  $V$  mit  $\frac{1}{c}$  zu multiplizieren und man erhält

$$c^2 i = \frac{2 \sqrt{2} \frac{e}{m}}{9} \frac{l}{r} V^{\frac{3}{2}} \quad (58)$$

$i$ ,  $\frac{e}{m}$  und  $V$  ist jetzt in elektromagnetischen Einheiten einzusetzen. Will man  $i$  in Ampere und  $V$  in Volt haben, so muss  $i$  mit 0,1 und  $V$  mit  $10^8$  multipliziert werden. Wenn wir nun nach  $c$  auflösen, so folgt

$$c = \sqrt{\frac{2 \sqrt{2} 10^{13}}{9}} \sqrt{\frac{\frac{l}{r} V^{\frac{3}{2}}}{i}} \sqrt{\frac{e}{m}} = 1,773 \cdot 10^6 \sqrt{\frac{\frac{l}{r} V^{\frac{3}{2}}}{i}} \sqrt{\frac{e}{m}} \text{ cm/sec.} \quad (59)$$

Man kann also die Lichtgeschwindigkeit  $c$  sehr einfach finden. Man misst den bei einer Spannung  $V$  Volt übergehenden Elektronenstrom  $i$  in Ampere, bestimmt die Abmessungen  $l$  und  $r$  und setzt den bekannten Wert von  $\frac{e}{m}$  in elektromagnetischen Einheiten ein.

Welches ist nun der innere Grund, warum sich aus Elektronenströmen die Lichtgeschwindigkeit ergibt? Wir beachten, dass zur Ableitung der Charakteristik (47) die Poissonsche Gleichung verwendet worden ist. Diese lautet aber in der korrekten Fassung

$$\epsilon \frac{d^2 V}{dx^2} = - 4 \pi \varrho \quad (60)$$

<sup>1)</sup> Zeitschrift für Physik, Band 10, Seite 63, 1922.

wo  $\epsilon$  die Dielektrizitätskonstante am betreffenden Ort bedeutet. Diese haben wir für das Vakuum stillschweigend gleich 1 gesetzt. Das ist aber eine Voraussetzung, die nur für das elektrostatische (und auch das Gauss'sche) Massystem zutreffend ist. Im elektromagnetischen Massystem ist die Dielektrizitätskonstante mit dem Faktor  $\frac{1}{c^2}$  zu multiplizieren. Setzt man also  $\epsilon$ ,  $V$  und  $\varrho$  in elektromagnetischen Einheiten in Gleichung (60) ein, so lautet diese

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = - 4 \pi \varrho c^2. \quad (60a)$$

Benützt man die Poissonsche Gleichung in dieser Form zur Ableitung der Charakteristik, so folgt unmittelbar die für das elektromagnetische Massystem gültige Formel (58). Man kann auch den Wert von  $\epsilon$  in (60) zunächst offen lassen und findet dann für  $i$  den Ausdruck (47), wo aber nun rechts noch der Faktor  $\epsilon$  hinzutritt.

Jede Beziehung zwischen elektromagnetischen Größen, in die  $\epsilon$  eingeht, kann aber zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit benützt werden. Man hat nur für  $\epsilon$  den elektrostatischen Wert durch  $c^2$  zu dividieren und die Formel nach  $c$  aufzulösen. Nur werden vielfach die einzelnen Größen nicht leicht oder genau zu messen sein. Bei der Langmuirschen Formel ist dies etwas anderes. Hier sind die Messungen bequem auszuführen. Die Methode lässt sich hier etwa folgendermassen charakterisieren. Man bestimmt das Verhältnis der Dielektrizität des Aethers im elektromagnetischen und elektrostatischen Mass d. h.  $c^2$  dadurch<sup>1)</sup>, dass man ins Vakuum Elektronen und damit eine Raumladung einführt. Nun lässt sich die bequeme, auf der Raumladungsgleichung (60) basierende Langmuirsche Formel anwenden.

Wir wollen zum Schluss noch ein praktisches Beispiel für die Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit anführen. Diese zerfällt, falls man  $\frac{e}{m}$  nicht als bekannt annehmen will, in zwei Aufgaben: 1. die Bestimmung von  $\frac{e}{m}$ , 2. die Messung des Raumladungsstromes. Beides lässt sich an derselben Elektronenröhre ausführen.

Zur Bestimmung des Wertes von  $\frac{e}{m}$  kann für mässige Genauigkeit sogar eine zylindrische Gitterelektronenröhre genügen. Man legt an den Glühdraht die beschleunigende Spannung  $V$ , verbindet das Gitter mit der Erde und misst den Anodenstrom. Bringt man die Röhre in ein Magnetfeld (es genügt eine Stromspule), so wird der Anodenstrom bei einer gewissen Intensität desselben verschwinden. Die Elektronen kehren, bevor sie durch die Gittermaschen hindurchtreten, wieder um. So wurde z. B. für die oben erwähnte Telefunkenröhre gefunden, dass dies mit  $V = 6$  Volt bei  $H = 109$  Gauss eintrat. Da  $b = 0,153$  cm war, so liefert Formel (55a) unter Berücksichtigung, dass 1 Volt =  $10^8$  elektromagnetische Einheiten sind,

$$\frac{e}{m} = \frac{8 \cdot 6 \cdot 10^8}{0,153^2 \cdot 109^2} = 1,73 \cdot 10^7 \text{ elektromagnetische Einheiten.}$$

Nun brauchen wir noch zwei zusammengehörige Werte für  $i$  und  $V$ . Wir entnehmen aus einer von S. Dushman in Amerika veröffentlichten Arbeit, dass sich beispielsweise ergab  $i = 0,130$  Ampere bei  $V = 129$  Volt. Der Radius des Zylinders war dabei  $r = 1,27$  cm, die Länge des Glühdrahtes  $l = 7,62$  cm. Wir setzen nun alle diese Werte in unsere Formel (59) ein und erhalten so

$$c = 2,97 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec.}$$

Dieses Resultat kommt also dem genauen Wert bereits bis auf 1% nahe, obwohl die Messungen keinen Anspruch auf Präzision machen dürfen. Wir erwähnen noch,

<sup>1)</sup> Als Grösse, die durch Vergleich in beiden Massensystemen zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit benützt werden kann, erscheint hier die Dielektrizitätskonstante. Ueber die bisher angegebenen Methoden siehe etwa Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik. 13. Auflage, 1921, Seite 511.

dass man z. B. auch unter Benützung der Formel (35) bzw. (36) die Lichtgeschwindigkeit bestimmen kann. Auch diese müsste auf der rechten Seite den Faktor  $\epsilon$  enthalten, was dann im elektromagnetischen Mass den Koeffizienten  $\frac{1}{c^2}$  liefert. Unser Beispiel möge aber genügen, um den Weg zu kennzeichnen. Zugleich wollen wir es bei dieser einen, rein wissenschaftlichen Anwendung der Elektronenröhren bewenden lassen. Es möge hier genügen, die Grundlagen besprochen zu haben, auf denen sich das Verständnis der Vorgänge bei den überaus zahlreichen praktischen Anwendungen der Elektronenröhren aufbaut.

## Berechnung einfacher Abspannmaste und Eckmaste aus Holz.

Von Prof. Ing. Robert Edler, Wien.

*Der Autor entwickelt in vorliegender Abhandlung ein Berechnungsverfahren für einfache Abspann- und Eckmaste aus Holz und untersucht, unter besonderer Berücksichtigung der Schweizerischen Bundesvorschriften (1908) betr. Starkstromanlagen, ob sich solche in Fernleitungen einbauen lassen u. welchen Biegungsmomenten solche Maste noch gewachsen sind. Anhand graphischer Darstellungen und Tabellen erleichtert der Verfasser dem Leitungsbauer die Berechnung solcher Maste.*

*L'auteur développe un mode de calcul pour les poteaux terminus et des poteaux d'angle en bois. Il examine si, étant donné les prescriptions fédérales de 1908, des poteaux de ce genre peuvent être utilisés pour des lignes de transport d'énergie et à quels moments de flexion ils peuvent résister. Il donne des tableaux et des diagrammes pour faciliter leur calcul.*

### 1. Einleitung.

In der vorliegenden Abhandlung soll ein Berechnungsverfahren für einfache Abspannmaste und Eckmaste aus Holz entwickelt werden, wobei auf den *Einfluss der Mastdurchbiegung* Rücksicht genommen und die hierbei eintretende *Verringerung des Seilzuges* der Leitungen infolge des Nachgebens der Mastspitze in Rechnung gezogen werden soll. Wenn auch einfache Holzmaste (ohne Streben) nur für einen

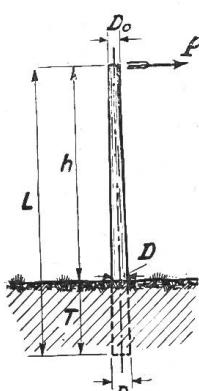


Fig. 1

verhältnismässig kleinen Spitzenzug  $P$  (Fig. 1), bzw. nur für geringe Biegungsmomente geeignet sind, solange man sich auf die gewöhnlich vorkommenden Mastdurchmesser (bis etwa  $D_u = 25$  bis 30 cm am Fussende [„Stockdurchmesser“]) (Fig. 1) beschränken und schwerere Stangen vermeiden will, da sie wesentlich schwieriger zu beschaffen, sowie zu befördern und zu behandeln und auch viel teurer sind, so ist es doch wichtig, festzustellen, ob sich solche einfache Abspannmaste und Eckmaste aus Holz in die Fernleitungen einbauen lassen und welchen Biegungsmomenten sie bei Berücksichtigung einer angemessenen zulässigen Durchbiegung noch gewachsen sind; man kann aus derartigen Feststellungen den sicheren Schluss ziehen, dass viele Zweigleitungen, die von den Ueberlandleitungen (Hauptleitungen) abzweigen und zur Energieversorgung der seitlich gelegenen Gemeinden und der sonstigen Verbrauchsstellen besonders in ländlichen Gebieten dienen, in vielen Fällen

noch ganz zweckmässig mit Holzmasten ausgeführt werden können, besonders wenn sie mit entsprechenden Stangenfüßen (Betonsockel mit Eiseneinlagen)<sup>1)</sup> ausgerüstet werden; auch Eisenmastfüsse<sup>2)</sup> oder Mastfüsse aus besonders widerstandsfähigem, mit Teeröl getränktem Hartholz<sup>3)</sup> wie Eiche oder Buche, finden vorteilhaft Anwendung,

<sup>1)</sup> Stangensockel „Universal“ der Internat. Siegwartbalken-Gesellschaft in Luzern, Schweiz.  
„Delta“-Mastfuss der Gebrüder Himmelsbach in Freiburg in Baden.

<sup>2)</sup> Gesellschaft der L. v. Rollschen Eisenwerke in Gerlaingen, Schweiz (Eisenrohr).  
Eisenwerk Witkowitz in Mähren (4 Quadrant-Eisen, verschraubt).

<sup>3)</sup> Standard-Mast der Gebrüder Himmelsbach in Freiburg in Baden.