Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 13 (1922)

Heft: 10

Artikel: Remarque sur le calcul des fils suspendus

Autor: Favarger, J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-1059788

wird und Nachzündungen hervorruft (Fig. 17). Meistens genügen jedoch zwei seitliche Trennwände bei entsprechendem Schutz rückwärts gelegener Teile des Schalters.

Zum Schluss sei noch kurz auf die Wirkung eines Lichtbogenteilers hingewiesen (Fig. 18). Diese Vorrichtung wurde zuerst in Amerika angewendet und

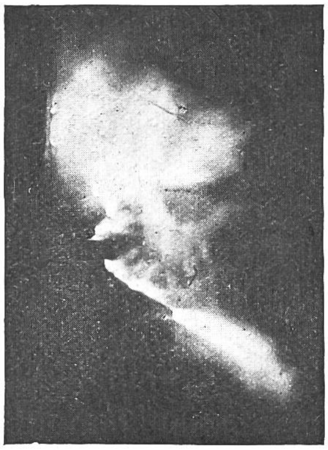


Fig. 14

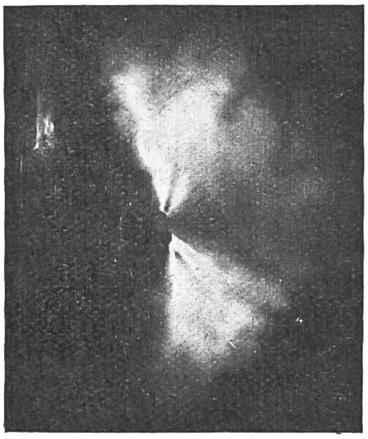


Fig. 15

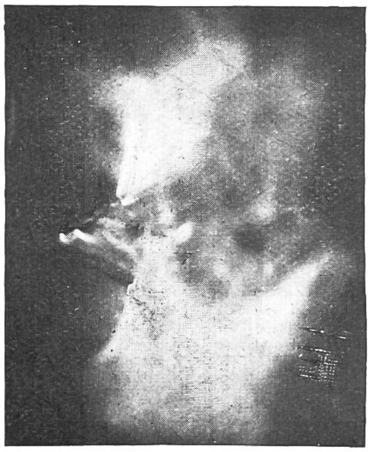


Fig. 16

findet sich dort ziemlich häufig. Der Lichtbogenteiler *a*, der mit einem Metallbelag *b* versehen ist, hat den Zweck, die Spannung pro Lichtbogen auf die Hälfte zu reduzieren, somit also den Lichtbogen zu verkleinern. Diese Wirkung erfolgt allerdings nur dann, wenn der Lichtbogen in der angegebenen Pfeilrichtung abblasen kann. In Fig. 18 werden seine beiden Hälften zu stark nach vorn geschleudert, sodass sie sich bei genügend grosser Abschaltleistung nach dem Lichtbogenteiler wieder vereinigen, also dessen Wirkung aufheben.

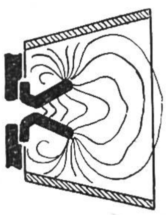


Fig. 17

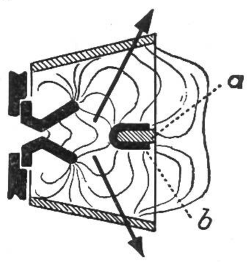


Fig. 18

Von einer gleichzeitigen Kühlung des Lichtbogens durch den Metallbelag, eine Eigenschaft, die letzterem vielfach zugeschrieben wird, kann wohl keine Rede sein, da er ja zu einer Doppelelektrode wird und somit selbst grosse Wärme erzeugt. Der Lichtbogen würde also nur dann gekühlt, wenn man den Metallbelag entfernte. In diesem Falle bildet jedoch der Lichtbogen selbst eine Schleife, die ihn aus bekannten Gründen an die Kontakte zurückwirft und somit die Löschwirkung verschlechtert.

Remarque sur le calcul des fils suspendus.

Par *J. Favarger,* ingénieur, *Pully.*

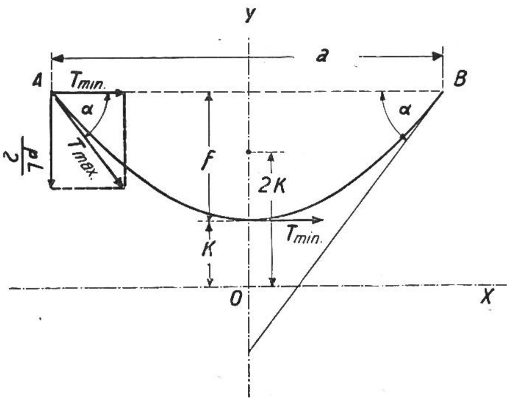
Der Verfasser weist auf die Tatsache hin, dass die Zugbeanspruchung von Drähten am Aufhängepunkt am grössten ist. Bei der mechanischen Berechnung von Leitungen wird meistens mit der geringsten Beanspruchung im Scheitelpunkt gerechnet, was für gewöhnlich vorkommende Spannweiten durchaus genügt. Bei sehr grossen Spannweiten muss aber diese Vereinfachung fallen gelassen werden. Zwei Zahlenbeispiele erläutern die theoretischen Ausführungen.

L'auteur rapelle le fait que la tension dans les fils est maximum près du point de suspension alors que l'on se contente généralement de calculer la tension au point le plus bas de la chaînette. Il démontre que pour des très fortes portées cette simplification n'est plus admissible et il fait le calcul exact pour deux cas concrets.

Dans les formules usuelles, la valeur de la traction que l'on fait généralement intervenir est celle de la traction la plus faible du fil et non pas celle de la traction la plus forte. Pratiquement, dans la plupart des cas qui se présentent habituellement, cette manière de procèder est suffisante, si elle n'est pas exacte (l'exemple numérique ci-après le montre). Cependant étant donné le développement des lignes à grandes portées, il convient d'établir le calcul logique de la flèche.

Un fil suspendu librement entre deux points de suspension fixes, se trouve en position d'équilibre statique. Cette position dépend de celle des points d'attache fixes et spécialement de leur écartement, du poids du fil, de la traction agissant sur lui. La traction du fil, ainsi que son poids, sont équilibrés par leurs réactions, au droit des points d'attache. La forme que prend un fil suspendu librement entre deux points de suspension fixes et se trouvant en position d'équilibre statique est une chaînette. Pour faciliter l'étude qui suit, nous avons procédé suivant l'usage et nous avons remplacé la chaînette par la parabole. Ces deux courbes sont théoriquement différentes, pratiquement elles peuvent se substituer l'une à l'autre.

Considérons pour commencer, le cas des points de suspension au même niveau. Ce cas est le plus simple et peut être admis comme cas général. Voyons tout d'abord, une position particulière des points d'attache au même niveau; soit la position dans laquelle ces points se touchent. Le fil pesant et sans rigidité, pendra perpendiculairement, se pliera en son milieu et prendra une position représentée par deux brins d'égale longueur rigoureusement parallèles. Ce fil est en état d'équilibre statique. Les forces agissant sur les points d'attache sont égales; le fil étant supposé parfaitement homogène. Sur chacun d'eux, elles seront représentées, par le poids de la demilongueur du fil et par la réaction de celui-ci. Il n'y a pas d'autres forces qui entrent en jeu. La traction en un point quelconque de l'un des brins, sera représentée par le poids du fil qui se trouve en dessous de ce point. Il en résulte qu'à l'endroit le plus bas du fil, lequel est son point milieu, la traction est nulle. Ainsi donc pour chaque brin, dès ce point là la traction représentée par le poids propre d'une partie du fil, variera d'une manière régulière de zèro au maximum (à l'un des points d'attache). Ajoutons que le sens de ces tractions qui est le même si nous considérons chaque brin séparément sera inverse si nous nous rapportons au fil complet.



Que se passe-t-il maintenant, si nous écartons insensiblement les deux points d'attache en les maintenant au même niveau? Le fil prend une courbure spéciale, laquelle va s'accentuant. C'est la courbe de la Chaînette, disons de la parabole, puisqu'il est entendu que nous substituons celle-ci à celle-là. Mais alors, les tractions dans chaque brin du fil, ne seront plus verticales; elles auront pour direction les tangentes au fil, au points considérés. Elles pourront se décomposer en deux composantes, l'une verticale, l'autre horizontale. La traction maximale aura toujours lieu aux points d'attache, mais la traction au point le plus bas, ne sera plus nulle; elle aura une certaine valeur, représentant la valeur minimale de la traction et aura comme direction, la tangente en ce point, c'est-à-dire qu'elle sera horizontale. Il va de soi, par conséquent, que la composante verticale de la traction, au point le plus bas, sera nulle. Cette composante verticale variera donc comme dans le cas des points de suspension juxtaposés de o (au point le plus bas) au maximum (à l'un des points de suspension). La composante horizontale, par contre aura toujours la même valeur, en n'importe quel point du fil.

Ces préliminaires ont pour but de préciser les conditions d'équilibre d'un fil suspendu librement entre deux points fixes. Ils serviront ensuite à établir la relation qui existe entre la traction maximale au points de suspension et la traction minimale au point milieu du fil. Si nous appelons α, l'angle que fait la tangente au fil à l'un des points de suspension et si nous appelons T_{max} la traction maximale et T_{min} la traction minimale, nous pouvons poser en vertu de ce qui précède

$$T_{max} = \frac{T_{min}}{\cos \alpha}$$

Si maintenant nous appelons: p le poids du fil par m en kg, a l'écartement des points d'attaches en m, f la flèche, c'est-à-dire l'ordonnée maximale en m, nous aurons la formule bien connue

$$f = \frac{a^2 p}{8 T_{min}} \qquad (1)$$

Or T_{min} représente la traction que l'on veut consentir à donner au point milieu du fil. Cette traction devra être telle, que la traction maximale qui en dérive, soit inférieure d'une quantité donnée à la traction de rupture du fil. Cela revient à dire, qu'il convient de faire intervenir un coefficient de sécurité.

Appelons donc:

S la section du fil en mm^2,

T_r la traction de rupture spécifique du fil en kg par mm^2 laquelle dépendra essentiellement de la nature du fil,

σ le coefficient de sécurité réel, soit le rapport de la traction de rupture à la traction maximale,

σ_1 le coefficient de sécurité relatif, soit le rapport de la traction de rupture à la traction minimale.

Nous aurons donc

$$\sigma = \frac{T_r S}{T_{max}} \quad \text{d'où} \quad T_{max} = \frac{T_r S}{\sigma} = \frac{T_{min}}{\cos \alpha}$$

$$\sigma_1 = \frac{T_r S}{T_{min}} \quad \text{d'où} \quad T_{min} = \frac{T_r S}{\sigma_1} = T_{max} \cos \alpha$$

et

$$\frac{\sigma}{\sigma_1} = \frac{T_{min}}{T_{max}} = \cos \alpha \quad \text{et} \quad \sigma_1 = \frac{\sigma}{\cos \alpha}$$

Or $\frac{T_r S}{\sigma_1} = T_{min}$. Remplaçons T_{min} par sa valeur dans la formule (1), il vient

$$f = \frac{\sigma_1 a^2 p}{8 T_r S} = \frac{\sigma a^2 p}{8 T_r S \cos \alpha} \quad \text{d'où} \quad f^2 = \frac{\sigma^2 a^4 p^2 + \sigma^2 a^4 p^2 tg^2 \alpha}{64 T_r^2 S^2}$$

cherchons la valeur de $tg\,\alpha$, autrement dit, celle du coefficient angulaire de la tangente aux points de suspension.

$$tg\,\alpha = \frac{d f}{d \frac{a}{2}}$$

L'équation de la parabole a pour expression, en fonction de la flèche et de la portée

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 2 K f$$

où $2 K$ est le paramètre de la parabole.

$$\frac{a}{2} = \sqrt{2 K f} \qquad tg\,\alpha = \frac{d f}{d \sqrt{2 K f}} = \frac{2 \sqrt{f}}{\sqrt{2 K}} \qquad \text{or } K = \frac{a^2}{8 f}$$

que nous remplaçons par sa valeur dans l'expression de $tg\ \alpha$, il vient:

$$tg\ \alpha = \frac{2\sqrt{f}}{\sqrt{\frac{2\ a^2}{8\ f}}} = \frac{4\ f}{a}$$

Remplaçons à son tour $tg\ \alpha$ par sa valeur dans l'expression de f^2, il vient:

$$f^2 = \frac{\sigma^2\ a^4\ p^2 + \sigma^2\ a^4 \cdot p^2\ \frac{16\ f^2}{a^2}}{64\ T_r^2\ S^2}$$

d'où finalement

$$f = \sigma\ p\ a^2 \sqrt{\frac{1}{64\ T_r^2\ S^2 - 16\ \sigma^2\ a^2\ p^2}} \tag{2}$$

Pour montrer l'utilité des considérations précédentes, appliquons la formule à un exemple. Soit donc: $a = 330$ m; $p = 0{,}447$ kg par m; $\sigma = 5$; $T_r = 30$ kg par mm²; $S = 50{,}26$ mm². En remplaçant dans la formule (2) les lettres par leurs valeurs, il vient: $f = 20{,}81$ m.

La sécurité σ_1 au point le plus bas aura pour valeur

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{cos\ \alpha} \qquad \text{mais } cos\ \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2\ \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{16\ f^2}{a^2}}}$$

soit donc en remplaçant les lettres par leurs valeurs

$$cos\ \alpha = 0{,}97 \qquad \sigma_1 = \frac{5}{0{,}97} = 5{,}155 \quad \text{d'où}$$

$$T_{min} = 292{,}5 \text{ kg} \qquad T_{max} = \frac{T_r\ S}{\sigma} = \frac{30 \cdot 50{,}26}{5} = 301{,}5 \text{ kg}$$

$$T_{max} - T_{min} = 301{,}5 - 292{,}5 = 9 \text{ kg}$$

La différence entre la traction maximale et la traction minimale est donc de 3% environ; ce qui est peu. La preuve de ces calculs se fait en recalculant la flèche en fonction de la tension minimale, c'est-à-dire en appliquant la formule (1)

$$f = \frac{a^2\ p}{8\ T_{min}} = 20{,}8 \text{ m}$$

voyons un second exemple

$a = 1000$ m; $p = 0{,}447$ kg par m; $\sigma = 5$; $T_r = 30$ kg par mm²; $S = 50{,}26$ mm².

En remplaçant dans la formule (2) les lettres par leurs valeurs, il vient: $f = 275$ m.

Nous obtenons successivement

$$cos\ \alpha = 0{,}673;\ \sigma_1 = 7{,}42;\ T_{min} = 203{,}2;\ T_{max} = 301{,}5;\ T_{max} - T_{min} = 98{,}3 \text{ kg}$$

Ce qui représente du 32,6% de différence. Nous remarquons donc que aussitôt que nous avons dépassé une certaine valeur de α, la différence entre la traction maximale et la traction minimale devient telle que la formule (1) qui est applicable pour les petites portées devient inapplicable. Il faut alors employer la formule (2). On tolère généralement entre ces deux tractions minimum et maximum, une différence de 5% ce qui correspond à un $cos\ \alpha = 0{,}95$, soit à un angle $\alpha = 18^0\ 20'$ environ.

Pour ne pas compliquer notre démonstration nous ne nous sommes pas occupés de l'influence de la température, ni de celle de l'élasticité du métal.