

**Zeitschrift:** Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins  
**Herausgeber:** Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke  
**Band:** 5 (1914)  
**Heft:** 7

**Artikel:** Theorie und Berechnung der Spannungswandler  
**Autor:** Wirz, Emil  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-1059671>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 16.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Theorie und Berechnung der Spannungswandler.

Von Dr.-Ing. *Emil Wirz*, Burgdorf.

### I. Teil. Einphasenspannungswandler.

In einem früher erschienenen Aufsatz<sup>1)</sup> wurde gezeigt, wie sich die Arbeitsgleichungen für Messtransformatoren ableiten und wie sich aus diesen Arbeitsgleichungen speziell die Stromwandler berechnen lassen.

Die vorliegende Arbeit soll sich nun damit befassen auch für Spannungswandler Arbeitsbedingungen aufzustellen, nach welchen sich diese Apparate zahlenmässig berechnen lassen, da bekanntlich in der modernen Messtechnik die Spannungswandler ebenso wie die Stromwandler eine bedeutende Rolle spielen und diese wie jene mit gewissen Ungenauigkeiten behaftet sind, die unter Umständen ihre Anwendung in Frage stellen.

In der oben erwähnten Arbeit wurde gezeigt, dass sich bei Stromwandlern diese Ungenauigkeiten sehr wohl auf ein Minimum reduzieren lassen, wenn bei der Dimensionierung derselben gewisse Gesetzmässigkeiten beachtet werden. Ganz beseitigen werden sich dieselben wohl nie lassen, da sie durch die Arbeitsübertragung im Eisen bedingt sind und zudem noch durch äussere Umstände, wie Periodenzahlschwankungen, Kurvenform des Stromes und der Spannung und nicht im mindesten durch Ueberspannungserscheinungen die Messgenauigkeit beeinträchtigt wird.

Bei Spannungstransformatoren oder kurz Spannungswandlern, die also im Gegensatz zu Stromwandlern die Spannung zu transformieren haben, liegen die Verhältnisse insofern einfacher, wie bei jenen, als diese im allgemeinen an eine konstante Spannung angeschlossen werden und dadurch sich in ihrer Berechnungsweise wesentlich den Grosstransformatoren nähern. Durch die Konstanz der Netzspannung zeigen diese daher auch eine viel geringere Abhängigkeit von den Magnetisierungsgrössen und lassen sich deshalb auch genau wie Grosstransformatoren in rohen Grenzen vorausberechnen. In den weitaus meisten Fällen fordert aber der Bau solcher Spannungswandler nicht nur eine rohe Vorausberechnung, sondern der Konstrukteur will vielmehr zum Voraus wissen, ob das Material gut ausgenützt und vor allem ob der Spannungswandler tatsächlich seinen Anforderungen genügt. In dieser Hinsicht sind mir sowohl in der Literatur als auch in meiner Tätigkeit bei verschiedenen Firmen keine streng richtigen und allgemein gültigen Berechnungsmethoden für Spannungswandler bekannt geworden, durch welche es auch nur näherungsweise möglich wäre, das Verhalten derartiger Apparate unter den verschiedensten Betriebsbedingungen vorauszuberechnen. Wie schon bereits in der Arbeit über Stromwandler erwähnt wurde, sind überhaupt über das Gebiet der Messtransformatoren in der Literatur noch sehr wenig Arbeiten zu verzeichnen und die noch für die Praxis von einigem Interesse wären, sind in ihrer gegebenen Form für den Konstrukteur wertlos, da sie meistens langwierige Versuche voraussetzen<sup>2)</sup>, für welche die Praxis im allgemeinen kein allzu grosses Interesse zeigt und vor allem keine Zeit zu solchen besitzt, da der niedrige Verkaufspreis derartiger Apparate keine kostspieligen und zeitraubenden Versuche, wenigstens in kleineren Werken, mehr zulässt. Mit dieser Arbeit soll deshalb versucht werden, auf theoretischer Grundlage Bedingungen herzuleiten, aus welchen sich die Abmessungen und das Verhalten eines Spannungswandlers auf wenige Prozent genau vorausberechnen lässt. Die Bedingungen, die im allgemeinen ein guter Spannungswandler erfüllen muss, sind die gleichen wie für Stromwandler und sind

<sup>1)</sup> Ein Beitrag zur Theorie und Berechnung der Stromwandler vom Verfasser. Bulletin des S. E. V., Heft 11. 1913.

<sup>2)</sup> Hier möge nur die wichtigste von allen Arbeiten, nämlich von Keinath, München 1909, erwähnt sein, die wesentlichen Aufschluss über derartige Apparate gibt, jedoch für die Vorausberechnung ungeeignet ist.

bereits früher von Görner<sup>3)</sup> aufgestellt worden. Der Uebersichtlichkeit halber mögen dieselben hier nochmals wieder gegeben werden.

Ein guter Spannungswandler muss folgende Bedingungen erfüllen:

- 1) Geringe Abweichung der Proportionalität zwischen der Primär- und Sekundärspannung.
- 2) Kleine Phasenabweichung zwischen Primär- und Sekundärspannung.
- 3) Unabhängigkeit des Uebersetzungsverhältnisses von der Periodenzahl in den denkbar weitesten Grenzen.
- 4) Gleiche Kurvenformen der Primär- und Sekundärspannung.
- 5) Unabhängigkeit von der Sekundärbelastung innerhalb gewisser Grenzen.

Von diesen Anforderungen ausgehend, welche ein guter Spannungswandler erfüllen muss, soll nun im folgenden gezeigt werden, wie sich aus den Arbeitsgleichungen Beziehungen für die Berechnung der Abmessungen für ein Minimum von Fehlern herleiten lassen.

### 1. Allgemeines und Vorbedingungen.

Bevor wir zur Aufstellung der Arbeitsgleichungen eines Spannungswandlers übergehen, mögen zuerst einige allgemeine Begriffe bezüglich der Phasenabweichung zwischen Primär- und Sekundärspannung beziehungsweise der räumlichen Richtung dieser Spannungsvektoren etwas näher betrachtet werden, da der Verfasser dieser Zeilen den Eindruck gewonnen hat, dass man in den massgebenden Kreisen der Werke, die sich mit der Herstellung derartiger Apparate befassen, über diese räumliche Lage der Spannungsvektoren nicht recht im klaren ist.

Ich halte diese Vorbemerkungen über diese räumliche Lage der einzelnen Vektoren schon deshalb als nützlich und angebracht, weil einerseits dieselben besonders bei Dreiphasenspannungswandlern in Stern- oder Dreieckschaltung oder auch bei der bekannten V-Schaltung bei Nichtbeachtung der richtigen Phasenfolge zu ganz falschen Messresultaten führen und andererseits um in den später aufzustellenden Diagrammen über die räumliche und zeitliche Lage der Spannungsvektoren Unklarheiten zu vermeiden.

Die Kenntniss der Theorie und Arbeitsweise des allgemeinen Transformators soll dieser Arbeit wiederum vorausgesetzt werden und soll dieselbe nur insoweit wiederholt werden, als es eben die Theorie der Spannungswandler unumgänglich erfordert, da sonst diese

Arbeit den zur Verfügung stehenden Raum weit übersteigen würde und die Theorie des allgemeinen Transformators in bekannten Lehrbüchern ausführlich genug behandelt ist<sup>4)</sup>.

Ferner soll sich diese Arbeit vorwiegend nur mit Einphasentransformatoren befassen und die Dreiphasenspannungswandler einer späteren Arbeit vorbehalten bleiben.

Um die räumlichen Richtungen der einzelnen EMKe zu erkennen, betrachten wir im folgenden einen Transformator, der auf der Primärseite an einen Wechselstromgenerator  $G$  angeschlossen ist und dessen Sekundärwicklung vorerst offen oder was dasselbe ist, der Transformator unbelastet ist, Fig. 1.

Wir wollen ferner die beiden Pole  $O_1$  und  $O_2$  der Primär- und Sekundärwicklung an Erde legen und lassen dann auch in den späteren Potentialdiagrammen wie üblich den

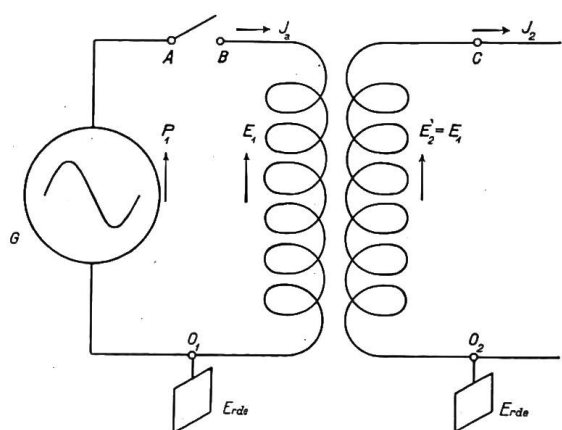


Fig. 1.

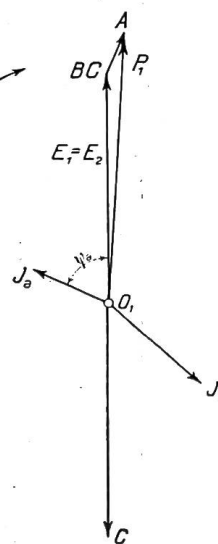


Fig. 2.

<sup>3)</sup> Bulletin des S. E. V., Heft 6. 1911.

<sup>4)</sup> Siehe z. B. Arnold, Wechselstromtechnik, Bd. II, 2. Auflage.

Ursprung des Koordinatensystems mit  $O_1$  zusammenfallen. Das Potential der zweiten Klemme  $A$  des Generators wird dann durch den Punkt  $A$  dargestellt. Das Potential wächst also räumlich von  $O_1$  nach  $A$  zu. Nun erzeugt aber der Kraftfluss im Transformator eine EMK  $E_1$ , wenn der Schalter bei  $\overline{AB}$  geschlossen wird, d. h. es entsteht eine von Windung zu Windung grösser werdende Potentialdifferenz, die ebenfalls von  $O_1$  ausgehend nach  $A$  wächst.

*Den Vektor der induzierten EMK können wir somit räumlich nur durch einen Vektor  $\overline{O_1B}$  darstellen, der fast mit  $\overline{O_1A}$  zusammenfällt und die Potentialdifferenz beider Vektoren  $P_1$  und  $E_1$  verursachen dann einen Strom in der Primärwicklung des Transformators, der in bildlicher Darstellung, in der Richtung vom grösseren bis zum kleineren Potential fliessen wird.*

Nehmen wir nun an beide Wicklungen wären im gleichen Sinne gewickelt, so wird in der Sekundärwicklung eine EMK  $E_2$  induziert, die von  $O_2$  gegen  $C$  von Windung zu Windung wächst. Sind dann beide Wicklungen noch vollkommen gleich, so wird im Diagramm Fig. 2. das Potential  $\overline{O_2C}$  mit demjenigen  $\overline{O_1B}$  zusammenfallen oder aber da  $\overline{O_2C}$  im Sekundärkreis die treibende Spannung darstellt, wird in bildlicher Darstellung in diesem Falle der Sekundärstrom  $I_2$  auch in der gleichen Richtung wie  $I_1$  fliessen oder mit andern Worten:

*Wenn beide Wicklungen im gleichen Sinne gewickelt sind, so stellen die zwei Anfänge und ebenso die zwei Enden derselben phasengleiche Pole dar, d. h. die beiden Spannungen sind räumlich nur um den kleinen Phasenabweichungswinkel  $\psi_e$  gegeneinander verschoben. Sind dagegen beide Wicklungen in entgegengesetzter Richtung gewickelt, so stellen Anfang Primär und Ende Sekundär und umgekehrt phasengleiche Pole dar, oder aber beide Anfänge und beide Enden der Wicklungen stellen um  $180^\circ \pm \psi_e$  verschobene Pole dar.*

Hier sind wir am ersten Ziele angelangt und erhalten das beachtenswerte Resultat, dass zur richtigen Schaltung eines Transformators die räumliche und nicht die zeitliche Phasenlage der Spannungsvektoren massgebend ist und diese durch den Wicklungssinn beider Wicklungen bestimmt ist.

Im Diagramm Fig. 2. sind ausser den Spannungsvektoren auch noch der Magnetisierungsstrom  $I_a$  und der Sekundärstrom  $I_2$  eingetragen, die aber beide nur zeitlich und nicht räumlich wie die ersteren dargestellt werden können.

Zur graphischen Darstellung der einzelnen Vorgänge beim Transformator benutzt man nun verschiedene Arten von Diagrammen, nämlich Potentialdiagramme und Zeitdiagramme. Die ersteren haben mehr bezug auf den Raum, wir werden sie im folgenden fast ausschliesslich benutzen, während die Zeitdiagramme mehr auf die zeitliche Phasenlage bezug haben<sup>4)</sup>.

Die Potentialdiagramme haben den Vorzug, dass in ihnen die Verbindungslinien zweier Punkte direkt die Spannungsdifferenz angibt, welche zwischen diesen Punkten besteht und zugleich auch angeben ob die Primärwicklung Strom aufnimmt oder abgibt.

## 2. Theorie und Grundgleichungen.

Zur Aufstellung der Hauptgleichungen gehen wir wiederum vom allgemeinen Transformator aus und legen unseren Betrachtungen die bereits früher abgeleiteten Hauptgleichungen eines Transformators zu Grunde. Zur Rechnung möge wiederum zum Teil die symbolische Darstellungsweise benutzt und im Gegensatz zu Stromwandlern, Vektordiagramme zur Klärung der teilweise verwickelten Verhältnisse herangezogen werden.

Für den allgemeinen Transformator mit gleichen Primär- und Sekundärwicklungen lauten dann die Hauptgleichungen:

<sup>4)</sup> In der Arbeit über Stromwandler wurden fast ausschliesslich nur Zeitdiagramme benutzt, da sich Ströme nur zeitlich darstellen lassen, jedoch gilt auch für Stromwandler das oben gesagte bezüglich der phasengleichen Pole, sodass hierbei die Phasenverschiebung der Ströme  $\psi_i$  oder  $180^\circ \pm \psi_i$  werden kann.



$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{P}_1 &= \mathfrak{C}_1 \mathfrak{P}_2 + \mathfrak{C}_2 \mathfrak{J}_2 \mathfrak{z}_{1k} \\ \mathfrak{J}_1 &= \mathfrak{C}_2 \mathfrak{J}_2 + \mathfrak{C}_1 \mathfrak{P}_2 \eta_{10} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 1) ^5)$$

Aus diesen Beziehungen geht hervor, dass sich sowohl die primäre Spannung wie auch der primäre Strom aus je zwei Komponenten zusammensetzen, nämlich aus einer Komponente, die für den äusseren sekundären Kreis notwendig ist und aus der Komponente, die für die Arbeitsübertragung im Eisen und zum Teil für die Kupferverluste in den Wicklungen aufgebracht werden muss.

In der Regel kommt nun dem Spannungswandler die Aufgabe zu, hohe Spannungen in solche niederen Potentials zu transformieren, sodass wir bei solchen Transformatoren immer verschieden grosse Wicklungen, also auch Primär und Sekundär verschieden grosse Windungszahlen besitzen, welche letztere Eigenschaft *in der Gleichung 1)* berücksichtigt werden muss.

Wie schon früher bei Stromwandlern gezeigt wurde, kann diese letztere Eigenschaft dadurch berücksichtigt werden, indem alle sekundären Grössen auf das Primärsystem oder die Primärgrössen auf das Sekundärsystem reduziert werden. Im folgenden wollen wir uns zum ersten Fall entschliessen und alle Sekundärgrössen auf das Primärsystem reduzieren <sup>6)</sup>. Dann lauten die Hauptgleichungen eines Spannungswandlers ganz allgemein:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{P}_1 &= \mathfrak{C}_1 \mathfrak{P}'_2 + \mathfrak{C}_2 \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{z}_{1k} \\ \mathfrak{J}_1 &= \mathfrak{C}_2 \mathfrak{J}'_2 + \mathfrak{C}_1 \mathfrak{P}'_2 \eta_{10} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 1 a)$$

Hierin bedeuten dann:

$$\mathfrak{C}_1 = \frac{\mathfrak{P}_{10}}{\mathfrak{P}'_2} = C_1 e^{j\psi_1} = 1 + \mathfrak{z}_1 \eta_a = C_{1\alpha} + jC_{1\beta}$$

eine komplexe Zahl, die das Verhältnis zwischen der primären Leerlaufspannung und der Sekundärspannung angibt.

$$\mathfrak{C}_2 = \frac{\mathfrak{J}_{1k}}{\mathfrak{J}'_2} = C_2 e^{j\psi_2} = 1 + \mathfrak{z}'_2 \eta_a = C_{2\alpha} + jC_{2\beta}$$

das Verhältnis zwischen dem primären und dem sekundären Kurzschlussstrom,

$$\mathfrak{z}_{1k} = \mathfrak{z}_1 + \frac{\mathfrak{z}'_2}{\mathfrak{C}_2} = \mathfrak{z}_1 + \frac{\mathfrak{z}'_2}{1 + \mathfrak{z}'_2 \eta_a} = \mathfrak{z}_1 + \frac{\mathfrak{z}'_2}{C_{2\alpha} + jC_{2\beta}}$$

die gesamte Kurzschlussimpedanz und schliesslich

$$\eta_{10} = \frac{\eta_a}{\mathfrak{C}_1} = \frac{\eta_a}{1 + \mathfrak{z}_1 \eta_a} = \frac{\eta_a}{C_{1\alpha} + jC_{1\beta}}$$

die Leerlaufadmittanz des Primärkreises. Ebenso sind dann die auf Primär reduzierten Sekundärgrössen

$$\mathfrak{P}'_2 = \left( \frac{w_1}{w_2} \right) \mathfrak{P}_2 ; \mathfrak{J}'_2 = \left( \frac{w_2}{w_1} \right) \mathfrak{J}_2 \quad \text{und} \quad \mathfrak{z}'_2 = \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2 \mathfrak{z}_2$$

Die Vorgänge beim allgemeinen Transformator können nun ebenso wie sie in Gleichung 1a) mathematisch formuliert sind, auf graphischem Wege dargestellt werden und gestatten so zusammen mit der symbolischen Darstellungsweise eine klare Uebersicht über die gesamten Verhältnisse im Transformator.

Zu diesem Zwecke wählen wir ein rechtwinkliges Koordinatensystem, in welchem ein für alle Male die Ordinatenachse als die reelle und die Abscissenachse als die imaginäre Achse festgesetzt wird. Zur graphischen Darstellung der einzelnen Vektorgrossen ist noch eine weitere Festsetzung notwendig, nämlich die Festsetzung der Quadranten, in welchen die Ströme bzw. die Spannungen dargestellt werden. Wie in der Arbeit über Stromwandler, werden wir im folgenden auch die Ströme bzw. die Admittanzen im ersten Quadranten

<sup>5)</sup> Siehe Bulletin des S. E. V. Heft 11. 1913.

<sup>6)</sup> Im folgenden sind die reduzierten Grössen wiederum mit dem Index (') versehen.

darstellen und setzen daher als I. Quadranten denjenigen links von der Ordinatenachse fest und lassen die Vektoren im Sinne des Uhrzeigers rotieren und numerieren die übrigen im Sinne der rotierenden Zeitlinie.<sup>7)</sup> Dabei ist dann zu beachten, dass immer ein positiver Phasenwinkel mit negativem Vorzeichen und umgekehrt erscheint. Die Spannungen bzw. die Impedanzen stellen wir dann im VI. Quadranten dar. Im folgenden gehen wir nun von der Spannungsgleichung aus

$$\mathfrak{P}_1 = \mathfrak{C}_1 \mathfrak{P}'_2 + \mathfrak{C}_2 \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{Z}_{1k}$$

und ersetzen darin  $\mathfrak{P}'_2$  durch  $\mathfrak{P}'_2 = \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{Z}'_A$ , worin  $\mathfrak{Z}'_A$  die auf Primär reduzierte Impedanz des Belastungsstromkreises darstellt.

Graphisch kann die Gleichung  $\mathfrak{P}_1 = \mathfrak{C}_1 \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{Z}'_A + \mathfrak{C}_2 \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{Z}_{1k}$  dargestellt werden, indem wir in der Ordinatenachse den Sekundärstrom  $\mathfrak{J}'_2$  auftragen.<sup>8)</sup>

Der Vektor  $\mathfrak{C}_1 \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{Z}'_A = C_1 I'_2 Z'_A e^{-j(\varphi_A - \psi_1)}$  schliesst dann mit dem Strome  $\mathfrak{J}'_2$  den Winkel  $\varphi_A - \psi_1$  und ebenso der Vektor  $\mathfrak{C}_2 \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{Z}_{1k} = C_2 I'_2 Z_{1k} e^{-j(\varphi_{1k} - \psi_2)}$  den Winkel  $\varphi_{1k} - \psi_2$  ein.

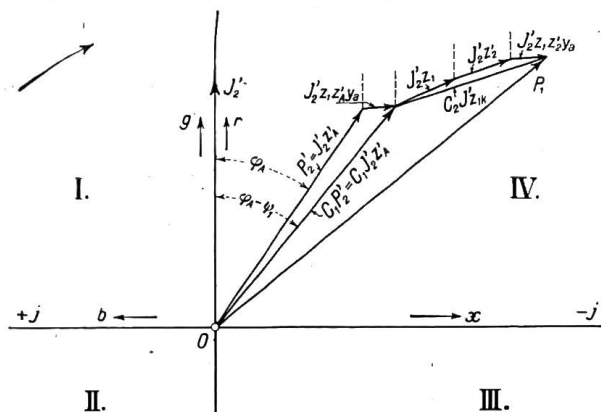


Fig. 3.

Potentialdiagramm eines Spannungswandlers.

Es ist nämlich

$$\mathfrak{C}_1 \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{Z}'_A = [1 + \mathfrak{Z}_1 \eta_a] \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{Z}'_A = \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{Z}'_A + \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{Z}'_A \mathfrak{Z}_1 \eta_a$$

worin  $\mathfrak{Z}_1$  die Impedanz der Primärwicklung und  $\eta_a$  die Erregeradmittanz des Primärkreises darstellt, ebenso ist dann

$$\begin{aligned} \mathfrak{C}_2 \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{Z}_{1k} &= [1 + \mathfrak{Z}'_2 \eta_a] \left[ \mathfrak{Z}_1 + \frac{\mathfrak{Z}'_2}{1 + \mathfrak{Z}'_2 \eta_a} \right] \mathfrak{J}'_2 \\ &= \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{Z}_1 + \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{Z}'_2 + \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{Z}_1 \mathfrak{Z}'_2 \eta_a \end{aligned}$$

worin  $\mathfrak{Z}'_2$  die Impedanz der Sekundärwicklung bedeutet.

Im Diagramm Fig. 3 sind diese einzelnen Vektoren ebenfalls eingezeichnet.

Der Uebersichtlichkeit halber wollen wir im folgenden noch eine andere Gruppierung der einzelnen Vektoren vornehmen. Ziehen wir nämlich alle Vektoren, die zur gesamten Verlustspannung im Transformator gehören, zusammen, so ist dann

$$\mathfrak{J}'_2 \mathfrak{Z}'_A \mathfrak{Z}_1 \eta_a + \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{Z}'_2 \mathfrak{Z}_1 \eta_a = [\mathfrak{J}'_2 \mathfrak{Z}'_A + \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{Z}'_2] \mathfrak{Z}_1 \eta_a = \mathfrak{C}'_2 \mathfrak{J}'_2 \eta_a$$

<sup>7)</sup> Diese Festsetzung des Drehsinnes der Vektoren entspricht nicht den Festsetzungen der I. E. C., um diese vorliegende Arbeit noch in gleicher Weise wie diejenige über Stromwandler behandeln zu können, weil sonst leicht Verwechslungen möglich wären.

<sup>8)</sup> Mit derselben Leichtigkeit hätte auch die Spannung  $P'_2$  in der Ordinatenachse aufgetragen werden können, jedoch wäre dann der Charakter des Impedanzdiagrammes nicht mehr gewahrt gewesen und die Zerlegung der einzelnen Vektoren unübersichtlich geworden.

Im Diagramm Fig. 3 ergibt sich sodann die Primärspannung  $P_1$  als geometrische Summe beider Vektoren. Die sekundäre Klemmenspannung muss daher umso kleiner werden, je grösser der Sekundärstrom bzw. der Vektor  $\mathfrak{C}_2 \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{Z}_{1k}$  ist und die Phasenverschiebung zwischen  $P_1$  und  $P'_2$  muss umso grösser werden, je grösser die Differenz der Winkel  $\varphi_{1k} - \psi_2 - (\varphi_A - \psi_1)$  wird.

Diese Vektoren  $\mathfrak{C}_1 \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{Z}'_A$  u.  $\mathfrak{C}_2 \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{Z}_{1k}$  können noch zerlegt werden, da sie aus mehreren Vektoren zusammengesetzt sind.

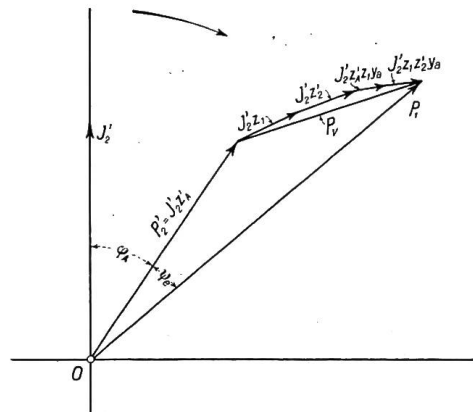


Fig. 4.

Potentialdiagramm der Fig. 3 mit anderer Gruppierung der Vektoren.

oder da ja im reduzierten Diagramm  $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$  ist, so ergibt sich

$$\mathcal{E}_2 \beta_1 \eta_a = \mathcal{I}_a \beta_1$$

und die gesamte Klemmenspannung ist nun

$$\mathcal{P}_1 = \mathcal{I}_2 \beta'_A + \mathcal{I}_2 \beta_1 + \mathcal{I}_2 \beta'_2 + \mathcal{I}_a \beta_1$$

oder da  $\mathcal{I}_2 \beta_1 + \mathcal{I}_a \beta_1 = [\mathcal{I}_2 + \mathcal{I}_a] \beta_1 = \mathcal{I}_1 \beta_1$  ist, so ist daher jetzt

$$\mathcal{P}_1 = \mathcal{I}_2 \beta'_A + \mathcal{I}_1 \beta_1 + \mathcal{I}_2 \beta'_2 = \mathcal{P}_2 + \mathcal{P}_v \quad \dots \dots \dots 1b)$$

wenn mit  $\mathcal{P}_v$  die gesamte im Transformator auftretende Verlustspannung bedeutet. Im Diagramm der Fig. 4 ist diese neue Gruppierung der einzelnen Vektoren aufgezeichnet, und soll dieses als das eigentliche Potentialdiagramm des Spannungswandlers bezeichnet werden.

Auf dieselbe Weise kann nun ebenfalls das Stromdiagramm erhalten werden, indem man von der Stromgleichung  $\mathcal{I}_1 = \mathcal{E}_2 \mathcal{I}_2 + \mathcal{E}_1 \mathcal{P}'_2 \eta_{10}$  ausgeht. In dieser Beziehung muss dann zuerst  $\mathcal{I}_2$  ersetzt werden durch  $\mathcal{P}'_2 \eta'_A$ , wodurch die Stromgleichung übergeht in

$$\mathcal{I}_1 = \mathcal{E}_2 \mathcal{P}'_2 \eta'_A + \mathcal{E}_1 \mathcal{P}'_2 \eta_{10}$$

Um auch diese Gleichung graphisch darstellen zu können, tragen wir in der Ordinatenachse die Spannung  $\mathcal{P}'_2$  auf und benutzen dann für das Stromdiagramm den I. Quadranten.

In Fig. 5 ist dieses Diagramm ebenfalls aufgezeichnet.

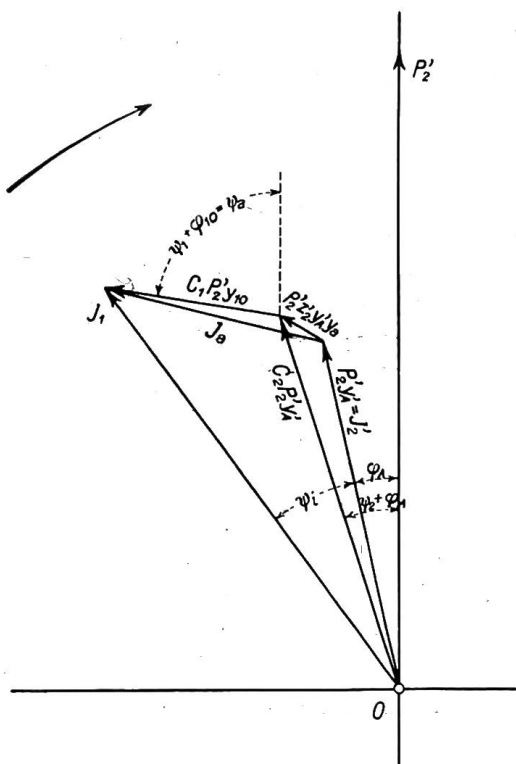


Fig. 5.

Stromdiagramm eines Spannungswandlers.

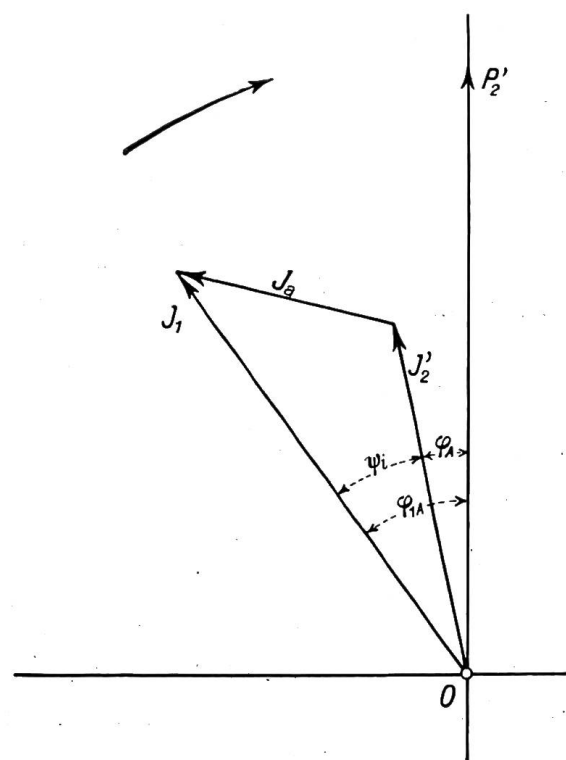


Fig. 6.

Stromdiagramm eines Spannungswandlers.

Ähnlich wie beim Spannungsdiagramm können wir auch hier eine Zerlegung der Komponenten  $\mathcal{E}_2 \mathcal{P}'_2 \eta'_A$  und  $\mathcal{E}_1 \mathcal{P}'_2 \eta_{10}$  vornehmen. In diesem Fall wird dann

$$\mathcal{E}_2 \mathcal{P}'_2 \eta'_A = \eta'_A \mathcal{P}'_2 + \eta'_A \mathcal{P}'_2 \beta'_2 \eta_a \quad \text{und} \quad \mathcal{E}_1 \mathcal{P}'_2 \eta_{10} = \mathcal{P}'_2 \eta_a$$

Ziehen wir auch hier die beiden Komponenten, die  $\eta_a$  enthalten, zusammen, so wird schliesslich

$$\eta'_A \mathcal{P}'_2 \beta'_2 \eta_a + \eta_a \mathcal{P}'_2 = (\eta'_A \mathcal{P}'_2 \beta'_2 + \mathcal{P}'_2) \eta_a = (\mathcal{I}_2 \beta'_2 + \mathcal{P}'_2) \eta_a = \mathcal{E}_2 \eta_a = \mathcal{I}_a$$



$\mathcal{C}_1 = C_{1\alpha} + jC_{1\beta}$ ;  $\mathcal{C}_2 = C_{2\alpha} + jC_{2\beta}$ ;  $\eta'_A = g'_A + jb'_A$  und  $\mathfrak{z}_{1k} = r_{1k} - jx_{1k}$ ,  
so geht die Gleichung 1 c) über in

$$\frac{\mathfrak{P}_1}{\mathfrak{P}'_2} = \mathcal{C}_{1\alpha} + jC_{1\beta} + (C_{2\alpha} + jC_{2\beta})(g'_A + jb'_A)(r_{1k} - jx_{1k})$$

oder indem wir dieselbe ausmultiplizieren und die reellen und imaginären Glieder trennen, so geht sie über in

$$\frac{\mathfrak{P}_1}{\mathfrak{P}'_2} = C_{1\alpha} + C_{2\alpha}g'_A r_{1k} - C_{2\beta}b'_A r_{1k} + C_{2\beta}g'_A x_{1k} + C_{2\alpha}b'_A x_{1k} - j[+C_{2\alpha}g'_A x_{1k} - C_{1\beta} - C_{2\beta}g'_A r_{1k} - C_{2\alpha}b'_A r_{1k} - C_{2\beta}b'_A x_{1k}] \quad 2)$$

Setzen wir darin vorerst zur Abkürzung für die reellen und imaginären Grössen

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= C_{1\alpha} + C_{2\alpha}g'_A r_{1k} - C_{2\beta}b'_A r_{1k} + C_{2\beta}g'_A x_{1k} + C_{2\alpha}b'_A x_{1k} \text{ und} \\ b &= C_{2\alpha}g'_A x_{1k} - C_{1\beta} - C_{2\beta}g'_A r_{1k} - C_{2\alpha}b'_A r_{1k} - C_{2\beta}b'_A x_{1k} \end{aligned} \right\} \quad 2a)$$

so geht die Spannungsgleichung in die Form über

$$\frac{\mathfrak{P}_1}{\mathfrak{P}'_2} = a_1 - jb \quad 2b)$$

oder indem wir beide Seiten wieder mit  $\mathfrak{P}'_2$  multiplizieren, wird

$$\mathfrak{P}_1 = \mathfrak{P}'_2 a_1 - \mathfrak{P}'_2 j b \quad 2c)$$

Ebenso wie sich diese Beziehungen Gleichung 2 b) und 2 c) symbolisch ausdrücken lassen, lassen sie sich auch graphisch darstellen wie dies in Fig. 7 und 8 geschehen ist, indem von der in der Ordinatenachse aufgetragenen Spannung  $\mathfrak{P}'_2$  ausgegangen wurde.<sup>8)</sup>

Diese Beziehungen Gleichung 2 b) und 2 c) sagen nun aus, dass sich die Spannung  $P_1$  in zwei Komponenten zerlegen lässt, nämlich in eine Komponente in Phase mit der Spannung  $P'_2$  und in eine solche, die um  $90^\circ$  gegen  $P'_2$  verschoben ist. Der Winkel zwischen der Komponente  $P'_2 a_1$  und  $P_1$  stellt dann die Phasenverschiebung zwischen den Spannungen  $P'_2$  und  $P_1$  dar.

Diese Phasenverschiebung, die im folgenden mit  $\psi_e$  bezeichnet werden möge, lässt sich offenbar auch rechnerisch ermitteln.

Aus den Diagrammen Fig. 7 und 8 ergibt sich für die Tangente des Winkels  $\psi_e$

$$\operatorname{tg} \psi_e = \frac{C_{2\alpha}g'_A x_{1k} - C_{1\beta} - C_{2\beta}g'_A r_{1k} - C_{2\alpha}b'_A r_{1k} - C_{2\beta}b'_A x_{1k}}{C_{1\alpha} + C_{2\alpha}g'_A r_{1k} - C_{2\beta}b'_A r_{1k} + C_{2\beta}g'_A x_{1k} + C_{2\alpha}b'_A x_{1k}} = \frac{\pm b}{a_1} \quad 3)$$

Durch diese Beziehung ist also die Phasenverschiebung zwischen den Spannungen  $P_1$  und  $P'_2$  bei allen Belastungen und Belastungsarten vollständig einwandfrei bestimmt und können aus dieser, wie später gezeigt wird, wichtige Bedingungen für die Berechnung und Konstruktion abgeleitet werden.

Aus dem Diagramme Fig. 8 kann nun auch der absolute Uebersetzungsfaktor

$p_e = \frac{P_1}{P'_2}$  in reellen Werten angegeben werden. Für diesen erhält man dann die Beziehung

$$p_e = \frac{P_1}{P'_2} = \sqrt{a_1^2 + b^2} \quad 4)^9)$$

welche durch Umrechnung nach bekannten Grundsätzen aus Gleichung 2 b) erhalten wird. Die Grössen  $a_1$  und  $b$  bedeuten auch hierin wie in Gleichung 3) die Abkürzungen der

<sup>8)</sup> In den Diagrammen ist ausserdem noch die Grösse  $a$  eingeführt, die man aus Gleichung 2 a) erhält, da  $a_1 = 1 + a$  ist, wie später gezeigt werden soll.

<sup>9)</sup> Diese Beziehung kann wie vorher wieder geschrieben werden

$$p_e = \frac{P_1}{P'_2} = \sqrt{(1+a)^2 + b^2}$$





und ebenso die Verschiebung zwischen  $C_{2a}$  und  $C_2$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{C_{2\beta}}{C_{2a}} = \frac{b_a r'_2 - g_a x'_2}{1 + g_a r'_2 + b_a x'_2} \quad \dots \quad 7c)$$

Daraus geht hervor, dass auch die Sekundärwicklung an der Arbeitsweise einen regen Anteil nimmt und durch diese das Verhalten eines Spannungswandlers im Betrieb wesentlich beeinflusst werden kann.

In den Arbeitsgleichungen Gleichung 3) und 4) tritt noch eine weitere Grösse auf, die von beiden Wicklungen abhängt, nämlich die sogenannte Kurzschlussimpedanz  $\beta_{1k}$ .

Nach früherem setzt sich diese zusammen aus den Impedanzen der einzelnen Wicklungen, nämlich aus

$$\beta_{1k} = \beta_1 + \frac{\beta_2'}{\mathcal{C}_2} = r_{1k} - jx_{2k}.$$

Auf gleiche Weise wie oben lässt sich diese auch umrechnen, sodass schliesslich wird

$$r_{1k} = r_1 + \frac{r'_2 C_{2a} - C_{2\beta} x'_2}{C_2^2} \quad \text{und} \quad x_{1k} = x_1 + \frac{r'_2 C_{2\beta} + x'_2 C_{2a}}{C_2^2} \quad \dots \quad 8a)$$

und der absolute Betrag von  $\beta_{1k}$  wird dann

$$Z_{1k} = \sqrt{r_{1k}^2 + x_{1k}^2} \quad \dots \quad 8b)$$

und schliesslich die Verschiebung zwischen  $r_{1k}$  und  $Z_{1k}$

$$\operatorname{tg} \varphi_{1k} = \frac{x_{1k}}{r_{1k}} \quad \dots \quad 8c)$$

Durch diese Beziehungen Gleichung 6) bis 8) kann also der Einfluss der beiden Wicklungen und der Magnetisierung auf die Arbeitsweise eines Spannungswandlers festgelegt und daraus die wirtschaftlich günstigsten Bedingungen für ein fehlerfreies Arbeiten ermittelt werden, wenn man vorerst vom Einfluss des sekundären Belastungsstromkreises absieht. In der Regel handelt es sich ja bei Spannungswandlern nur um sehr kleine sekundäre Belastungen, sodass man sehr leicht geneigt ist, ihren Einfluss zu vernachlässigen. Wie im folgenden aber gezeigt werden soll, ist eine solche Vernachlässigung nur in wenigen Fällen zulässig, da hierbei Erscheinungen eine wesentliche Rolle spielen, denen man bei Spannungswandlern bisher gar keine oder nur ungenügende Beobachtung geschenkt hat, nämlich dem Einfluss der Grösse der Phasenverschiebung im äusseren Sekundärkreis auf die Grösse des Phasenfehlers.

Es ist ja eine bekannte Erscheinung, dass mit zunehmender Belastung der Spannungsabfall im Transformator zunimmt und damit die Spannung an den Sekundärklemmen abnimmt, jedoch liegen noch gar keine Untersuchungen vor, wie sich dabei die Phasenverschiebung  $\varphi_e$  zwischen den Spannungen  $P_1$  und  $P'_2$  verhält und ob wirklich diese Phasenfehlers immer in zulässigen Grenzen bleiben.

Um deshalb diese Erscheinungen etwas näher untersuchen zu können, gehen wir von Gleichung 3) aus und ersetzen darin die Grössen  $g'_A$  und  $b'_A$  durch die Belastungsimpedanz  $Z'_A$  und ihre Phasenverschiebung  $\varphi_A$ .

Es ist dann

$$g'_A = \frac{r'_A}{Z'^2_A} = \frac{\cos \varphi_A}{Z'_A} \quad \text{und} \quad b'_A = \frac{x'_A}{Z'^2_A} = \frac{\sin \varphi_A}{Z'_A}$$

Damit geht Gleichung 3) über in die Beziehung:

$$\operatorname{tg} \varphi_e = \frac{-C_{1\beta} - \frac{1}{Z'_A} \{ [C_{2\beta} r_{1k} - C_{2a} x_{1k}] \cos \varphi_A + [C_{2a} r_{1k} + C_{2\beta} x_{1k}] \sin \varphi_A \}}{C_{1a} + \frac{1}{Z'_A} \{ - [C_{2\beta} r_{1k} - C_{2a} x_{1k}] \sin \varphi_A + [C_{2a} r_{1k} + C_{2\beta} x_{1k}] \cos \varphi_A \}} \quad 9)$$

Setzen wir hierin zur Abkürzung noch

$$\left. \begin{aligned} C_{2\beta} r_{1k} - C_{2\alpha} x_{1k} &= r_a \\ C_{2\alpha} r_{1k} + C_{2\beta} x_{1k} &= x_a \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 9a)$$

so wird jetzt

$$\operatorname{tg} \psi_e = \frac{-C_{1\beta} - \frac{1}{Z'_A} \left\{ r_a \cos \varphi_A + x_a \sin \varphi_A \right\}}{C_{1\alpha} + \frac{1}{Z'_A} \left\{ -r_a \sin \varphi_A + x_a \cos \varphi_A \right\}} \dots \dots \dots 9b)$$

Bevor wir zur Diskussion dieser Beziehung übergehen, soll nochmals eine Umformung der Gleichung 9b) vorgenommen werden, da sie für praktische Zwecke zur Berechnung der Phasenverschiebung etwas zu umständlich ist. Setzen wir deshalb für die Faktoren  $C_{1\alpha}$ ,  $C_{1\beta}$ ,  $C_{2\alpha}$ ,  $C_{2\beta}$ ,  $r_{1k}$  und  $x_{1k}$  aus den Gleichungen 6) bis 8) die folgenden Werte ein:

$$C_{1\alpha} = C_1 \cos \psi_1; \quad C_{1\beta} = C_1 \sin \psi_1; \quad C_{2\alpha} = C_2 \cos \psi_2; \quad C_{2\beta} = C_2 \sin \psi_2;$$

$$r_{1k} = Z_{1k} \cos \varphi_{1k} \quad \text{und} \quad x_{1k} = Z_{1k} \sin \varphi_{1k}$$

so geht Gleichung 9) und 9b) über in die Form

$$\operatorname{tg} \psi_e = \frac{-C_1 \sin \psi_1 + \frac{C_2 \cdot Z_{1k}}{Z'_A} \sin [\varphi_{1k} - \psi_2 - \varphi_A]}{C_1 \cos \psi_1 + \frac{C_2 \cdot Z_{1k}}{Z'_A} \cos [\varphi_{1k} - \psi_2 - \varphi_A]} \dots \dots \dots 9c)$$

welche für die Berechnung des Phasenwinkels  $\psi_e$  in Abhängigkeit von  $Z'_A$  und  $\varphi_A$  wesentlich einfacher ist. Eine oberflächliche Prüfung der Gleichung 9b) und 9c) lässt nun erkennen, dass die Phasenverschiebung  $\psi_e$  nicht nur von der Grösse der Belastung, sondern auch von der Phasenverschiebung  $\varphi_A$  im Belastungsstromkreis abhängt. Wie Gleichung 9c) weiter zeigt, wird offenbar die Abhängigkeit von der Belastung am kleinsten, wenn die Phasenverschiebung  $\varphi_A$  einen ganz bestimmten Wert annimmt, nämlich wenn  $\varphi_A = \varphi_{1k} - \psi_2$  wird, da dann das zweite Glied also

$$\frac{C_2 \cdot Z_{1k}}{Z'_A} \sin [\varphi_{1k} - \psi_2 - \varphi_A] = 0$$

wird. Da uns jedoch nicht nur allein die Grösse dieses Winkels interessiert, sondern vielmehr die Bedingungen, unter welchen die Phasenverschiebung  $\psi_e$  verschwindet, so muss also zuerst untersucht werden, wann der Zähler der Gleichung 9b) und 9c) zu Null wird. Damit daher  $\operatorname{tg} \psi_e = 0$  wird, so muss

$$C_{1\beta} + \frac{1}{Z'_A} \left\{ r_a \cos \varphi_A + x_a \sin \varphi_A \right\} = 0 \dots \dots \dots 10)$$

werden, woraus sich jetzt die Grösse  $\varphi_A$  für diese Bedingung ermitteln lässt. Berechnen wir z. B. hieraus  $\sin \varphi_A$ , so ergibt sich die quadratische Gleichung

$$Z_a^2 \sin^2 \varphi_A + x_a C_{1\beta} Z'_A \sin \varphi_A + C_{1\beta}^2 Z'^2_A - r_a^2 = 0$$

und hieraus als Wurzel der Gleichung:

$$\sin \varphi_A = \frac{-x_a C_{1\beta} Z'_A \pm r_a \sqrt{Z_a^2 - C_{1\beta}^2 Z'^2_A}}{Z_a^2} \dots \dots \dots 10a)$$

Sieht man hierin vorerst von dem Einfluss der Grössen  $x_a$ ,  $r_a$  und  $Z_a$  ab, so erkennt man, dass die Verschiebung  $\varphi_A$  um so mehr in diesem Falle von der Belastung abhängen muss, je grösser der Faktor  $C_{1\beta}$  ist. Andererseits aber wird  $\varphi_A$  unabhängig von der Grösse der Belastung wenn  $C_{1\beta} = 0$  wird.

In diesem letzteren Falle lauten dann die Bedingungen für  $\operatorname{tg} \psi_e = 0$ :

$$\left. \begin{aligned} C_{1\beta} &= 0 \\ \sin \varphi_A &= \pm \frac{r_a}{Z_a} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 11)$$



wurde und daher die Phasenfehler bei der Berechnung derartiger Apparate nicht ohne weiteres vernachlässigt werden dürfen, sondern schon bei der Dimensionierung der Wicklungen darauf Rücksicht genommen werden muss.

Es sind dem Verfasser verschiedene Fälle bekannt, wobei gerade die sehr hohe induktive Sekundärbelastung ganz beträchtliche Fehler hervorrief. So z. B. zeigte ein Spannungswandler bei Leerlauf und voller, aber induktionsfreier Belastung ein Uebersetzungsverhältnis, das vollkommen den normalen Garantien entsprach und auch die Fehler des Zählers erwiesen sich beim Nachprüfen als vollkommen normal und zulässig und trotzdem zeigte der Zähler mit dem Spannungswandler zusammen Fehler bis zu 10% und mehr. Es konnte also hier, da eine falsche Schaltung oder eine Beeinflussung des Zählers durch den Spannungswandler vollkommen ausgeschlossen war, die Ursache dieser ausserordentlich hohen Fehler nur in der grossen Phasenverschiebung im Zählernebenschlusskreis gesucht werden, die eben einen sehr grossen Phasenfehler im Spannungswandler verursachte. Diese Ansicht steht durchaus im Einklang mit der Theorie, da, wie weiter unten gezeigt werden soll, ein beinahe konstantes Uebersetzungsverhältnis einen grossen Phasenfehler zur Folge haben kann und umgekehrt.

Wie sich nun praktisch die Forderungen der Gleichung 11) sinngemäss anwenden lassen, soll weiter unten bei der zahlenmässigen Berechnung von Spannungswandlern gezeigt werden, da uns vorerst hier noch andere Eigenschaften interessieren.

Wie bei dem obigen Beispiel gezeigt wurde, kann einem konstanten Uebersetzungsverhältnis ein verhältnismässig grosser Phasenfehler entsprechen und soll deshalb im folgenden auch das Verhalten des absoluten Uebersetzungsfaktors untersucht werden.

Nach Gleichung 4) war der absolute Uebersetzungsfaktor

$$p_e = \frac{P_1}{P_2} = \sqrt{a_1^2 + b^2}$$

worin  $a_1$  und  $b$  die Akürzungen der Gleichung 2 a) bedeuten.

In erster Linie wird uns hierbei die Abhängigkeit vom Phasenwinkel  $\varphi_e$  interessieren, die sich leicht zum Ausdruck bringen lässt, wenn wir nach Gleichung 3) den Faktor  $b$  durch  $b = a_1 \operatorname{tg} \varphi_e$  ausdrücken. Dann geht Gleichung 4) über in die Beziehung

$$p_e = a_1 \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_e} \quad \dots \dots \dots 12)$$

Daraus ist ersichtlich, dass der absolute Uebersetzungsfaktor um so grösser werden muss, je grösser die Phasenverschiebung  $\varphi_e$  zwischen den Spannungen  $P_1$  und  $P_2$  wird, wenn wir vorerst vom Einfluss der Phasenverschiebung  $\varphi_A$  im Belastungsstromkreis absehen. Darnach wäre also der oben erwähnte Fall im Widerspruch mit der Theorie, jedoch trifft dies nur scheinbar zu, da wir vorerst von der Phasenverschiebung  $\varphi_A$  im Belastungsstromkreis abgesehen haben und diese die ganzen Verhältnisse wesentlich beeinflusst.

Untersuchen wir nun wiederum zuerst den Fall, bei welchem der Phasenfehler verschwindet, so geht Gleichung 12) über in die Form:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_e &= 0 \\ p_e &= a_1 = C_{1a} + C_{2a} g'_A r_{1k} - C_{2\beta} b'_A r_{1k} + C_{2\beta} g'_A x_{1k} + C_{2a} b'_A x_{1k} \end{aligned} \right\} \dots \dots 12 a)$$

oder indem wir wiederum diese Beziehung als Funktion der Phasenverschiebung  $\varphi_A$  ausdrücken unter Zuhilfenahme der Abkürzungen der Gleichung 9 a), so wird dann, wenn  $\operatorname{tg} \varphi_e = 0$  ist

$$p_e = C_{1a} - \frac{r_a}{Z'_A} \sin \varphi_A + \frac{x_a}{Z'_A} \cos \varphi_A \quad \dots \dots \dots 12 b)$$

Da jedoch wie oben gezeigt wurde, die Phasenverschiebung  $\varphi_e$  nur für einen ganz bestimmten Wert von  $\varphi_A$  Null werden kann, so geht Gleichung 12 b) in die folgende Form über, wenn wir ausserdem für  $x_a$  und  $r_a$  die Werte

$$r_a = -C_2 Z_{1k} \sin(\varphi_{1k} - \varphi_2), \quad x_a = C_2 Z_{1k} \cos(\varphi_{1k} - \varphi_2) \quad \text{und} \quad \varphi_A = (\varphi_{1k} - \varphi_2)$$

einsetzen wie früher:

$$p_e = C_{1a} + \frac{C_2 \cdot Z_{1k}}{Z'_A} \dots \dots \dots 13)$$

d. h. in diesem Falle, wenn  $C_{1\beta} = 0$  und  $\operatorname{tg} \Psi_e = 0$  ist, hängt der absolute Uebersetzungsfaktor nur noch von dem Verhältnis  $\frac{Z_{1k}}{Z'_A}$  ab und nimmt mit zunehmender Belastung rasch zu und zwar ist diese Zunahme um so grösser, je grösser die Kurzschlussimpedanz des Transformators ist, da bei einem an eine konstante Spannung angeschlossenen Spannungswandler die Faktoren  $C_{1a}$  und  $C_2$  konstant sind.

Damit daher wie bei dem vorher erwähnten Beispiel der Uebersetzungsfaktor annähernd konstant bei Leerlauf und Belastung bleibt, muss also die Phasenverschiebung im Belastungsstromkreis und damit der Phasenfehler sich ändern.

Daraus geht aber hervor, dass der Phasenfehler und der Uebersetzungsfaktor in einem bestimmten Gegensatz zu einander stehen, d. h. dass immer einem minimalen Phasenfehler ein maximaler Uebersetzungsfaktor in Abhängigkeit der Phasenverschiebung im Belastungsstromkreis entsprechen muss.

Um dies zu zeigen, gehen wir von Gleichung 4) aus,  $p_e = \sqrt{a_1^2 + b^2}$ , welche für alle Phasenverhältnisse Gültigkeit besitzt und drücken darin die Faktoren  $a_1$  und  $b$  wie oben als Funktion der Grössen  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $Z_{1k}$ ,  $Z'_A$  und  $\varphi_A$  aus, so wird

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= C_{1a} - \frac{r_a}{Z'_A} \sin \varphi_A + \frac{x_a}{Z'_A} \cos \varphi_A = C_1 \cos \Psi_1 + C_2 \frac{Z_{1k}}{Z'_A} \cos [\varphi_{1k} - \Psi_2 - \varphi_A] \\ b &= -[C_{1\beta} + \frac{r_a}{Z'_A} \cos \varphi_A + \frac{x_a}{Z'_A} \sin \varphi_A] = -C_1 \sin \Psi_1 + C_2 \frac{Z_{1k}}{Z'_A} \sin [\varphi_{1k} - \Psi_2 - \varphi_A] \end{aligned} \right\} 14 a)$$

oder indem wir schliesslich noch diese Beziehungen in die Gleichung für den Uebersetzungsfaktor einsetzen wird nach einiger Umrechnung

$$p_e = \sqrt{C_1^2 + C_2^2 \frac{Z_{1k}^2}{Z'^2_A} + 2 C_1 C_2 \frac{Z_{1k}}{Z'_A} \cos [\Psi_1 - \Psi_2 - \varphi_A + \varphi_{1k}]} \dots 14)$$

Wie hieraus hervorgeht, ist der Uebersetzungsfaktor in der Hauptsache von dem Verhältnis  $\frac{Z_{1k}}{Z'_A}$  und von der Grösse der Phasenverschiebung im Belastungsstromkreis abhängig und zwar nimmt dieser wiederum mit zunehmender Belastung verhältnismässig rasch zu. Bezüglich der Abhängigkeit vom Phasenwinkel  $\varphi_A$  lässt diese Beziehung weiter erkennen, dass bei konstanter Belastung  $p_e$  ein Maximum wird, wenn  $\Psi_1 - \Psi_2 - \varphi_A + \varphi_{1k} = 0$  und ein Minimum, wenn  $\Psi_1 - \Psi_2 - \varphi_A + \varphi_{1k} = 180^\circ$  ist. Der erstere Fall entspricht dann einer induktiven und der zweite einer kapazitiven Belastung, wobei jedoch praktisch in der Regel nur der erste Fall, also induktive Belastung in Frage kommt. Hierbei tritt dann, wie oben gezeigt wurde, für die Phasenverschiebung  $\Psi_e$  ein Minimum ein, d. h.  $\operatorname{tg} \Psi_e$  wird in diesem Falle Null.

Wenn also beim Nachprüfen eines Spannungswandlers das Uebersetzungsverhältnis bei Leerlauf und Vollbelastung nicht allzustark variiert, so kann immer mit ziemlich grosser Sicherheit darauf geschlossen werden, dass dabei der Phasenfehler ganz erhebliche Werte annimmt, wie übrigens später an Beispielen gezeigt werden soll.

Eine weitere Eigenschaft des Spannungswandlers, die bisher meist nur in Preislisten zu Propagandazwecken erwähnt wurde, jedoch auch einiges praktisches Interesse besitzt, ist die maximal mögliche Leistung, welche an den Sekundärklemmen abgegeben werden kann und die dabei auftretenden Uebersetzungs- und Phasenfehler.

Es soll hier zum vornherein erwähnt werden, dass man wohl nie in die Lage kommen wird, einen Spannungswandler bis an die äusserste Grenze zu beanspruchen, da einesteils die Fehler zu gross und anderenteils solche Apparate schon vorher verbrennen würden, da der ausserordentlich starke Konkurrenzkampf und der daraus resultierende niedrige Verkaufs-



preis solcher Apparate schon dafür sorgt, dass diese nicht allzukuräftig gebaut werden. Nichtsdestoweniger aber sind diese Eigenschaften doch für den Konstrukteur sehr wertvoll, da er sich hieraus ein Bild über das allgemeine Verhalten und über die Frage der günstigsten Materialausnützung machen kann.

Wir kehren nun wiederum einen Augenblick zur symbolischen Darstellungsweise zurück und legen den folgenden Betrachtungen die erste der Grundgleichungen zu Grunde, welche lautet:

$$\mathfrak{P}_1 = \mathfrak{C}_1 \mathfrak{P}'_2 + \mathfrak{C}_2 \mathfrak{N}'_2 \delta_{1k}$$

Soll nun für eine konstante Primärspannung  $P_1$  und eine gegebene Belastungsart die grösste Leistung ermittelt werden, welche an den Sekundärklemmen eines Spannungswandlers abgegeben werden kann, so zeigt eine nähere Prüfung, dass diese begrenzt ist und trotz zunehmendem Sekundärstrom wieder abnimmt, da die Sekundärspannung  $P_2$  schneller abnimmt als  $\mathfrak{F}_2$  zunimmt. Diese abgegebene Leistung wird daher ein Maximum werden, wenn der Spannungsabfall  $I_2 Z_{lk}$  im Spannungswandler selbst gleich der Spannung  $\frac{\mathfrak{G}_1}{\mathfrak{G}_2} \mathfrak{P}'_2$  wird.

Gehen wir von der Spannungsgleichung

$$\frac{\mathfrak{P}_1}{\mathfrak{G}_2} = \frac{\mathfrak{G}_1}{\mathfrak{G}_2} \mathfrak{P}'_2 + \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{z}_{1k} = \frac{\mathfrak{G}_1}{\mathfrak{G}_2} \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{z}'_A + \mathfrak{J}'_2 \mathfrak{z}_{1k}$$

aus, so folgt daraus, dass die abgegebene Sekundärleistung

$$W_2 = P_2 I_2 \cos \varphi_A . . . . . 15)$$

bei konstantem  $\varphi_A$  gleichzeitig mit dem Produkt der beiden Beträge  $\frac{C_1}{C_2} \Im_2 Z'_A$  und  $I'_2 Z_{1k}$  ein Maximum wird. Da diese beiden Vektoren die konstante Summe  $\frac{\Re_1}{\Im_2}$  besitzen, so ist das Produkt ihrer Beträge ein Maximum, wenn beide gleich sind.

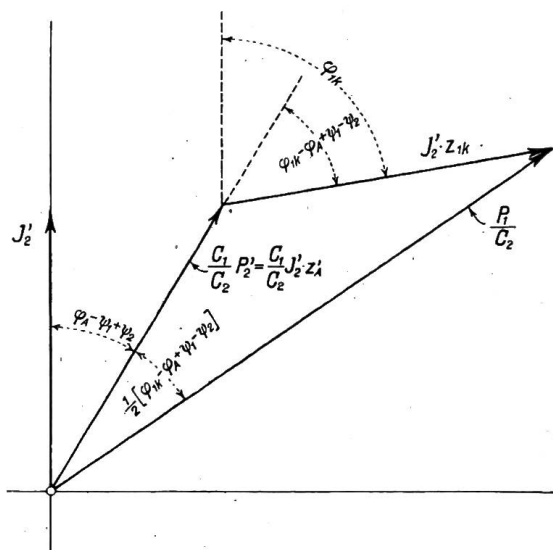


Fig. 9.

Potentialdiagramm für die maximal mögliche Sekundärleistung.

Die Bedingungen für eine maximale Sekundärleistung lauten daher:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\mathfrak{G}_1}{\mathfrak{G}_2} \mathfrak{P}'_2 &= \mathfrak{S}'_2 \mathfrak{J}_{1k} \\ \text{oder } \frac{\mathfrak{G}_1}{\mathfrak{G}_2} \mathfrak{J}'_A &= \mathfrak{J}_{1k} \end{aligned} \right\} \quad \dots \quad 15a)$$

In diesem Falle wird dann der Sekundärstrom

$$\mathfrak{F}'_2 = \frac{\frac{1}{\zeta_2} \cdot \mathfrak{P}_1}{\frac{\zeta_1}{\zeta_2} \delta'_A + \delta_{lk}} . . . . . 15 b)$$

In Fig. 9 ist das Diagramm für diesen Fall dargestellt. Wie daraus hervorgeht, schliessen die Vektoren  $\beta_{1k}$  und  $\frac{\mathcal{G}_1}{\mathcal{G}_s} \beta'_A$  miteinander den

Winkel  $\varphi_{1k} = \varphi_A + \varphi_1 - \varphi_2$  ein und da diese Vektoren einander gleich sind, so ergibt sich weiter:

$$\frac{P_1}{C_2} = 2 I_2' Z_{1k} \cos^{1/2} [g_{1k} - \varphi_A + \psi_1 - \psi_2]$$



oder indem wir den reduzierten Sekundärstrom nun im Sekundärsystem selber ausdrücken, wird dann:

$$I_2 = \frac{P_1}{2 \frac{w_2}{w_1} Z_{1k} C_2 \cos^{1/2} [\varphi_{1k} - \varphi_A + \psi_1 - \psi_2]} \quad \dots \quad 16)$$

Setzen wir schliesslich diesen Wert noch in die Gleichung der Sekundärleistung ein, so ist jetzt

$$\begin{aligned} W_{2\max} &= \mathfrak{I}_2^2 Z_A \cos \varphi_A = \left( \frac{w_2}{w_1} \right)^2 \frac{C_2}{C_1} Z_{1k} \mathfrak{I}_2^2 \cos \varphi_A \\ &= \frac{P_1^2 \cdot \cos \varphi_A}{2 C_1 C_2 Z_{1k} [1 + \cos (\varphi_{1k} - \varphi_A + \psi_1 - \psi_2)]} \quad \dots \quad 17) \end{aligned}$$

Hieraus geht hervor, dass die maximale Sekundärleistung in erster Linie von der Grösse der Kurzschlussimpedanz und in zweiter Linie von der Art und Grösse der Phasenverschiebung im Belastungsstromkreis abhängt. Diese Beziehung lässt nun auch erkennen, dass die maximale Sekundärleistung in Abhängigkeit von der Phasenverschiebung im Belastungsstromkreis ein typisches Maximum aufweisen muss, dass dieses jedoch keineswegs dann auftritt, wenn  $\tan \varphi_e = 0$  ist, sondern wenn  $\tan \varphi_e$  ein Maximum wird.

Um dies zu zeigen, differentieren wir Gleich. 17) nach  $\varphi_A$  und erhalten die Bedingung

$$- [1 + \cos (\varphi_{1k} - \varphi_A + \psi_1 - \psi_2)] \sin \varphi_A - \cos \varphi_A \sin (\varphi_{1k} - \varphi_A + \psi_1 - \psi_2) = 0$$

$$\text{oder} \quad - \varphi_A = \varphi_{1k} + \psi_1 - \psi_2 \quad \dots \quad 17a)$$

d. h. das Maximum der Sekundärleistung tritt nicht bei induktiver sondern bei kapazitiver Belastung auf und kommt also praktisch für Spannungswandler nicht in Frage, da wir es hierbei immer mit induktiver Belastung zu tun haben.

Vergleichen wir schliesslich noch diese Bedingung Gleich. 17a) mit der Gleich. 11a), so geht hervor, dass wenn  $C_{1\beta} = 0$  also auch  $\psi_1 = 0$  ist, diese beiden Bedingungen identisch sind und daher in Gleich. 11a) für den kleinsten Phasenfehler nur der positive Wert in Frage kommen kann.

Da uns weiter noch die Grösse des absoluten Uebersetzungsfaktor und die Grösse des Phasenfehlers bei dieser grössten Leistung interessiert, so ergibt sich der erstere aus Gleichung 16) zu

$$\frac{P_1}{P'_2} = p_e = 2 C_1 \cos^{1/2} [\varphi_{1k} - \varphi_A + \psi_1 - \psi_2] \quad \dots \quad 18)$$

und ebenso die Phasenverschiebung  $\psi_e$  zwischen den Spannungen  $P_1$  und  $P'_2$  zu

$$\psi_{e_{\max}} = \frac{1}{2} [\varphi_{1k} - \varphi_A + \psi_1 - \psi_2] \quad \dots \quad 18a)$$

In diesem Falle tritt also der grösste Uebersetzungsfaktor auf, wenn  $\varphi_{1k} - \varphi_A + \psi_1 - \psi_2 = 0$  ist, wobei dann der Phasenfehler ein Minimum d. h. Null wird.

Wie daher aus diesen Betrachtungen hervorgeht, ist es gar nicht gleichgültig, bei welcher Phasenverschiebung der Spannungswandler arbeitet, da je nach der Grösse von  $\varphi_A$  mehr oder weniger grosse Uebersetzungs- und Phasenfehler auftreten.

In den meisten praktischen Fällen wird nun nicht nach der grösstmöglichen Leistung gefragt, die der Spannungswandler theoretisch zu leisten im Stande wäre, sondern man will vielmehr wissen, welche Leistung derselbe ohne Schaden vertragen kann und wie gross dabei die auftretenden Fehler sind.

Um dies voraus berechnen zu können, muss von der zulässigen Beanspruchung der Wicklungen ausgegangen werden und für dieselben die auftretenden Uebersetzungsfehler und Phasenfehler bestimmt werden, wie dies mit Hülfe der Gleichung 9c) und 14) ge-

schehen kann. Die zugehörige Sekundärleistung in Abhängigkeit des Uebersetzungsfehlers ergibt sich dann aus der Beziehung

$$W_2 = \frac{P_1^2 \cos \varphi_A}{\left(\frac{W_1}{W_2}\right)^2 Z_A p_e^2} = \frac{P_1^2 \cos \varphi_A}{Z'_A p_e^2} \dots \dots \dots 19)$$

Mit diesen abgeleiteten Beziehungen kann nun für alle Fälle das Verhalten eines Spannungswandlers einwandfrei vorausberechnet werden, sodass wir nun in der Lage sind, schon vor seiner Ausführung prüfen zu können, ob er tatsächlich den praktischen Anforderungen genügt. Wie jedoch alle diese Beziehungen zeigen, ist dies streng nur durchführbar, wenn eben die Dimensionen des Spannungswandlers bereits festgelegt sind. Für die Technik ist deshalb dieses Nachrechnen etwas zu umständlich, wenn nach jeder Aenderung der Dimensionen diese Rechnung wiederholt werden soll.

Es soll deshalb im folgenden versucht werden noch gewisse Richtlinien aufzustellen, nach welchen die günstigsten Dimensionen vor einer vollständigen Nachrechnung festgelegt werden können, sodass die Vorausberechnung wesentlich erleichtert wird.

Wie bereits früher erwähnt würde, arbeiten solche Spannungswandler bei einer verhältnismässig kleinen Belastung, sodass in erster Linie darauf gesehen werden muss, dass bei diesen Belastungen der Phasenfehler verschwindet oder möglichst klein wird.

Wie die Bedingungen der Gleichung 11) zeigen ist dies der Fall, wenn der Faktor  $C_{1\beta} = 0$  wird, wenn wir vorerst von der Grösse der Phasenverschiebung im Belastungsstromkreis absehen.

Nach Gleichung 6 a) kann aber  $C_{1\beta}$  ausgedrückt werden durch die Beziehung

$$C_{1\beta} = b_a r_1 - g_a x_1$$

worin alle Dimensionen der Primärwicklung und des Eisenkörpers enthalten sind.

Soll daher bei Leerlauf und kleinen Belastungen der Phasenfehler verschwinden bzw. möglichst klein werden, so muss ohne Rücksicht auf die Phasenverschiebung im Belastungsstromkreis die Bedingung für die Primärwicklung gelten.

$$b_a r_1 - g_a x_1 = 0 \text{ oder } \frac{b_a}{g_a} = \frac{x_1}{r_1} \dots \dots \dots 20)$$

Wie bereits in der Arbeit über Stromwandler<sup>10)</sup> gezeigt wurde, ist das Verhältnis  $\frac{b_a}{g_a}$  nur von der Periodenzahl, der Grösse der gewählten Eisenbeanspruchung und der Qualität des verwendeten Eisenbleches abhängig, jedoch das Verhältnis  $\frac{x_1}{r_1}$  von den Dimensionen und der Anordnung der Primärwicklung, auch wenn die Windungszahl bereits durch die gewählte Eisenbeanspruchung festgelegt ist. Es genügt also nicht allein die Festlegung der Windungszahl aus dem Eisenquerschnitt, der Eisenbeanspruchung und der Netzspannung, sondern es muss vielmehr noch nachgerechnet werden, ob für die gewählte Wicklungsanordnung und den gewählten Drahtquerschnitt das Verhältnis aus Reaktanz und Widerstand dem Verhältnis  $\frac{b_a}{g_a}$  genügt. Ist dies der Fall, so wird wenigstens der Spannungswandler bei Leerlauf und kleinen Belastungen praktisch phasenfehlerfrei arbeiten.

Soll nun der Spannungswandler bei einer konstanten grossen Belastung phasenfehlerfrei arbeiten, so muss auch die Phasenverschiebung im Belastungsstromkreis in Betracht gezogen werden, da nach den Bedingungen der Gleichung 11) der Phasenfehler nur bei einer ganz bestimmten Phasenverschiebung im Belastungsstromkreis verschwinden kann.

Für kleine induktive Phasenverschiebungen und ebenso für kapazitive Belastung muss dann die Bedingung gelten:

<sup>10)</sup> Siehe Bulletin des S. E. V. Heft 11. 1913.

