

Zeitschrift: Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins

Herausgeber: Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke

Band: 2 (1911)

Heft: 10

Artikel: Ueber das Drehmoment des Wechselstrom-Seriemotors

Autor: Farny, J. L.

DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-1059648>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 16.02.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

SCHWEIZ. ELEKTROTECHNISCHER VEREIN

BULLETIN

ASSOCIATION SUISSE DES ÉLECTRICIENS

Erscheint monatlich mit den Jahres-Beilagen „Statistik der Starkstromanlagen der Schweiz“ sowie „Jahresheft“ und wird unter Mitwirkung einer vom Vorstand des S. E. V. ernannten Redaktionskommission herausgegeben.

Alle den Inhalt des „Bulletin“ betreffenden Zuschriften sind zu richten an die

Redaktion: Ing.-Consulent Dr. W. Kummer,
Mythenstrasse 15, Zürich II (Telephon 5806)

Alle Zuschriften betreffend Abonnement, Expedition und Inserate sind zu richten an den

Verlag: Fachschriften-Verlag A.-G., Zürich
Bahnhofstrasse 61, Zürich I (Telephon 6741)

Est publié sous la direction d'une Commission de Ré-daction nommée par le Comité de l'A. S. E.

Ce bulletin paraît mensuellement et comporte comme annexes annuelles la „Statistique des installations électriques à fort courant de la Suisse“, ainsi que l'„Annuaire“.

Toutes les communications concernant la matière du „Bulletin“ sont à adresser à la

Rédaction: Ing.-Conseil Dr. W. Kummer
Mythenstrasse 15, Zurich II (Téléphone 5806)

Toutes les correspondances concernant les abonnements, l'expédition et les insertions sont à adresser à

l'éditeur: Fachschriften-Verlag A.-G., Zurich
Bahnhofstrasse 61, Zurich I (Téléphone 6741)

II. Jahrgang
II^e Année

Bulletin No. 10

Oktober
Octobre 1911

Ueber das Drehmoment des Wechselstrom-Seriemotors.

Nach Prof. J. L. Farny, Zürich¹⁾.

I. Bestimmung der mittlern Tangentialkraft.

Die nachfolgende Untersuchung bezweckt die genaue *Formulierung des analytischen Ausdruckes* des Drehmoments eines Wechselstrom-Seriemotors und die Gegenüberstellung dieses Ausdrucks mit dem entsprechenden, für einen Gleichstrom-Seriemotor gültigen Ausdrucke. Zur Ableitung einer solchen Beziehung gehen wir aus von der Elementarformel, die den Momentanwert der Tangential- oder Zugkraft am Ankerumfang einer mit z in Serie geschalteten Leitern bewickelten Armatur von der Länge L , ausdrückt in Abhängigkeit vom Momentanwert $I_{a\ mom}$ des totalen Ankerstroms und vom Momentanwert H_{mom} der mittleren Feldstärke des Magnetfeldes, in dem der Anker ruht oder rotiert. Die bezügliche Elementarformel lautet:

$$K_{mom} = I_{a\ mom} \cdot z \cdot L \cdot \bar{H}_{mom}$$

Wird an dem Seriemotor bei separater Gleichstromerregung und fremdem Antrieb auf dem Prüffeld die an den Bürsten entstehende Gleichstromspannung bei offenem Ankerstromkreis und konstanter Geschwindigkeit gemessen, mit andern Worten: wird die Gleichstrom-Leerlauf-Charakteristik des als Generator gedachten Motors abgenommen, so erhält man den Zusammenhang von \bar{H}_{mom} mit $I_{a\ mom}$ sozusagen gleichzeitig. Es ist:

$$E_{gl} = v \cdot L \cdot z \cdot \bar{H}_{gl}$$

E_{gl} = gemessene Gleichstrom-elektromotorische Kraft.

v = peripherische Ankergeschwindigkeit.

\bar{H}_{gl} = mittlere Feldstärke, welche vom Stator-Erregergleichstrom $I_{a\ gl}$ erzeugt wird.

Wenn $I_{a\ mom} = I_{a\ gl}$, ist auch $\bar{H}_{mom} = \bar{H}_{gl}$.

¹⁾ Prof. J. L. Farny hat zu diesem Aufsatz der Redaktion seine Vorlesungs-Unterlagen und die von seinen früheren Assistenten Dipl.-Ing. B. Brandestini und Dipl.-Ing. Fritz Steiner gezeichneten Vorlesungs-Vorlagen zur Verfügung gestellt.

Nachdem v , L , z Konstanten sind, stellt also die Gleichstrom-Leerlauf-Charakteristik in einem zu bestimmenden Maßstab den Zusammenhang zwischen dem momentanen Wechselstrom-Ankerstrom, $I_{a\ mom}$ und \bar{H}_{mom} dar, da ja Stator- und Rotorstrom einander in jedem Augenblicke gleich sind.

Im Falle einer Neukonstruktion ist dieser Zusammenhang nicht bekannt und muss erst ermittelt werden. Am Schluss soll eine Methode entwickelt werden, welche trachtet, diese Aufgabe in nicht allzukomplizierter Weise zu lösen.

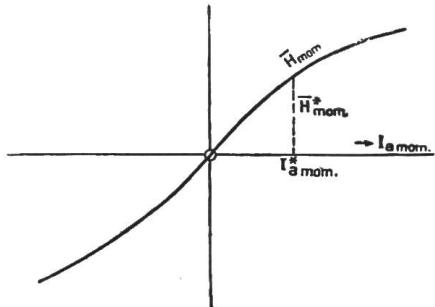
In Abbildung 1 sei also auf diese oder jene Art die Kurve

$$\bar{H}_{mom} = f_1 (I_{a\ mom})$$

erhalten gedacht, d. h. die zur Bestimmung der augenblicklichen Zugkraft K_{mom} notwendige Größe \bar{H}_{mom} ermittelt, bzw. in Abhängigkeit von $I_{a\ mom}$ festgelegt. Jedem Momentanwert von I_a entspricht daher ein Momentanwert der Zugkraft. Von Bedeutung für die Praxis ist aber nicht die momentane, sondern die mittlere Zugkraft während einer Periode des speisenden Wechselstroms. Diese mittlere Zugkraft pro Periode bestimmt sich aus:

$$\bar{K} = \frac{1}{T} \int_0^T K_{mom} dt = L \cdot z \cdot \frac{1}{T} \int_0^T I_{a\ mom} \cdot \bar{H}_{mom} \cdot dt,$$

wo T die Periodendauer bedeutet, dt das Zeitelement.



Zur Bestimmung dieses Mittelwertes stellen wir den zeitlichen Verlauf der Stromstärke in Polarkoordinaten dar, indem wir den Polarwinkel α proportional den Zeiten t und den Radiusvektor r auf dem Polarstrahl proportional den zugehörigen Momentanwerten der Stromstärke machen (Abbildung 2). Wir tragen jeweilen den zugehörigen Wert von \bar{H}_{mom} auf denselben Strahl ab. Die zu Grunde zu legenden Maßstäbe sind bestimmt durch die Ansätze:

Abbildung 1. Kurve von \bar{H}_{mom} als Funktion von $I_{a\ mom}$.

$$I_{a\ mom} = f \cdot r^m/m; \quad \bar{H}_{mom} = g \cdot \varrho^m/m,$$

$$f = \frac{I_{a\ mom}}{r^m/m} = \frac{I_{a\ max}}{100^m/m} = \frac{I_{a\ eff}}{r_{eff}^m/m}$$

$$g = \frac{\bar{H}_{mom}}{\varrho^m/m} = \frac{\bar{H}_{max}}{100^m/m} = \frac{\bar{H}_{eff}}{\varrho_{eff}^m/m}$$

somit:
$$\bar{K} = L \cdot z \cdot f \cdot g \frac{1}{T} \int_0^T r \cdot \varrho \cdot dt$$

$$\frac{t}{T} = \frac{\alpha}{2\pi}, \quad \frac{dt}{T} = \frac{d\alpha}{2\pi}$$

$$\bar{K} = L \cdot z \cdot f \cdot g \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} r \cdot \varrho \cdot d\alpha.$$

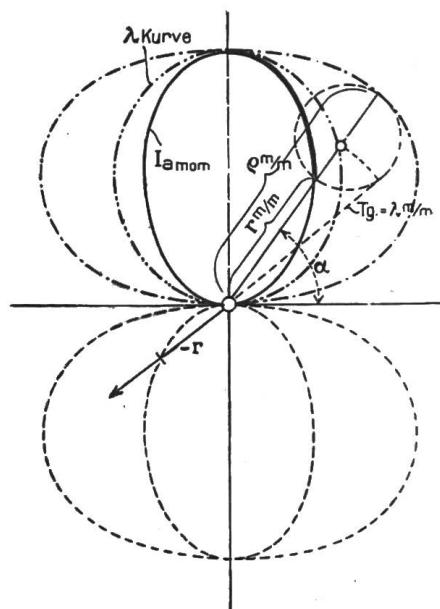


Abbildung 2. Darstellung der Strom- und \bar{H}_{mom} -Kurven in Polarkoordinaten und Ermittlung der λ -Kurve.

Durch Konstruktion wird gebildet:

$$r \cdot \varrho = \lambda^2,$$

womit sich ergibt: $\bar{K} = L \cdot z \cdot f \cdot g \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \lambda^2 \cdot d\alpha.$

Es ist der Inhalt der λ -Kurve:

$$S_\lambda = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \lambda^2 d\alpha,$$

woraus $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \lambda^2 d\alpha = \frac{S_\lambda}{\pi},$

also $\bar{K} = L \cdot z \cdot f \cdot g \frac{S_\lambda}{\pi}.$

Es gilt die Beziehung:

$$\begin{aligned} r_{\text{eff}} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T r^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} r^2 d\alpha}; \\ S_r &= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} r^2 d\alpha \quad \text{ist der Inhalt der } r\text{-Kurve} \\ \frac{S_r}{\pi} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} r^2 d\alpha; \end{aligned}$$

dann folgt

$$r_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{S_r}{\pi}}$$

und ganz entsprechend erhält man auch

$$\varrho_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{S_\varrho}{\pi}}.$$

Durch Ersetzen von f und g in der Formel für K folgt:

$$\begin{aligned} \bar{K} &= L \cdot z \cdot \frac{I_{a\text{ eff}}}{r_{\text{eff}}} \cdot \frac{\bar{H}_{\text{eff}}}{\varrho_{\text{eff}}} \cdot \frac{S_\lambda}{\pi} \\ \bar{K} &= L \cdot z \cdot I_{a\text{ eff}} \cdot \bar{H}_{\text{eff}} \cdot \frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}}, \end{aligned}$$

womit mittels Multiplikation mit dem Anker-Radius das Drehmoment gegeben ist.

II. Diskussion über den Wert von $\frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}}$.

Im soeben erhaltenen Ausdruck bedeutet nun $\frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}}$ einen Zahlenfaktor (den man

in Analogie mit dem Leistungsfaktor, in welchem er übrigens enthalten sein wird, sobald der Anker sich dreht, als Zugkrafts- oder Drehmoments-Faktor bezeichnen könnte), dessen Größen-

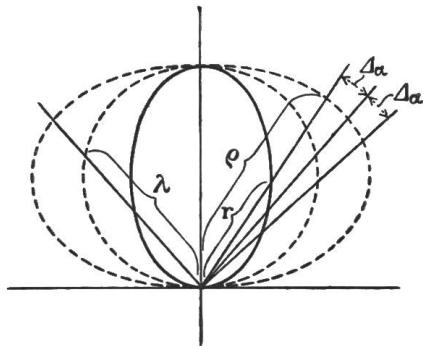


Abbildung 3. Zur Bestimmung des Maximalwertes von $\frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}}$.

ordnung wir nunmehr zu bestimmen haben. Zu diesem Behufe zerlegen wir die drei Flächen in kleine Sektoren mit O als Spitze und mit gleichen Winkelöffnungen $\Delta\alpha$ (Abbildung 3). Dann ist:

$$S_\lambda = \frac{1}{2} \Delta\alpha \{ \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 + \dots \}$$

$$S_r = \frac{1}{2} \Delta\alpha \{ r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \dots \}$$

$$S_\varrho = \frac{1}{2} \Delta\alpha \{ \varrho_1^2 + \varrho_2^2 + \varrho_3^2 + \dots \}$$

somit:

$$\frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}} = \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 + \dots}{\sqrt{(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \dots)(\varrho_1^2 + \varrho_2^2 + \varrho_3^2 + \dots)}}.$$

Mit Rücksicht auf die Beziehungen:

$$\lambda_1^2 = r_1 \cdot \varrho_1, \quad \lambda_2^2 = r_2 \cdot \varrho_2, \quad \lambda_3^2 = r_3 \cdot \varrho_3 \dots$$

ergibt sich:

$$\frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}} = \frac{r_1 \varrho_1 + r_2 \varrho_2 + r_3 \varrho_3 + \dots}{\sqrt{(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \dots)(\varrho_1^2 + \varrho_2^2 + \varrho_3^2 + \dots)}}.$$

Wir setzen nun: $\varrho_1 = m_1 \cdot r_1, \quad \varrho_2 = m_2 \cdot r_2, \quad \varrho_3 = m_3 \cdot r_3 \dots$

$$m_1 \geq 1, \quad m_2 \geq 1 \dots$$

(es sind m_1, m_2 usw. > 0)

und erhalten:

$$\begin{aligned} \frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}} &= \frac{m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots}{\sqrt{(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \dots)(m_1^2 r_1^2 + m_2^2 r_2^2 + \dots)}} = \\ &= \sqrt{\frac{(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots)(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots)}{(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + \dots)(m_1^2 r_1^2 + m_2^2 r_2^2 + m_3^2 r_3^2 + \dots)}}. \end{aligned}$$

Indem wir nun unter der Wurzel rechts im Zähler und Nenner die angedeuteten Multiplikationen ausführen, erhalten wir den folgenden Wert, wobei wir bemerken, dass im Zähler die Zahl der Summanden gleich ist derjenigen im Nenner:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{m_1^2 r_1^4 + m_2^2 r_2^4 + m_3^2 r_3^4 + \dots + r_1^2 r_2^2 2 m_1 m_2 + r_1^2 r_3^2 2 m_1 m_3 + \dots}{m_1^2 r_1^4 + m_2^2 r_2^4 + m_3^2 r_3^4 + \dots + r_1^2 r_2^2 (m_1^2 + m_2^2) + r_1^2 r_3^2 (m_1^2 + m_3^2) + \dots}} \\ + r_2^2 r_3^2 2 m_2 m_3 + r_2^2 r_4^2 2 m_2 m_4 + \dots \\ + r_2^2 r_3^2 (m_2^2 + m_3^2) + r_2^2 r_4^2 (m_2^2 + m_4^2) + \dots. \end{aligned}$$

Wenn sämtliche Summanden im Zähler unter der Wurzel kleiner sind, als die entsprechenden Summanden im Nenner, so ist offenbar die Summe im Zähler kleiner, als die Summe im Nenner. Alle Summanden sind positiv, weil alle drei Schnittpunkte eines Strahles mit den drei Kurven auf derselben Seite des Strahles von O aus liegen. Während in unserem Wurzelausdruck die beiden ersten Serien oben und unten gleiche Summanden aufweisen, unterscheiden sich die Summanden der beiden zweiten Serien durch $(m_1^2 + m_2^2)$ und $(2 m_1 m_2)$. Es lässt sich nun zeigen, dass

$$m_1^2 + m_2^2 > 2 m_1 m_2$$

Wir setzen:

$$m_2 = m_1 + \Delta_1$$

$$m_2^2 = m_1^2 + 2 m_1 \Delta_1 + \Delta_1^2$$

wobei:

$$\Delta_1 \gtrless 0$$

beziehungsweise: $\Delta_1 = 0$ an der Grenze, wenn $\Delta\alpha = 0$

$$\frac{m_1^2 + m_2^2}{2 m_1 m_2} = \frac{2 m_1^2 + 2 m_1 \Delta_1 + \Delta_1^2}{2 m_1^2 + 2 m_1 \Delta_1} = 1 + \frac{\Delta_1^2}{2 m_1^2 + 2 m_1 \Delta_1}$$

$$\frac{m_1^2 + m_2^2}{2 m_1 m_2} > 1$$

weil $\Delta_1^2 > 0$ und weil $2 m_1 \Delta_1 = 0$ gegenüber $2 m_1^2$ für $\Delta\alpha = \neg 0$.

Entsprechend würde man finden:

$$\frac{m_1^2 + m_3^2}{2 m_1 m_3} > 1$$

u. s. w.

(auch wenn $m_1 < 1$ ist).

Es ist daher die Summe im Zähler des Wurzausdrucks stets kleiner als diejenige des Nenners, woraus folgt, dass:

$$\frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}} < 1,$$

wenn sich die Kurven nicht decken.

Zeichnet man nun die Hysteresis-Schleife in Polarkoordinaten, so sieht man, dass sich die zwei Kurven S_r und S_ϱ unmöglich decken können (Abbildung 4), ferner, dass zuweilen r und ϱ auf demselben Strahl in entgegengesetzter Richtung abzutragen sind, was bewirkt, dass die entsprechenden Partien von S_λ negativ zu nehmen sind, also der Zahlenfaktor

$\frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}}$ aus diesem fernen Grund < 1 wird. Es ist ja klar, dass, nachdem dieser Aus-

druck nur höchstens gleich 1 wird, wenn alle Summanden des Zählers positiv sind, er sicher kleiner als 1 werden muss, wenn ein Teil derselben negativ wird. Die Hysteresis bedingt also notwendigerweise einen Verlust an Drehmoment.

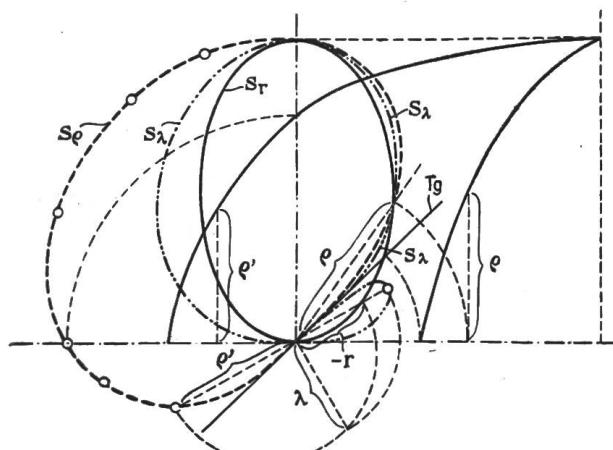


Abbildung 4. Beeinflussung von $\frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}}$ durch die Hysteresis.

Betrachten wir insbesondere den Fall sehr geringer Sättigung. Sehen wir von der Hysteresis ab, so besteht Proportionalität zwischen H_{mom} und $I_{a mom}$ und decken sich somit die Kurven für r und ϱ ; es muss dann auch die Kurve λ mit denselben zusammenfallen, das heisst, die drei Flächen S_r , S_ϱ , S_λ sind identisch, so dass der Zahlenfaktor $\frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}}$ unabhängig von der Stromform gleich 1 wird.

Betrachten wir nunmehr den Fall sehr grosser Stromstärken, die in ihrem zeitlichen Verlauf zunächst eine beliebige mögliche Form aufweisen sollen.

Es ist dann zufolge Symmetrie

$$S_\lambda = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \lambda^2 \, d\alpha = \frac{1}{2} \cdot 2 \int_0^\pi \lambda^2 \, d\alpha = \int_0^\pi \lambda^2 \, d\alpha$$

$$S_r = \int_0^\pi r^2 \, d\alpha, \quad S_\varrho = \int_0^\pi \varrho^2 \, d\alpha,$$

$$\frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}} = \frac{\int\limits_0^\pi \lambda^2 \, d\alpha}{\sqrt{\int\limits_0^\pi r^2 \, d\alpha \cdot \int\limits_0^\pi \varrho^2 \, d\alpha}}.$$

Da nun $\lambda^2 = r \cdot \varrho$
und $\varrho = \text{konstant}$,

$$\text{so folgt: Limes } \frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}} = \frac{\int_0^\pi r \, d\alpha}{\sqrt{\pi \int_0^\pi r^2 \, d\alpha}} = \frac{\bar{r}}{r_{\text{eff}}}.$$

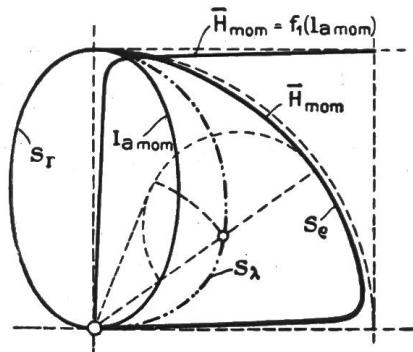


Abbildung 5. Bestimmung von $\frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}}$ für sehr grosse Ströme mit beliebigem periodischen Verlauf.

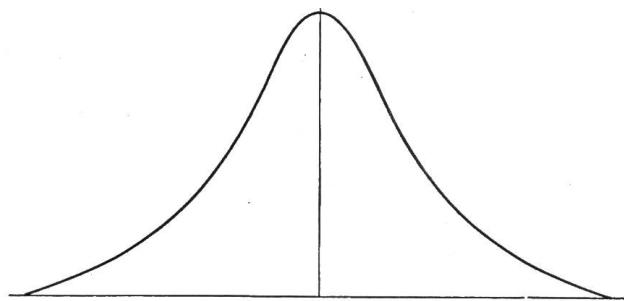


Abbildung 6. Elliptische S_r -Kurve in cartesischer Darstellung.

Diesen Fall bringt die Abbildung 5 zur Darstellung, in welcher, der einfacheren Zeichnung halber der ellipsenförmige Stromverlauf in Polarkoordinaten angenommen worden ist.

Die Abbildung 6 gibt die Gestalt dieses Stromverlaufes bei Anwendung cartesischer Koordinaten. (Es ist die kleine Ellipsenaxe halb so gross wie die grosse angenommen worden.)

Setzen wir nun sinusförmige Stromänderung voraus, dann ist

$$\frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}} = \frac{\frac{2}{\pi}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 0,9.$$

Lässt sich die Stromform in Polarkoordinaten durch eine Ellipse darstellen, deren grosse Axe mit dem Strommaximum zusammenfällt, dann erhält bei sehr grossen Strömen der Zahlenfaktor $\frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}}$ den Wert 0,77, sofern die kleine Ellipsenaxe halb so gross ist wie die grosse. Solange übrigens S_ϱ konstant bleibt, was bei sehr grosser amplitudinaler Stromintensität, für Stromformen vom selben Maximum, selbst wenn die kleine Ellipsenaxe relativ klein ist, nahezu zutrifft, dann wird $\frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}}$ umso kleiner, je kleiner die kleine Ellipsenaxe und damit S_r wird, weil der reziproke Wert des Formfaktors $\frac{\bar{r}}{r_{eff}}$ abnimmt.

III. Vergleich der Tangentialkräfte bei Gleich- und Wechselstrom.

Es soll nun der interessante Fall betrachtet werden, wenn der Motor einmal mittels Gleichstroms und einmal mittels Wechselstroms von gleicher effektiver Stromstärke betrieben wird. Wir sehen dabei von der Hysteresis ab. Es ist für Gleichstrom:

$$K_{gl} = I_{a\,gl} \cdot L \cdot z \cdot \bar{H}_{gl}$$

und für Wechselstrom:

$$\bar{K}_{wst} = I_{a\ eff} \cdot L \cdot z \cdot \bar{H}_{eff} \cdot \frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_o}}$$

Zunächst frägt es sich, ob für $I_{a\,eff} = I_{a\,gl}$ die Grösse \bar{H}_{eff} verschieden ist von \bar{H}_{gl} . Diesbezüglich sei erinnert, dass:

$$\bar{H}_{mom} = f_1(I_{a\,mom})$$

was ohne weiteres auch gilt für:

$$\bar{H}_{gl} = f_1(I_{a,gl})$$

In Bezug auf $I_{a\ eff}$ muss die Stromform berücksichtigt werden. Setzt man Sinusstrom voraus, was in Polarkoordinaten den Kreis 1 der Abbildung 7 ergibt, so ist $I_{a\ eff}$ durch die eine Seite des gleichseitigen, rechtwinkeligen Dreieckes 2 bestimmt, und $I_{a\ gl}$ durch den Kreis 3 in Polarkoordinaten gegeben. Die Senkrechte in A führt zu \bar{H}_{gl} , welcher Wert in \bar{OC} abgetragen wird. Der Kreis über \bar{OC} stellt dann \bar{H}_{gl} in Polarkoordinaten dar (Kreis 4). Durch Abtragen der Werte \bar{H}_{mom} erhält man in Polarkoordinaten die Kurve 5, die man in einen Kreis von gleichem Flächeninhalt verwandeln könnte, dessen Durchmesser D durch:

$$\bar{H}_{\text{eff}} = \frac{g \cdot D}{\sqrt{2}}$$

im Maßstab g der Figur ein Maß für \bar{H}_{eff} liefern würde. Es könnte dann das Verhältnis

$$\frac{\bar{H}_{eff}}{\bar{H}_{\sigma l}} = \frac{D/\sqrt{2}}{OC} \text{ gebildet werden } \left\{ \begin{array}{l} \text{(siehe V.} \\ \text{Seite 219).} \end{array} \right.$$

Man erhält aber rascher Aufschluss darüber, ob der Wert dieses Verhältnisses grösser oder kleiner als die Einheit ist, indem man den Kreis 6 konstruiert (dessen Peripherie durch C und O geht), welcher einen \bar{H}_{gl} äquivalenten Effektivwert \bar{H}'_{eff} liefert und die nur zum vorliegenden Zweck dienende Annahme eines sinusförmigen Verlaufes von

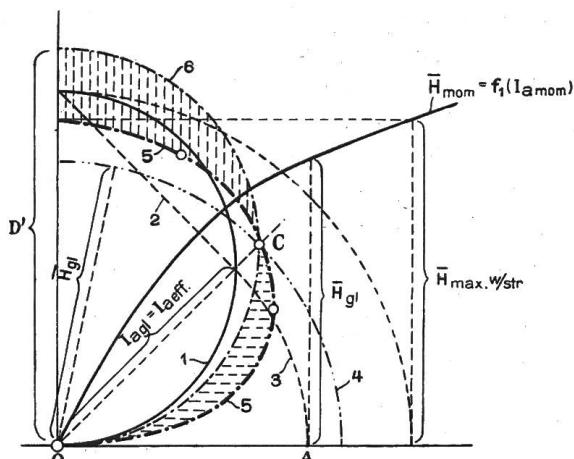


Abbildung 7. Demonstration, dass für mittelgrosse Ströme
 $\bar{H}_{eff} < \bar{H}_{gl}$.

\bar{H}_{mom} involviert. Es ist eben unter dieser Voraussetzung eines fingierten, sinusartigen Verlaufes von \bar{H}_{mom} die Definitions-Gleichung für D' folgende:

$$\bar{H}_{gl} = \bar{H}'_{eff} = \frac{g \cdot D'}{\sqrt{2}}$$

D' = Durchmesser des Kreises 6. Dass das Verhältnis

$$\frac{\overline{H}_{eff}}{\overline{H}_{gl}} = \frac{\overline{H}_{eff}}{\overline{H}'_{eff}} < 1$$

sieht man nun ohne weiteres, nachdem die vertikal schraffierte Fläche augenscheinlich grösser als die horizontal schraffierte ist.

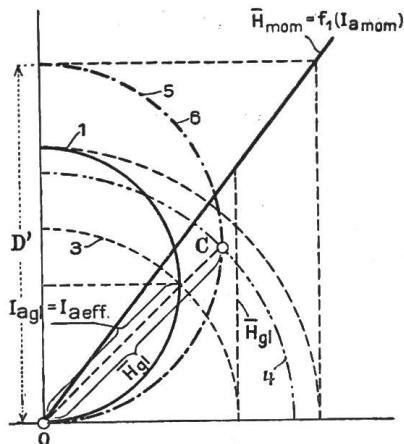


Abbildung 8. Demonstration, dass \bar{H}_{eff} $= \bar{H}_{gt}$, wenn $\frac{\bar{H}_{mom}}{I_{a mom}} = \text{constant}$.

Wir betrachten nun den in Abbildung 8 veranschaulichten Spezialfall, dass \bar{H}_{mom} proportional $I_{a mom}$ variiere, was bei kleinen Strömen zutrifft. In diesem Fall ist \bar{H}_{gl} natürlich auch proportional zu $I_{a gl}$. Die Kurve 5 wird, wenn $I_{a mom}$ sinusförmig variiert, zu einem Kreis, mit dem auch der Kreis 6 zusammenfällt.

Das Verhältnis der Feldstärken wird dann:

$$\frac{\bar{H}_{eff}}{\bar{H}_{gl}} = \frac{\bar{H}_{eff}}{\bar{H}'_{eff}} = 1.$$

Nunmehr soll der in Abbildung 9 behandelte Fall, dass \bar{H}_{mom} nicht mehr proportional, aber noch linear mit $I_{a\ mom}$ variiere, betrachtet werden; es ist dies der Fall sehr grosser Stromstärken. Indem man dieselbe Konstruktion für die Kurve 5 ausführt, sieht man, dass sie nahezu einen Kreis liefert, der beinahe mit 4 zusammenfällt. Auch der Kreis 6 ist leicht zu ziehen, doch ist er bedeutungslos, da \bar{H}_{mom} und \bar{H}_{gl} fast vollständig übereinstimmen, also

$$\bar{H}_{\text{eff}} = -\bar{H}_{\text{mom}} = -\bar{H}_{\sigma l}$$

Die beiden extremen Fälle sehr grosser und sehr kleiner Stromstärken ergeben daher für $\frac{\bar{H}_{eff}}{\bar{H}_{gl}}$ den Grenzwert 1 und zwar unabhängig von der Stromkurve. Es wäre ja im ersten

Spezialfall auch für eine beliebige Kurve 1 die Kurve 5 aus Radienvektoren hervorgegangen, die denjenigen der Kurve 1 proportional wären. Der Effektivwert der Kurve 5 wird somit notwendigerweise im selben Verhältnis zum Effektivwert der Kurve 1 sein, wie \bar{H}_{gl} zu I_{agl} . Im zweiten Spezialfall gelangt man stets zu einer Kurve, die vom Kreis 4 sehr wenig abweicht, so dass immer \bar{H}_{mom} während dem grössten Teil der Zeitdauer der Periode \sim konstant ist. \bar{H}_{eff} wird dann nahezu diesem konstanten Wert gleich und somit müssen \bar{H}_{eff} und \bar{H}_{gl} nahe übereinstimmen.

Hingegen wird ein Einfluss der Stromform auf den Wert von $\frac{\bar{H}_{eff}}{\bar{H}_{gl}}$ für mittlere Stromstärken unvermeidlich

sein. Dieser Wert $\frac{\bar{H}_{eff}}{\bar{H}_{gl}}$ nimmt also mit zunehmendem

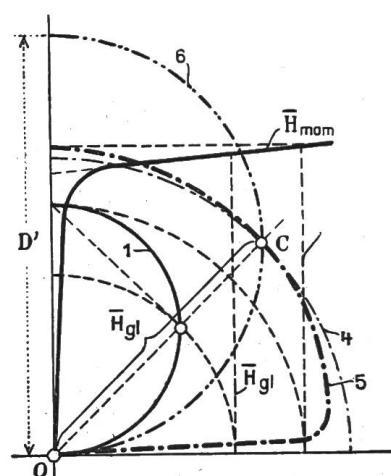


Abbildung 9. Demonstration, dass bei sehr grossen Strömen $\bar{H}_{eff} = -\bar{H}_{gt}$.

Strom von 1 an ab bis auf ein Minimum, das in seiner Grösse von der Stromform abhängt, und wächst dann wieder langsam für grosse Ströme bis auf 1 an, wie dies aus der Tafel A (Seite 220) zu ersehen ist.

IV. Tangentialkrafts-Kurven.

Wir betrachten nun den Zusammenhang zwischen Zugkraft am Ankerumfang und Stromstärke und zwar sowohl für den mittels Gleichstroms als auch mittels Wechselstroms gespeisten Motor. Für Gleichstrombetrieb ergibt sich :

$$K_{gl} = I_{a gl} \cdot z \cdot L \cdot \bar{H}_{gl}$$

Mittels zweier nach der Charakteristik (Abbildung 10) zu einander gehörenden Werten von Ankerstrom und mittlerer Feldstärke, also $I_{a0 gl}$ und $H_{0 gl}$ berechnet man einen Wert durch Anwendung der Formel:

$$K_{0 gl} = I_{a0 gl} \cdot z \cdot L \cdot \bar{H}_{0 gl}$$

Es sei in der Figur:

$$\overline{OI_0} = I_{a0 gl}, \quad \overline{I_0 H_0} = \bar{H}_{0 gl},$$

und in einem zur Grösse der Zeichnung passendem Maßstab:

$$\overline{I_0 K_0} = K_{0 gl}$$

Zieht man $\overline{K_0 Q_0}$ und $\overline{H_0 G_0}$ parallel zu $\overline{OI_0}$, ferner $\overline{Q_0 I_0}$ und die ihr parallele Gerade $\overline{G_0 L_0}$, so folgt aus der Ähnlichkeit der Dreiecke $Q_0 O I_0$ und $G_0 O L_0$, dass:

$$\frac{\overline{Q_0 O}}{\overline{G_0 O}} = \frac{\overline{K_0 I_0}}{\overline{H_0 I_0}} = \frac{\overline{O I_0}}{\overline{O L_0}}$$

also:
$$\frac{\overline{K_0 gl}}{\overline{H_0 gl}} = \frac{\overline{I_{a0 gl}}}{C}$$
.

Da $K_{0 gl} = I_{a0 gl} \cdot z \cdot L \cdot H_{0 gl}$

oder:
$$\frac{\overline{K_0 gl}}{\overline{H_0 gl}} = \frac{\overline{I_{a0 gl}}}{\frac{1}{L \cdot z}}$$

so folgt:
$$C = \frac{1}{L \cdot z}.$$

Für andere Werte des Stromes gilt die nämliche Formel:

$$\frac{\overline{K_{gl}}}{\overline{H_{gl}}} = \frac{\overline{I_{a gl}}}{\left(\frac{1}{L z}\right)} = \frac{\overline{I_{a gl}}}{C}.$$

Somit erhält man andere Werte von K_{gl} , die andern $I_{a gl}$ entsprechen, indem man z. B. $\overline{OI} = I_{a gl}$ abträgt, \overline{IH} zieht und \overline{HG} parallel zu \overline{OI} führt. Es ist dann G mit L_0 zu verbinden und parallel dazu \overline{IQ} zu ziehen. Die Parallele \overline{QK} gibt in \overline{KI} den Wert der Zugkraft, welcher $I_{a gl}$ entspricht. Man kann so punktweise die Zugkraft für jede Ankerstromstärke erhalten.

Für Wechselstrombetrieb lässt sich gemäss Abbildung 11b aus der in Abbildung 11a dargestellten Kurve:

$$\overline{H_{mom}} = f_1 (I_{a mom})$$

für einen angenommenen Maximalwert der momentanen Stromstärke und dem Stromverlauf die $\overline{H_{mom}}$ -Kurve in Polarkoordinaten darstellen. Die Stromkurve in Polarkoordinaten liefert durch den Durchmesser des flächengleichen Kreises (siehe Abbildung 11b) $I_{a eff}$; ebenso gibt die in Polarkoordinaten gezeichnete $\overline{H_{mom}}$ -Kurve das zugehörige $\overline{H_{eff}}$, somit kann

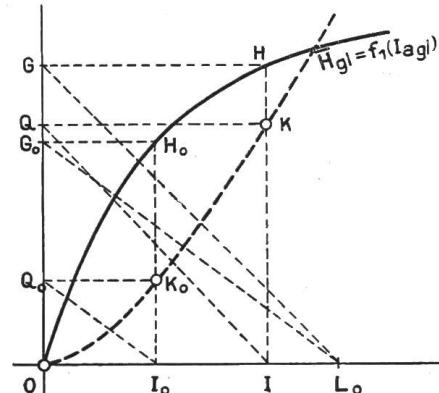


Abbildung 10. Bestimmung der Zugkraftskurve bei Gleichstrom-Betrieb.

(Abbildung 11 a) $\bar{H}_{eff} = f_1^*(I_{a\ eff})$ dargestellt werden. Auch $\frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}}$ erhält man durch die angegebene Konstruktion (wobei eine masstäbliche Reduktion auf gleiche Scheitelordinaten, wie in Abbildung 2 vereinfachend vorausgesetzt, nicht nötig ist). Für jeden be-

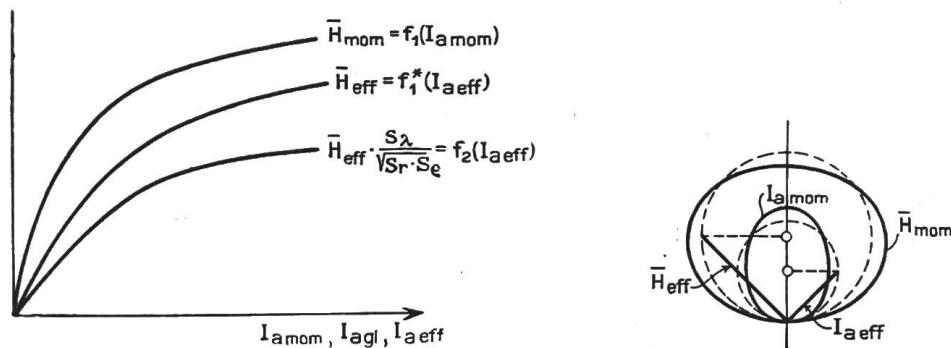


Abbildung 11a und 11b. Zur Ableitung der Hilfs-Charakteristik $\bar{H}_{eff} \cdot \frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}}$.

trachteten Wert der effektiven Stromstärke bildet man das Produkt $\bar{H}_{eff} \cdot \frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}}$ und trägt dieses Produkt als Ordinate auf. Man erhält so die Kurve

$$\bar{H}_{eff} \cdot \frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}} = f_2(I_{a\ eff})$$

aus der die Änderung der Zugkraft in Abhängigkeit von der effektiven Stromstärke in ganz analoger Weise bestimmbar ist, wie vorhin für Gleichstrombetrieb. Es ist nur ein einziger Wert

$$\bar{K}_0 = L \cdot z \cdot I_{a\ eff\ 0} \cdot \bar{H}_{eff\ 0} \left(\frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}} \right)_0$$

zu berechnen und in die Konstruktion einzuführen (vergl. Abbildung 12). Bei der Bestimmung anderer Werte der Zugkraft ist in der Abbildung 12 eine konstruktive Variante angewandt:

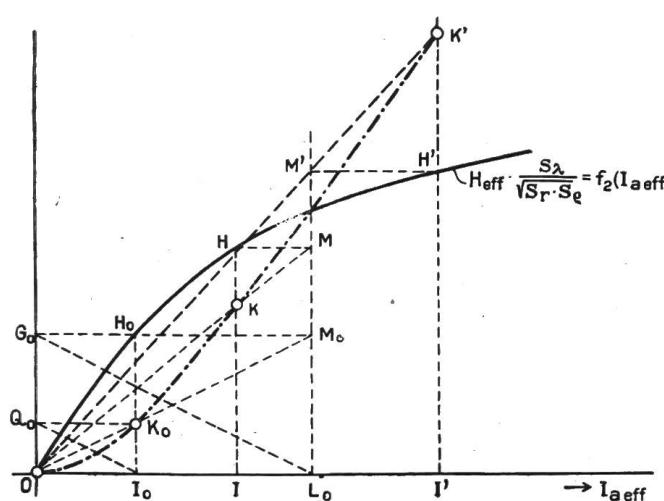


Abbildung 12. Bestimmung der Zugkrafts-Kurve bei Wechselstrom-Betrieb.

Es ist \overline{OK}_0 verlängert bis zum Schnitt mit der Verlängerung von $\overline{G_0 H_0}$ in M_0 . Dann ist $\overline{G_0 M_0} = \overline{OL}_0$.

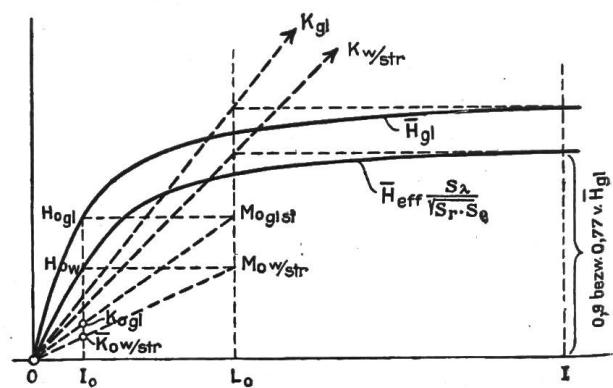


Abbildung 13. Angenäherte Bestimmung der Zugkraft bei sehr grossen Strömen.

Die Kurve der Zugkraft ist also auch erhältlich, indem man \overline{HM} zieht, M mit O verbindet und den Schnittpunkt K dieses Strahles mit der Ordinate \overline{HI} bestimmt. \overline{KI} stellt den OI entsprechenden Wert der Zugkraft dar.

Betrachten wir sehr grosse Stromstärken, so nähert die Kurve \overline{HgI} sich einer nur wenig von der Horizontalen abweichenden Geraden (Abbildung 13). Auch die Kurve $\overline{H_{eff} \cdot \frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}}}$ nähert sich einer wenig von der Horizontalen differierenden Geraden.

Somit würde man, genaue Horizontalen vorausgesetzt, Asymptoten der Zugkraftkurve für jede Stromart erhalten, wenn man die bei der Figur 12 angegebene Konstruktion für die Ermittlung von K anwenden würde, wobei die Asymptote für die Wechselstromtangentialkraft-Kurve unterhalb derjenigen für die Gleichstromtangentialkraft-Kurve zu liegen käme, derart, dass für sinusförmigen Wechselstrom bei gleicher Abszisse die Ordinate der betreffenden Asymptote der Zugkraftkurve bei Wechselstrom nur $\frac{9}{10}$ derjenigen für Gleichstrom betragen würde. Wie gezeigt wurde, ist ja für hohe Stromstärken $\overline{H_{eff}} = \overline{H_{gI}}$ und bei sinusförmigem Stromverlauf $\overline{H_{eff} \cdot \frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}}} = 0,9$. Würde die Stromkurve des Wechsel-

stromes sich in Polarkoordinaten als eine Ellipse mit grosser Axe senkrecht zur Polaraxe darstellen, wobei die grosse Axe der Ellipse doppelt so gross als die kleine wäre, so ergäbe sich bei gleicher Abszisse eine Ordinate der Asymptote der Zugkraftkurve für Wechselstrom, die nur 0,77 derjenigen für Gleichstrom wäre.

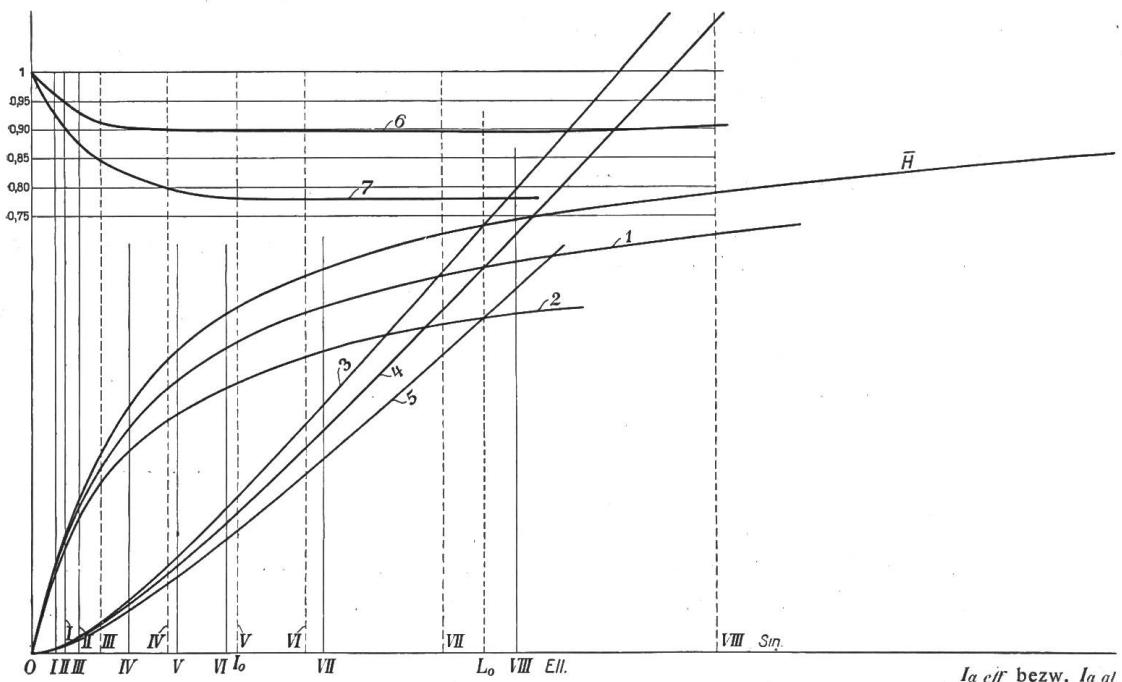
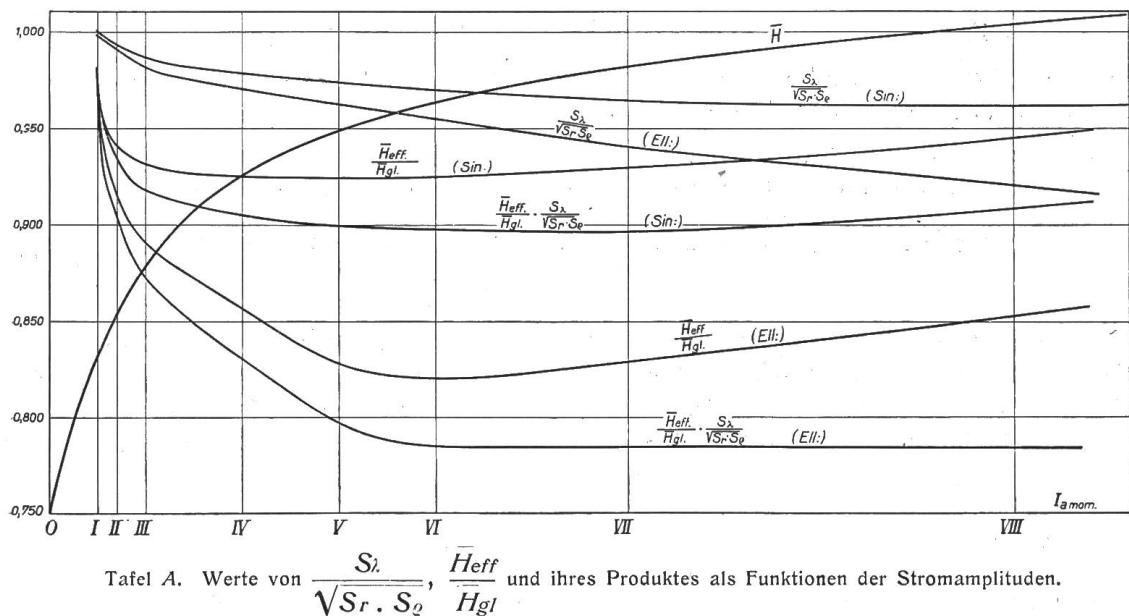
V. Anwendung der Methode auf ein Beispiel.

Tafel A (S. 220) gibt nun die Werte der Verhältnisse $\frac{\overline{H_{eff}}}{\overline{H_{gI}}}$ und $\frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}}$ und ihres Produktes im Zusammenhang mit der Amplitude der Stromstärke, wobei der zeitliche Verlauf des Stromes einmal sinusartig, dann in Polarkoordinaten ellipsenartig (mit grosser Axe doppelt so gross als die kleine) vorausgesetzt wurde. Diese Abbildung ist in folgender Weise entstanden. Angenommen wurde die Kurve \overline{H} , welche $\overline{H_{gI}} = f_1(I_{a\ gI})$ oder, was dasselbe: $\overline{H_{mom}} = f_1(I_{a\ mom})$ darstellt. Die Strecken $OI, OII, OIII \dots OVIII$ sind nun zunächst als Amplitudinalwerte für Sinusströme angesehen worden. (Später wurden diese Strecken als grosse Axen für die polare ellipsenförmige Stromvariation angenommen). Die jeweilig von O bis zu der Ordinate in den Punkten $I, II \dots VIII$ reichenden Bögen der Kurve \overline{H} wurden, im Zusammenhang mit dem entsprechenenden Kreis, dessen Durchmesser = \overline{OI} oder $\overline{OII} \dots \overline{OIII}$ war, und der die Stromvariation in polarer Darstellung gab, in der Weise, wie in Abbildung 7 gezeigt, auf polare Koordinaten umgewandelt. Hiermit ließen sich die Werte $I_{a\ eff}$ bestimmen (2 in Abbildung 7) und diesen $I_{a\ gI}$ gleichmachen, wonach \overline{H} auch fixiert war; ferner ergaben die polaren Kurven 5 Fig. 7 der

\overline{H} -Bögen die Werte für $\overline{H_{eff}}$. Das Verhältnis $\frac{\overline{H_{eff}}}{\overline{H_{gI}}}$ war somit erhalten und wurde beim

Abszissenpunkt I , resp. $II \dots$ bzw. $VIII$ aufgetragen. Aus den polaren Kurven für Strom und $\overline{H_{mom}}$ (1 und 5 Abbildung 7) konnte die λ -Kurve nach der in Abbildung 2 gegebenen Konstruktion bestimmt werden; somit war auch das Verhältnis $\frac{S_\lambda}{\sqrt{S_r \cdot S_\varrho}}$ durch Planimetrierung der fraglichen Flächen erhältlich und entsprechend abzutragen.

Die nämlichen Operationen für die andere Stromvariation in Polarkoordinaten (elliptische) durchgeführt, ergaben die entsprechenden Kurven der Tafel A.



Will man den Vergleich der betreffenden Verhältnisse nicht auf die gleichgenommenen Amplitudinalwerte der Wechselströme, sondern auf gleiche Effektivwerte der drei in Frage kommenden Stromarten beziehen, so sind, unter Beibehaltung des Maßstabes der Figur, die Abszissen für die Kurven, welche sich auf Sinusstrom beziehen mit $\frac{1}{\sqrt{2}}$, diejenigen, welche aus der Annahme eines Stromes nach Abbildung 6 hervorgegangen sind, infolge der Umstände (grosse Ellipsenaxe doppelt so gross als die kleine) mit $\frac{1}{2}$ zu multiplizieren.

In Tafel B sind diese Multiplikationen für die Abszissen der Punkte I, II . . . VIII vorgenommen worden. Es wurde also in dieser Figur der Abszissenmaßstab für $I_{a\ eff}$ und $I_{a\ gl}$ gleichgenommen wie für $I_{a\ mom}$ und $I_{a\ gl}$ in Tafel A. Aus der herübergewonnenen

Kurve \bar{H} ist nun in dieser Tafel *B* zunächst die Kurve 1 ermittelt worden, welche die in Abbildung 11 a mit $\bar{H}_{eff} \cdot \frac{S_1}{\sqrt{S_r \cdot S_q}} = f_2 (I_{a\ eff})$ bezeichnete Kurve, für die aus Tafel *A* entnommenen Verhältnisse bei Sinusstrom, darstellt.

Die Kurve 2 stellt die analoge Funktion unter Voraussetzung eines Stromverlaufes nach Abbildung 6 dar. Die Ordinate der Kurve 2 im Punkte (VIII EII.) zum Beispiel, ist also gleich derjenigen der Kurve \bar{H} , bei dieser Abszisse multipliziert mit 0,784, Wert, den man beim Punkte VIII der Tafel *A* entnimmt.

Es wurde zunächst vorausgesetzt der Motor, dessen Gleichstrom-Leerlauf-Charakteristik (in geeignetem Maßstab) der Form nach mit der Kurve \bar{H} übereinstimme, solle seine Zugkräfte bei Speisung mittels Gleichstrom abgeben. Dieser Annahme entsprang die Kurve 3 durch Anwendung der in Abbildung 12 gegebenen Konstruktion. Der Supposition, es werde in den Motor ein Sinusstrom geschickt, folgte in analoger Weise die Zugkraftkurve 4 und aus der Voraussetzung, der vom Motor absorbierte Wechselstrom habe einen zeitlichen Verlauf nach Abbildung 6, ergab sich die fernere Tangentialkraft-Kurve 5 im Maßstab der beiden ersten und für selbige effektive Stromwerte.

Die Kurve 6 zeigt nun das Verhältnis der Zugkräfte $\frac{\bar{K}_{wst}}{K_{gl}}$ für Sinusstrom- und Gleichstrom-Betrieb bei gleichen effektiven Stromwerten und endlich sind die analogen Verhältnisse der Tangentialkräfte für eine Stromform nach Abbildung 6 und Gleichstrom aus Kurve 7 abzulesen.

Nach den Messungen, welche die Maschinenfabrik Oerlikon über den in die Motorwagen der Bahn Locarno-Bignasco eingebauten Seriemotor veröffentlicht hat¹⁾, ergaben sich folgende Zugkräfte beim Anlauf am Radumfang (also einer der Zugkraft am Ankerumfang proportionale) bei Betrieb mit Gleichstrom und mit Einphasenstrom:

Stromstärke in Ampère Gleichstrom bzw. Wechselstrom	Zugkraft in kg		Zugkraft bei Wechselstrom in % derjenigen für Gleichstrom
	bei Gleichstrom	bei Wechselstrom	
100	198	164	82,8 %
200	563	451	80,2 %
300	1047	835	79,8 %

Es ist zu beachten, dass der Unterschied der Zugkräfte nicht nur durch den Faktor $\frac{S_1}{\sqrt{S_r \cdot S_q}}$ und durch die Abweichung von \bar{H}_{eff} und \bar{H}_{gl} , sondern auch durch die Verluste (Hysteresis, Wirbelströme und Induktionsströme in den durch die Bürsten kurzgeschlossenen Ankerwindungen) verursacht werden.

Ferner sei noch bemerkt, dass von Herrn Dr. Behn-Eschenburg, in seinem Vortrag vom 23. Juni 1908 vor der Physikalischen Gesellschaft zu Zürich, Oszillogramme mitgeteilt worden sind, die, bei stromlosem Rotor, einen angenähert ellipsenförmigen Statorstrom-Verlauf in Polarkoordinaten ergeben, also Stromkurven ähnlich (Abbildung 6).

VI. Vorausberechnung von \bar{H}_{mom} .

Die das Magnetfeld erzeugende magnetomotorische Kraft entsteht einzig durch den in einer regelmässig angeordneten Statorwicklung fliessenden Statorstrom, da die vom Anker

¹⁾ Schweizerische Bauzeitung, Band LI, Seite 60 und „Periodische Mitteilung No. 41“ der Maschinenfabrik Oerlikon.

herrührenden magnetomotorischen Kräfte durch diejenigen der Kompensationswicklung aufgehoben werden. Der Charakter der Statorwicklung, die über einen Teil des Polraums ausgebreitet vorausgesetzt werden soll, bestimmt auch den Charakter der magnetomotorischen Kraft längs des Polbogens.

Wenn wir in Abbildung 14 den Charakter der magnetomotorischen Kraft, die einem bestimmten Momentanwert des Statorstroms entspricht, darstellen, so erhalten wir die Staffelung $K' L' L'' M' M'' N' N'' O' O P \dots$ Es liegen von K bis L und S bis T diejenigen Luftquerschnitte des gesamten magnetischen Kreises, die die grösste magnetomotorische Kraft und somit die grösste Sättigung aufweisen werden; von L bis M und von R bis S liegen die Luftquerschnitte mit der nächst kleineren magnetomotorischen Kraft usw. Alle diese Teile können für sich als parallel laufende magnetische Kreise betrachtet werden und ergibt ihre Flux-Summe den insgesamt auftretenden magnetischen Kraftfluss. Die Absätze in der Staffelung der magnetomotorischen Kraft erfüllen die Gleichung $L' L'' = M' M'' = N' N'' = \dots$ usw., da in jeder Nut gleichviel Stäbe vorausgesetzt werden. Auf der Nutenteilung t_{st} des Stators möge nun zwischen K und L beziehungsweise zwischen S und T die als Mittelwert gedachte Feldstärke H_I herrschen; entsprechend sei H_{II} deren Mittelwert zwischen L und M sowie zwischen R und S . Zwischen M und N sei H_{III} als mittlere Feldstärke vorhanden usw. Die durch Abtragen von H_I , zwischen K und L , von H_{II} zwischen L und M , von H_{III} zwischen M und N , usw. erhaltene Staffelung ist als Feldkurve anzusehen. Diese ist nur bei kleinen Strömen affin mit dem magnetomotorischen Kraft-Linienzug $K' L' L'' M' \dots$ usw.

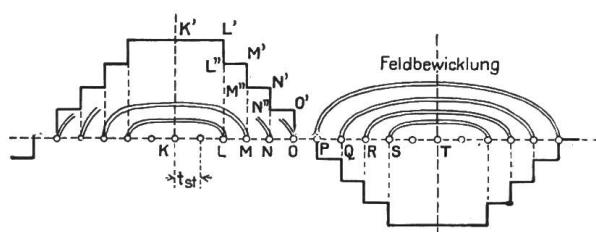


Abbildung 14. Charakter der magnetomotorischen Kraft längs der Bohrungsperipherie.

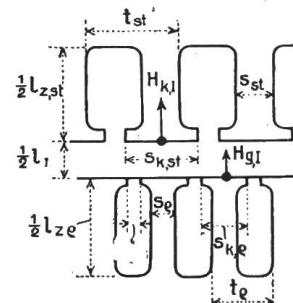


Abbildung 15. Bezeichnungen an der Nutzung von Stator und Rotor.

Die den verschiedenen Momentanwerten der Statorstromstärke entsprechenden magnetomotorischen Kraft-Linienzüge werden mit $K' L' L'' M' \dots$ usw. in Affinität sein. Die zu gehörigen Feldstärke-Staffelungen werden aber im allgemeinen weder unter sich, noch mit $K' L' L'' M' \dots$ usw. affin sein, wegen der Verschiedenheit der Sättigungen der Stege in den Bögen KL , LM , MN usw.

Es lassen sich nun die Charakteristiken der magnetischen Einzelkreise zeichnen, wobei der magnetische Widerstand hinter den Rotor- und Statornuten für alle gleich angenommen und vernachlässigt werden kann, weil die maximale Induktion im Stator- bzw. Rotor-Ring verhältnismässig klein genommen werden muss und nur längs einer Nutteilung (OP) vorhanden ist. Dazu müssen, wie in Abbildung 15 veranschaulicht, gewisse Grundformen z. B. halboffene für die Statornuten und die Rotornuten vorausgesetzt werden. Nimmt man an, die Werte H_I seien gegeben, so können dann an den Zacken die Werte H_{kl} und H_{gl} (Feldstärken an den Zahnkronen zwischen K und L) berechnet werden. Auf Grund der nachfolgenden Erörterungen, welche ganz allgemein für Maschinen mit stark gesättigten Nutungen Anwendung finden, ist dies ohne Zuhilfenahme von empirischen Formeln oder Tabellen mit guter Approximation durchführbar.

Es soll bei einem Nutenanker der Beitrag des Luftspaltes mit der Nutung zur Ampère-windungszahl eines magnetischen Kreises etwas näher untersucht werden. Zunächst be-

rechnen wir die Feldstärke H_n in einer Nut. Nach den Abbildungen 13 und 14 gilt für eine Kraftlinie durch eine Zacke die Formel der magnetomotorischen Kraft:

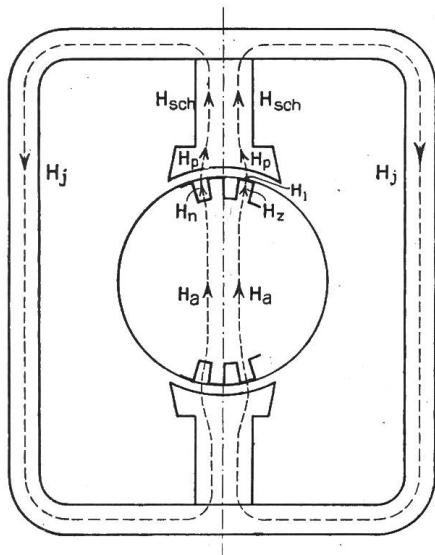


Abbildung 16. Nutenanker im magnetischen Kreislauf.

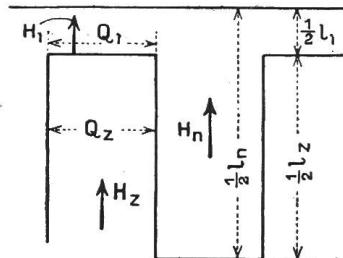


Abbildung 17. Bezeichnungen an der Nutung.

$$H_a \cdot I_a + H_z \cdot I_z + H_l \cdot I_l + H_p \cdot I_p + H_{sch} \cdot I_{sch} + H_j \cdot I_j = 0,4 \pi \Sigma \text{ (is)}$$

und für eine Kraftlinie durch eine Nute, wenn angenommen wird, dass sie parallel zu den Nutwandungen verläuft, was bei sehr hohen Zackeninduktionen unzweifelhaft (und bei kleinen Induktionen auch zum Teil) eintritt:

$$H_a \cdot I_a + H_n \cdot I_n + H_p \cdot I_p + H_{sch} \cdot I_{sch} + H_j \cdot I_j = 0,4 \pi \Sigma \text{ (is).}$$

Durch Subtraktion:

$$H_z \cdot I_z + H_l \cdot I_l - H_n \cdot I_n = 0.$$

Bei den üblichen Nutendimensionen kann gesetzt werden:

$$\frac{I_n}{I_l} = \sim 7 \text{ bis } 10, \text{ (gelegentlich noch grösser).}$$

Setzt man vorläufig im Luftspalt parallele Kraftlinien voraus, so ist:

$$B_z \cdot Q_z = H_l \cdot Q_l, \text{ (} B_z = \text{Zackeninduktion).}$$

Wegen der Anwendung von Papierisolation zwischen den Ankerblechen ist jedoch:

$$Q_z = 0,85 Q_l.$$

$$\text{somit } H_l = 0,85 B_z.$$

Gesetzt in erster Annahme B_z sei gleich oder kleiner als 15000 CGS, so ist nach Induktionskurven H_z gleich oder kleiner als 30. Somit für ein I_z von 8 cm und ein $I_l = 1$ cm wäre dann:

$$H_z \cdot I_z \gtrsim 240, H_l \cdot I_l = (0,85 \times 15000) \times 1 \gtrsim 12750$$

$$\frac{H_z \cdot I_z}{H_l \cdot I_l} = \frac{240}{12750} = \sim \frac{2}{100}$$

Wenn also B_z weniger als 15000 CGS beträgt, gilt mit genügender Genauigkeit:

$$H_l \cdot I_l = H_n \cdot I_n$$

$$\text{I. } H_n = \frac{I_l}{I_n} \cdot H_l = (1/7 \text{ bis } 1/10) H_l$$

Wenn nun *in zweiter Annahme* B_z die allerhöchsten Sättigungswerte erreicht, dann ist $H_z \cdot I_z$ nicht mehr vernachlässigbar; bekanntlich ist:

$$H_z = \frac{B_z}{\mu}$$

und unter solchen Umständen der Grenzwert für μ :

$\lim \mu = 1$, also auch $H_z = B_z$ und somit der Flux im Papier nicht vernachlässigbar. Es ist dann:

$$B_z \cdot Q_z + H_z \cdot Q_{pp} = H_I \cdot Q_I$$

wobei der Querschnitt des Papiers:

$$Q_{pp} = 0,15 \cdot Q_I, \text{ und derjenige des Eisens: } Q_z = 0,85 Q_I$$

$$H_z \cdot 0,85 Q_I + H_z \cdot 0,15 Q_I = H_I \cdot Q_I$$

woraus folgt, dass:

$$H_z = H_I.$$

Da:

$$H_z \cdot I_z + H_I \cdot I_I = H_n \cdot I_n,$$

so folgt:

$$H_z \cdot I_z + H_z \cdot I_I = H_n \cdot I_n$$

$$H_z (I_z + I_I) = H_n \cdot I_n,$$

und weil

$$I_z + I_I = I_n,$$

$$H_z = H_n$$

$$\text{II. } H_z = H_I = H_n.$$

Bei sehr hoher Sättigung sind somit gleiche Feldstärken in Nuten, Zacken und Luftspalt vorhanden und sind die Kraftlinien in diesen Teilen mit den zur Maschinenaxe senkrecht stehenden und durch diese Axe gehenden Strahlen in Uebereinstimmung.

Vergleichen wir die Formel I mit der soeben erhaltenen II, so sehen wir, dass H_n von etwa $\frac{1}{10} H_I$ bis zur Gleichheit mit H_I anwachsen wird, wenn die Zackeninduktion von etwa 15 000 C. G. S. bis zu den höchsten Sättigungen der Stege zunimmt.

Ganz abgesehen von dem Einfluss der aus den Zahnflanken tretenden Kraftlinien, erschwert der Umstand, dass für Steginduktionen von 15 000 C. G. S. bis etwa 25 000 C. G. S. μ stark variiert, die genaue Berechnung von H_n . Eine gewisse Unsicherheit für H_n ist innerhalb dieser Werte von B_z kaum vermeidlich.

Wir setzen nun, um allgemeiner vorzugehen, voraus, es sei der Luftabstand in der Polaxe kleiner als an den Polhörnern. Dann ist die Berechnung der zur Ueberbrückung des Luftspaltes erforderlichen Ampèrewindungen für die der Polaxe zunächstliegenden Zacken und Nuten durchzuführen, wo die Feldstärke maximal ist. Auf der Längeneinheit des Ankers geht pro Nutteilung t der Flux $H_{max} \cdot t \cdot 1 \text{ cm}$ durch. Es kommt von der Zache als Anteil desselben der $\frac{s_k}{t}$ te Teil, wenn $H_n = H_z$, also bei allerhöchster Steginduktion B_z und wenn

mit s_k die Zackenbreite am Kopf bezeichnet wird. Es ist $\frac{s_k}{t} = \sim \frac{5}{10}$. Wenn hingegen H_n vernachlässigbar ist, kommt von der Zache der $\frac{t}{t}$ te Teil; dies trifft ungefähr ein bei allerkleinster Induktion B_z . Somit kommt von der Zache bei üblichen Induktionen etwa

$$\frac{8 \div 9 \div (10)}{10} H_{max} \cdot t.$$

Die Kontinuitätsgleichung für diesen von der Zache kommenden Flux ist zu schreiben:

$$\frac{8 \div 9 \div (10)}{10} H_{max} \cdot t = H_k \cdot s_k = 0,85 s \cdot B_z,$$

wenn die in Abbildung 18a und 18b zu entnehmende Bezeichnungsweise angenommen wird.

Indem der Koeffizient $\frac{8 \div 9}{10}$ vorläufig eingeschätzt wird, erhält man aus dieser Formel

H_k und B_z . (H_k = Feldstärke in der Luft ganz nahe an der Zahnkrone).

Je nachdem der einfache minimale Luftabstand grösser oder kleiner ist als die Nutenöffnung an der Krone, unterscheiden wir zwei Fälle:

1. Nach Abbildung 18 a ist:

$$\frac{1}{2} I_{l \text{ min}} \geq u.$$

Solange die Kraftlinien im Luftspalt nicht alle vorwiegend radial angenommen werden müssen, können wir die von zwei benachbarten Zacken kommenden Kraftlinien als zu einem homogenen Felde vereinigt ansehen, an der Stelle wo sie den Kreiszylinder durchsetzen, dessen Peripherie von der Zahnkrone um den Abstand u absteht. Die Erfahrung hat nämlich gelehrt, dass bei gewöhnlichen Verhältnissen, sobald der Luftspalt nicht kleiner ist als die Nutenöffnung, dann in massiven Polen keine Wirbelströme infolge der Nutzung auftreten. Nehmen wir nur soweit Rücksicht auf die Art und Weise wie sich die Kraftlinien bei relativ kleinen Zackeninduktionen von der Zahnkrone aus krummlinig ausbreiten, dass wir die erforderlichen Ampèrewindungen für die Strecke vom Zahnkopf bis zur erwähnten Kreiszylinderfläche mit einem kleinen Ueberschuss berechnen, so ist approximativ die mittlere Feldstärke von der Zahnkrone bis zum Abstande u von derselben zu setzen:

$$H_m = \frac{H_k + H_{\max}}{2},$$

und somit der Beitrag zu $\Sigma(H \cdot I)$ bezüglich Luftspalt, vom Zahnkopf bis zur Poloberfläche (pro magnetischen Kreis gerechnet):

$$H_m \cdot 2u + H_{\max} (I_{l \text{ min}} - 2u).$$

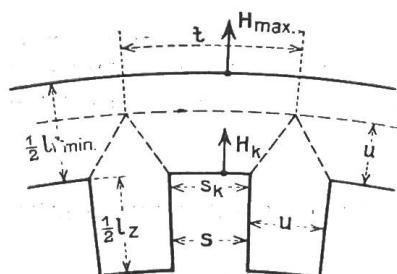


Abbildung 18 a. Grosser Luftspalt im Vergleich zur Nutöffnung.

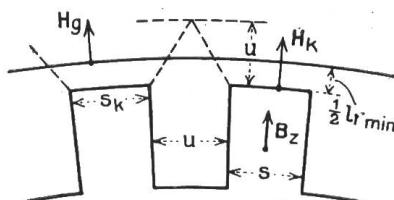


Abbildung 18 b. Kleiner Luftspalt im Vergleich zur Nutöffnung.

2. Wenn nach Abbildung 18 b:

$$\frac{1}{2} I_{l \text{ min}} < u,$$

dann ist anzunehmen, dass bei relativ kleinen Zackeninduktionen die aus der Zahnkrone austretenden Kraftlinien, solange sie in der Luft sind, Bahnen aufweisen, welche von denjenigen des vorigen Falles nicht allzu stark abweichen. Der oben angeführte Kreiszylinder mit dem Abstand u hat jetzt nur eine ideelle Bedeutung, denn im Poleisen sind die Kraftlinien schon sehr bald nach ihrem Eintritt zu fast homogenem Felde vereinigt. Soll nun mit analogem Ueberschuss gerechnet werden wie im ersten Fall, so wird:

$$H_m = \frac{H_k + H_g}{2}.$$

H_k wird aus der oben angegebenen Kontinuitätsgleichung berechnet. Zur Bestimmung von H_g ist die der obigen analoge Kontinuitätsgleichung zu schreiben:

$$\frac{8 \div 9 \div (10)}{10} H_{\max} \cdot t = H_g (s_k + \frac{1}{2} I_{l \text{ min}}).$$

Der Ausdruck des vom Luftspalt benötigten Beitrages zu $\Sigma(H \cdot I)$ reduziert sich in diesem Fall auf:

$$H_m \cdot I_{l \text{ min}}.$$

Zu den hiermit berechenbaren Beiträgen zu $\Sigma (H \cdot l)$ kommt der Beitrag infolge der magnetisierenden Feldstärke in der Zacke, also $H_z \cdot l_z$ pro magnetischen Kreis, hinzu. Es muss $H_k > H_g > H_{max}$ sein, sofern der Koeffizient $\frac{8 \div 9}{10}$ richtig geschätzt wurde. Zur Kontrolle dieses vorläufig geschätzten Koeffizienten ist, entweder aus dem Ausdrucke für den ersten Fall:

$$H_z \cdot l_z + H_m \cdot 2u + H_{max} (l_{min} - 2u) = H_n \cdot l_n,$$

oder aus demjenigen für den zweiten Fall:

$$H_z \cdot l_z + H_m \cdot l_{min} = H_n \cdot l_n$$

H_n berechenbar. Der Flux durch die Nuten ist dann:

$$H_n \cdot u \cdot 1$$

und der Flux durch die Zacken:

$$B_z \cdot s \cdot 0,85$$

so dass der Koeffizient $\frac{8 \div 9 \div (10)}{10} = k$ sein müsste:

$$k = \frac{B_z \cdot s \cdot 0,85}{B_z \cdot s \cdot 0,85 + H_n \cdot u \cdot 1}$$

Der aus diesem Bruch sich ergebende Wert wird im allgemeinen mit dem eingangs geschätzten nicht übereinstimmen. Mittels Einsetzen desselben an Stelle des früher eingeschätzten, kann man die Rechnung von H_k , B_z etc. wiederholen. Der sich so aus zweiter Rechnung ergebende Kontrollwert von k wird von dem durch die erste Kontrollrechnung erhaltenen Wert sehr wenig abweichen. Erachtet man die Abweichung als noch zu gross, so kann man das Näherungsverfahren wiederholen.

Durch Anwendung der so erhaltenen Formeln ergibt sich die Berechnung der Werte H_{k1} und H_{g1} in Abbildung 15. Es kann hier bei Annahme, dass im Rotor die gleiche Verteilung des Fluxes auf Zacken und Nuten stattfinde wie im Stator, gesetzt werden:

$$\frac{8 \div 9}{10} H_1 \cdot t_{st} = H_{k1} \cdot s_{k,st}$$

$$= B_{z,st1} \cdot 0,85 s_{st} \quad (B_{z,st1} = \text{Statorzacken-Induktion zwischen } K \text{ u. } L)$$

$$= H_{g1} (s_{k,st} + \frac{1}{2} l_1 - n \cdot u_{kQ})$$

oder, wenn der Luftspalt im Verhältnis zur Nutöffnung des Stators gross genug ist,

$$= H_{g1} (t_{st} - n \cdot u_{kQ}).$$

n ist die Zahl der Rotornuten pro Statornutteilung t_{st} , u_{kQ} die Nutöffnungsbreite im Rotor.

(Es ist zu bemerken, dass bei Annahme geschlossener Nuten diese Formel dieselbe Form behalten kann, weil, infolge der dann gewöhnlich eintretenden sehr starken Sättigung der Nutenüberdeckung, ein ganz homogenes Feld auf den Stator- und Rotoroberflächen nicht zustande kommt. Man muss also auch dann u_{kQ} ein Mass beilegen, wobei gleichzeitig s_{kQ} geschätzt wird.)

$$H_{g1} \cdot s_{kQ} = B_{zQ1} \cdot 0,85 s_Q$$

$$(B_{zQ1} = \text{Rotorzacken-Induktion zwischen } K \text{ und } L).$$

Es sind dann H_{k1} , H_{g1} , $B_{z,st1}$, B_{zQ1} berechenbar und können die $B_{z,st1}$ und B_{zQ1} entsprechenden $H_{z,st1}$ und H_{zQ1} aus den Induktionskurven entnommen werden.

Führt man nun die ideelle Länge l_1 des Luftspaltes ein, indem man:

$$\frac{H_{k1} + H_{g1}}{2} \cdot l_1 = H_1 \cdot l_1$$

oder bei hinlänglich grossem Luftspalt im Verhältnis zur Nutöffnung:

$$\frac{H_{k1} + H_1}{2} \cdot 2u_{k,st} + \frac{H_1 + H_{g1}}{2} \cdot 2u_{kQ} + H_1 \{l_1 - 2(u_{k,st} + u_{kQ})\} = H_1 \cdot l_1$$

setzt, dann darf man, da die Sättigungen mit Ausnahme der Zackeninduktionen verhältnismässig gering sind, setzen:

$$H_{z,st1} \cdot l_{z,st} + H_{zQ1} \cdot l_{zQ} + H_1 \cdot l_1 = 0,4 \pi I_a \cdot s_I,$$

wo der Ausdruck rechts die magnetomotorische Kraft des Stators zwischen K und L , sowie zwischen S und T bedeutet. Hieraus ergibt sich dann:

$$H_I = f^*(I_a \cdot s_I) = f(I_a),$$

wenn unter s_I die Drahtzahl in den Nuten L, M, N, O, P, Q, R und S verstanden wird (Abbildung 14 und 19). I_a bedeutet Gleichstrom, oder einen Wechselstrom-Augenblickswert $I_{a\text{ mom}}$. In Abbildung 20 ist die Funktion H_I , welche als Charakteristik des betrachteten, zwischen K und L gelegenen Einzelkreises I angesehen werden kann, dargestellt.

Für den Fall von parallelgeschalteten Leiterabteilungen im Stator ist die Kurve H_I zunächst in Abhängigkeit von $j_{st} \cdot s_I$ (j_{st} = Gleichstrom oder Momentanstrom in einer Stromabteilung des Stators) zu zeichnen; dann ist der Proportionalitätsfaktor zwischen $j_{st} \cdot s_I$ und I_a zu bestimmen und damit der Maßstab der Abszissen zu bilden. Die Kurve für die Zugkraft hat sich natürlich auf die ganze Ankerstromstärke zu beziehen.

Für den magnetischen Einzelkreis mit der Feldstärke H_{II} gilt entsprechend:

$$H_{z\text{ st II}} \cdot I_{z\text{ st}} + H_{z\text{ Q II}} \cdot I_{z\text{ Q}} + H_{II} \cdot I_{II} = 0,4 \pi I_a s_{II},$$

wo s_{II} gleich ist der Drahtzahl in den Nuten M, N, O, P, Q und R . Ganz analoge Ausdrücke bestehen im weitern für H_{III} und H_{IV} .

Wenn nun in jeder Nut gleichviel Drähte sind, dann gilt nach dem Beispiel der Abbildung 19 der Zusammenhang:

$$s_{II} = \frac{3}{4} s_I, \quad s_{III} = \frac{1}{2} s_I, \quad s_{IV} = \frac{1}{4} s_I.$$

Ist $I'_a = \frac{4}{3} I_a$ ein neuer Wert von I_a , dann ist

$$I'_a \cdot s_{II} = \frac{4}{3} I_a \cdot \frac{3}{4} s_I = I_a \cdot s_I.$$

Wenn $H'_{z\text{ st II}}$ sowie $H'_{z\text{ Q II}}$ und H'_{II} dem Werte I'_a entsprechen, dann gilt:

$$H'_{z\text{ st II}} \cdot I_{z\text{ st}} + H'_{z\text{ Q II}} \cdot I_{z\text{ Q}} + H'_{II} \cdot I_{II} = H_{z\text{ st I}} \cdot I_{z\text{ st}} + H_{z\text{ Q I}} \cdot I_{z\text{ Q}} + H_I \cdot I_I$$

Und da für die Annahme einer anderen Verteilung der Total-Ampèrewindungen auf Zacken und Luft kein Grund vorliegt, vielmehr die Abmessungen der Zacken des magnetischen Kreises II identisch sind mit denjenigen des ersten magnetischen Kreises I , so werden die entsprechenden Größen übereinstimmen, also: $I_{II} = I_I$ und $H_{II}' = H_I$ sein.

Die Kurve H_{II} geht somit aus der Kurve H_I durch Affinität in Bezug auf die Vertikalachse hervor und der Proportionalitätsfaktor ist hier $\frac{4}{3}$. Analog würden wir finden,

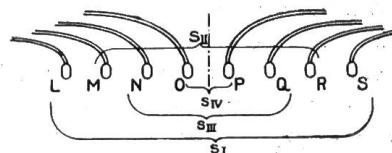


Abbildung 19. Bezeichnung der Stator-Windungszahlen pro Polpaarbogen.

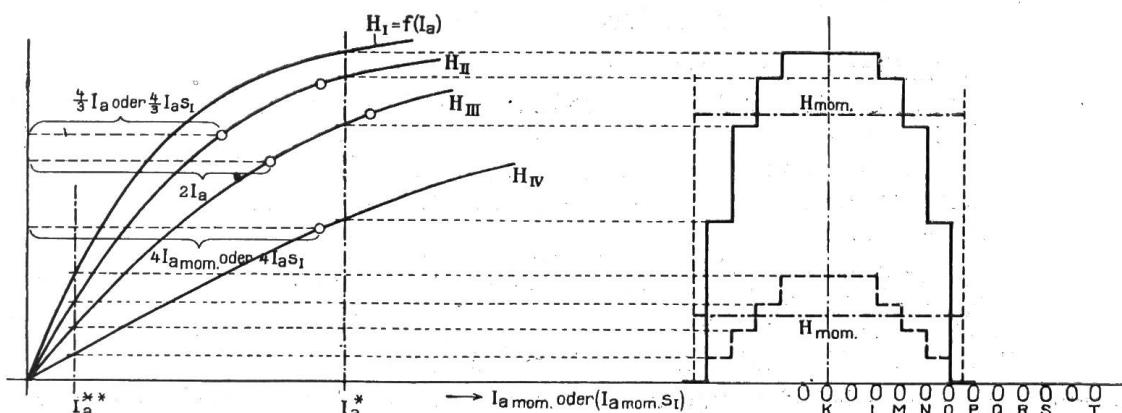


Abbildung 20. Ableitung der Charakteristiken der einzelmagnetischen Kreise und der Feldstaffelungen bei verschiedenen augenblicklichen Stromintensitäten.

dass die Kurve H_{III} durch Affinität mit H_I hervorgeht, wobei der Proportionalitätsfaktor $\frac{2}{1}$ ist; entsprechend beträgt der Proportionalitätsfaktor $\frac{4}{1}$ für die Kurve H_{IV} .

In Abbildung 20 sind die so abgeleiteten Charakteristiken der einzelnen magnetischen Kreise entwickelt und kann man aus dieser Abbildung für jeden Momentanwert des Statorstroms oder der totalen Ampèrewendungszahl pro Polpaar die Werte H_I , H_{II} , H_{III} , H_{IV} auf einer Schnittordinate, z. B. I_a^* , (Abbildung 20) ablesen und somit zwischen K und L , respektive zwischen L und M etc. abtragen, wodurch die Feldstaffelung für den betreffenden Augenblickswert des Erregerstromes erhältlich ist.

Durch Wiederholung dieses Verfahrens gelangt man dazu, die Feldkurven oder eigentlich Feldstaffelungen bei jedem Momentanwert der Stromstärke I_a^* , I_a^{**} aufzzeichnen zu können. Man wird dann konstatieren, dass bei kleinen Werten der Stromstärke I_a , wenn also die Zacken eine kleine Induktion haben, die Form dieser Feldkurve ebenfalls affin ist mit derjenigen der Staffelung der magnemotorischen Kraft. Bei grösseren Werten der Stromstärke muss die betreffende Feldkurve stärker abgeflacht sein. Die Form der Feldkurve ändert sich also im Laufe der Periode des Wechselstroms, der die Statorwicklungen durchfliesst. Somit ändert sich im Laufe der Periode auch das Verhältnis zwischen Maximalwert und Mittelwert der Feldstärke.

Bei jedem Momentanwert der Ankerstromstärke $I_{a mom}^*$ ist aber aus der erhaltenen Feldstaffelung dieser Mittelwert \bar{H}_{mom}^* der Feldstärke durch Planimetrierung erhältlich, so dass wir eine Kurve erhalten können von der Form (Abbildung 1) $\bar{H}_{mom} = f_1(I_{a mom})$.



Vereinsnachrichten.

Traktanden und Berichte zur Generalversammlung des S. E. V

Traktandenliste
der
XXIV. GENERALVERSAMMLUNG
des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
Sonntag den 15. Oktober 1911, vormittags $9\frac{1}{2}$ Uhr
im Victoria Hall in Genf.

1. Wahl der Stimmenzähler.
2. Genehmigung des Protokolls der ausserordentlichen Generalversammlung vom 26. März 1911 in Zürich.
3. Jahresbericht des Vorstandes über das Vereinsjahr 1910/11.
4. Jahresbericht der Aufsichtskommission der Technischen Prüfanstalten über das Geschäftsjahr 1910/11.
5. Bericht der Rechnungsrevisoren über die Vereinsrechnung und über die Rechnung der Technischen Prüfanstalten.
6. Jahresrechnung und Budget des S. E. V.
7. Antrag der Aufsichtskommission betr. Verwendung des Ueberschusses der Rechnung der Technischen Prüfanstalten.
8. Budget der Technischen Prüfanstalten 1911/12.
9. Festsetzung der Jahresbeiträge.