

Zeitschrift:	Bulletin des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins
Herausgeber:	Schweizerischer Elektrotechnischer Verein ; Verband Schweizerischer Elektrizitätswerke
Band:	1 (1910)
Heft:	3
Artikel:	Legiertes Eisen : magnetische Untersuchungen an Eisen-Silicium-Nickel-Legierungen [i.e. Eisen-Silicium-Nickel-Legierungen]
Autor:	Guggenheim, Sigmund
DOI:	https://doi.org/10.5169/seals-1059683

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 20.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Fachkreise dürfen aber auch dem Bundesrat und dem Eisenbahndepartement dafür dankbar sein, dass sie auf die in der Praxis stehenden Fachleute in solchen Angelegenheiten hören und diese in- und ausserhalb von Kommissionen auch da zum Worte kommen lassen, wo die Gesetze keine eigentliche Vertretung von Interessen- gruppen vorsehen. Wir haben die Ueberzeugung, dass dies auch in der Zukunft stets so der Fall sein wird, wenn wir Fachleute unsere Anschauungen und Wünsche in einer bestimmten und einheitlichen Weise in massvoller Form vor die Behörden bringen. Gewiss beschäftigen sich in unserem Lande die Behörden recht viel und eingehend mit technischen Vorschriften, die man eben für den Schutz der Oeffentlichkeit für nötig hält; allein man möge sich doch anderwärts etwas umsehen: Die meisten andern Länder beneiden unsere Elektrotechnik um die gesetzliche und anderweitige Möglichkeit, ihre Anschauungen bei den Behörden zur Geltung zu bringen, eine Möglichkeit, die sich die schweiz. Elektrotechnikerschaft in mühevoller Mitwirkung bei der gesetzgeberischen Arbeit vor 10 und vor 20 Jahren selbst geschaffen hat.



Legiertes Eisen

Magnetische Untersuchungen an Eisen-Silicium und Eisen-Silicium-Nickel-Legierungen.

Von Dr. Sigmund Guggenheim, Ingenieur, Zürich.

Die magnetischen und elektrischen Eigenschaften von Eisensorten und Eisenlegierungen beanspruchen schon seit etlichen Jahren das grösste Interesse der Elektrotechniker.

Ohne die Verwendung legierter Eisenbleche wäre die Wechselstromtechnik niemals zu der guten Oekonomie gelangt, die sie heute zeigt, und es ist daher zu begreifen, dass die Erforschung dieser Legierungen schon viele Physiker und Techniker beschäftigt hat.

Die umfassendsten Untersuchungen auf diesem Gebiet wurden vor ca. 10 Jahren von *W. Barret, W. Brown und R. Hadfield¹⁾* veröffentlicht und von *E. Gumlich²⁾* ausführlich diskutiert.

Diese Versuche ergaben unter Anderem, dass mit zunehmendem Siliciumgehalt einer Eisen-Siliciumlegierung der spez. elektrische Widerstand derselben stark vergrössert wird. Dies ist im Hinblick auf die Wirbelstrombildung von eminenter Bedeutung. Im weitem wurde von diesen Beobachtern festgestellt, dass mit wachsendem Si-Gehalt die Energieverluste durch Hysteresis abnehmen und dass aber auch die Permeabilität herabgedrückt wird.

Im Gegensatz dazu lehrt die Erfahrung³⁾, dass die Permeabilität des Eisens durch einen kleinen Zusatz von Nickel erhöht wird.

Analoge Resultate wurden noch von vielen andern Beobachtern gefunden, doch ist das gesamte vorliegende Versuchsmaterial durchaus lückenhaft, weil keiner der früheren Beobachter genügend viele verschiedene Legierungen untersucht hat, um von dem Einfluss der zum Eisen gefügten Si-Zusätze ein richtiges Bild zu erhalten.

Bevor sich jedoch diese Tatsachen im Verlauf meiner Untersuchungen herausstellten, galt auch für mich der Satz: „Si erniedrigt, Ni erhöht die Permeabilität des Eisens“, und es war daher nach meiner Meinung die Möglichkeit einer magnetisch günstigen Superposition dieser Eigenschaften, bei einer Legierung des Eisens mit Si und mit Ni, nicht ausgeschlossen.

¹⁾ Trans. Roy. Dublin Soc. (2) 7. 1900.

²⁾ ETZ. 23. 1902. S. 101.

³⁾ J. A. Ewing & Parshall, Proc. Inst. Civ. Eng. 126, 1896; W. Leick, Wied. Ann. 59. 1896.

In wie weit diese Erwartung zutrifft, wird sich aus den folgenden Untersuchungen ergeben.

Das Ziel meiner Arbeit war also anfänglich: Legierungen zu finden, bestehend aus Eisen, Si und Ni, die bei kleinem Energieverlust durch Hysteresis und Wirbelströme eine möglichst hohe Permeabilität aufweisen.

Dieses Thema wurde dann im Laufe der Arbeit dadurch einigermassen modifiziert, dass das Hauptgewicht auf die Fe-Si-Legierungen gelegt wurde und zwar aus folgenden Gründen. Es stellte sich schon anfänglich heraus, dass die Behauptung: „zunehmender Si-Gehalt verringert die Permeabilität“ nur bei sehr grossen Induktionen gilt. Bei den Induktionen dagegen, die in der Elektrotechnik am häufigsten vorkommen, steigert der zunehmende Si-Gehalt die Permeabilität ganz bedeutend, sodass der Ni-Zusatz seine Bedeutung teilweise verliert. Im weiteren schien ein willkürliches Tasten nach Kompositionen von Eisen mit Si und Ni nicht am Platze, bevor der Einfluss des Siliciums allein nicht genügend festgelegt war.

Ich glaube nun im Folgenden zu beweisen, dass man es durch geeignete Zusätze von Si oder von Si und Ni in der Hand hat, ausserordentlich mannigfaltige Eigenschaften des Materials zu erhalten.

Während heutzutage nur das Blech für Transformatoren und Dynamos legiert wird, soll durch diese Untersuchungen auch eine „Veredelung“ des Dynamostahlgusses in den Vordergrund gerückt werden, dem man bisher viel zu wenig Aufmerksamkeit geschenkt hat.

Aehnlich, wie die moderne Glasfabrikation für jeden besonderen Zweck eine besondere, spezielle Glassorte erzeugt, sollte man für jeden Teil einer elektrischen Maschine das für ihn geeignete Eisen auswählen, um noch bessere Resultate als die bisher erzielten zu erhalten.

Die Untersuchungen wurden im physikalischen Institut des eidg. Polytechnikums in Zürich ausgeführt, und hat sich der Vorstand dieses Instituts, Prof. Dr. H. F. Weber, für die Beschaffung des Versuchsmaterials in verdankenswerter Weise wiederholt bemüht.

Versuchsmaterial.

Die Legierungen wurden als massive Ringe hergestellt, die nach ihrer ganzen chemischen Zusammensetzung¹⁾ in die Klasse der Stahlgüsse gehören.

Sie wurden im Tigell gegossen²⁾ von der Elektro-Stahlgießerei A. Oehler & Co., Aarau (Schweiz). Es gelang dieser Giesserei nach einigen Versuchen und auf Grund ihrer Erfahrung, die von mir gewünschten Kompositionen auf weniger als 0,1 % genau herzustellen. Die prompte und sichere Lieferung der Legierungen sei an dieser Stelle bestens verdankt.

Ich liess nach und nach im ganzen 17 Ringe anfertigen. Davon enthielten 13 nur Silicium-Zusätze; 4 Ringe enthielten neben Silicium noch Nickel-Zusätze¹⁾.

Mit wachsendem Si-Gehalt wird das Material immer härter³⁾, was sich beim Bearbeiten der Ringe unangenehm fühlbar macht. Ring XIII mit 5,87 % Si war in der Tat so hart, dass eine Bearbeitung und damit auch die magnet. Untersuchung unmöglich wurde. Aehnlich erging es mit Ring XVII (5,04 % Si). Er liess sich zwar noch mit vieler Mühe abdrehen, wies aber eine so poröse Struktur auf, dass er ebenfalls unbrauchbar war und ausgeschieden werden musste. Alle übrigen 15 Ringe waren genügend homogen in ihrer Struktur. Sie wurden zur Widerstandsmessung an 2 Stellen aufgeschnitten und wiesen mit wenigen Ausnahmen völlig homogene Schnittflächen auf. Die mit Nickel legierten Ringe sind in ihrem äusseren Aussehen von bestem Flusseisen nicht zu unterscheiden.

Von sämtlichen Legierungen liegt eine vollständige chemische Analyse vor, die zum Verständnis der magnetischen und elektrischen Eigenschaften absolut notwendig ist.

¹⁾ Vgl. Tab. 1.

²⁾ Im grossen Massstab wird das Material im elektrischen Ofen hergestellt, wobei bedeutend günstigere Resultate erzielt werden können, als beim Tigergussverfahren.

³⁾ Vgl. auch: E. Kolben. Rundschau f. Techn. und Wirtschaft. 1909.

Tabelle 1: Chemische Analysen der Ringe I bis XVII.

Ring	Fe %	Si	Ni	C	Mn	S	P	Bemerkungen
I	98.87	0.677	—	0.302	0.090	0.010	0.048	
II	97.80	1.750	—	0.302	0.090	0.010	0.048	
III	96.80	2.820	—	0.231	0.090	0.010	0.048	
IV	96.08	3.600	—	0.168	0.090	0.010	0.048	
V	95.78	1.997	1.902	0.170	0.090	0.010	0.048	
VI	92.92	3.929	2.800	0.170	0.090	0.010	0.048	
VII	99.45	0.194	—	0.280	0.065	0.007	Spur	
VIII	94.757	4.789	—	0.300	0.130	0.012	0.012	
IX	94.6	3.835	1.108	0.282	0.163			
X	93.6	3.910	2.011	0.310	0.130			
XI	97.329	2.340	—	0.256	0.065	0.009	Spur	
XII	96.953	2.720	—	0.170	0.130	0.013	0.014	
XIII	93.7	5.870	—	0.290	0.142			für Bearbeitung zu hart
XIV	97.579	2.050	—	0.222	0.130	0.010	0.009	
XV	98.608	1.060	—	0.180	0.130	0.011	0.011	
XVI	95.222	4.310	—	0.270	0.182	0.010	0.006	
XVII	94.410	5.04	—	0.402	0.130	0.010	0.008	porös

Obenstehende Tab. 1 gibt die Zusammenstellung der verschiedenen Analysen. Die Nummerierung der Ringe weist auf die Herstellungsreihenfolge hin.

Es folgen in Tab. 2 die übrigen Daten der Ringe, sowie die primären Windungszahlen.

Tabelle 2: Zusammenstellung der Dimensionen der Ringe 1 bis XVI

Ring	M kg	Da mm	Di mm	Dm mm	I cm	$2h$ mm	q cm ²	V cm ³	ρ kg/dm ³	N Schicht I	N Schicht II
I	3.974	300.00	240.00	270.00	84.78	20.20	6.06	513.767	7.735	248	248
II	3.851	299.45	239.65	269.55	84.64	20.00	5.98	506.139	7.609	249	249
III	3.942	300.20	239.90	270.05	84.80	20.31	6.12	519.204	7.592	245	245
IV	3.876	300.05	239.90	269.99	84.90	20.00	6.01	510.249	7.590	256	256
V	3.987	300.60	239.95	270.28	84.92	20.20	6.13	520.660	7.655	259	258
VI	3.905	300.50	240.20	270.35	85.00	20.24	6.10	518.500	7.531	253	253
VII	3.948	300.10	239.60	269.85	84.80	20.00	6.05	513.040	7.700	244	244
VIII	3.832	300.00	239.60	269.80	84.80	20.12	6.08	515.584	7.430	237	237
IX	3.888	300.10	240.00	270.05	84.88	20.05	6.03	511.826	7.595	249	248
X	3.908	300.20	239.95	270.08	84.85	20.20	6.09	516.737	7.560	247	245
XI	3.844	299.80	239.50	269.65	84.75	19.75	5.96	505.110	7.609	245	245
XII	3.914	299.80	239.53	269.67	84.70	20.11	6.06	513.282	7.618	245	245
XIV	3.903	300.00	240.30	270.15	84.90	20.20	6.03	511.947	7.620	289	289
XV	3.993	300.60	240.10	270.35	84.96	19.75	5.97	507.202	7.862	234	234
XVI	3.818	300.35	240.00	270.18	85.00	19.80	5.975	507.875	7.515	218	218

Dabei wurden folgende Bezeichnungen gewählt:

M	Masse	$2h$	Axiale Höhe
Da	Aeusserer Durchmesser	q	Querschnitt
Di	Innerer "	V	Volumen
Dm	Mittlerer "	ρ	Dichte
I	Länge der Mittellinie	N	Primäre Windungszahlen

Aus dieser Tabelle geht hervor, dass sämtliche Ringe annähernd dieselben Dimensionen besitzen.

Nach vollendeter Bestimmung dieser Dimensionen und des Gewichtes wurden die Ringe zuerst mit 2 Lagen Isolierband umgeben. Hierauf folgte die primäre Wicklung in 2 Schichten aus isoliertem Kupferdraht von 2,5 mm Stärke. Dieser grosse Drahdurchmesser ermöglichte eine sehr regelmässige Wicklung, da ein Einsinken der obern in die

untere Schicht nicht stattfinden konnte. Im weitern gestattete er das Arbeiten mit starken Strömen. Während die primäre Wicklung den Ring vollständig gleichmässig bedeckt, beanspruchen die sekundären Wicklungen nur einen Teil des ganzen Ringumfanges. Sie wurden mit 1 mm starkem Draht ausgeführt. Isoliert besitzt dieser Draht ebenfalls ca. 2 $\frac{1}{2}$ mm Durchmesser, sodass auch hier ein Einsinken in die obere primäre Schicht ausgeschlossen ist. Die sekundäre Bewicklung besitzt 2 Serien zu je 50 und je eine Serie zu 30, 20, 10, 5, 3 und 2 Windungen. Auch eine einzelne Windung ist vorhanden, so dass man durch Zusammenschalten, von 1 bis 171 jede Windungszahl herstellen kann.

In dieser Gestalt wurden die Ringe auf geeignete Bretter, die mit den nötigen Anschlussklemmen versehen sind, montiert.

Es wurden für jeden Ring bestimmt:

1. Induktion und Permeabilität als Funktion der Feldstärke.
2. Energieverluste durch Hysterese als Funktion der Induktion.
3. Spezifischer elektr. Widerstand.

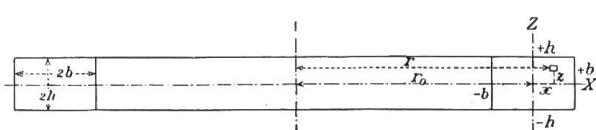
Mit Hilfe dieser letztern Grösse wurden dann

4. die Energieverluste durch Wirbelströme berechnet.

Induktion und Permeabilität.

Wie oben gesagt, wurde zur Bestimmung der magnetischen Eigenschaften die Ringmethode benutzt.

Die im Innern eines solchen Eisenringes auftretende mittlere magnetisierende Kraft H_i , die Feldstärke, lässt sich bekanntlich aus der einfachen Formel



$$H_i = \frac{0.4 \pi N}{l} i$$

Abbildung 1. Schema des Ringquerschnitts.

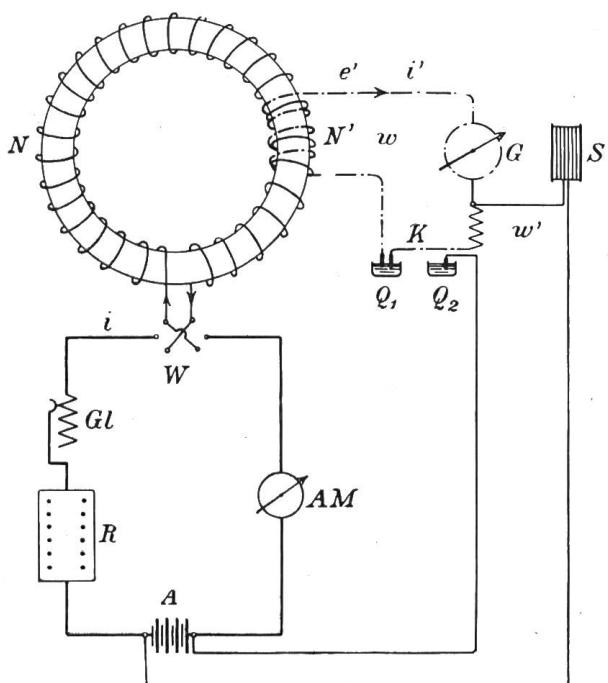


Abbildung 2. Versuchsanordnung für die Bestimmung der Permeabilität und der Hysterese.

berechnen, wenn mit i der Magnetisierungsstrom in Ampère ausgedrückt wird und l die Länge der Mittellinie des Ringes in cm bedeutet. Es war nun zunächst zu untersuchen, ob die Grösse der radialen Ringbreite $2b$ nicht etwa zu einer erheblichen Ungenauigkeit dieser einfachen Formel führe. Eine an Hand des Schemas gemäss Abbildung 1 vorgenommene genaue Integration der Feldstärke über den ganzen Ringquerschnitt ergab jedoch die genügende Genauigkeit (etwa 4%) der mitgeteilten Formel.

Zur Ermittlung der Induktion B im Eisen legte ich nun die in Abb. 2 schematisch wiedergegebene Versuchsanordnung an. Der primäre Stromkreis wird gebildet durch die Akkumulatoren A , die Regulierwiderstände R und G , die Stromwippe W , die Windungen N und das Ampèremeter AM . Im sekundären Kreis haben wir die Windungen N' , das Galvanometer G und den Widerstand w' .

Mit Hilfe eines Quecksilbernapfes Q_1 kann der sekundäre Stromkreis geöffnet werden.

Im Nebenschluss zum Primärkreis liegt die Spule S , deren Zweck später erklärt wird. Durch Einlegen des Kontaktes K in Q_2 kann dieser Stromkreis geschlossen werden.

Fliessst nun im Primärkreis ein Strom i , so erzeugt er im Hohlraum der Windungen N die Feldstärke H_i und diese im Eisen die Induktion

$$B = \mu H_i$$

Im sekundären Kreis geschieht nichts, solange B konstant erhalten wird.

Kehrt man nun den Primärstrom durch die Wippe rasch um, so geht der Strom $+i$ über in $-i$ und $+B$ in $-B$, wie nebenstehende Abbildung angibt. Bei der Zeit t_1 beginnt die Kommutation, bei t_2 ist sie beendet. Die Zeit $t_2 - t_1$ muss sehr kurz sein, wie weiter unten begründet wird.

Die zeitliche Variation von B während der Kommutierung erzeugt nun im Sekundärkreis durch Induktion eine elektromotorische Kraft (EMK) e' und diese den Strom i' wie Abb. 4 zeigt. Da i' als Funktion der Zeit t unbekannt ist, wird die während der Zeit $t_2 - t_1$ in Bewegung gesetzte elektrische Menge durch ballistische Galvanometer gemessen, wenn die Zeit $t_2 - t_1$ gegenüber der Schwingungsnauer des Galvanometers sehr kurz ist. Der Strom i' muss bereits abgelaufen sein, bevor sich das Magnetsystem des Instrumentes merklich aus seiner Nullage herausgedreht hat. B ist alsdann proportional dem ersten Galvanometerausschlag.

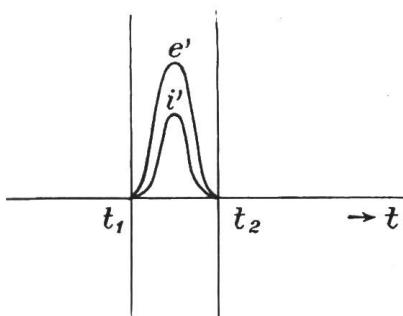


Abbildung 4. Zeitliche Änderung der im Sekundärkreis induzierten EMK e' und der sekundären Stromstärke i' .

gross gewählt wurde, ist durch das Eintreten der Spule S_2 an Stelle von N' und w' am Gesamtwiderstand w des sekundären Kreises sozusagen nichts geändert worden. Da nun für das System $S_1 S_2$, dessen Teile zylinderförmige Spulen sind, das gegenseitige Potential Π rechnerisch bestimmbar ist, wird dadurch die Galvanometer-Eichung möglich.

Das benützte Galvanometer von Hartmann & Braun enthält ein astatisches Magnetpaar von grossem Trägheitsmoment. Die beiden Magnete sind Hohlzylinder von 120 mm Länge, 10 mm äusserem und 6 mm innerem Durchmesser. Eine dicke Kupferhülse innerhalb der Spule liefert die Dämpfung. Die Schwingungsdauer des Magnetsystems beträgt ca. 20 Sekunden und seine Bewegung ist nahezu aperiodisch.

Diese grosse Schwingungsdauer ist zur Erhaltung genauer Werte absolut notwendig, wenn man es mit so grossen, nicht unterteilten Eisenquerschnitten, wie in diesem Falle zu tun hat. Bei der Kommutierung entstehen in dem massiven Ringquerschnitt Wirbelströme, die einer Veränderung der Induktion entgegenwirken. Es dauert also nach der Kommutierung noch eine, wenn auch nur kurze Zeit, bis die Induktion wieder ihren Maximalwert erreicht hat, d. h. bis der Induktionsstrom im Sekundärkreis abgelaufen ist. In dieser Zeit darf sich aber das bewegliche Magnetsystem, nach dem oben Gesagten, nur unmerklich

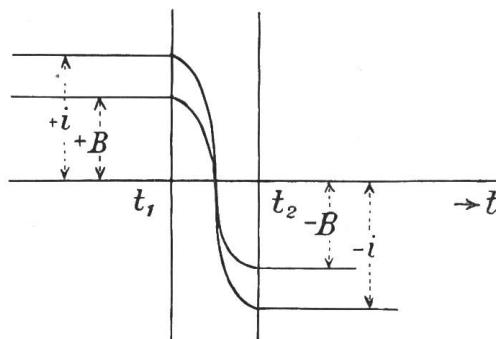


Abbildung 3. Zeitliche Änderung der magnetischen Induktion bei der Kommutation des Primärstromes.

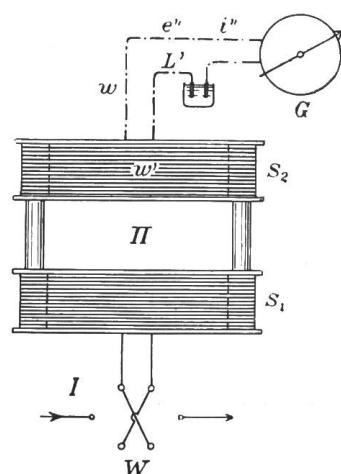


Abbildung 5. Galvanometer-Eichung mittels Spulen von bekanntem gegen seitigen Potential.

aus seiner Ruhelage entfernt haben, was bei der langen Schwingungsdauer des Instrumentes in genügender Weise der Fall war.

Es dauerte infolgedessen aber auch sehr lange, bis das bewegliche System wieder seine Nullage erreicht hatte. Diesem Uebelstand musste nun die Spule S abhelfen¹⁾. Sie war nahe dem Galvanometer, genau gegenüber der Nullstellung aufgestellt und konnte, durch Eintauchen des Kontaktes K in Q_2 , mit einem Strom beschickt werden, der das Magnet-system rasch in seine normale Ruhelage brachte.

Das astatische System war natürlich gegen äussere magnetische Einflüsse sehr empfindlich. Die Ringe und Eichspulen mussten in ca. 5 m Entfernung davon aufgestellt, und

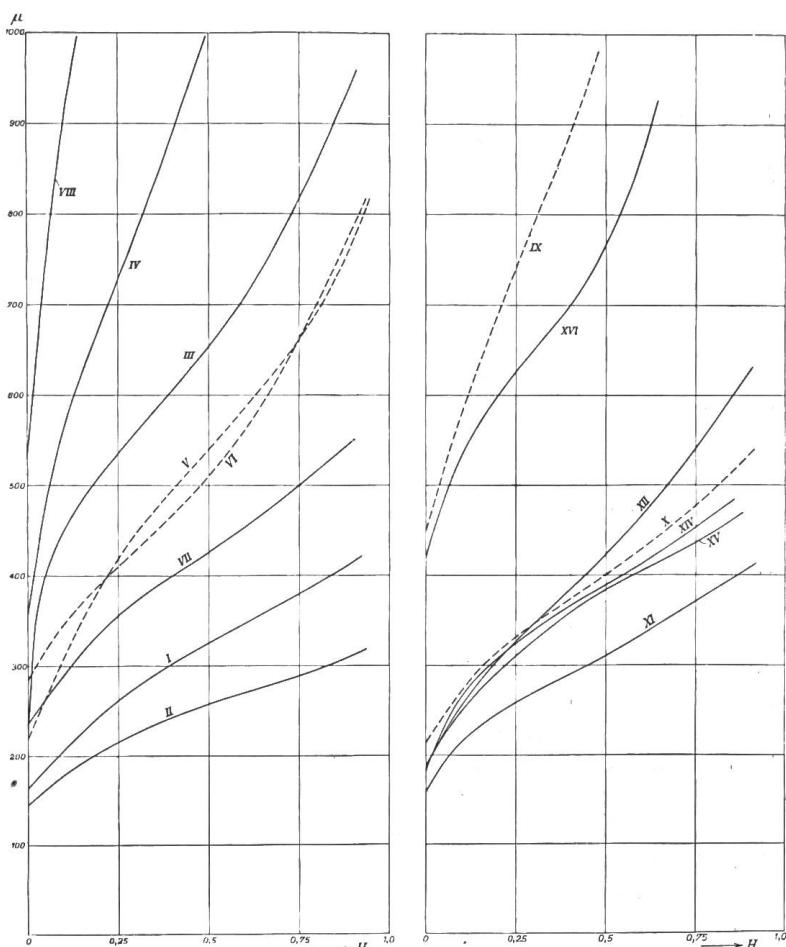


Abbildung 6. Permeabilität bei sehr kleinen magnetisierenden Kräften.

von einander entfernt aufgestellt, ein $II = 0.4873 \times 10^8 \text{ cm}$. Ihr Widerstand beträgt 15.4Ω und macht daher beinahe den Gesamtwiderstand w des Sekundärkreises (ohne Galvanometer) aus.

Die Versuche wurden folgendermassen durchgeführt:

Das Galvanometer ist zuerst jeden Morgen geeicht worden. Da die Schwankungen des Reduktionsfaktors äusserst gering waren, erwies sich eine häufigere Eichung als überflüssig.

Bevor ein Ring untersucht wurde, stellte ich im Primärkreis eine Stromstärke her, die mindestens so gross war, wie die grösste vorgekommene Stromstärke der vorher gegangenen Messung. (Das erstemal brauchte ich nur eine kleine Induktion im Eisen zu erzeugen, die einem eventuellen remanenten Magnetismus gleichkam.) Dann wurde der Ring entmagnetisiert. Dies geschah dadurch, dass ich mit der einen Hand den Primärstrom rasch kommutierte mit Hilfe der Wippe W und mit der anderen erst langsam den Gleitwiderstand und nachher auch noch den Stöpselwiderstand einschaltete. So konnte durch

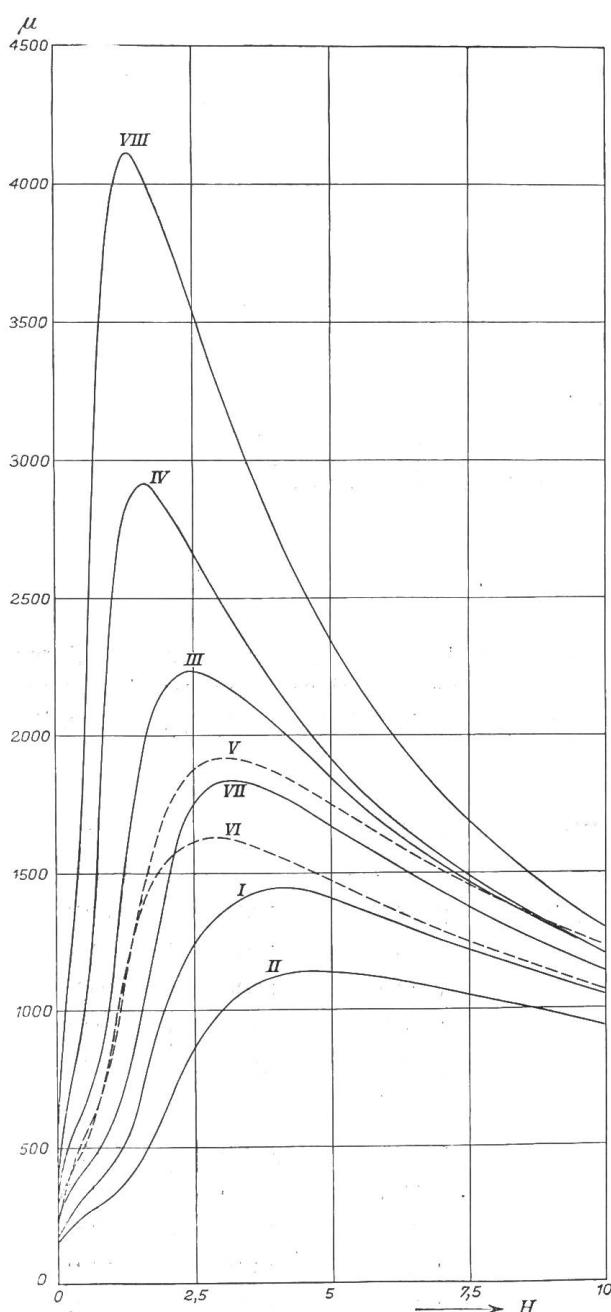
1) Vgl. Abb. 2.

Kommunizieren und Verkleinern des Primärstromes der Ring ziemlich vollständig entmagnetisiert werden.

Bei der Messung verfuhr ich umgekehrt. Nach Einstellung einer bestimmten Stromstärke kommutierte ich zuerst ca. 50 mal, wartete noch eine kurze Pause und begann erst dann die Messung, um die Sicherheit zu gewinnen, dass die Induktion ihren konstanten Wert erreicht hatte.

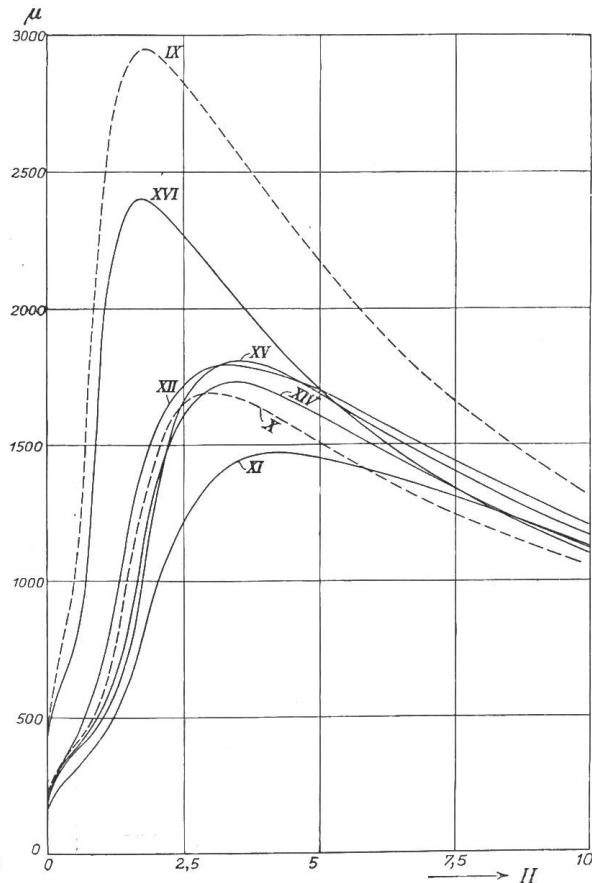
Die H - B -Kurven sind in diesem Sinne, beginnend mit $H = 0.02$, bis $H \approx 100$, in ca. 60 Punkten aufgenommen worden. Bei kleinen Feldstärken, bis H ca. 0.6, ging ich in sehr kleinen Intervallen vorwärts, um den untern Grenzwert von μ festzustellen.

Die graphische Wiedergabe der Funktionen $B = f(H)$ und $\mu = f(H)$ ist in den Abbildungen 6 bis 9 enthalten.



Zur Sicherheit ist jede Untersuchung in der Gegend von μ_{max} in einigen Punkten wiederholt worden, und zwar lag zwischen den beiden Aufnahmen ein Zeitraum, der

Abbildung 7.
Kurven der Permeabilität im Bereich von
ihrem Maximum.



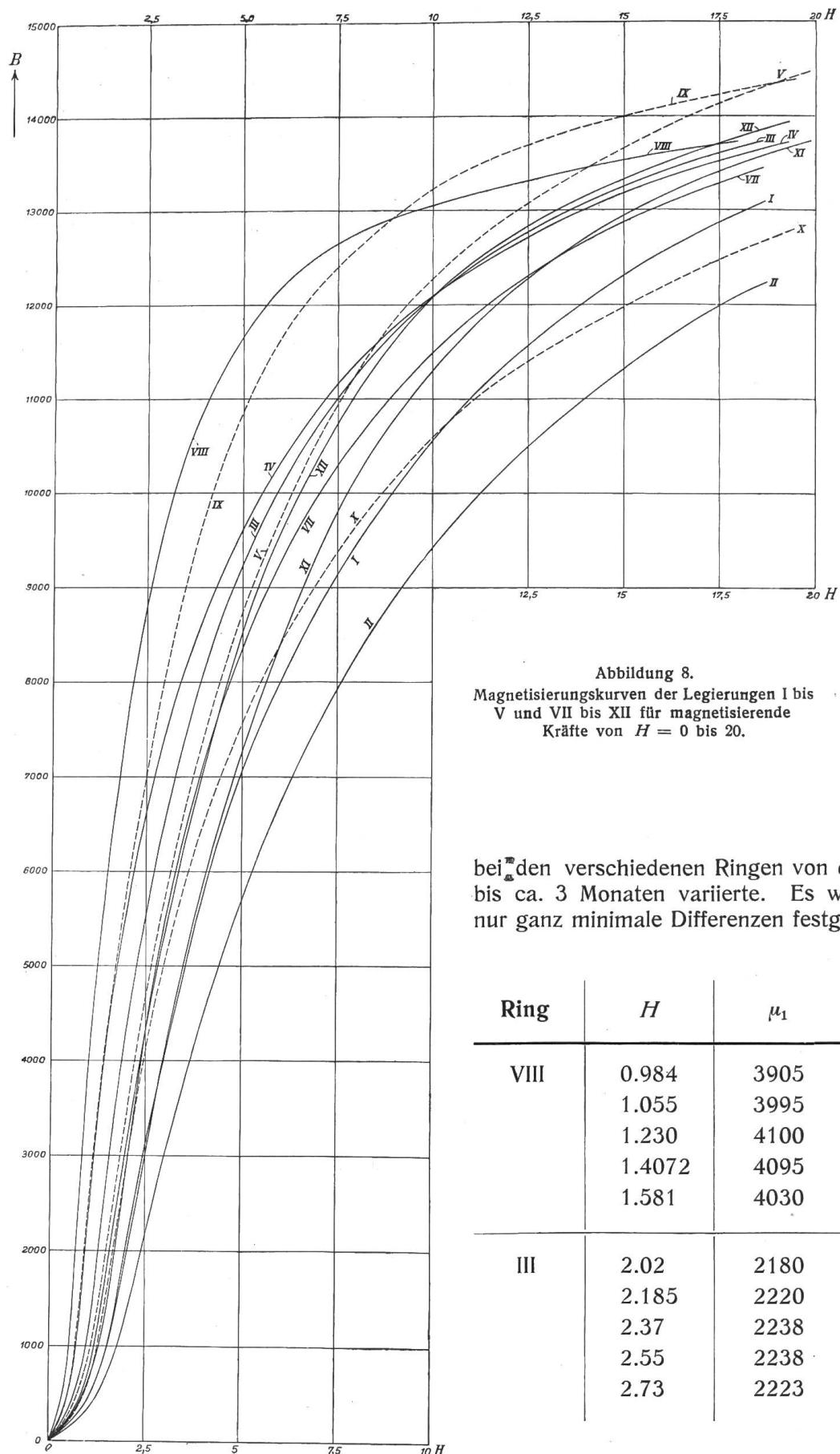


Abbildung 8.
Magnetisierungskurven der Legierungen I bis
V und VII bis XII für magnetisierende
Kräfte von $H = 0$ bis 20.

bei den verschiedenen Ringen von ca. 14 Tagen bis ca. 3 Monaten variierte. Es wurden dabei nur ganz minimale Differenzen festgestellt, z. B.:

Ring	H	μ_1	μ_2
VIII	0.984	3905	3908
	1.055	3995	4010
	1.230	4100	4090
	1.4072	4095	4100
	1.581	4030	4032
III	2.02	2180	2178
	2.185	2220	2213
	2.37	2238	2235
	2.55	2238	2238
	2.73	2223	2220

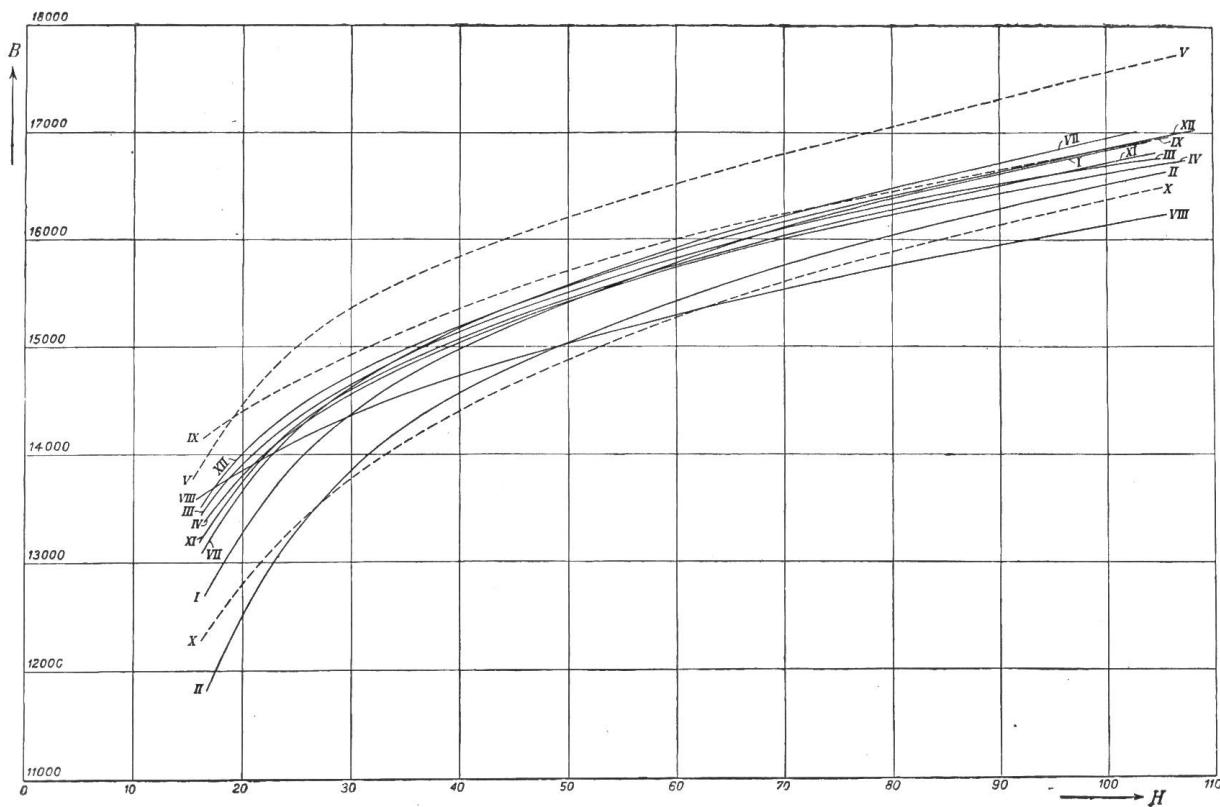


Abbildung 9. Magnetisierungskurven der Legierungen I bis V und VII bis XII für magnetisierende Kräfte von $H = 20$ bis 100.

Energieverluste durch Hysterese.

Die Hystereseverluste bei cyclischer Magnetisierung des Eisens berechnen sich bekanntlich nach der einfachen Formel:

$$A_{11} = \frac{F}{4\pi} \text{ Erg}$$

Hierin bedeutet A_{11} die Arbeit, die verloren geht pro 1 Cyclus und pro 1 cm^3 . F ist der Flächeninhalt in C. G. S.-E. einer Hysterese-Schleife (Abb. 10).

Bei ein und demselben Material ist die Grösse dieser Fläche hauptsächlich abhängig von dem Wert der maximalen Induktion des Cyclus. Es besteht daher die Aufgabe, für verschiedene Maximal-Induktionen Schleifen aufzunehmen und so die Hystereseverluste als Funktion der Maximal-Induktion zu bestimmen.

Man geht dabei folgendermassen vor: Zuerst wird im Eisen eine bestimmte Induktion B_m hergestellt. Durch stufenweise Änderung des Primärstromes i wird diese Induktion ebenfalls stufenweise verändert, indem man sie durch folgenden Cyclus hindurchführt:

$(B_m) \dots 0 \dots (-B_m) \dots 0 \dots (+B_m)$, in einer beliebigen Anzahl von Zwischenstufen.

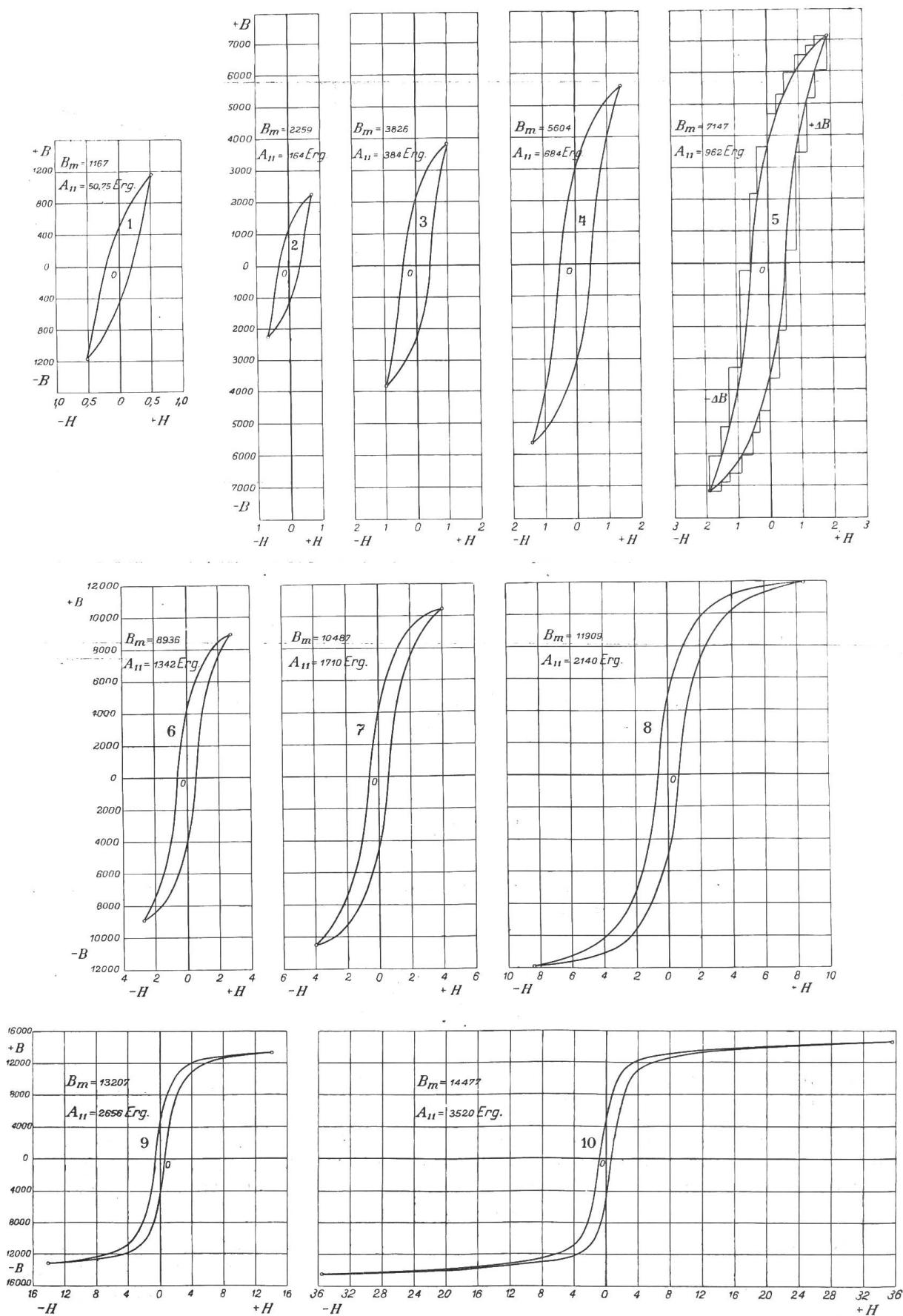


Abbildung 11. Zusammenstellung der für Legierung VIII aufgenommenen Hysteresis-Schleifen.

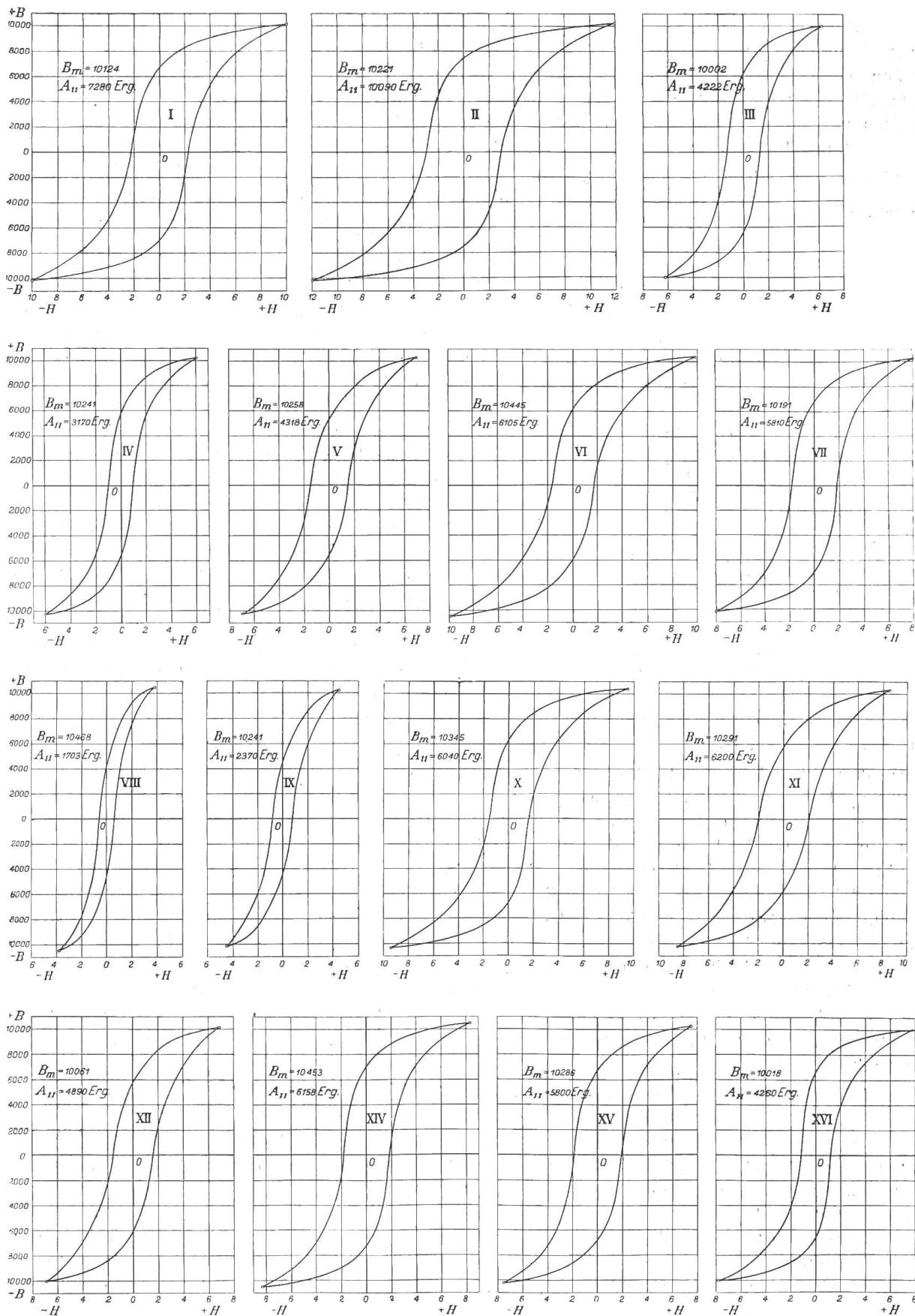


Abbildung 12. Hysteresis-Schleifen der 15 Legierungen (Stichproben) bei annähernd gleicher Maximalinduktion (etwa 10000 C.-G.-S.).

Die Aufnahme der Hysteresisschleife besteht in der Aufnahme der $B = f(H)$ -Kurven, zuerst bei absteigender, dann bei aufsteigender Magnetisierung. Es kann also genau dieselbe Versuchsanordnung wie früher benutzt werden, nur dass jetzt die Galvanometerausschläge nicht durch Kommutation im Primärkreis hervorgebracht werden, sondern durch plötzliche, stufenweise Änderung der primären Verhältnisse.

Man erhält auf diese Weise die $H\text{-}B$ -Kurven durch Zusammenfügen der Stücke ΔB , und zwar sind dieselben im aufsteigenden Teil $[(-H_m) \dots 0 \dots (+H_m)]$ mit dem positiven, im absteigenden Teil $[(+H_m) \dots 0 \dots (-H_m)]$ mit dem negativen Vorzeichen zu verstehen, wie Abb. 10 zeigt.

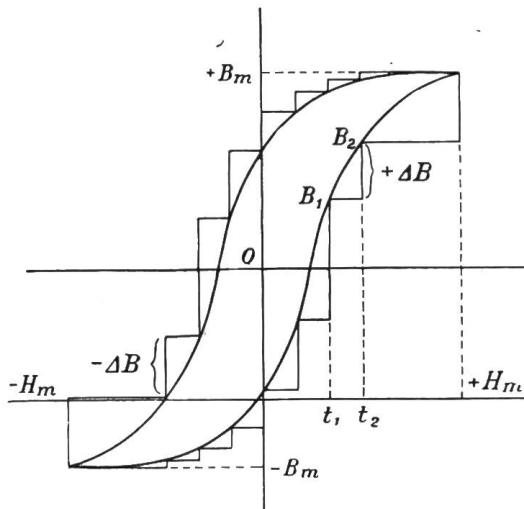


Abbildung 10. Stufenweise Bildung der Hysteresisschleifen.

Die kleinste Schleife besitzt meistens ein B_m ca. 1500, die grösste ein B_m ca. 15000. Die Stufenzahl betrug bei den kleinen Induktionen 20, bei den grossen 24 und bei der grössten je nach der Schleifenform 24 oder 28. Der Einfluss dieser kleinen Änderung der Stufenzahl kann vernachlässigt werden.¹⁾

Im ganzen wurden ca. 170 Schleifen aufgenommen. Davon sind 15 Stichproben, die nur zur Kontrolle bestimmt worden sind und zwar mehrere Wochen nach den ursprünglichen Messungen. Es konnten auch hier keine Differenzen konstatiert werden.²⁾

Ich gebe nun umstehend nur die graphische Darstellung der Aufnahmen eines Ringes, sowie die 15 Stichproben wieder. Die letzteren sind alle bei annähernd gleicher Maximalinduktion (ca. 10000) ausgeführt und geben daher ein anschauliches Bild von der Veränderung der Schleifenformen bei den verschiedenen Legierungen. (Abb. 11 und 12.)

Alle übrigen Messungen wurden wie in Abb. 11 aufgezeichnet, und der Flächeninhalt aller Schleifen mit dem Planimeter ausgemessen. Hieraus ergaben sich dann gemäss Seite 97 die Werte für A_{11} , die in Abb. 13 mit den dazugehörigen Maximalinduktionen enthalten sind.

Spezifischer elektrischer Widerstand.

Dass der Widerstand des Eisens durch einen Zusatz von Silicium erhöht wird, ist schon von Barret, Brown & Hadfield, sowie auch von allen späteren Beobachtern festgestellt worden. Es war auch für mich sehr interessant, diese hochwichtige und günstige Eigenschaft nachzuweisen.

Ich erwartete von den Widerstandsmessungen auch noch Aufschluss über einige unklare Ergebnisse der magnetischen Untersuchungen und wurde darin, wie die Diskussion der Resultate zeigen wird, nicht getäuscht.

¹⁾ Vgl. M. Otto, Diss., Halle, 1909.

²⁾ Vgl. Abb. 13. (Kreise als Resultate dieser Stichproben.)

Analog wie bei der Bestimmung der $H\text{-}B$ -Kurven, wurden die Ringe zuerst wieder entmagnetisiert. Hierauf stellte ich eine bestimmte Induktion her. Da sich nun bekanntlich die Hysteresisschleifen erst nach wiederholter Durchführung des Cyclus schliessen, kommutierte ich den Primärstrom zuerst längere Zeit. Dann wurde der Cyclus einigemale, in der bei der Messung vorkommenden Stufenzahl durchlaufen und hierauf erst die Messung selbst durchgeführt. Die Stufung geschah plötzlich, durch Ausziehen und Einsticken der Stöpsel der betreffenden Widerstände. Um im flachen und steilen Teil der Kurven nicht allzuverschiedene Ausschläge zu erhalten, wurden die sekundären Windungen N' entsprechend variiert.

Ich nahm für jeden Ring 9—12 Schleifen auf, indem ich für jede Schleife eine andere Maximalinduktion einstellte.

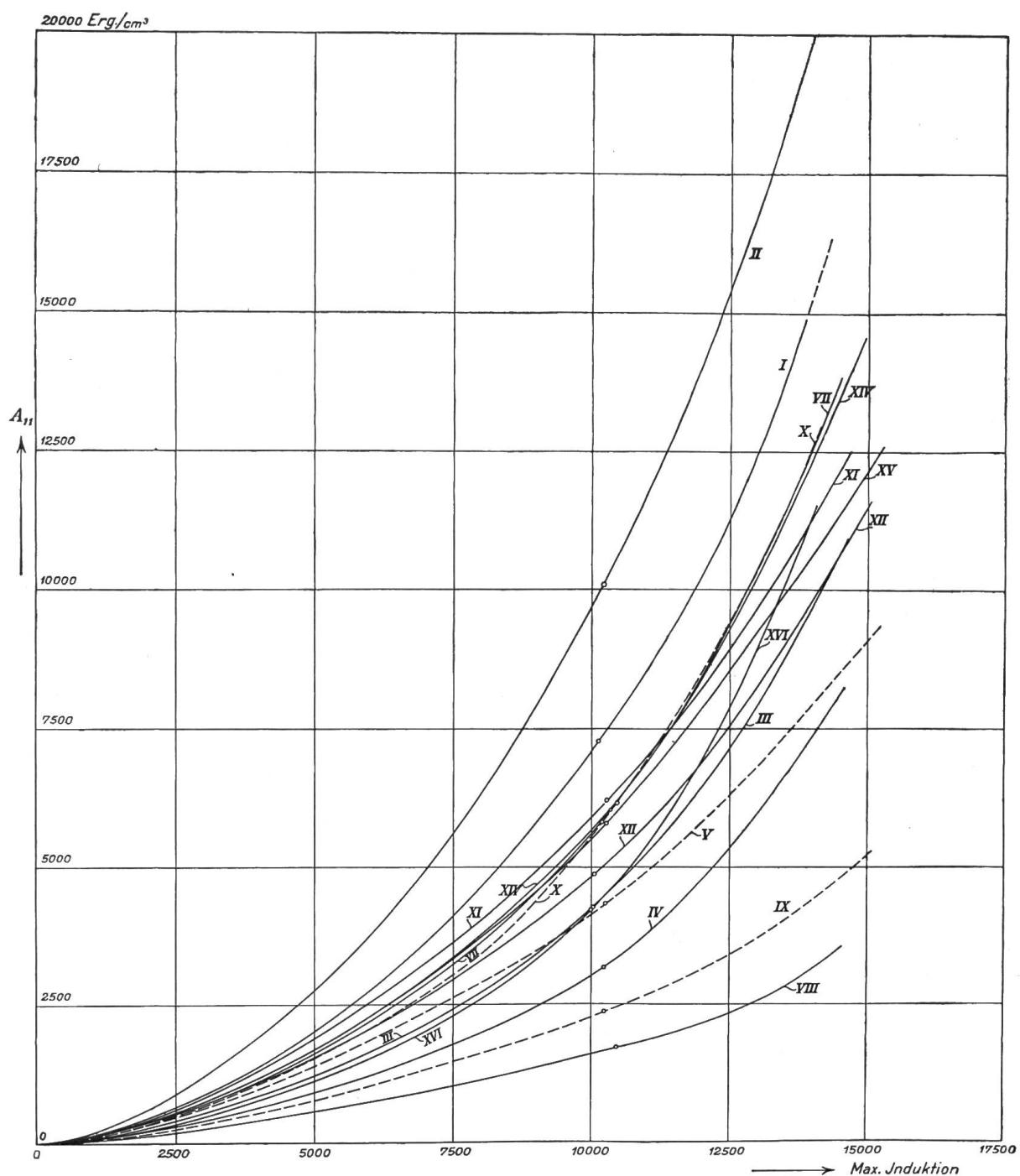


Abbildung 13. Hysteresis-Verluste in Erg pro Cyclus und pro 1 cm^3 in Abhängigkeit von der maximalen Induktion.

Die Steigerung des spez. Widerstandes der Eisen-Silicium-Legierungen mit zunehmendem Si-Gehalt findet ihre Erklärung in der Tatsache, dass nahezu reines Silicium einen spez. Widerstand hat von der Größenordnung

$$\omega = 400 \text{ bis } 800 \left| \frac{\Omega}{m} \right| \frac{1}{mm^2}$$

während Eisen ein $\omega \approx 0.1 \left| \frac{\Omega}{m} \right| \frac{1}{mm^2}$ aufweist. Es ist demnach mit steigendem Si-Gehalt ein Anwachsen von ω zu erwarten.

¹⁾ F. G. Wick, Juli-Augustheft 1908 d. „Physical. Review“.

Zur Ermittlung des Widerstandes wurde die Methode der gleichzeitigen Strom- und Spannungsmessung angewendet. Sie konnte für den vorliegenden Fall so ausgebildet werden, dass die bei Widerstandsmessungen sonst so lästigen Korrekturen wegfießen und trotzdem sehr genaue Resultate erzielt wurden.

Zu diesem Zweck liess ich aus jedem Ring einen Sektor von 40 mm Mittellinienlänge herausschneiden, was nebenbei noch einen Einblick in die Porosität gestattete. An den beiden Schnittflächen wurden 5 mm dicke rechteckige Kupferlamellen angelötet. Diese Lamellen bedecken den ganzen Querschnitt des Ringes und ragen an der Breitseite noch um 40 mm vor. Durch sie wurde bei der Messung der Strom zugeführt.

20 mm (auf der Mittellinie des Ringes gemessen) von den Schnittflächen entfernt, wurden auf der breiten Seite des Ringquerschnittes, in der Mitte zwischen 2 Kanten, dünne Kupferdrähte zur Abnahme der Spannungsdifferenz eingelötet. Es darf mit Sicherheit angenommen werden, dass die Stromverteilung über den ganzen Ringquerschnitt an den Orten der Spannungsabnahme bereits gleichmässig ist, da die dicken Kupferlamellen und die 20 mm Entfernung von diesen bis zu den beiden dünnen Spannungsdrähten, dem Strom genügend Gelegenheit zur gleichmässigen Verteilung geben. Die so vorbereiteten Ringe wurden zur Messung in folgende Versuchsanordnung eingesetzt (Abb. 14 u. 14a).

Der Stromkreis besteht aus der Akkumulatoren-Batterie A , Schalter S , Widerstand W_r , Quecksilbernäpfe Q , Ring R und Milli-Ampèremeter AM . Im Spannungskreis befinden sich die Näpfe Q_1 , das Galvanometer G und der Kontakt K .

Um den Widerstand w des Ringes zu bestimmen (zwischen 1 und 2), müssen der Strom i und die Spannungsdifferenz Δp (1 2) bekannt sein. Dann ist:

$$w = \frac{\Delta p}{i}$$

Da der spez. Widerstand von Eisen

$$\omega \approx 0.1 \quad \begin{array}{|c} \Omega \\ \text{m} \\ \text{mm}^2 \end{array}$$

beträgt, ist für einen Ring folgender Widerstand zu erwarten.

$$w = 0.1 \frac{l_1}{q} \text{ wo } l_1 \text{ die Länge der Mittellinie zwischen 1 und 2 bedeutet.}$$

$$l_1 \approx 0.75 \text{ m}$$

$$q \approx 600 \text{ mm}^2$$

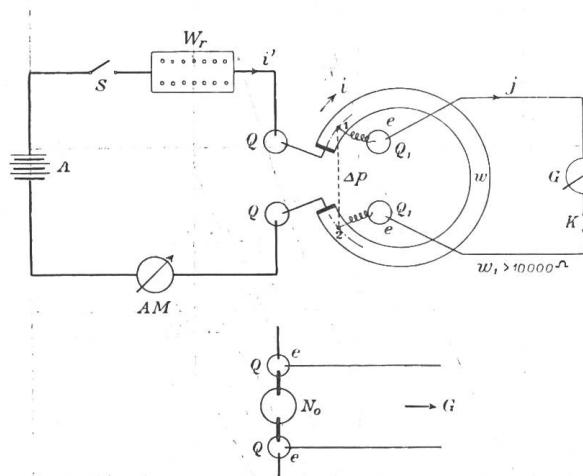
$$\text{also } w = 0.1 \frac{0.75}{600} = 0.000125 \Omega$$

Dieser Widerstand erzeugt aber beim Strom 10 Ampère, den kleinen Spannungsabfall (Δp) von nur 0.00125 Volt.

Der Spannungsabfall wurde daher mit einem Drehspulengalvanometer (von Kaiser und Schmidt) mit 10000Ω innerem Widerstand bestimmt, welches bei $1/1000$ Volt und einem Abstand ca. 2 m vom Spiegel zur Skala, einen Ausschlag von ca. 90 mm erzeugte.

Dieser grosse Widerstand des Instrumentes ist auch der Grund der korrekturfreien Messungen; nämlich (Abb. 14):

$$i' = i + j$$



Abbildungen 14 und 14a. Messanordnung und Echanordnung für die Bestimmung des spezifischen elektrischen Widerstandes.

Da sich aber die Ströme i und j umgekehrt wie die von ihnen durchflossenen Widerstände verhalten, so ist, da w ca. $1/10000\Omega$, w_1 ca. 10000Ω , der Strom j , gegenüber i , mit grosser Genauigkeit $= o$ zu setzen.

Man erhält den Strom i gleich dem gemessenen Strom i' , und den Spannungsabfall Δp , vor und nach Anlegen des Spannungskreises, gleich gross.

Wie Abb. 14 andeutet, ist mittels der Nägele Q das Galvanometer an die Punkte 1 und 2 gelegt und gibt beim Fliessen des Stromes i einen Ausschlag x , der der Spannung Δp proportional ist und durch Spiegelablesung mit Fernrohr und Skala bestimmt wurde.

Um x in Volt umzurechnen, musste das Galvanometer geeicht werden. Zu diesem Zweck wurde der Ring R durch den Normalwiderstand N_o (Abb. 14a) ersetzt. Die Enden e der Galvanometerleitung kamen jetzt in die Nägele Q . Der Widerstand des Spannungskreises wurde dadurch praktisch nicht verändert, da die kurzen Stücke Kupferdraht von Q , nach 1 und 2, gegenüber 10000Ω natürlich nicht in Betracht kommen.

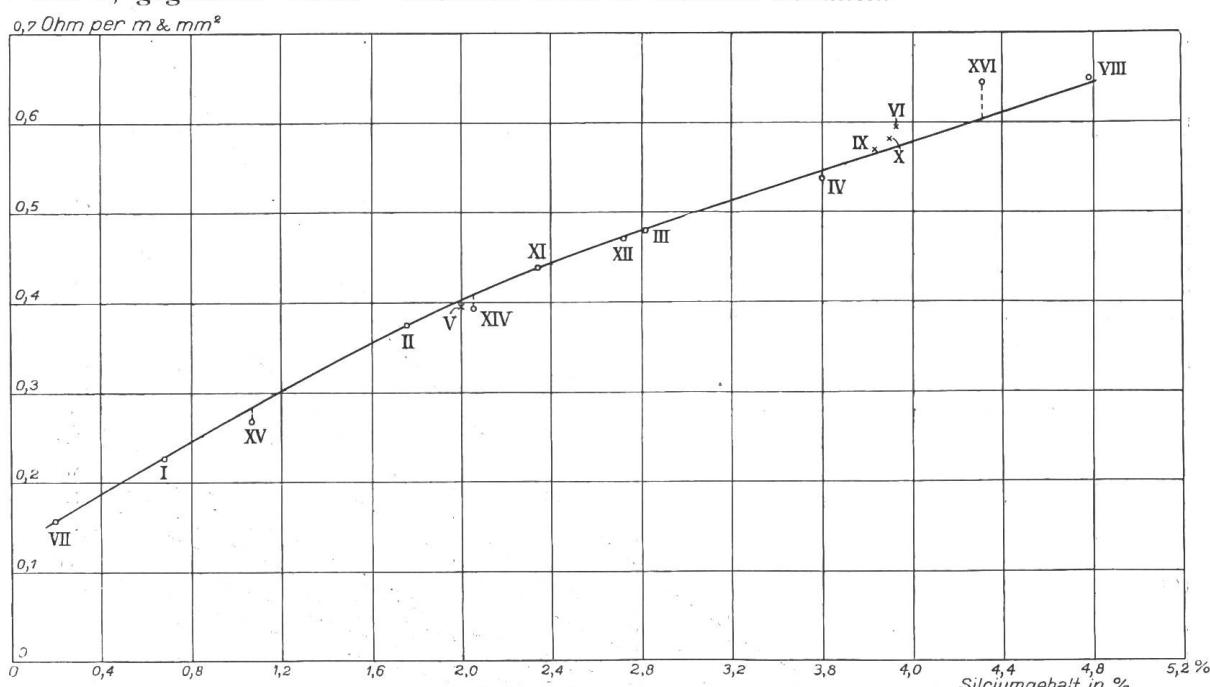


Abbildung 15. Spezifischer elektrischer Widerstand in Abhängigkeit vom Siliciumgehalt.

Schickt man jetzt durch den Normalwiderstand einen bekannten Strom, so kennt man auch die Spannungsdifferenz an seinen Enden und hat dadurch ein Mass für den Galvanometerausschlag.

Durch passende Wahl von N_o und den Strömen i wurden bei der Eichung und den Widerstandsmessungen ungefähr die gleichen Galvanometerausschläge erzielt und so eine vollkommene Sicherheit der Resultate erreicht.

Die Länge l_1 wurde durch Messung der Sehne 1—2 (Abb. 14) und den übrigen Dimensionen des Rings rechnerisch ermittelt.

Zur Eichung verwendete ich einen Normalwiderstand von Siemens, mit $0,10\Omega$ bei 20°C . Alle Messungen wurden bei Temperaturen von 19.1 bis 19.9° ausgeführt.

Sie sind in Abbildung 15 dargestellt.

Energieverluste durch Wirbelströme.

Da bei periodischer Magnetisierung des Eisens die Verluste durch Wirbelströme einen ganz bedeutenden Wert erreichen können, sollen im Folgenden diese Verluste rechnerisch ermittelt werden.

Dabei sei nur der in der Technik heutzutage allein vorkommende Fall in Betracht gezogen, dass das Eisen in der Form dünner Lamellen vorliegt.

Bedeutet B die bei der periodischen Magnetisierung vorkommende Maximal-Induktion, n die Periodenzahl pro Sekunde, δ die Lamellendicke, ω den spez. Widerstand des Eisens, dann ist der im Volumen V produzierte Effektverlust durch Wirbelströme:

$$E_w = \frac{\pi^2}{8} \frac{B^2 n^2 \delta^2}{\omega} V$$

und der Effektverlust pro Volumeneinheit:

$$E_{w_1} = \frac{\pi^2}{8} \frac{B^2 n^2 \delta^2}{\omega}$$

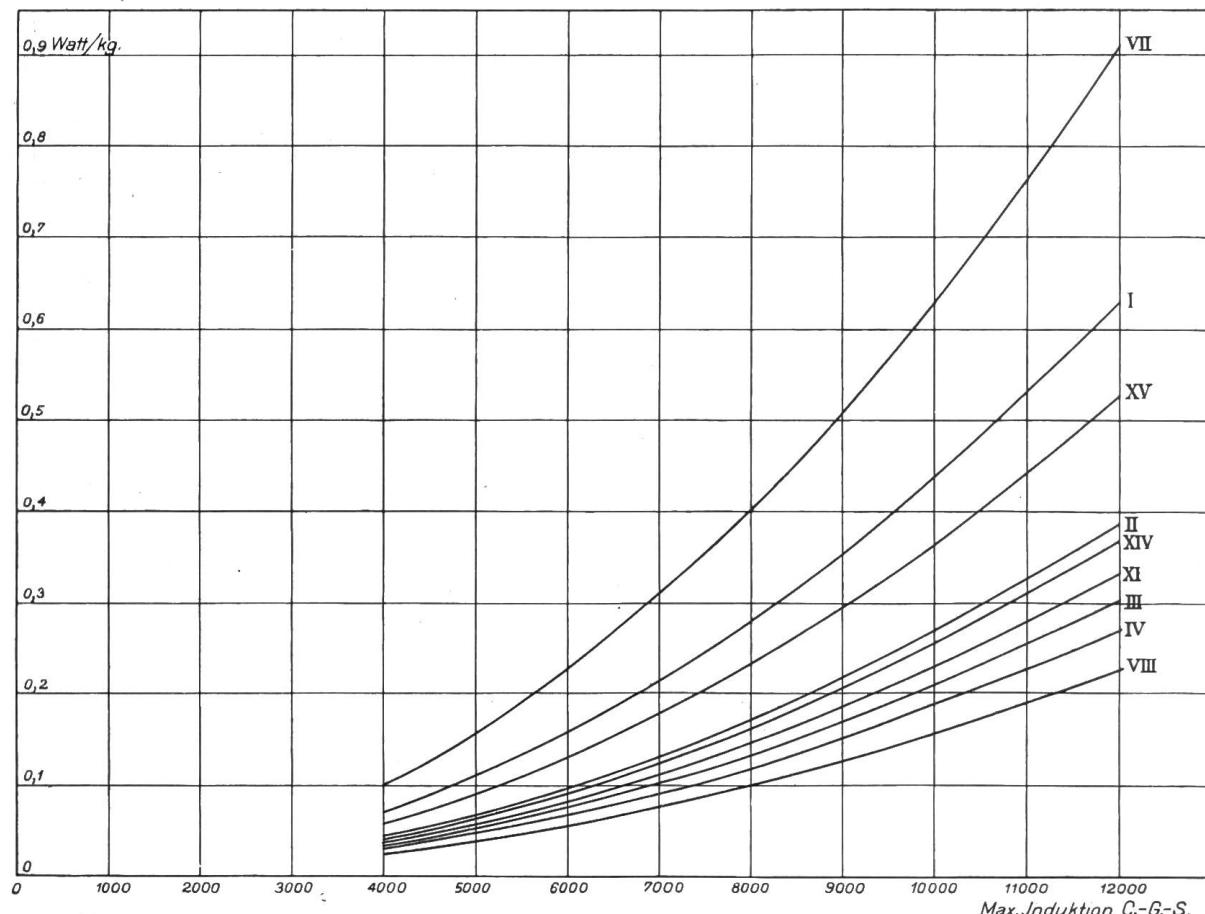


Abbildung 16. Wirbelstromverluste in Abhängigkeit von der maximalen Induktion bei cyclischer Magnetisierung.

E_{w_1} wird in *Erg/Sec.* gewonnen, wenn alle Größen rechts in absolutem Mass eingesetzt sind.

In der Technik werden die Effektverluste durch Wirbelströme, sowie die Hysteresis-Verluste oft in *Watt pro Kilogramm* angegeben.

Für die ersteren geht die Gleichung, wenn ϱ die Dichte des Eisens bedeutet, über in:

$$E_w = \frac{1.234}{10^{11}} \left[\frac{B^2 n^2 \delta^2}{\omega \cdot \varrho} \right]$$

Dabei sind für die Größen rechts folgende Einheiten anzunehmen: B : absolute E , δ : mm, ω : $\frac{\Omega}{mm^2}$, ϱ : kg/dm^3 .

Für $n = 50$ und $\delta = 0.5$ wird:

$$E_w = 7.71 \times 10^{-9} \left(\frac{B^2}{\omega \cdot \varrho} \right) Watt/kg$$

Für $n = 50$ und $\delta = 0.3$ wird:

$$E_w = 2.78 \times 10^{-9} \left(\frac{B^2}{\omega \cdot \rho} \right) \text{ Watt/kg}$$

Das sind die in der Technik am häufigsten vorkommenden Fälle. Für $\delta=0.5$ wurde die folgende Tab. 3 gerechnet, deren Inhalt in Abb. 16 graphisch dargestellt ist.

Tabelle 3: Wirbelstromverluste E_w in Watt pro Kg

für verschiedene maximale Induktionen, bei $n = 50$ und $\delta = 0.5 \text{ mm}$.

Ring	ω	ρ	Maximalinduktionen B_m				
			4000	6000	8000	10000	12000
I	0.2272	7.735	0.0703	0.1581	0.2812	0.4390	0.6318
II	0.3760	7.609	0.0431	0.0970	0.1726	0.2696	0.3880
III	0.4810	7.592	0.0338	0.0761	0.1352	0.2112	0.3040
IV	0.5388	7.590	0.0302	0.0681	0.1192	0.1888	0.2718
V	0.3955	7.655	0.0408	0.0919	0.1630	0.2548	0.3670
VI	0.5960	7.531	0.0275	0.0619	0.1100	0.1719	0.2472
VII	0.1586	7.700	0.1010	0.2278	0.4045	0.6310	0.9080
VIII	0.6508	7.430	0.0254	0.0573	0.1019	0.1590	0.2285
IX	0.5710	7.595	0.0284	0.0640	0.1138	0.1780	0.2558
X	0.5829	7.560	0.0280	0.0631	0.1120	0.1750	0.2520
XI	0.4392	7.609	0.0370	0.0831	0.1478	0.2308	0.3322
XII	0.4715	7.618	0.0344	0.0775	0.1372	0.2142	0.3088
XIV	0.3939	7.620	0.0411	0.0927	0.1646	0.2570	0.3700
XV	0.2682	7.862	0.0585	0.1318	0.2340	0.3650	0.5255
XVI	0.6455	7.515	0.0254	0.0573	0.1018	0.1588	0.2282

Vergleichung und Diskussion der gewonnenen Resultate.

1. Eisen-Silicium-Legierungen.

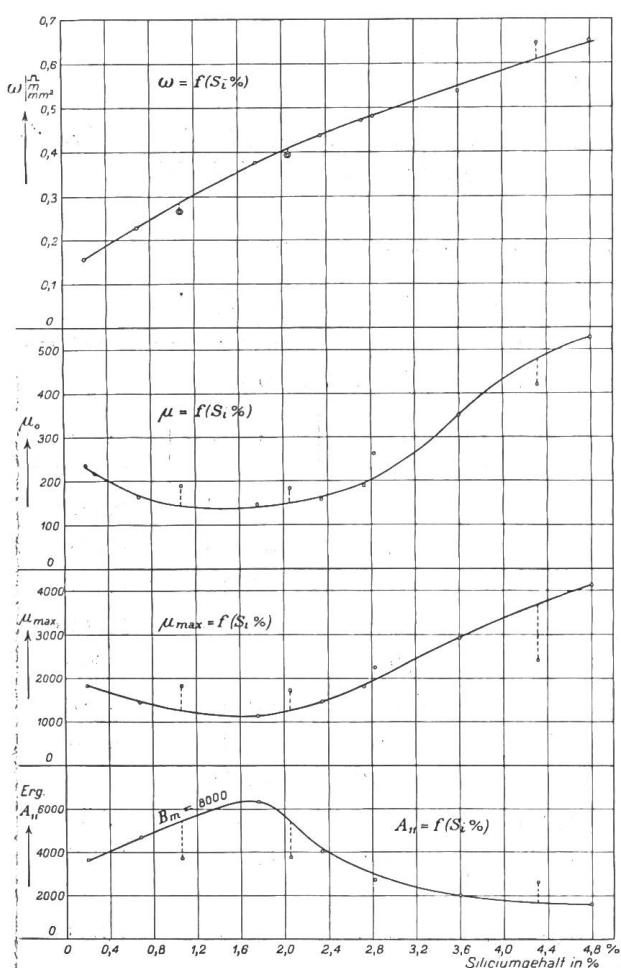
Um die untersuchten Eigenschaften der Permeabilität, Hysteresisverluste, spez. Widerstand (Wirbelstromverluste) der verschiedenen Eisen-Silicium-Legierungen leicht überblicken und vergleichen zu können, ist die Darstellung derselben als Funktion des Siliciumgehaltes notwendig.

Dabei ergibt sich nun, dass von den 11 untersuchten Legierungen 3, nämlich XIV, XV und XVI, in allen Fällen aus den aufgestellten Kurven herausfallen, also ein abnormales Verhalten zeigen.

Diese 3 Legierungen sollen jetzt zuerst näher betrachtet werden, damit sie die späteren Entwicklungen nicht mehr komplizieren und beeinflussen.

Zu diesem Zweck sind in Abb. 17 die Anfangswerte der Permeabilität μ_o , die Maxima der Permeabilität μ_{max} , die Hysteresisverluste A_{11} und die spez. Widerstände ω als Funktion des prozentuellen Si-Gehaltes zusammengestellt.

Betrachtet man nun zuerst die Kurven, welche μ_o und μ_{max} darstellen, Größen, die ohne Zweifel für das jeweilige Material charakteristisch sind, so sieht man, dass die beiden Kurven einen ähnlichen Verlauf zeigen und zweitens, dass die 3 fraglichen Punkte bei beiden Kurven im selben Sinne abweichen. Legierung XIV und XV besitzen Werte von



Funktion des prozentuellen Si-Gehaltes an. Diese Kurven heraus bei den 3 fraglichen Legierungen.

Die Funktion $\omega = f(\text{Si})$ zeigt nun einen so charakteristischen Verlauf, dass die gezeichnete Kurve über jeden Zweifel erhaben ist. Es wäre ungerechtfertigt, eine Wellenlinie durch alle 11 Punkte zu legen.

Diese Tatsache stempelt daher XIV, XV und XVI als abnormale Punkte.

Die magnetischen Kurven allein wären dies nicht imstande, unterstützen aber obige Behauptung in sehr günstiger Weise.

Die Ursache dieser Abnormalitäten ist nicht mit absoluter Sicherheit festzustellen, da bekanntlich die Eigenschaften der ferromagnetischen Materialien, ausser von chemischen, auch noch von allen möglichen mechanischen und thermischen Einflüssen abhängig sind.

Eine eingehende Betrachtung von Tab. 1 zeigt nun, dass XIV und XV verhältnismässig geringen Kohlenstoff- und Phosphorgehalt aufweisen, Tatsachen, die bekanntlich schon lange als günstig für die magnetischen Eigenschaften erkannt worden sind. Dagegen ist der C-Gehalt von XVI verhältnismässig gross und besonders auch der Mangan-Gehalt, eine Tatsache, die bekanntlich als ungünstig für das magnetische Verhalten des Materials bezeichnet wird.

Diese Erklärung der besonders günstigen Eigenschaften, bei den Legierungen XIV und XV, gewinnt noch an Wahrscheinlichkeit durch folgende Ueberlegung.

Kohle besitzt einen spez. Widerstand von der Größenordnung $100-800\Omega$, also gleich gross wie der des reinen Siliciums. Da nun durch Si-Zusatz zum Eisen dessen ω annähernd proportional dem Zusatz gesteigert wird, (Abb. 15), kann dasselbe auch vom

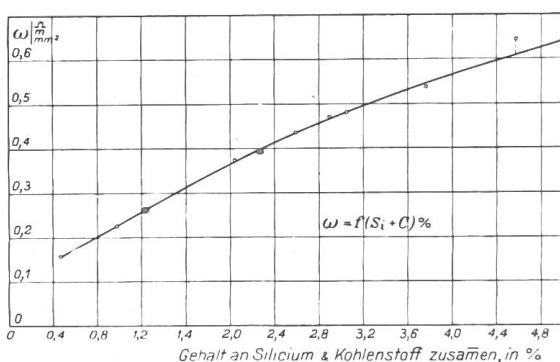


Abbildung 17.
Berücksichtigung der Abnormalitäten
einzelner Legierungen.

μ_o und μ_{max} , die gegenüber der Kurve zu hoch erscheinen, bei Ring XVI scheinen diese Werte zu klein zu sein.

Da sich im Verlauf der Besprechung zeigen wird, dass die Hysteresisverluste einer Legierung um so kleiner sind, je höher das Maximum der Permeabilität liegt, ist zu erwarten, dass die A_{11} -Werte von XIV und XV zu klein ausfallen gegenüber der aufgestellten A_{11} -Kurve, der A_{11} -Wert von XVI dagegen zu gross. Ein Blick auf Abb. 17 lehrt, dass dies in der Tat der Fall ist.

Diesen Deduktionen schliesst sich auch der Verlauf des spez. Widerstandes ω als

Kohlenstoff erwartet werden. In der Tat passen sich die Punkte XIV und XV der Kurve an, wenn ω als Funktion des (Si + C)-Gehaltes aufgetragen wird (Abb. 17 rechts).

Dass ausser den chemischen, auch die thermischen Einflüsse von grosser Tragweite für das Material sind, ist schon von einer grossen Zahl von Beobachtern konstatiert worden.¹⁾

Die Giesserei machte mir über die therm. Behandlung folgende Angaben:

„Die Glühtemperatur betrug 900—1000° Celsius und wurde innert 4 Stunden nach Anheizen des Ofens erreicht. Alsdann wurden die Ringe stehen gelassen und blieben 1—2 Stunden ohne neues Feuer im Ofen. Während dieser Zeit kühlten sie sich auf 800° ab. Die successive Abkühlung auf Normaltemperatur dauerte dann noch ca. 10 Stunden.“

In wie weit diese Verhältnisse Anspruch auf gleichmässige Durchführung bei den verschiedenen Legierungen haben, entzieht sich leider meiner Kenntnis; es ist aber leicht möglich, dass da etwelche Unregelmässigkeiten vorgekommen sind, wovon auch die Giesserei nichts weiss. Bedenkt man noch, dass wir es hier mit massiven, dicken Stahlringen zu tun haben, so kann schon die örtliche Disposition im Ofen Grund genug sein, dass der Glühprozess nicht bei allen Ringen gleichmässig eingewirkt hat.

Dazu können dann auch noch variable mechanische Einflüsse kommen. Zum Beispiel kann ein Ring beim Abdrehen längere Zeit durch die Einwirkung des Drehstahls stark erschüttert werden sein, während ein anderer sich verhältnismässig ruhig abdrehen liess u. s. w.

Kurz, es sind so viele sekundäre Einflüsse vorhanden, die nicht genau bekannt sind, dass die Abnormalität obiger drei Legierungen zwar mit Sicherheit als solche konstatiert, aber nicht mit Sicherheit erklärt werden kann.

Ich habe daher in manchen Kurvenaufzeichnungen die Ergebnisse der Ringe XIV, XV und XVI²⁾ weggelassen, da sie nur die Deutlichkeit und Uebersicht vermindern würden. Auch habe ich sie von der folgenden Besprechung gänzlich ausgeschlossen. Es sollen nur die 8 übrigen Legierungen einer vergleichenden Betrachtung unterzogen werden.

Ich begann die Untersuchungen mit den Ringen I bis IV und wurde dabei sofort auf die überraschende Tatsache geführt, dass die Permeabilität mit zunehmendem Silicium-Gehalt nicht einfach herabgedrückt wird, wie man allgemein annahm. Der Einfluss ist viel komplizierter und kann nur durch Betrachtung der Kurven Abb. 6 bis 9 vollständig überblickt werden. Im allgemeinen geht daraus hervor:

1. *Die Anfangswerte der Permeabilität, μ_o , nehmen mit steigendem Si-Gehalt zuerst etwas ab und nachher stark zu.* (Vgl. Abb. 6 und 17.)

μ_o wurde erhalten, indem ich auf sehr kleine Werte von H herunterging und dann durch geradlinige Extrapolation den Schnittpunkt der μ - H -Kurve mit der Ordinatenaxe festlegte (Abb. 6). Da die Galvanometerausschläge bei diesen kleinen Induktionen (die ja nur zu Nebenzwecken gemessen wurden) nur die Größenordnung mm und Bruchteile davon hatten, macht Abb. 6 (μ_o) natürlich keinen Anspruch auf absolute Genauigkeit.³⁾ Immerhin ist der erwähnte Verlauf gut ausgeprägt.

2. *Die Maxima der Permeabilität nehmen mit steigendem Si-Gehalt zuerst ab und nachher stark zu, analog wie die Werte von μ_o .* (Vgl. Abb. 6 und 17 [μ_{max}])

Sie können, der angewandten Messmethode entsprechend, als sehr genau betrachtet werden.

3. *Bei grossen Induktionen, von ca. 13000 an aufwärts, wird für ein bestimmtes H die Permeabilität mit steigendem Si-Gehalt immer mehr herabgedrückt.*

Nachdem ich dies bei den Fe-Si-Legierungen von 0.7 bis 3.6% Si konstatiert hatte, liess ich sofort Ring VII und VIII, mit 0.2 und 4.8% Si herstellen.

Sämtliche drei vorhin ausgesprochenen Sätze wurden bestätigt.

Nachher liess ich Ring IX und XII giessen, und auch diese beiden schlossen sich dem Gesagten an.

In kurzen Worten lässt sich der Einfluss des wachsenden Si-Gehaltes nicht zusammenfassen. Ganz allgemein kann gesagt werden, dass bis zu einem Si-Zusatz, bis ca. 1,8%,

¹⁾ Vgl. u. a. M. Mauermann ETZ. 1901, 861.

²⁾ Wie die Nummern andeuten, wurden diese 3 Ringe zuletzt hergestellt, was für ihr abnormales Verhalten ebenfalls bemerkenswert ist!

³⁾ Die Werte von μ_o geben nur die Größenordnung der Anfangspermeabilität an.

die H - B -Kurven immer schwächer ansteigen mit wachsendem Si-Gehalt, die ansteigende Tendenz aber bis zu den grössten Induktionen gut ausgeprägt beibehalten. Von 1,8 % bis ca. 5 % Si-Gehalt¹⁾ steigen die H - B -Kurven immer steiler an mit wachsendem Si-Zusatz, gleichzeitig wird aber das „Knie“ immer schärfer ausgeprägt, sodass bei den grossen Feldstärken, mit wachsendem Zusatz, eine Abnahme von μ eintritt.

Tabelle 4: Einfluss des Silicium-Gehaltes.

H	B_{VII}	B_{VIII}	$\Delta B \%$ bezg. a. VII
2	2850	7620	+ 168 %
5	8350	11660	+ 40 %
10	11490	13060	+ 14 %
20	13670	13860	+ 1.4 %
50	15580	15040	- 3.5 %
100	16950	16140	- 4.8 %

Zur bessern Uebersicht sind in Tab. 4 für das Material mit dem *kleinsten* und das mit dem *grössten* Si-Gehalt einige Werte von H und entsprechendem B zusammengestellt.

Die vierte Kolonne gibt an, um wieviel % die Induktion von Ring VIII (4.789 % Si) grösser oder kleiner ist, als die von Ring VII (0.194 % Si).

Diese Tabelle gibt die extremsten Verhältnisse wieder bezüglich des *Zusatzes*. Ein Vergleich der Ringe II und VIII gäbe noch viel grössere Differenzen.

Tabelle 5: Hysteresis-Verluste in Erg, pro 1 Cyclus und 1 cm³

bei den Induktionen 4000, 6000, 12000.

$$A_{11} = f(B_{max})$$

Ring	Maximalinduktionen B_m				
	4000	6000	8000	10000	12000
I	1390	2780	4660	7110	10280
II	1950	3790	6330	9700	14100
III	860	1660	2730	4260	6490
IV	630	1220	2000	3020	4800
V	980	1870	2910	4160	5820
VI	1060	2130	3550	5530	8320
VII	1110	2210	3630	5620	8490
VIII	400	740	1140	1600	2190
IX	540	1030	1630	2280	3170
X	1060	2090	3450	5560	8520
XI	1310	2560	4050	5920	8250
XII	1100	2070	3300	4820	6910
XIV	1190	2300	3780	5680	8440
XV	1190	2300	3730	5520	7900
XVI	770	1550	2610	4230	7000

¹⁾ Grössere Zusätze konnten bekanntlich nicht einwandfrei legiert werden.

Auf jeden Fall zeigen diese Zahlen deutlich, dass die Steigerung der Permeabilität über einen grossen, den in der Technik fast ausschliesslich Verwendung findenden Bereich von B vielmal grösser sein kann, als die nachherige Verkleinerung bei sehr grossen Induktionen.

Die allgemein verbreitete Ansicht: „Si-Zusatz drückt die Permeabilität einer Eisen-Si-Legierung herab“, hoffe ich damit genügend korrigiert zu haben.

Zum Schlusse mache ich noch darauf aufmerksam, dass M. Otto¹⁾ vor kurzer Zeit an 3 Fe-Si-Ringen (0.61 %, 1.94 % und 4.55 %) bezüglich der Permeabilität Ergebnisse gefunden hat, die in ihren *relativen* Werten mit den meinen übereinstimmen. Auch dort lag das Maximum der Permeabilität bei 1.94 % Si tiefer, als bei den beiden andern Legierungen. Da aber nur 3 Werte von μ_{max} vorlagen, konnte die prinzipielle Richtigkeit dieser Verhältnisse nicht erkannt werden, und Ring II wurde irrtümlicher Weise als abnormal behandelt. —

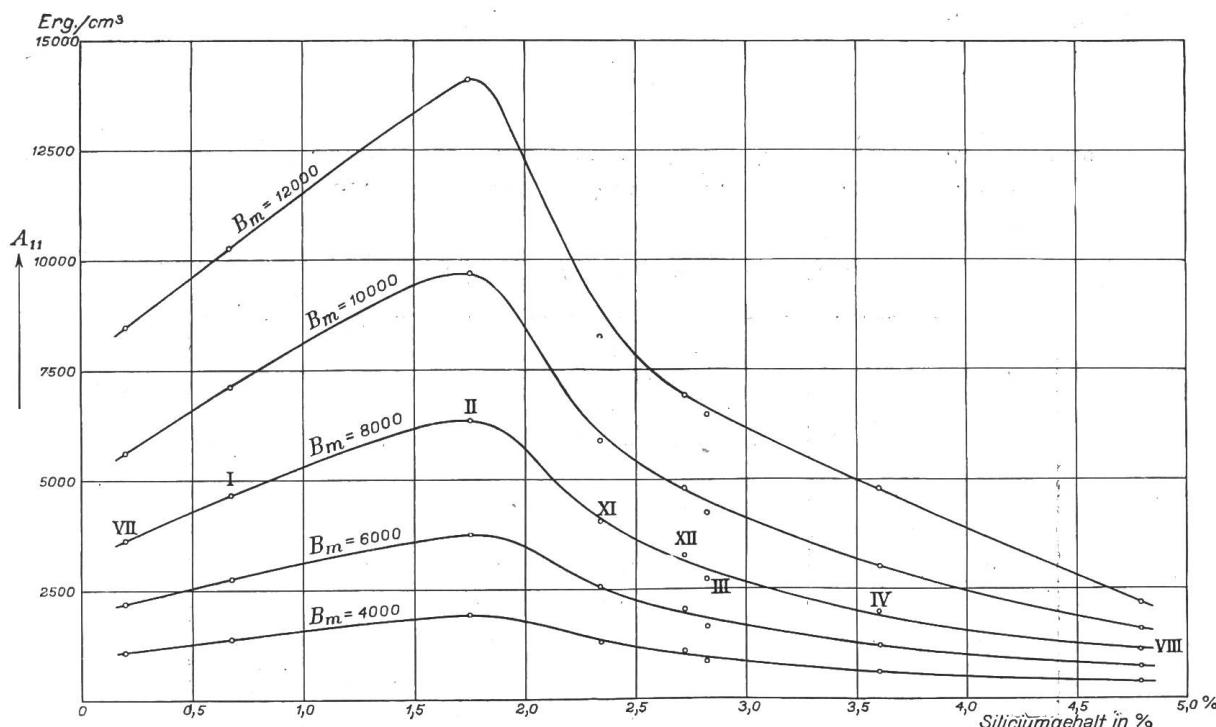


Abbildung 18. Hysteresisverluste in Erg pro Cyclus und pro 1 cm³ in Abhängigkeit vom Siliciumgehalt.

Analoge Verhältnisse wie bei der Permeabilität, stellen sich für die Hysteresisverluste ein.

Es wurden die Ergebnisse dieser Versuche in derselben Reihenfolge gewonnen, wie die vorigen. Die ersten 4 Ringe liessen einen bestimmten Einfluss des Si-Zusatzes vermuten, der dann durch die übrigen Legierungen wirklich bestätigt wurde.

Um das gut zu veranschaulichen, habe ich aus Abb. 13 die Werte von A_{11} von allen Legierungen für die Induktionen 4000, 6000, 8000, 10000 und 12000 herausgenommen und in Tab. 5 zusammengestellt.

Diese Tabelle ist für die Ringe I bis IV, VII, VIII und XI, XII in Abb. 18 graphisch so dargestellt, dass jeder vertikalen Kolonne eine Kurve entspricht.

Es geht aus Abb. 18 deutlich hervor, dass mit zunehmendem Si-Gehalt einer Fe-Si-Legierung die Hysteresisverluste zuerst zunehmen bis in die Gegend von ca. 1.8 % Si-Zusatz und nachher erst rasch, dann langsamer wieder abnehmen bis auf sehr kleine Beträge.

Leider konnte aus bekannten Gründen mit dem Si-Zusatz nicht über 5 % Si hinausgegangen werden. —

¹⁾ Vgl. Anm. S. 89.

Vergleicht man Abbildung 18 mit Abbildung 7, so erkennt man sofort folgenden Zusammenhang:

Die Hysteresisverluste sind um so kleiner, je höher das Maximum der Permeabilität der betreffenden Eisensorte liegt.

Vergleicht man Abb. 18 mit Abb. 8, dann kann gesagt werden, dass die Hysteresisverluste um so kleiner sind, je steiler die *H-B-Kurve* vor dem Knie ansteigt.

Der Zusammenhang zwischen μ_{max} und den Werten von A_{11} für verschiedene Induktionen lässt sich nun durch folgende Formel angenähert ausdrücken:

$$A_{11} = \frac{\varepsilon}{10} \left[\frac{B_m^2}{\mu_{max}} \right],$$

wenn B_m die bei der cyclischen Magnetisierung vorkommende Maximalinduktion und μ_{max} die maximale Permeabilität der betreffenden Eisensorte bedeutet.

Hieraus folgt für ε :

$$\varepsilon = 10 \left[\frac{A_{11} \cdot \mu_{max}}{B_m^2} \right]$$

Nach dieser Gleichung wurde mit Benützung der A_{11} -Werte von Tab. 5 und Tab. 6 für die Maximalinduktionen $B_m = 6000, 8000, 10000$ und 12000 berechnet.

Tabelle 6. A_{11} gemäss Tabelle 5.

Ring	μ_{max}	ε für die Maximalinduktionen				Bemerk.
		6000	8000	10000	12000	
I	1450	1.14	1.05	1.03	1.03	
II	1140	1.20	1.13	1.11	1.12	
III	2240	1.03	0.96	0.96	1.01	
IV	2920	0.99	0.91	0.88	0.97	
VII	1835	1.13	1.04	1.03	1.08	
VIII	4115	0.85	0.73	0.66	0.61	grösster Si-Zusatz
XI	1470	1.05	0.93	0.87	0.84	
XII	1800	1.03	0.93	0.87	0.86	
XIV	1735	1.11	1.03	0.99	1.02	
XV	1810	1.15	1.05	1.00	0.99	
XVI	2400	1.03	0.98	1.02	1.07	

Diese Tabelle zeigt, dass für Induktionen von 6000 bis 12000, ε in den meisten Fällen nur einige Prozent, im allgemeinen nicht über 15 %, von 1.0 abweicht. Immerhin kommen einige grössere Differenzen vor; man kann aber doch für Ueberschlagsrechnungen, denen solche Formeln ja ausschliesslich dienen sollen, angenähert setzen:

$$A_{11} \approx \frac{1}{10} \left[\frac{B_m^2}{\mu_{max}} \right]$$

Bekanntlich gewinnt man μ_{max} aus der vorliegenden *H-B-Kurve*, indem man an dieselbe die Tangente durch den Nullpunkt des Koordinatensystems legt und die Ordinate des Berührungs punktes durch seine Abszisse dividiert (Abb. 19).

*Für die Anwendung der Formel (12) ist also einzig die *H-B-Kurve* notwendig.*

Um nun auf den Verlauf der Kurven von Abb. 17 zurückzukommen, die den Einfluss des Silicium-Gehaltes auf die Hysteresis-Verluste bei Fe-Si-Legierungen charakterisieren, weise ich darauf hin, dass vor ca. 14 Jahren von verschiedenen Beobachtern die Ansicht geäussert wurde, ein gutes magnetisches Material müsse möglichst frei von Silicium sein.¹⁾ Diese irrige Meinung kam dadurch zu Stande, dass man damals nur Versuche mit *kleinen* Si-Zusätzen machte und überhaupt nur die Absicht hatte, den Einfluss von *Verunreinigungen* des Eisens im allgemeinen festzustellen.

In neuerer Zeit kamen dann die Ergebnisse für Fe-Si-Legierungen mit grösseren Si-Zusätzen, die eine Abnahme der Hysteresis-Verluste feststellten. Die alte Ansicht wurde umgestossen, und man sagte: „Mit wachsendem Si-Gehalt von Fe-Si-Legierungen nehmen die Hysteresisverluste bei cyclischer Magnetisierung ab.“ Auffallend ist dabei nur, dass z. B. den Angaben von Barret, Brown und Hadfield, die heute in allen Litteratur-Angaben hauptsächlich figurieren, die Werte von μ_{max} und A_{11} bei den Legierungen von ca. 2% Si-Gehalt, gänzlich fehlen. Der Grund ist leicht einzusehen. Da zu wenig *verschiedene* Kompositionen geprüft wurden, glaubte man hier abnormale Ergebnisse zu haben. —

Der Einfluss des Si-Gehaltes auf den spez. Widerstand w einer Fe-Si-Legierung wurde schon früher besprochen. Damit ist auch für die Wirbelstromverluste nichts hinzuzufügen, die ja bei sonst gleichbleibenden Verhältnissen $1/\omega$ proportional sind. Nur um den Vergleich der Wirbelstromverluste mit den Hysteresis-Verlusten besser überblicken zu können, sind in Tab. 7 die letztern in Watt pro kg aus Tab. 5 umgerechnet worden, worauf ich weiter unten noch zurückkommen werde.

Tabelle 7: Hysteresis-Verluste E_h in Watt, pro 1 kg für 50 Perioden Sec.
bei den Induktionen 4000, 6000, 12000.
 $E_h = f(B_{max})$

Ring	ϱ	Maximalinduktionen B_m				
		4000	6000	8000	10000	12000
I	7.735	0,899	1,800	3,017	4,600	7,280
II	7.609	1,280	2,488	4,160	6,375	9,260
III	7.592	0,566	1,092	1,800	2,810	4,276
IV	7.590	0,415	0,804	1,318	1,990	3,162
V	7.655	0,640	1,221	1,900	2,719	3,800
VI	7.531	0,740	1,413	2,339	3,673	5,526
VII	7.700	0,721	1,435	2,359	3,671	5,510
VIII	7.430	0,269	0,498	0,766	1,076	1,472
IX	7.595	0,355	0,677	1,071	1,500	2,086
X	7.560	0,700	1,381	2,280	3,678	5,635
XI	7.609	0,861	1,681	2,660	3,825	5,425
XII	7.618	0,722	1,359	2,162	3,161	4,511
XIV	7.620	0,781	1,508	2,480	3,725	5,545
XV	7.862	0,757	1,461	2,371	3,510	5,020
XVI	7.515	0,512	1,030	1,735	2,815	4,655

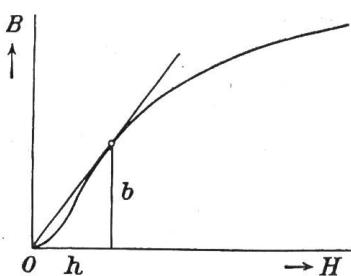


Abbildung 19. Graphische Bestimmung der maximalen Permeabilität aus der Magnetisierungskurve.

$$\mu_{max} = \frac{b}{H}$$

¹⁾ Vgl. Parshall, Anm. 3 S. 88 und E. Kolben, Wiener Zeitschr. f. Elektrotechn. 1896. Heft 18.

2. Eisen-Silicium-Nickel-Legierungen.

Wie schon in der Einleitung bemerkt wurde, verloren diese Legierungen etwas an Interesse mit dem Augenblick, als sich herausgestellt hatte, dass die Permeabilität der Fe-Si-Legierungen nur bei grossen Induktionen und auch dort nur um wenige % herabgedrückt wird.

Die Ringe V und VI wurden gleichzeitig mit I bis IV hergestellt. Ring V besitzt (laut Tab. 1) 2% Si und 1.9% Ni, ist also im Si-Gehalt am ähnlichen Ring II, mit 1.75% Si. Ein Blick auf Abb. 6 u. 7 zeigt nun, dass sowohl μ_0 und μ_{max} bei V bedeutend höher liegen, wie bei einer Legierung ohne Ni, aber gleichem Si-Gehalt (II). Noch grösser wird der Einfluss des Nickels bei grossen Induktionen wie aus Abb. 9 deutlich hervorgeht. Entsprechend dieser Vergrösserung der Permeabilität, tritt analog, wie bei den Legierungen ohne Ni, eine Verkleinerung von A_{11} ein, worüber Abb. 13 Aufschluss gibt. (Vgl. Kurve V mit II). Bei Ring V superponierten sich also die magnetischen Eigenschaften der Bestandteile Si und Ni in günstigem Sinn, wie ich es erwartete.

Bei Ring VI, mit 3.9% Si und 2.8% Ni, der im Si-Gehalt am ähnlichen ist mit Ring IV (3.6% Si), trat nun gerade das Gegenteil ein: Verkleinerung der Permeabilität, Vergrösserung der Hysteresisarbeit. Da dieses Ergebnis ganz unverständlich ist, gegenüber dem von V, liess ich zu VI noch die Ringe IX und X giessen. Diese drei Ringe besitzen annähernd denselben Si-Zusatz wie IV, aber verschiedene Ni-Zusätze, nämlich:

Ring	Si	Ni	Ring
IX	3.835	1.108	
X	3.910	2.011	IV: 3.6% Si, (kein Ni)
VI	3.929	2.800	

Das Resultat der Untersuchung war das folgende:

Bei VI (2.8% Ni) und X (2.0% Ni) fallen die H - B -, und $B_m A_{11}$ -Kurven beinahe zusammen, also auch bei X dieselbe Erscheinung wie bei VI¹⁾. Bei Ring IX dagegen tritt wiederum die günstige Superposition, wie bei V auf, sodass hohe Permeabilität mit kleinen Hysteresisverlusten vereinigt sind.

Es lässt sich also absolut keine Gesetzmässigkeit in der Wirkung des Nickels innerhalb des Bereiches der angewandten Ni-Gehalte herauslesen, wenn in der Legierung zugleich noch Silicium vorhanden ist. Auf alle Fälle aber müsste man noch eine grosse Zahl weiterer Versuche anstellen, um dieses Problem endgültig zu entscheiden: Dass aber eine günstige Superposition der Einflüsse von Si und Ni auf die magnetischen Eigenschaften von Fe-Si-Ni-Legierungen möglich ist, das beweist am besten Ring IX, welcher neben hoher Permeabilität auch sehr kleine Hysteresisverluste aufweist. (Vgl. Abb. 8, 9, 12 und 13, speziell Ring IV, VIII und IX).

Schlussbetrachtung.

Es ginge über den Rahmen dieser Arbeit hinaus, wollte man die für die untersuchten Legierungen festgestellten Eigenschaften eingehend vergleichen mit den Eigenschaften des in der Technik heutzutage verwendeten Eisens.

Einige Andeutungen hierüber mögen immerhin im Folgenden noch Platz haben.

Wie schon eingangs bemerkt wurde, gehören die benützten Ringe zu den Stahlgüssten, die bekanntlich etwas schlechtere magnetische Eigenschaften aufweisen, wie Weicheisenbleche. Magnetische Untersuchungen, speziell bezüglich der Hysteresisverluste, wurden von anderen Beobachtern aber immer an Blechen ausgeführt, so dass man unsere Ergebnisse nicht ohne weiteres mit den Ergebnissen anderer Beobachter vergleichen kann. Indessen kann man nach der heutigen Erfahrung erwarten, dass sich unsere Resultate in ihrer Gesamtheit noch etwas verbessern würden, wenn dasselbe Material in Blechform vor-

¹⁾ Die Kurven VI sind aus verschiedenen Figuren der Deutlichkeit wegen fortgelassen worden.

läge. Auch die Herstellung des Materials im *elektrischen Ofen* garantiert noch bessere Ergebnisse, da es nach Angaben der Giesserei dabei möglich ist, den C-Gehalt unter 0.1 % herabzudrücken¹⁾, überhaupt die Verunreinigungen auf ein Minimum zu reduzieren.

Dass Ring VIII und IX trotzdem bedeutend bessere magnetische Eigenschaften aufweisen, *wie die besten in der Technik verwendeten Bleche*, zeigt folgende Zusammenstellung.

Herkunft des Materials	Sorte	<i>Erg</i>		<i>Watt/kg</i>		<i>B</i> für	
		<i>A₁₁</i> <i>B_m = 7000</i>	<i>B_m = 10000</i>	<i>E_h</i> <i>B_m = 7000</i>	<i>B_m = 10000</i>	<i>H = 50</i>	<i>H = 100</i>
Bismarck-Hütte 1908	Blech	1200	2320	0.780	1.510	—	—
E. Kolben ²⁾ Bism.-H. 1909	Blech 3.5 % Si	—	2235	—	1.450	15200	16300
Ring VIII	Stahlguss 4.8 % Si	930	1600	0.625	1.076	15040	16140
Ring IX	Stahlguss 3.84 Si + 1.1 Ni	1330	2280	0.875	1.50	16140	16840

Es geht daraus hervor, dass Ring XIII ca. 30 % kleinere Verluste aufweist, wie die beiden citierten Bleche, während die Permeabilität in dem angedeuteten Bereich nur ca. 1 % kleiner ist, wie bei diesen. Ring IX besitzt gleich grosse Verluste wie die beiden Bleche, aber eine Permeabilität, die im angedeuteten Bereich von *H* ca. 3 bis 6 % grösser ist. —

Zum Schlusse sei noch erwähnt, dass Ring VIII auch bezüglich des spez. Widerstandes, bezw. der Wirbelstromverluste besonders bemerkenswert ist. Während das Eisen, welches heutzutage gewöhnlich in der Technik verwendet wird, einen spez. Widerstand

$$\omega = 0.10 \text{ bis } 0.12 \left| \frac{\Omega}{m} \right| \text{ mm}^2 \text{ besitzt, beträgt der spez. Widerstand bei Ring VIII:}$$

$$\omega = 0.6508 \left| \frac{\Omega}{m} \right| \text{ mm}^2, \text{ d. h. das 5- bis 6-fache. Dementsprechend sind auch die Wirbelstromverluste bei VIII ausserordentlich klein. Es ist für:}$$

$$B_m = 10000 \quad E_h = 1.076 \text{ Watt/Kg} \quad \left\{ \begin{array}{l} n = 50 \\ E_w = 0.159 \text{ Watt/Kg} \end{array} \right. \quad \delta = 0.5 \text{ mm}$$

Die Wirbelstromverluste machen in diesem Falle also nur ungefähr den 7. Teil der Hysteresisverluste aus, obschon die letztern an sich schon äusserst gering sind. —

In der Praxis wird das für elektrische Maschinen zu verwendende Eisen, speziell das Blech für Transformatoren, Dynamos und Motoren, hauptsächlich nach seiner „Verlustziffer“ beurteilt. Man versteht darunter die Summe der Hysteresis- und Wirbelstromverluste bei periodischer Magnetisierung, bezogen auf eine Maximalinduktion *B_m* = 10000, eine Periodenzahl des magnetisierenden Wechselstroms *n* = 50 und eine Blechdicke von 0.5 mm.

Die blecherzeugenden Firmen garantieren folgende Verlustziffern:

Für normale Bleche: *E* = 3.8 Watt/Kg.

Für Spezialbleche: *E* = 2.6 Watt/Kg.

Für die allerbeste Qualität: *E* = 1.85 Watt/Kg.

Dem gegenüber weist Legierung VIII eine Verlustziffer *E* = 1.23 Watt/Kg. auf.

¹⁾ Vgl. Tab. 1.

²⁾ Vgl. Anm. 3 S. 89.

Für eine Blechdicke von $0,3 \text{ mm}$ gehen die Garantien der Walzwerke herunter bis auf $E = 1.6 \text{ Watt/Kg.}$

Für diese Blechdicke ergibt sich bei Legierung VIII ein Wert $E = 1.13 \text{ Watt/Kg.}$

Folgende Zusammenstellung gibt die prozentischen Größenverhältnisse der verschiedenen Verlustziffern.

Material	Verlustziffer (garantiert) bei $0,5 \text{ mm}$ Blechdicke
Bestes Blech der grossen deutschen Walzwerke	1.85 Watt/Kg.
Legierung VIII. Stahlguss von Öhler & Co.	1.23 Watt/Kg. $= 66\%$ von 1.85.

Der Grund, warum die gewöhnlichen Bleche trotz ihrer grossen Verlustziffer im Handel immer noch Verwendung finden, liegt namentlich in ihrem kleinen Preis gegenüber demjenigen der Spezialsorten. Die letzteren sind etwa dreimal so teuer wie die ersten, und dieser Umstand spielt für die Konstruktionsfirmen eine Hauptrolle, weil viele Käufer von elektrischen Maschinen in der Hauptsache auf kleine Preise sehen. Dabei wird dann übersehen, dass die Energieverluste, welche durch die schlechten, aber billigeren Bleche bedingt sind, in ganz kurzer Zeit einen so hohen Betrag erreicht haben, dass der geringere Anschaffungswert der Maschine illusorisch ist.

Auch mit Rücksicht auf die Permeabilität ist die Auswahl des Eisens für elektrische Maschinen nicht gleichgültig. Die Betrachtung der Abbildungen 8, 9 und 13 lehrt, wie man dabei vorzugehen hat.

Handelt es sich um die Erreichung möglichst kleiner Verluste, bei Induktionen, bis hinauf in die Gegend von $B_m 13\,000$, so wählt man Legierung VIII. Wünscht man kleine Verluste bei grösseren Induktionen, so kann man VIII oder IX verwenden, je nachdem man mehr Gewicht auf die Verluste oder auf die Permeabilität legt. Für Gleichstromverhältnisse leistet V, mit hoher Permeabilität, gute Dienste, oder, was noch besser ist, ein Material, das ausser Eisen nur Nickel enthält.

Die Entscheidung, ob besonders kleinen Hysteresis-Verlusten oder besonders hoher Permeabilität der Vorzug zu geben ist, hängt natürlich von dem Ziel ab, das man anstrebt. Je nachdem man besonders guten Wirkungsgrad, Leistungsfaktor, kleines Gewicht, kleine Dimension oder kleinen Preis bei einem Objekt erreichen will, eine oder mehrere dieser Eigenschaften auf Kosten der übrigen, wird man jedesmal eine besondere Auswahl der Konstruktionsmaterialien treffen müssen.

Solange man mit 0.3 bis 0.5 mm -Blechen, wie heutzutage überall, arbeitet, haben die Wirbelstromverluste gegenüber den Hysteresisverlusten nur untergeordnete Bedeutung, wenigstens für die hochprozentigen Fe-Si-Legierungen (vgl. Tab. 3 und 7).

Es ist aber bei dem hohen spez. Widerstand, welchen diese Materialien besitzen, die Verwendung von 1 mm oder noch stärkeren Blechen für gewisse Zwecke ohne weiteres zulässig. Der Vorteil für die Fabrikation, den die Anwendung solcher Bleche bietet, braucht wohl kaum besonders erwähnt zu werden.

Sobald man mit der Blechdicke aber über 0.5 mm hinausgeht, sind die Wirbelstromverluste für die Auswahl des Eisens ernstlich in Betracht zu ziehen, da sie bekanntlich mit dem Quadrat der Blechdicke zunehmen.