

Zur Reform des Mathematik-Unterrichts : ein Bericht

Autor(en): **Kugler, Rolf**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizer Schule**

Band (Jahr): **56 (1969)**

Heft 16

PDF erstellt am: **20.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-534202>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

mal abgeschlossen, ehe die Konfrontation in eigener Verantwortung mit einer Schulklasse stattfindet, entläßt nicht reife Praktiker, sondern verwirrte, erwartungsübervolle Novizen. Hält man sie um weitere ein bis zwei Jahre an der Universität fest, werden sie dazu neurotisch, da sie mit Recht bezweifeln, daß eine weitere Serie von Vorlesungen ihre Lehrbefähigung wesentlich erhöhen wird.

Neue Muster müssen endlich entworfen und erprobt werden: etwa ein aufgebrochener Ausbildungsgang, der sich in geplanten Phasen über die gesamte Berufszeit des Lehrers erstreckt und der ständigen Weiterbildung die Hauptlast zuweist, oder auch Konzeptionen des Studiengangs, die gewisse Formen der Spezialisierung — ohne die es heute auch im Lehrerberuf nicht mehr geht — so miteinander koppeln, daß Möglichkeit und Anreiz zur Weiterbildung nie administrativ oder wirtschaftlich verbaut werden.

Optimale Formen der Lehrerbildung lassen sich nicht ohne die Mitwirkung einer ganzen Anzahl verwandter Wissensgebiete entwickeln. Psychologie, Soziologie, technologische Erfahrung und ihre mathematischen Hilfswissenschaften spielen hier eine wichtige Rolle. Das heißt, echte Forschung ist notwendig. Dazu aber gehört die Frage der Regie. Wer soll diese Forschung unternehmen? Die Erziehungswissenschaft ist ein Konglomerat, aber noch keine organische Verbindung vieler Motive, Absichten und Methoden. Kann man also die pädagogische Forschung jenen einzelnen, isolierten Disziplinen anvertrauen? Kann sie an den herkömmlichen Lehrerbildungsanstalten mit all ihren Mängeln gelei-

stet werden? Zeigen sich doch selbst die an solchen Institutionen Unterrichtenden — aus verschiedenen guten Gründen — außerstande, sich mit Forschungsproblemen zu beschäftigen.

Der Lehrerbildung fehlt die Forschung

Das auffällige Fehlen zweckdienlicher Forschung auf dem Gebiet der Lehrerbildung läßt erkennen, daß wir erst am Anfang einer notwendigen Entwicklung stehen. Noch in weiter Ferne und wie ein Ideal mutet die berechtigte Forderung an, die Forschung selbst zu einem normalen Gegenstand der Lehrerbildung zu machen, um auf diese Weise einmal eine ständig wichtiger werdende Erfahrungsmethode in die Lehrerbildung einzuführen, die das Verhalten der zukünftigen Lehrer wesentlich beeinflussen kann, und zum anderen dem Prozeß der Lehrerbildung eine eigene rückwirkende Kontrollinstanz zu verschaffen.

Die empirische Forschung wird hierbei nicht die einzige Lösung bleiben; aber trotz des Nachteils, daß sie umfangreiche Planung voraussetzt, ist sie vermutlich am ehesten in der Lage, auf viele Schlüsselfragen zur Infrastruktur der Erziehung zuverlässige und relevante Antworten zu liefern. Bei anderen Problemen wie z. B. der Frage nach den Lehrinhalten ist dagegen eine prospektive Technik von Nutzen. Allerdings ist es auch hier notwendig, sich ständig die indirekte, suggestive Rolle des Lehrers vor Augen zu halten. Keine neue, aber eine wichtige Einsicht mag die Hamburger Tagung am Ende beherrscht haben: gutes Lehren ist eine Kunst, die in der Zukunft nur immer schwieriger werden wird. (UD)

Zur Reform des Mathematik-Unterrichts

Ein Bericht

Rolf Kugler

Am 25. März 1969 eröffnete Professor Dr. Hahn, Kultusminister des Landes Baden-Württemberg, in der Pädagogischen Hochschule Ludwigsburg die 3. Bundestagung für Didaktik der Mathematik. Versammelt waren Dozenten und Lehrer aller Schulstufen aus der Bundesrepublik Deutschland und dem Ausland.

Der vorliegende Bericht ist als Beitrag gedacht

zu der auch in der Schweiz allmählich laut werdenden Diskussion über die Reform des Rechen- und Mathematikunterrichts. Die behandelten Themen lauten in Stichworten:

Wozu lehren wir Mathematik? Modernisierung des Mathematikunterrichts; die «Empfehlungen» der Kultusministerkonferenz; Ausbildung der Lehrer; mathematische, psychologische und di-

daktische Grundlagen des Mathematikunterrichts; Mathematik und Sprache; Modelle zur Einführung der Zahlen und Operationen; Mengenlehre; Lehrfilme; persönliche Bemerkungen.

Aus der Eröffnungsansprache von Prof. Hahn: «Die Notwendigkeit der Reformierung des Mathematikunterrichts ist unbestritten. Die moderne Industriegesellschaft stellt an die Absolventen der Schulen Anforderungen, denen der traditionelle Mathematikunterricht nicht in der gewünschten Weise gerecht wird. Unsere Gegenwart und die Zukunft verlangen vom Menschen mehr und mehr theoretisches Wissen und vor allem die Fähigkeit, sich in der einem ständigen Entwicklungsprozeß unterworfenen technischen Welt zurechtzufinden. Voraussetzung dazu ist, daß die Schulen eine gründliche mathematische Bildung vermitteln und der Schüler darin geübt ist, sein Wissen auf neue Sachverhalte zu übertragen. Der Schüler muß lernen, in mathematischen Strukturen zu denken und selbständig mathematische Wege zu beschreiten.»

Wie Prof. Hahn in der Eröffnungsansprache, erinnerte auch W. Degen (Stuttgart) in seinem Referat «Wozu lehren wir Mathematik?» an die große Bedeutung der Mathematik für fast alle Wissenschaften (Physik, Meteorologie, Chemie, Wirtschaftswissenschaften, Psychologie, Biologie, Medizin, Kybernetik usw.). Bis in den Alltag hinein wird unser Leben, wenn auch oft unmerklich, von der Mathematik bestimmt. Das ist der eine Grund, der Mathematik im Unterricht besondere Beachtung zu schenken. Der andere beruht auf der Anerkennung, daß die Mathematik eine wahrhafte Lehrmeisterin des Denkens ist, und zwar nicht nur des deduktiv-logischen, sondern auch des induktiven, des heuristischen und kombinierenden, ja experimentierenden Denkens, der Analogiebildung usw. – Bei allem Mathematikunterricht ist aber zu bedenken, daß die wenigsten Schüler Mathematiker werden. Der Unterricht ist deshalb unter theoretischen und pädagogischen Aspekten auszuwählen. Insbesondere sollen die Themen dem Alter der Schüler angemessen sein. Falsch wäre es, den Mathematikunterricht vorzeitig zu axiomatisieren. Die Entdeckerfreude wird genommen, wenn ein neuer Stoff über das Axiomensystem eingeführt wird. Die Axiomatik kann allenfalls am Ende eines Themas stehen, vorausgesetzt, daß die Schüler den Abstraktionsprozeß selbst durchführen. Bei

einer Neugestaltung der Lehrpläne sollte der Stoffkanon gründlich überprüft werden. So wäre es durchaus denkbar, daß die Kombinatorik, welche bisher dem Gymnasium vorbehalten war, in Zukunft auch an der Volksschuloberstufe unterrichtet wird; denn sie entspricht dem suchenden Denken dieser Altersstufe ganz besonders und bietet zudem die Grundlage für wichtige Gebiete der Mathematik.

Th. Ziegler (Neustadt) referierte über die von der Kultusministerkonferenz am 3. Oktober 1968 beschlossenen «Empfehlungen und Richtlinien zur Modernisierung des Mathematikunterrichts an den allgemeinbildenden Schulen». Die Kultusminister seien von folgenden Voraussetzungen ausgegangen: 1. Neben dem Gymnasium und der Realschule ist auch die Volksschule von der Modernisierung der Mathematik betroffen. 2. Die Schulung des mathematischen Denkens muß stärker gepflegt werden. 3. Die Kluft zwischen Schul- und Hochschulmathematik soll überbrückt werden. 4. Das wirtschaftliche Wachstum hängt von der genügenden Zahl qualifizierter Mathematiker und Naturwissenschaftler ab. – In den Richtlinien fehlen pädagogische und methodisch-didaktische Überlegungen. Das hat nach Ziegler seinen berechtigten Grund darin, daß die Richtlinien nur als Rahmen für weitere Gespräche gedacht sind. Vor allem dienen sie dazu, die Modernisierung des Mathematikunterrichts in den elf Bundesländern zu koordinieren.

Für die 1. bis 6. Klasse ist der Stoff in sieben Themenkreise, aber nicht nach Schuljahren gegliedert: 1. Mengen und ihre Verknüpfungen, aber nicht als mathematische Mengenlehre verstanden. 2. Die Menge der natürlichen Zahlen und ihre Verknüpfungen: Addition und Multiplikation und ihre Umkehrungen. 3. Größen: Maße, Maßzahl und Maßeinheit. 4. Geometrische Grundbegriffe. 5. Ziffern und Stellenwertsysteme. 6. Teilbarkeit und Teilmengen. 7. Die Menge der nichtnegativen rationalen Zahlen und ihre Verknüpfungen.

Themenkreise für das 7. und 8. Schuljahr: 1. Zuordnung von Mengen: die Funktion als Abbildung und als Paarmenge. 2. Abbildungsgeometrie: Kongruenzabbildungen. 3. Geometrische Größen: Winkel, Abbildung durch Scherung, Flächenberechnung. 4. Algebraische Aussageformen, Gleichungen mit einer und zwei Unbekannten. 5. Algebraische Strukturen: Gruppe, Ring, Körper.

Themenkreise für das 9. und 10. Schuljahr: 1. Reelle Zahlen. 2. Ähnlichkeitsabbildungen. 3. Potenzen und zugehörige Funktionen. 4. Stereometrie. 5. Trigonometrie, ohne Sinus- und Cosinussatz.

Die Themenkreise für die Klassen 11 bis 13 werden hier aus Platzgründen nicht genannt. Der vollständige Wortlaut der «Richtlinien und Rahmenpläne» ist abgedruckt im «Mathematik-Duden für Lehrer», erschienen im Bibliographischen Institut, Mannheim - Zürich 1969.

Welcher Lehrer ist einem so anspruchsvollen Unterricht gewachsen, wie er durch die Richtlinien intendiert wird? Diese bange Frage wurde in vielen Diskussionsvoten im Verlaufe der Studienwoche laut. Die Reform des Mathematikunterrichts setzt eine Reform der Lehrerausbildung und -weiterbildung voraus. Darüber bestehen in der Bundesrepublik verschiedene Auffassungen: 1. Die Ausbildung der Grund- und Hauptschullehrer umfaßt nach dem Abitur sechs Semester an einer Pädagogischen Hochschule. Nach diesem Grundschulstudium hat jeder Lehrer später Gelegenheit zur ausgiebigen Weiterbildung. 2. Die Grundausbildung dauert acht Semester. 3. Auch die Volksschullehrer der Grundschul- und Hauptschulstufe werden zu Fachlehrern ausgebildet. Sie belegen an der Pädagogischen Hochschule zwei wissenschaftliche Hauptfächer.

Ein Grundlagenproblem behandelte H. Bauersfeld (Frankfurt) in seinem Referat «Mathematikunterricht und Sprache». An die Frage «Was leistet der Mathematikunterricht?» knüpfte er folgende Überlegungen: Es genügt nicht, nur den Gegenstand eines Faches zu diskutieren, weil zu viele Komponenten den Unterricht bestimmen. Schon die Einstellung des Lehrers zu den Kindern und zum Fach ist ein wichtiger Faktor. Ein anderer, ebenso wichtiger, ist die Sprache als Medium des Unterrichts. Bleiben wir bei diesem Thema. – Zwischen Sprache und Denken besteht, mindestens beim Kleinkind, kein eindeutiger Zusammenhang. Genetisch betrachtet, erscheinen die Lallübungen als erste Sprachleistung des Kleinkindes. Die ersten kognitiven Leistungen hingegen sind an den Bewegungen, vor allem der Arme und Hände, abzulesen. Zwischen beiden Leistungen besteht zunächst kein Zusammenhang. Bis zum 4. Lebensjahr entwickelt das Kind die kognitiven Leistungen im wesentlichen sprachfrei. Hernach bemächtigt es sich der gram-

matikalisch-formalen, vernachlässigt aber die semantischen Strukturen. Diese gewinnt es durch Nachahmung der Erwachsenensprache. – Der Schulunterricht verläuft überwiegend verbal. Auch die Erfolgskontrolle erfolgt über sprachliche Äußerungen. Die Sprachforschung hat die Abhängigkeit des Sprachniveaus vom sozialen Niveau deutlich gemacht. Sie weist auch nach, daß im Unterricht die schichtspezifischen Sprachunterschiede verstärkt werden. Der Lehrer unterrichtet in der Sprache der Mittelschicht, mit ihren zahlreichen Adjektiven, Adverbien und der Neigung zur Abstraktion. – H. Bauersfeld skizzierte die Arbeit von Kindergärtnerinnen und Lehrern an Versuchsschulen in Frankfurt. Die Kinder werden anhand von didaktischem Material zu Lernspielen so angeleitet, daß sprachliche Anweisungen auf ein Minimum reduziert bleiben. Dadurch haben spracharme Kinder die gleiche Chance wie sprachbegabte. Dabei verkümmert der sprachliche Ausdruck nicht, weil sie in Worte zu fassen versuchen, was sie handelnd erleben. Einen ähnlich positiven Beitrag zur Sprachförderung leisten im Rechenunterricht der Grundschulstufe solche Lehrmittel, welche das Kind mathematische Gesetzmäßigkeiten selbst entdecken lassen. So der Lehrgang von A. Fricke und H. Branden im numerischen Rechnen und jener von Dienes in der Mengenlehre.

Mit den fachwissenschaftlichen, psychologischen, methodischen und didaktischen Grundlagen des Rechen- bzw. Mathematikunterrichts in der Grundschule befaßten sich außer den bereits genannten Referenten die Herren Papy, Griesel, Sorger, Neunzig, Stübe, Meschkowski und Bigalke. Der durch seine mathematik-historischen und methodischen Schriften bekannte Herbert Meschkowski (Berlin) sprach über «Das Verhältnis von Wissenschaft und Didaktik im Mathematikunterricht der Grundschule». Schon die elementaren Strukturen und Begriffe müssen korrekt eingeführt werden. Das gilt beispielsweise für die sogenannte Mengenlehre, welche auf der Grundschulstufe oft mit unzureichenden und verschwommenen Begriffen betrieben wird. Die mengentheoretische Einführung der Zahlen ist denn auch komplizierter als die operative (im Sinne von Lorenzen). Quintessenz des Referates: Die mathematische Schreib- und Sprechweise in der Grundschule muß präzisiert werden. Eine mathematisch gesicherte Fundierung des Anfangsunterrichts darf auch nicht durch Ein-

führung immer neuer Arbeitsgebiete in Frage gestellt werden. – Soweit der Referent mit seiner Kritik ausdrücklich die Schule von Wittmann meinte, wurde ihm in der Diskussion heftig widersprochen.

Eine lebhafte Diskussion löste auch das weitgespannte Referat «Überlegungen zu den mathematischen und psychologischen Grundlagen des Rechenunterrichts in der Grundschule» von Heinz Griesel (Hannover) aus. Er kritisierte die psychologische Grundlegung des Zahlbegriffes nach Piaget wegen begrifflicher Unschärfen. Die Kritik galt vor allem den von Piaget aufgestellten «Gruppierungen», welche der Referent – vermutlich zu unrecht – mit den Axiomen der Gruppentheorie verglich. Sehr erhellend war aber die grundsätzliche Klärung der Begriffe: Modell, Veranschaulichung, Repräsentant, Zahl, Zahlwort, Größe, Struktur usw. Bei der Grundlegung der natürlichen Zahlen gelten die Axiome von Peano. Da die folgenden Modelle untereinander isomorph sind, kann man sich im Unterricht auf eines oder zwei beschränken: 1. Menge der Zahlwörter in Dezimaldarstellung; 2. Menge der Zahlwörter in einem beliebigen System; 3. Menge der Ordnungszahlwörter; 4. Eine Menge von Stäben; 5. Operative Modelle. In der anschließenden Diskussion zeigte sich, daß Erstrechenkurse zwar nachträglich unter dem Gesichtspunkt der Modellüberlegungen kritisch beurteilt werden können, daß bei ihrem Aufbau jedoch didaktische Erwägungen im Vordergrund stehen. Das betonte A. Fricke, dessen operative Methode im Referat ausführlich behandelt worden war. Er verwendet farbige Stäbe verschiedener Länge als Modell für die Kardinalzahlen, weil für ihn die Relationen im Vordergrund stehen. Ordnungsbeziehungen, die Halb-Doppelt-Beziehung usw. können mit Stäben am besten ausgedrückt werden. Fricke unterscheidet übrigens zwischen Konkretisierung und Veranschaulichung. Er wählt dasjenige Modell, welches dem Schüler am besten gestattet, die Beziehungen zwischen den Zahlen und die Operationen mit Zahlen selbst zu finden. Das leisten die farbigen Stäbe. Im tätigen Umgang mit ihnen konkretisieren sich für das Kind die sonst abstrakten Denkvorgänge. Von Mathematik kann auch im numerischen Rechnen gesprochen werden, wenn in erster Linie die gegenseitigen Zusammenhänge der Zahlen und Operationen erarbeitet werden. Mit einem sprachlich und inhaltlich anregenden

Vortrag wartete Georges Papy (Brüssel) auf. In französischer Sprache referierte er über «Mengen und Relationen im modernen Unterricht der Grund- und Sekundarstufe». Übertriebene Verallgemeinerungen wechselten mit sehr persönlichen Unterrichtserfahrungen. Die Mengenlehre sei ungefähr so alt wie die Welt, genauer: Die Logik des Aristoteles enthalte die erste Mengenlehre. Euklids Geometrie sei in der Sprache der aristotelischen Mengenlehre abgefaßt. Kinder hätten von der Mengenlehre bereits eine vage Vorstellung, wenn sie mit Sprechen beginnen. Aber die Schule verleugne oft, was die Kinder bereits wissen. So besitzen sie schon im 6. oder 7. Altersjahr ein Verständnis der negativen Zahlen, welche aber nach belgischem Lehrplan erst im 13. Altersjahr unterrichtet werden dürfen. Im Referat fehlte es aber nicht an ernsthafter Fragestellung. Bei der Behandlung der Mengenlehre stellen sich terminologische Schwierigkeiten ein: Welche Bedeutung haben die zusammengehörigen Begriffe Menge, Kollektion, Ensemble, Set? Auf welche Art lassen sich im Unterricht Mengen konstruieren? Geht es an, Mengen zu konstruieren, deren Elemente konkrete Gegenstände sind?

Auffallend viele Referate befaßten sich mit Modellvorstellungen bei der Einführung natürlicher und negativer Zahlen. Günter Pickert (Gießen) sprach über «Die Einführung der ganzen Zahlen als Abbildungen». Während dieses Modell für den Anfangsunterricht kaum brauchbar ist, scheint sich die Operatoren-Auffassung allmählich durchzusetzen. Das zeigte Arnold Kirsch (Göttingen) anhand einiger Rechenfibeln. Diese Bestrebungen haben insbesondere das Ziel, den späteren Übergang von den natürlichen Zahlen zu den Bruchzahlen zu erleichtern. Holzstäbe verschiedener Länge, welche die Zahlen repräsentieren, sind ein besonders geeignetes Material. Sie provozieren gleichsam den Größenvergleich und eignen sich damit für die Einführung der Zahlen und der Rechenoperationen. Was das Kind in einer pränumerischen Phase mit den Stäben betreibt, überträgt es nachher auf den Umgang mit Zahlen. Auf diese Art bekommt es eine inhaltliche Vorstellung der Zahlen, welche einer nur formalen Auffassung vorzuziehen ist.

Als Besonderheit der Veranstaltung seien noch die Vorführungen mathematischer Lehrfilme des Instituts für Film und Bild in Wissenschaft und Unterricht, München 22, Museumsinsel 1, er-

wähnt. Das Institut verleiht oder verkauft 16-mm-Tonfilme und 8-mm-Arbeitsstreifen; letztere sind stumm und haben eine Vorföhrdauer zwischen 1 und 4 Minuten. Der Berichtersteller sah den farbigen Tonfilm «Ein Mann erfand ein Zählsystem». Der Film richtet sich an Schüler vom 5. Schuljahr an. Er hat das Ziel, zu Zahlssystemen mit anderer Grundzahl als 10 hinzuzuführen und die Stellenwertschreibweise zu begründen. Stilisierte Fischsilhouetten werden in Gruppen von 14 geordnet und je in das Innere der nächstgrößeren Fische verlegt. Auf diese Weise wird das Zählen im 14er-System geübt. Der Übergang zur Grundzahl 10 wird unter Bezug auf die zehn Finger der beiden Hände vollzogen. Mengenbilder von zehn Elementen in Form gleichseitiger Dreiecke dienen zur Veranschaulichung. Die Schreibweise mit den Nullen wird durch die rationellere mit den Potenzen ersetzt. Nach den positiven werden auch negative Exponenten eingeführt. – Es ist nicht zu leugnen, daß die beweglichen Bilder eine suggestive Wirkung, auch auf den erwachsenen Betrachter, ausüben. Methodische Hinweise auf einem Merkblatt geben dem Lehrer Anregungen, wie der Film als Arbeitsmittel einzusetzen ist. Es sei noch erwähnt, daß für den Bereich der Grundschule bisher nicht an die Produktion von solchen audio-visuellen Hilfsmitteln für den Mathematikunterricht gedacht ist. Leider hatte der Berichtersteller keine Gelegenheit, die Filme für das 7. Schuljahr anzusehen. Es gibt einen Streifen über «Dreiecke im Dreivierteltakt», welcher ein ästhetisches Erlebnis vermittelt, das zur Motivation der Bewegungsgeometrie ausgenutzt werden kann. Für die strengere Behandlung der Geometrie steht ein Tonfilm «Spiegelung» und ein Stummfilm «Drehung» zur Verfügung. Im Geometrieunterricht des 9. Schuljahres können die Stummfilme «Zentrische Streckung von Figuren» und «Drehstreckung» Verwendung finden.

Bemerkungen zur Tagung:

Uns Schweizern kann der Blick über die Landesgrenzen nichts schaden. Wir haben in nächster Zeit ähnliche Probleme zu bewältigen; denn auch bei uns ertönt der Ruf nach Modernisierung des Rechen- und Mathematikunterrichts. Wer ist angesprochen? Ich meine jedermann, der mit Schule und Forschung zu tun hat. Das bisher fast ausschließlich innerhalb jeder einzelnen Schulstufe gepflegte Gespräch muß sich öffnen: Die Lehrer der Primar- und Sekundarschule, des

Gymnasiums, ja der Universität müssen sich zu gemeinsamem Reden und Handeln zusammenschließen. Die Probleme können nicht von einzelnen Personen und Fachspezialisten, sondern nur von Teams gelöst werden, in denen Mathematiker, Psychologen und Pädagogen mit den Schulpraktikern zusammenarbeiten.

Die Volksschullehrer waren unter den Teilnehmern vermutlich in der Minderzahl. Nur schüchtern tauchte deshalb in der Diskussion die bange Frage auf, ob die im alten Stil unterrichtenden Lehrer überhaupt imstande seien, die moderne Mathematik erst einmal selbst zu verstehen und sie dann dem Schüler weiterzugeben. Eindrücklich war denn auch der von W. Neunzig ausgesprochene Rat, sein Grundschulwerk sollte im Unterricht nur derjenige Lehrer gebrauchen, der sich während eines Jahres darin eingearbeitet habe.

H. Bauersfeld stellte in seinem Referat fest, daß in der ganzen Diskussion um die Modernisierung des Mathematikunterrichts die Frage «Was bedeutet Mathematik für das Kind?» kaum einmal gestellt werde. Ich verweise hier nur auf den oben abgedruckten Ausschnitt aus der Eröffnungsansprache: Nicht vom Kind ist die Rede, sondern von dem späteren Mitglied der Industriegesellschaft. – Sind vielleicht die Psychologen die Sachwalter des Kindes, die dafür garantieren, daß der Lernprozeß kindgemäß angeordnet wird? Hat nicht gerade Piaget in seinem Buch «Die Entwicklung des Zahlbegriffes beim Kinde» (Stuttgart 1965) das Lebensalter angegeben, in dem jeweils ein bestimmter mathematischer Stoff vermittelt werden kann? Soweit ich an der Tagung in Ludwigsburg feststellen konnte, scheinen die Didaktiker ihre Stoffpläne für den Rechen- und Mathematikunterricht noch auf dieser Basis zu formulieren. Sie müßten aber zur Kenntnis nehmen, was Aebli über «Die geistige Entwicklung als Funktion von Anlage, Reife, Umwelt- und Erziehungsbedingungen» im Band 4 des Deutschen Bildungsrates (Stuttgart 1969) mitteilt: Es gibt keine Intelligenzleistungen, die im Gefolge der physiologisch-anatomischen Reifung einfach auftauchen, ohne daß das Kind Gelegenheit hat, entsprechende Lernerfahrungen zu machen. Maß und Rhythmus der Stoffdarbietung werden durch diese Erkenntnis relativiert. Folgerichtig fordert Aebli die Analyse der Lernsequenzen und Lernverfahren. Kann sich der Pädagoge damit begnügen? Versteht er die Frage

«Was bedeutet Mathematik für das Kind?» nicht in einem tieferen Sinne? Meines Erachtens zielt sie auf die anthropologische Grundlage der Pädagogik. Nun wurden aber an der Tagung anthropologische und pädagogische Probleme überhaupt nicht erörtert, wohl mit der Begründung, daß die Veranstaltung einem didaktischen Thema gewidmet war. Das schien mir ein Mangel, weil ich der Meinung bin, daß die didaktischen nicht von den anthropologischen und pädagogischen Fragen isoliert behandelt werden dürfen. Trotz dieses Einwandes anerkenne ich dankbar, daß wichtige didaktische Probleme geklärt wurden:

1. Der Rechenunterricht wird nicht schon dadurch zum modernen Mathematikunterricht, daß sogenannte Mengenlehre betrieben wird. Die mit den Kindern im ersten Schuljahr behandelten Mengen entsprechen nicht dem mathematischen Mengenbegriff. Die von Georg Cantor (1845 bis 1918) gegebene Definition lautet bekanntlich: «Eine Menge ist eine Zusammenfassung von bestimmten wohl unterschiedenen Objekten unserer Anschauung oder unseres Denkens (welche Elemente der Menge genannt werden) zu einem Ganzen.» Es erscheint sehr fraglich, ob die Kinder unter Menge nicht Vielheit statt Gesamtheit verstehen und ob sie bei den Beispielen gleichartiger Elemente die unterscheidende Eigenschaft erkennen. Soviel steht jedenfalls fest, daß die Reform des Mathematikunterrichts sich nicht im Gebrauch neuer Wörter erschöpfen darf.

2. Nach A. Fricke kommt es im Anfangsunterricht auf «Konkretisierung» an. Dieser Begriff sagt deutlicher, was gemeint ist, als der Begriff «Modell». Konkretisieren heißt, aus allgemeinen Begriffen konkrete Vorstellungen gewinnen. Dazu kann ein geeignetes Arbeitsmittel beitragen, indem es dem Kind die Möglichkeit in die Hand

gibt, mathematische Beziehungen selbst zu erforschen und zu finden. Dadurch wird das Denken beweglich gemacht. Es erkennt alle Beziehungen, die zwischen verschiedenen Sachverhalten bestehen, alle möglichen Verbindungen und Umkehrungen und ist fähig, auf verschiedenen Wegen zum gleichen Resultat zu gelangen.

3. Wichtige Themen, die in meinem Bericht aus Platzgründen nicht behandelt worden sind: Extremwertaufgaben im Unterricht der Volksschule und des Gymnasiums, Topologie in der Realschule, die Bedeutung von Zahlausdrücken und Maßzahlen, Computer als Werkzeuge des Mathematikunterrichts.

4. Es scheint heute ziemlich allgemein, nicht nur an der Tagung in Ludwigsburg, tabu zu sein, vom Bildungswert der Mathematik zu sprechen. Nun, auch wer den Maximen der idealistischen Pädagogik gegenüber skeptisch eingestellt ist, kann nicht umhin, die Mathematik als Kulturleistung anzuerkennen. Ist nicht die historische Entwicklung der mathematischen Wissenschaft ein Paradigma der Geistesgeschichte? Wie einzigartig ist die Stellung der Mathematik zwischen der Philosophie einerseits und der Naturwissenschaft und Technik andererseits! Mir scheint, daß gleichzeitig mit dem in der Oberstufe einsetzenden Unterricht in Weltgeschichte gelegentlich auch ein Kapitel aus der Geschichte der Mathematik behandelt werden muß. Die Bücher des oben erwähnten H. Meschkowski u. a. enthalten eine reiche Stoffsammlung. Besonders packend sind biographische Schilderungen genialer Mathematiker, weil die Schüler damit ihre eigenen Denkerlebnisse beim Lösen mathematischer Probleme verbinden können. Auf diese Art bekommt die Mathematik einen die Persönlichkeit bildenden Wert.

Werben Sie bitte für die «Schweizer Schule»!