

Zeitschrift: Schweizer Schule
Herausgeber: Christlicher Lehrer- und Erzieherverein der Schweiz
Band: 81 (1994)
Heft: 4: Mathematik für Schulanfänger

Artikel: Rechenfähigkeit von Schulanfängern
Autor: Hengartner, Elmar / Röthlisberger, Hans
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-528795>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 09.04.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Rechenfähigkeit von Schulanfängern

Untersuchungen aus dem Ausland zeigten, dass Schulanfänger nicht nur im Lesen und Schreiben, sondern auch im Rechnen schon respektable Fertigkeiten mitbringen. Elmar Hengartner und Hans Röthlisberger haben nun zusammen mit Studentinnen des Pädagogischen Instituts Basel und der Höheren Pädagogischen Lehranstalt Zofingen eine Untersuchung zu diesem Thema in der Schweiz durchgeführt, über die sie hier berichten. Es zeigen sich zwar grosse Unterschiede im mathematischen Vorwissen, insbesondere auch zwischen Knaben und Mädchen, will man aber kindgerecht Mathematik unterrichten, sind die Unterrichtsmethoden und Lehrmittel nach Meinung der Autoren gehörig zu verbessern.*

Wir wissen längst, dass manche Kinder bei Schulbeginn schon lesen und lautgetreu schreiben, bis 100 und weiter zählen und mit Zahlen auch schon rechnen können. Dennoch beginnt der Unterricht, wie er in Lehrplänen und Lehrmitteln vorgezeichnet ist, für alle am Nullpunkt: mit einer gestuften Einführung der Buchstaben und Zahlen – mit dem Lesen und erst später mit dem Schreiben einfacher Wörter, mit den Zahlen bis 5 oder 6, erst später bis 10 bzw. 20 und dem Operieren im schrittweise erweiterten Zahlenraum. Was die Kinder schon gelernt haben, wird völlig ignoriert. Alle erhalten – ungeachtet der enormen Unterschiede – in etwa die gleichen Lernaufgaben. Und diese Lernaufgaben liegen für viele Kinder auf zu tiefem Niveau.

Was die Kinder schon gelernt haben, wird völlig ignoriert. Alle erhalten die selben Lernaufgaben – für viele auf zu tiefem Niveau.

Kinder können mehr; ihre geistigen Fähigkeiten werden vielfach unterschätzt. Dafür gibt es eine wachsende Zahl von Belegen:

- Eine holländische Forscherin hat Kinder am Schulanfang Testaufgaben lösen lassen und diese auch pädagogischen Experten zur Einschätzung vorgelegt. Sie stellte ein erstaunliches Auseinanderklaffen zwischen den Leistungen der Kinder und den Erwartungen der Experten fest (van den Heuvel-Panhuizen 1990).
- Eine Nachuntersuchung zu Schulbeginn 1992 durch Christoph Selter, Universität Dortmund, mit rund 900 norddeutschen Kindern und 400 Lehrerstudentinnen und Lehrerinnen deutet auf «eine z. T. frappierende Unterschätzung des geistigen Potentials der Kinder durch die Experten.» (Selter 1993).
- An der Bundestagung für Didaktik der Mathematik 1992 berichtete Hartmut Spiegel, Universität Paderborn, von ungewöhnlichen rechnerischen Fähigkeiten, welche Schulanfängerinnen in klinischen Interviews zeigten. Er wies nach, dass viele Kinder das schon rechnen können, was sie im Unterricht noch symbolisch darstellen lernen.

* Vorabdruck aus: Brügelmann, H.; Balhorn, H.; Füssenich, I. (Hg.): Am Rande der Schrift. Jahrbuch der Deutschen Gesellschaft Lesen und Schreiben 6. Bottighofen: Lybelle Verlag 1994.

Selbst Lehrerinnen mit langjähriger Erfahrung zeigten sich überrascht...

In eine ähnliche Richtung weisen Unterrichtsdokumente, welche wir aus Schweizer Klassen von Lehrerinnen erhielten, die mit Materialien des Projekts «Mathe 2000» von Erich Wittmann und Gerhard Müller arbeiteten (vgl. Wittmann/Müller 1990): Da hatten Kinder zum Beispiel bereits in den ersten Schulwochen Würfelspiele an der Zwanzigerreihe gespielt und ihre Spielzüge als Additionen und Subtraktionen protokolliert – «Rechnungen» im Zahlenraum bis 20, zu einer Zeit, da nach gebräuchlichen Lehrmitteln die Zahlen noch gar nicht eingeführt waren. Selbst Lehrerinnen mit langjähriger Schulerfahrung zeigten sich überrascht und sahen offensichtliche Widersprüche zwischen dem, was ihre Kinder konnten, und den Auffassungen, wie sie dem von ihnen verwendeten Lehrmittel zugrunde liegen.

Solche Erfahrungen und die erwähnten Untersuchungen haben uns veranlasst, selber nachzuprüfen und die «Standorte» von Schweizer Kindern für den Mathematikunterricht zu bestimmen. Wir haben a) einige Utrechter Testaufgaben Schulanfängern vorgelegt, b) eine breite Nachuntersuchung mit den Aufgaben der Klinischen Interviews von Hartmut Spiegel durchgeführt und c) eine eigene Untersuchung zu den Bereichen «Geld» und «Uhrzeit» geplant. Wir berichten hier über die Testergebnisse von Schweizer Kindern mit den Utrechter Aufgaben und über Ergebnisse unserer eigenen Untersuchung.

An den Untersuchungen haben Studentinnen des Pädagogischen Instituts in Basel und der Höheren Pädagogischen Lehranstalt in Zofingen (Aargau) mitgewirkt: Namentlich erwähnen möchten wir Sabine Amsler, Brigitte Schmid und Janine Bossard, welche über die Erhebung hinaus auch an der Auswertung der Ergebnisse beteiligt waren¹.

1. Untersuchung mit den Utrechter Testaufgaben

Diese Untersuchung mit rund 200 Schulanfängern in Basel-Stadt und im Bezirk Zofingen (Aargau) sollte Aufschluss geben, welche mathematischen Fähigkeiten Kinder bei Schuleintritt bereits besitzen und wie Schweizer Lehrerinnen die Kinder in dieser Hinsicht einschätzen. Die Ergebnisse der Schweizer Nachuntersuchung weisen ähnliche (wenn auch im Vergleich zu Holland und Dortmund etwas schwächere) Diskrepanzen zwischen Erwartung und Leistung nach. Darüber hinaus zeigen sie bedeutende Unterschiede zwischen den Klassen sowie zwischen Mädchen und Knaben, die wir in solchem Ausmass nicht erwartet hatten.

Die Testaufgaben

Es handelt sich um Testaufgaben, welche Marja van den Heuvel und Koenno Gravemeijer im Rahmen des MORE-Projekts für die Evaluation des sog. «Realistischen Mathematikunterrichts», der in Holland stark verbreitet ist, entwickelt haben. Dies ist ein Unterricht, welcher

- a) den Erkundungen der Kinder Situationen aus dem Alltag zugrunde legt,
- b) das Hauptgewicht auf die Mathematisierung solcher Situationen legt und
- c) der Eigenproduktion der Kinder einen hohen Stellenwert einräumt (vgl. van den Heuvel und Gravemeijer 1991, S. 141).

Die für einen solchen Unterricht geschaffenen Tests sollten schon von Kindern am Schulanfang verstanden und bearbeitet werden können: Sie enthalten vor allem Zeichnungen, die sich auf konkrete Situationen aus dem Alltag und für Kinder verständliche Kontexte beziehen. Sie sollten den Kindern ermöglichen zu zeigen, was sie können – auch in Bereichen, welche im Unterricht noch nicht behandelt wurden. Aus den rund 90 Testaufgaben, welche in Holland in vier Gruppen übers 1. Schuljahr verteilt eingesetzt wurden, haben wir 15 Aufgaben für den Schulanfang verwendet. Darunter waren (irrtümlicherweise) auch Aufgaben, die erst für den Schluss der 1. Klasse gedacht waren. Ausgewertet wurden schliesslich die folgenden 13 Aufgaben (*Abbildung 1 unten S. 6–9*).

Die Aufgaben 8 bis 13 waren *nicht* für Schulanfänger gedacht. Da wir sie irrtümlicherweise dennoch in unsere Aufgabenreihe aufnahmen, ergab sich die Situation, dass wir zu Beginn der Schulzeit die Standorte der Kinder im Hinblick auf den gesamten Rechenunterricht der 1. Klasse in Stichproben erfassen konnten.

Durchführung der Untersuchung

15 Testaufgaben wurden 198 Schulanfängerinnen und Schulanfängern aus elf Klassen vorgelegt, und zwar drei bis vier Wochen nach Schulbeginn. Sechs Klassen stammten aus Basel-Stadt und fünf aus dem Bezirk Zofingen (Aargau). Die Durchführung der Tests in den Klassen besorgten, wie oben erwähnt, Lehrerstudentinnen aus Basel und Zofingen. Sie waren auf den klassenweisen Einsatz der Testaufgaben vorbereitet und gebrauchten dieselben schriftlich formulierten Anweisungen. Dennoch ergaben sich Unterschiede in den Durchführungsbedingungen: So etwa in der Sitzordnung der Klasse, in der den Kindern zugestandenen Bearbeitungszeit, in der Art von Hilfen bei Fragen der Kinder. Es kam auch gelegentlich vor, dass ein Kind laut dachte oder auf das Blatt der Nachbarin hinüberschaute. Wir haben solche Unterschiede bei der Auswertung vernachlässigt, denn allfällige «Vorteile» werden mehr als aufgehoben durch den Sachverhalt, dass die Kinder häufig logische und nach ihrem Verständnis richtige Antworten gaben, welche wir trotzdem als falsch bewertet haben.

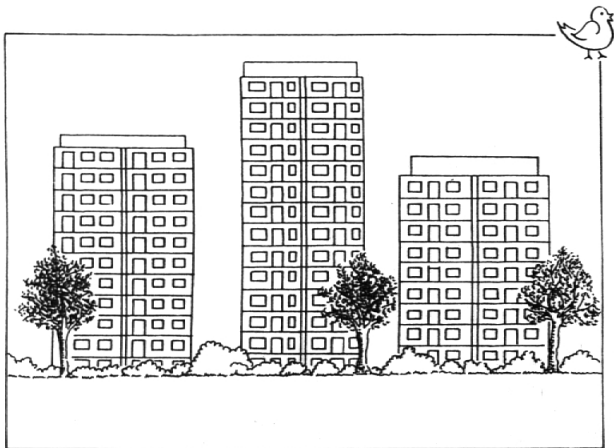
Die Tests wurden in sechs Klassen in Basel-Stadt und in fünf im Bezirk Zofingen (Aargau) durchgeführt.

2 von 15 Aufgaben schieden nach der Durchführung aus, weil sie in einzelnen Klassen falsch verstanden oder missverständlich eingeführt worden waren; es blieben 13 Aufgaben für die Auswertung.

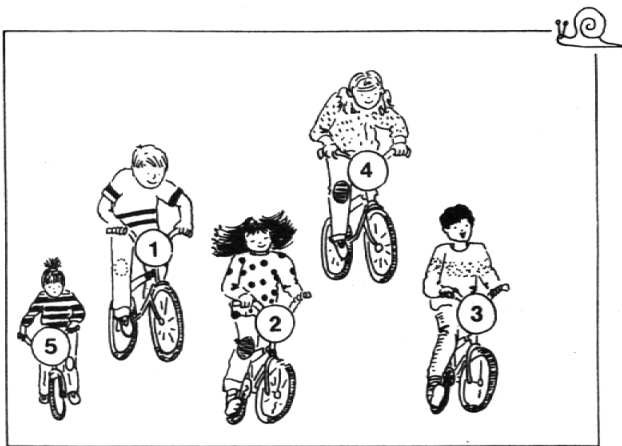
Erwartungen von Lehrerinnen

Wir haben die Testaufgaben nach der Bearbeitung in den Klassen auch 61 Lehrerinnen vorgelegt und sie gebeten einzuschätzen, wie viele von 20 Kindern am Schulbeginn – also unmittelbar nach dem Kindergarten – die einzelnen Aufgaben richtig lösen könnten. Alle befragten Lehrerinnen hatten im Unterschied zur Utrechter und Dortmunder Untersuchung Unterrichtserfahrung mit Erstklässlern. Alle Lehrerinnen gehörten zur Gruppe der Praxislehrerinnen, welche im Rahmen der Lehrerbildung die schulpraktische Ausbildung betreuen. Lehrerinnen der untersuchten Kinder waren nicht dabei. Diese hätten ja die Testergebnisse ihrer Klasse gekannt.

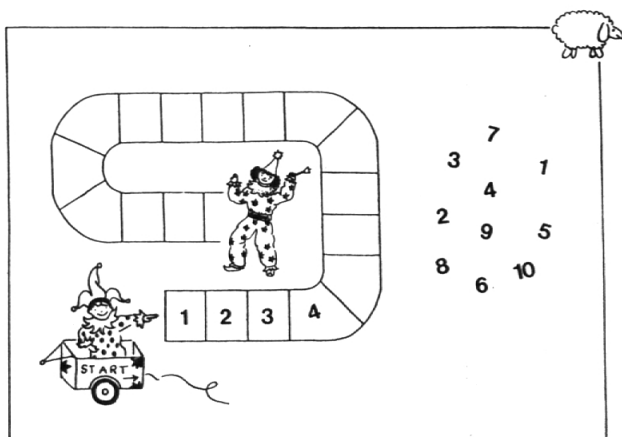
Abbildung 1: Die in der vorgestellten Untersuchung verwendeten Utrechter Textaufgaben



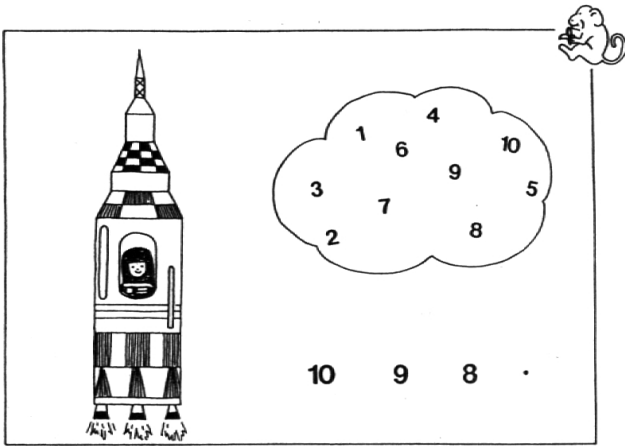
Aufgabe 1 *Grösser-kleiner-Beziehung:* Die Kinder sollten das höchste Gebäude ankreuzen.



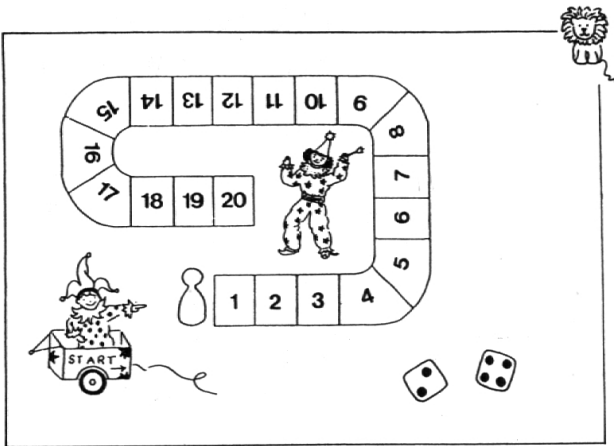
Aufgabe 2 *Zahlsymbole bis 5 kennen:* Bei den Fahrrad fahrenden Kindern soll die Startnummer 3 angekreuzt werden.



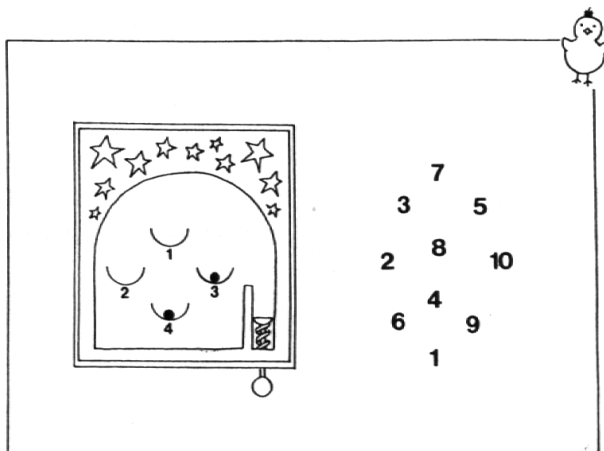
Aufgabe 3 *Zählen vorwärts:* Wie beim Leiterlispel sind Felder fortlaufend nummeriert, und die Kinder sollen die nächstfolgende Zahl ankreuzen.



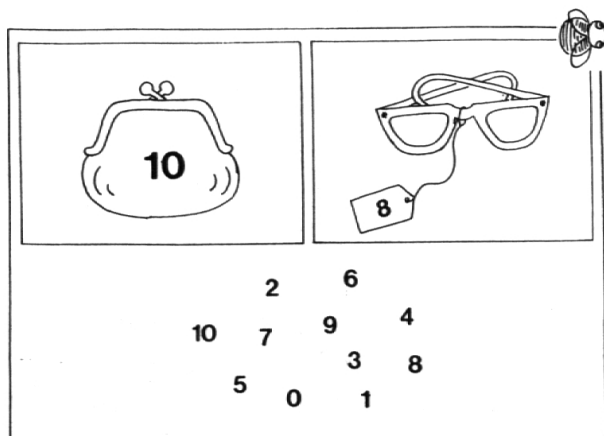
Aufgabe 4 *Zählen rückwärts*: Beim Countdown eines Raketenstarts wird von 10 rückwärts gezählt; die nächste Zahl ist anzukreuzen.




Aufgabe 5 *Addieren bis 10, zählbar*: Ein Spielstein soll auf dem Zahlenband nach den gewürfelten Augen $2+4$ vorwärtsbewegt werden. Die Zahl des Zielfeldes wird eingekreist.




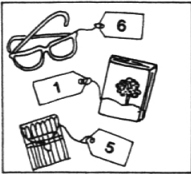
Aufgabe 6 *Addieren bis 10, nicht zählbar*: In einer Art Flipperkasten sind Punkte zu gewinnen. Zwei Kugeln gewinnen 3 und 4 Punkte. Wie viele Punkte sind das zusammen?



Aufgabe 7 *Subtrahieren von 10, nicht zählbar*: Im Portemonnaie sind anfangs 10 Franken. Die Brille kostet nach dem Preisschild 8 Franken. Die Kinder sollen ankreuzen, wieviel Geld ihnen nach dem Kauf noch bleibt.




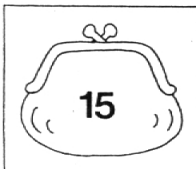


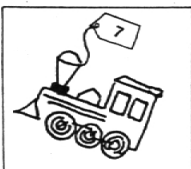


	2		15	10
1		8		4
	3		11	
12		7		5
	6		13	9
				14


Aufgabe 8 *Subtrahieren von 15, nach Wahl und nicht zählbar*: Die Kinder können den Schwierigkeitsgrad der Aufgabe durch die Wahlmöglichkeit selber bestimmen (Subtrahieren im 2. Zehner, auf 10 oder über die Zehnergrenze). Sie kreuzen an, was sie kaufen wollen und wie viele Franken noch im Portemonnaie verbleiben.








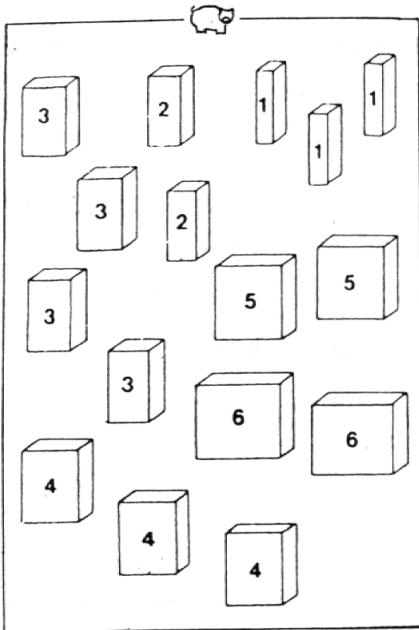
Aufgabe 9 *Subtrahieren mit Zehnerübergang, nicht zählbar*: Im Geldbeutel sind wiederum 15 Franken; die Lok kostet 7 Franken. Wieviel bleibt dir?



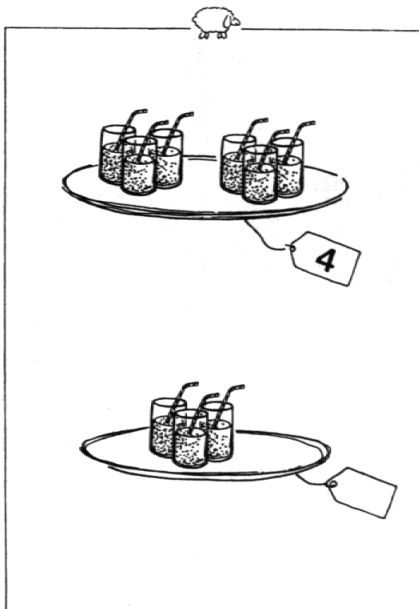


1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

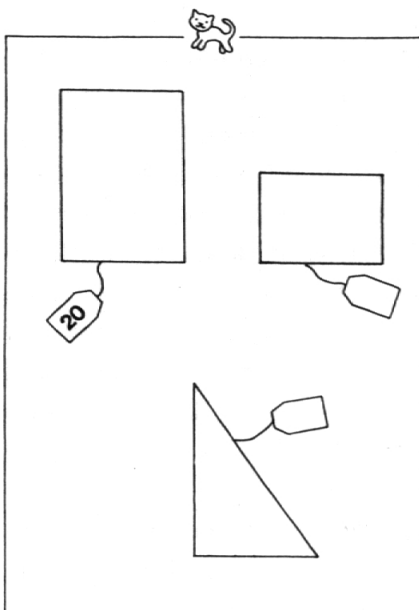
Aufgabe 10 *Anzahlen (teils verdeckt) in geometrischer Anordnung erkennen*: Die Büchsen sind teils gestapelt, also verdeckt. Die Kinder sollen ermitteln, wie viele es sind, und die Anzahl auf dem Zahlenband ankreuzen.



Aufgabe 11 *Addieren nach eigener Wahl der Summanden*: In den Schachteln sind unterschiedlich viele Kerzen. Nach eigener Wahl sollen 12 Kerzen insgesamt angekreuzt werden.



Aufgabe 12 *Verhältnis von Anzahl und Preis*: Aus der Preisangabe 4 Franken für 6 Gläser Eistee soll der Preis für 3 Gläser Eistee bestimmt werden.



Aufgabe 13 *Verhältnis von Grösse und Preis*: Aus der Preisangabe 20 Franken für die grosse Pizza sollen die Preise für die kleineren Stücke angegeben werden.

Die Ergebnisse der Einschätzungen werden im folgenden den durchschnittlichen Leistungen der Kinder gegenübergestellt.

Ergebnisse

Die Testergebnisse (*Abbildung 2*) belegen einen unerwartet hohen durchschnittlichen Stand von Schulneulingen in rechnerischen Fähigkeiten.

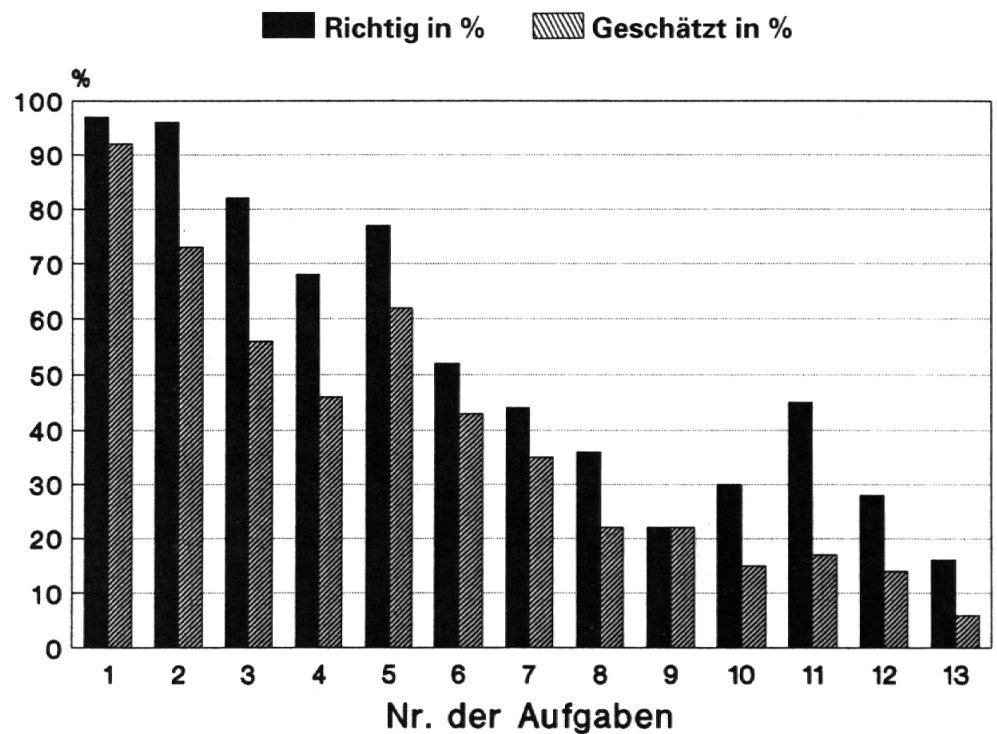


Abbildung 2: Testergebnisse von 198 Erstklässlern zu den 13 Utrechter Aufgaben im Vergleich zu den Leistungserwartungen von 61 Lehrerinnen

Der Umgang mit Zahlsymbolen bis 20 scheint den meisten Schulanfängern selbstverständlich.

Vier Fünftel beherrschen das Vorwärts-Zählen, etwas weniger das Rückwärts-Zählen von 10. Fast vier Fünftel der Kinder können bis 10 addieren, wenn die Möglichkeit zum Zählen besteht, ohne Zählmöglichkeit können das die Hälfte der Kinder. Mehr als 40% der Kinder können subtrahieren von 10, ohne Zählmöglichkeit, jedoch in der konkreten Vorstellung von Geldbeträgen; jedes vierte Kind kann das auch schon mit Zehnerübergang. Einem Drittel gelingt die Anzahlbestimmung von 18 teils verdeckten Büchsen, die aus der geometrischen Anordnung teils erschlossen werden muss. Fast die Hälfte vermag bei eigener Wahlmöglichkeit der Summanden 12 als Summe zu bilden, wobei keine Gelegenheit zum Zählen besteht. Selbst die für das Ende der 1. Klasse gedachten Zuordnungsaufgaben Anzahl – Preis und Grössen – Preis werden von manchen Kindern (28% und 16%) richtig gelöst. – Der Umgang mit Zahlsymbolen bis 20 scheint überdies den meisten Kindern selbstverständlich.

Im folgenden werden anhand der Ergebnisse drei Unterschiede herausgearbeitet, welche für uns zum Teil überraschend waren und die für die Praxis weitreichende Konsequenzen haben.

Die Kluft zwischen Erwartung und Leistung

Den Unterschied zwischen Erwartung und Leistung hatten wir aufgrund der eingangs zitierten Untersuchungen erwartet; ihn zu überprüfen, war ein Motiv unserer Nachuntersuchung an einer relativ kleinen Gruppe von Pädagoginnen.

In 12 von 13 Aufgaben unterschätzen die Lehrerinnen und Lehrer die in den Aufgaben erfassten arithmetischen Fähigkeiten der Kinder; nur in einer Aufgabe – Subtraktion mit Zehnerübergang – entsprechen sich Erwartung und Leistung. Am meisten unterschätzt werden die Kenntnis der Zahlen und das Zählen einerseits und die komplexeren Leistungen der Aufgaben 10 bis 13 andererseits: das geometrische Vorstellungsvermögen in der Büchsen-Aufgabe 10, die Fähigkeit zum fortlaufenden Addieren selbst gewählter Zahlen in der Kerzen-Aufgabe 11 sowie das Verständnis für proportionale Zuordnungen in der Eistee-Aufgabe 12 und der Pizza-Aufgabe 13.

Zweimal gehen die Lehrerinnen und Lehrer also von zu tiefen Erwartungen aus: einmal am Schulanfang bei der Einführung der Zahlen, was dann zum üblichen kleinschrittigen Erweitern der Zahlen führt; später im Verlauf des ersten Mathematikunterrichts wieder, wenn sie den Kindern nur einfache Additions- und Subtraktionsaufgaben, nicht aber komplexere Problemstellungen zutrauen.

Freilich müssen wir die Erwartungen der Lehrerinnen im Hinblick auf das ganze Spektrum der Testergebnisse mit weit auseinanderliegenden Extremen betrachten, um sie besser zu verstehen. Wir haben für je eine Extremgruppe von 20 Kindern die Ergebnisse zusammengestellt: Die 20 Kinder mit den tiefsten Punktzahlen lösten nur 2 oder 3, vereinzelt 4 Aufgaben richtig; jene mit den besten Ergebnissen aber 11, 12 und ein Kind sogar alle 13 Aufgaben richtig. Dieser unglaubliche Unterschied zwischen Kindern, welche über die Ziele des 1.-Klass-Unterrichts schon hinaus sind, und Kindern, welche kaum die Voraussetzungen für den Anfangsunterricht mitbringen, ist Lehrerinnen und Lehrern vermutlich bewusst. Da die schwächeren Kinder sie aber vor das schwierige Problem stellen, wie sie diese im Unterricht überhaupt erreichen und fördern können, beginnen sie den Unterricht möglichst voraussetzungslos, damit alle folgen können. Leistungsstärkere Kinder stellen keine solchen Probleme; für sie kann umgekehrt eher der Unterricht zum Problem oder gar einem Hemmnis werden, wenn er keine Herausforderungen für sie bereithält.

Leistungsstärkeren Kindern kann der Unterricht zum Problem oder gar Hemmnis werden, weil er keine Herausforderungen stellt.

Folgt der Unterricht zudem noch einem eher kleinschrittig konzipierten Lehrmittel, das zur Konzentration auf die Vorlage für einen «Durchschnittsschüler» verleiten kann, dann stellt sich nur noch die Frage, ob die Kinder die ihnen gestellten Aufgaben begriffen haben und welche Hilfen allenfalls notwendig sind – nicht mehr aber, wo die einzelnen Kinder denn stehen und ob die angebotenen Aufgaben für sie überhaupt sinnvoll sind. Diese Hintergründe können erklären, warum Lehrerinnen die Rechenfähigkeit zu tief einschätzen: Weil sie ihre Unterrichtsplanung zu Recht auf

alle Kinder, besonders auch auf jene mit geringen Voraussetzungen, abzustimmen gewohnt sind. Die Gruppe der Leistungsstärkeren tritt dann als Planungsproblem weniger ins Bewusstsein.

Die Einschätzung der Schweizer Lehrerinnen und Lehrer liegen allerdings weit über jenen ihrer holländischen und norddeutschen Kolleginnen. Dies hängt nicht nur mit der unterschiedlichen Art der Erhebung, sondern auch mit der Auswahl zusammen: Wir haben nur Pädagoginnen, welche in der Lehrerausbildung verantwortlich mitwirken, nach ihrer Einschätzung gefragt.

Unterschiede zwischen den Klassen

Ein Ergebnis, das uns sehr überrascht hat, sind die teils enormen Unterschiede zwischen den Klassen. Wir hatten sie in diesem Ausmass lediglich zwischen den Kindern einer Klasse, nicht aber zwischen den Klassen selbst erwartet. In *Abbildung 3* sind die Unterschiede für vier ausgewählte Aufgaben dargestellt und mit den im vorangehenden Abschnitt diskutierten Lehrererwartungen in Beziehung gesetzt.

Die *Subtraktionsaufgabe 7* lösen in der Klasse AG 1 vier von fünf Kindern richtig gegenüber nur einem von fünf Kindern in Klasse BS 4. Und die Erwartungen der Lehrerinnen entsprechen in etwa den Leistungen von fünf Klassen, liegen aber massiv unter den Leistungen fünf anderer Klassen.

In der *Subtraktionsaufgabe 9 mit Zehnerübergang* haben wir oben eine Übereinstimmung von Erwartung und Leistung festgestellt; die Unterschiede zwischen den Klassen relativieren diese Feststellung: fünf Klassen würden in der realen Unterrichtssituation eher überschätzt, zwei aber massiv unterschätzt.

Aufgabe 7

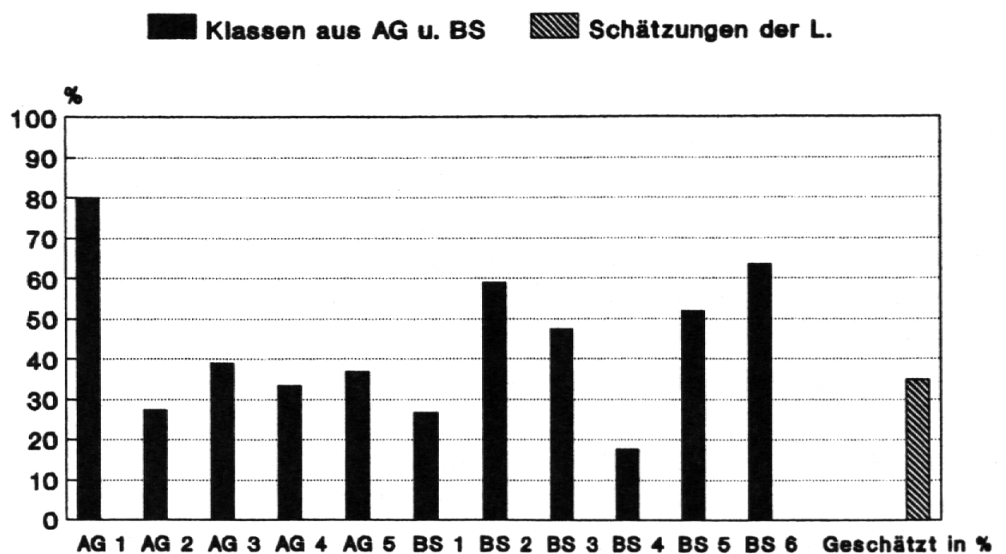
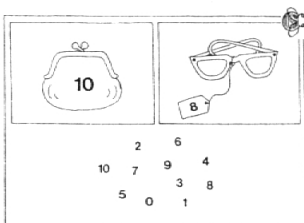
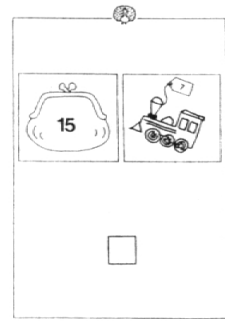
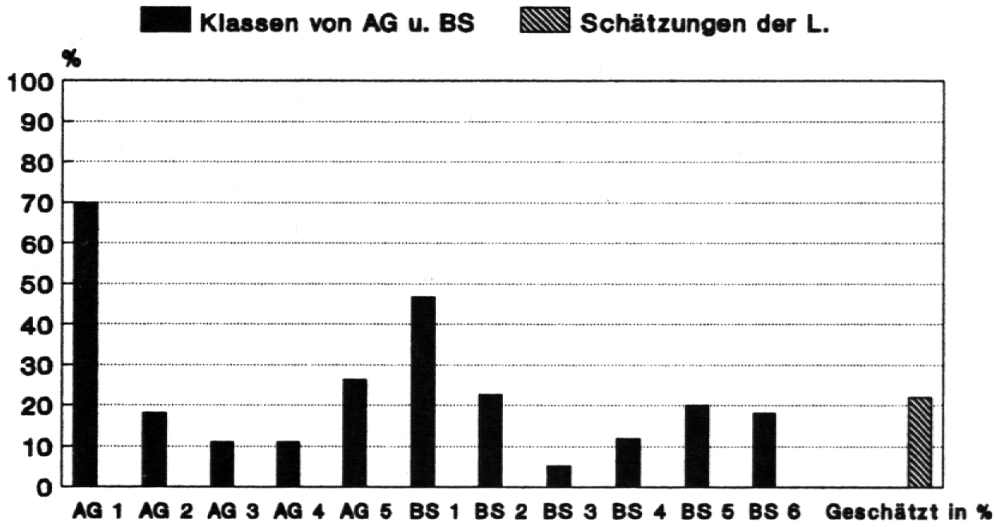
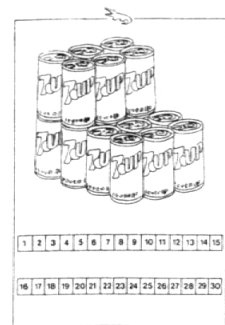
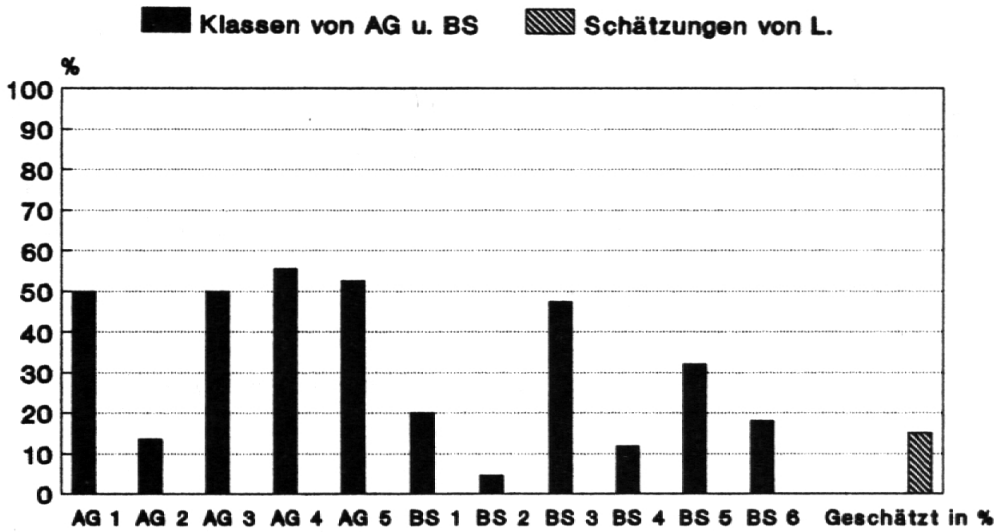


Abbildung 3: Die Leistungsunterschiede zwischen den 11 untersuchten Klassen und die Erwartung der Lehrerinnen an vier Aufgabenbeispielen

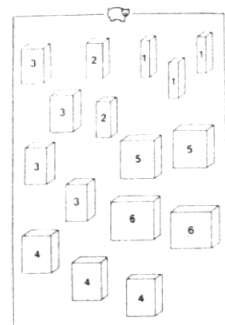
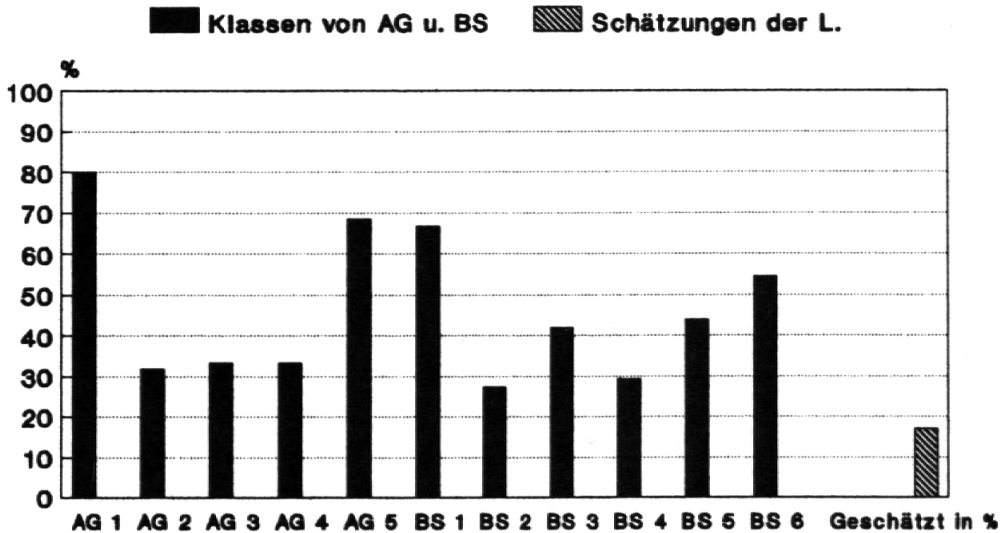
Aufgabe 9



Aufgabe 10



Aufgabe 11



Noch extremer sind die Diskrepanzen bei der *Büchsen-Aufgabe 10*; da werden sechs Klassen stark unterschätzt, während für die anderen fünf Klassen die Erwartungen in etwa zutreffen. Und in der *Kerzen-Aufgabe 11* liegen zwar alle Klassen über den recht tiefen Erwartungen der Lehrerinnen, was sich aber für verschiedene Klassen unterschiedlich auswirken dürfte.

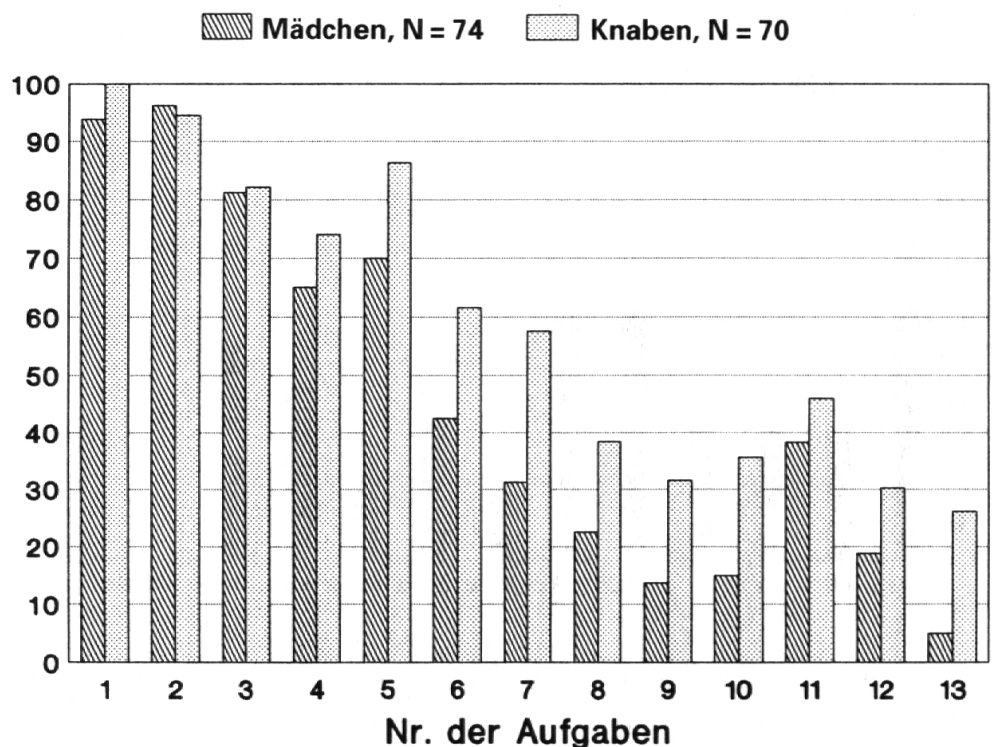
Eine Klasse mit hohem Leistungsniveau und eine Lehrperson mit geringen Erwartungen an die Leistungsfähigkeit – ergibt: nivellierender statt förderlicher Unterricht.

Diese Ergebnisse sind beruhigend und beunruhigend zugleich: beruhigend für Lehrerinnen und Lehrer, die leistungsschwache Klassen unterrichten. Für sie kann das Wissen entlastend sein, dass grosse Leistungsunterschiede zwischen den Klassen bereits am Schulbeginn bestehen, also nicht durch ihren Unterricht bedingt sein müssen. Beunruhigend sind die Ergebnisse aber vor folgendem Hintergrund: Bezugsgruppe der Lehrerin ist die einzelne Klasse; für Leistungserwartung und -beurteilung sind primär klasseninterne Maßstäbe wirksam. Wenn nun eine Klasse mit hohem Leistungsniveau einer Lehrerin gegenübersteht, deren Erwartungen u.U. noch weit unter den durchschnittlichen Werten liegen, kann dies verhängnisvolle Wirkungen haben: Falls sie ihre Einschätzungen nicht verändert, werden vorhandene Fähigkeiten vieler Kinder gehemmt und zurückgebunden auf das Niveau der Erwartungen; der Unterricht wird nivellierend statt förderlich sein. (Vgl. dazu die weit zurückliegende Untersuchung von Rosenthal/Jacobson 1968, dt. 1971: Pygmalion im Unterricht. Weinheim: Beltz).

Unterschiede zwischen Mädchen und Knaben

Wir haben solche Unterschiede nicht erwartet und in den zuerst untersuchten Klassen das Geschlecht gar nicht erfasst; darum beziehen sich die folgenden Ergebnisse auf eine kleinere Anzahl Kinder (N=144 in *Abbildung 4*).

Abbildung 4: Vergleich der Ergebnisse von Mädchen und Knaben in den 13 Utrechter Testaufgaben



Die Knaben unter den Schulanfängern haben Aufgaben in grösserer Anzahl richtig gelöst als die Mädchen – aber nicht durchwegs. Bei den Aufgaben zur Grösser-kleiner-Beziehung, zum Kennen der Zahlsymbole und

zum Zählen vorwärts und rückwärts sind die Unterschiede kaum nennenswert. Sie treten deutlicher zu Tage bei allen Aufgaben, welche ein Operieren mit Zahlen erfordern; doch sind sie je nach Art und Kontext der jeweiligen Aufgabe unterschiedlich ausgeprägt. So sind etwa die Leistungen der Mädchen in der Kerzen-Aufgabe, wo nach eigener Wahl zu zwölf aufsummiert werden soll, denen der Knaben näher als etwa in der Büchsen-Aufgabe 10 oder der Aufgabe 13 mit ihren geometrischen Komponenten.

Wir beschränken uns auf die Feststellung, dass es geschlechtsspezifische Unterschiede am Schulanfang gibt – auch beim Geld und den Uhrzeiten haben wir sie gefunden. Bei einer Interpretation solcher Unterschiede muss man sehr vorsichtig sein: Eine Durchsicht von Untersuchungen zum Thema gab nicht nur ein uneinheitliches Bild der Ergebnisse, sondern auch eine Fülle sich widersprechender Erklärungen. Wir vermuten, dass die Unterschiede u. a. die Folge unterschiedlicher Erwartungen sind, welche Mädchen und Knaben zum Beispiel seitens der Eltern erfahren. Die Zürcher Untersuchungen von G.Stöckli zum Thema «Vom Kind zum Schüler», in welchen auch die Elternerwartungen sowie die Erfolgs- und Misserfolgzuschreibungen gegenüber Knaben und Mädchen im Rechnen erhoben wurden, bestärken uns in dieser Vermutung (Stöckli 1992).

Am Schulanfang sind geschlechtsspezifische Unterschiede feststellbar. Ihre Interpretation ist schwierig.

Weiterführende Interpretationen und Folgerungen, die wir aus den Ergebnissen der Utrechter Nachuntersuchung gewonnen haben, werden in Abschnitt 3 beschrieben. Zunächst soll über unsere Untersuchung zu Geld und Uhrzeiten berichtet werden, die wir mit den gleichen Erstklässlern zwei bis drei Monate später durchführten.

2. Untersuchung zum Geld und zu Uhrzeiten

Für die Planung einer eigenen Untersuchung zu Geld und Uhrzeiten gab es mehrere Gründe:

- a) Die Ergebnisse der Utrechter Testaufgaben hatten gezeigt, dass die «Standorte der Kinder» im Hinblick auf den Mathematikunterricht höher waren als erwartet. Unter den 13 Testaufgaben standen fünf im Zusammenhang mit Geld. Es blieb unklar, welche Bedeutung diesem Kontext zufällt.
- b) Es gab vereinzelt Berichte aus der Praxis über erstaunliche Rechenfähigkeiten von Kindern im konkreten Kontext von Alltagssituationen. Eine Lehrerin hatte z. B. den Kindern für die Basler Herbstmesse Münzbeträge von je 5 Fr. gegeben, was sie an Messeständen und auf Bahnen frei ausgeben durften; in der Schule wurde diese Situation anschließend nachgespielt. In der Realsituation hatten die Kinder Münzbeträge bis zu 5 Fr. mühelos addiert und ergänzt – dies zu einem Zeitpunkt, da nach offiziellem Lehrmittel die Zahlen erst bis 6 eingeführt waren. Hier stellt sich die Frage, ob denn in konkreten Kontexten die arithmetischen Fähigkeiten der Kinder sozusagen bereichsspezifisch (Bauersfeld) viel weiter entwickelt sein könnten als in der von alltäglichen Kontexten abgehobenen Zahlenwelt. Für die Nachprüfung solch bereichsspezifischer Entwicklungen wählten wir die Geldwelt und die Uhrzeiten.
- c) Ein dritter Grund für diese Untersuchung lag in den geschlechtsspezifischen

schen Unterschieden bei den Utrechter Testergebnissen sowie in den klinischen Interviews: Wir wollten nachprüfen, ob sich solche Unterschiede zwischen Mädchen und Knaben beim Kennen von Geld und Uhrzeiten und beim Operieren damit wieder zeigen würden.

Methode und gewählte Aufgaben

Als *Methode* wählten wir die halbstandardisierte Form des klinischen Interviews: Die Einzelbefragung der Kinder schien uns geeignet, mehr in Erfahrung zu bringen durch die Möglichkeit nachfragen zu können, unterschiedlich viel Zeit zu lassen und das individuelle Verhalten der Kinder besser zu beobachten. Die halbstandardisierte Abfolge der Aufgaben sollte die Auswertung und den Vergleich der Ergebnisse sichern.

Untersuchungsteil GELD

Jedem Kind werden die Aufgaben einzeln gestellt

Aufgaben mit Münzen von 5 Rp. bis 1 Fr.

Material: vier 5 Rp.-, fünf 10 Rp.-, fünf 20 Rp.- zwei 50 Rp.-, fünf 1 Fr.-Stücke, dazu Säckchen mit einer wachsenden Anzahl Gummibären

- 1 «Sortiere die Geldstücke. Weisst du, wie sie heissen?»
- 2 «Ich muss telefonieren; wechsele bitte diesen Fr. in kleineres Geld.»
- 3 Sechs Gummibären: «Gib mir dafür 30 Rp.»
- 4 Zwölf Gummibären: «Gib mir dafür 60 Rp.»
- 5 Siebzehn Gummibären: «Gib mir dafür 85 Rp.»
- 6 Pack Gummibären: «Gib mir dafür 1 Fr. 30 Rp.»

Aufgaben mit Münzen und Noten von 1 bis 100 Fr.

Material: fünf 2 Fr.- und zwei 5 Fr.-Stücke, fünf 10 Fr.-, fünf 20 Fr.-, zwei 50 Fr.-Noten und eine 100 Fr.-Note, dazu Stofftierchen und Puppen mit Preisschildern

- 7 «Sortiere das Geld. Weisst du, wie die Geldstücke und die Noten heissen?»
- 8 Stofftier A mit Preisschild: «Gib mir dafür 8 Fr.»
- 9 Stofftier B mit Preisschild: «Gib mir dafür 13 Fr.»
- 10 Puppe C mit Preisschild: «Gib mir dafür 19 Fr.»
- 11 Puppe D mit Preisschild: «Gib mir dafür 32 Fr.»
- 12 Puppe E mit Preisschild: «Gib mir dafür 85 Fr.»

Eine 13. Aufgabe war offen und es stand alles Geld zur Verfügung: «Du kannst irgendeinen Geldbetrag legen, aber du musst sagen können, wieviel das ist.

Was könntest du damit kaufen?»

Die Fragen für den Bereich Geld umfassen sechs Aufgaben mit Kleingeld bis zu 1 Fr. und sechs Aufgaben mit Münzen und Noten von 1 Fr. bis 100 Fr. (siehe Kasten auf Seite 16).

Unmittelbar im Anschluss an diese 12 Aufgaben wurden den Kindern die folgenden Fragen zur Uhrzeit gestellt (siehe Kasten unten).

Die Aufgaben zu Geld und Uhrzeit wurden den gleichen Kindern gestellt, welche die Testaufgaben aus Utrecht am Schulbeginn gelöst hatten. Sie hatten zum Zeitpunkt, da die klinischen Interviews aufgenommen wurden, zwei bis drei Monate Unterricht besucht. Nach Lehrmittel und Lehrplan waren weder das Geld noch die Uhrzeiten im Unterricht thematisiert worden; nur in einer Klasse hatten die Kinder die Uhrzeiten im Kinderreim «Morgens früh um sechs, kommt die kleine Hex; morgens früh um sieben usw.» kennengelernt.

Zur Aufnahmesituation ist anzumerken, dass sie für die Kinder recht ungewohnt war: Sie wurden aus dem Klassenzimmer geholt, in ein anderes Zimmer geführt, von zwei Studentinnen dort empfangen, befragt und erst noch mit einer Videokamera gefilmt.

Untersuchungsteil UHRZEITEN

Es wird eine Schuluhr verwendet, bei welcher sich beim Drehen des grossen Zeigers der kleine mitbewegt.

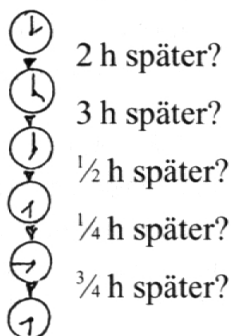
- 1 Volle Stunden erkennen: Es werden die folgenden Uhrzeiten eingestellt mit der Frage: «Wie spät ist es?»

2 Uhr 3 Uhr 5 Uhr 10 Uhr 7 Uhr

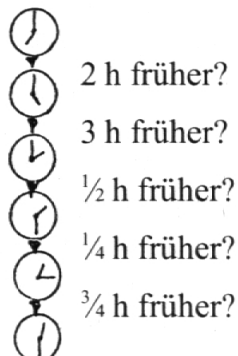
- 2 Volle Stunden nach Glockenschlag einstellen: Auf dem Klangstab werden die folgenden Stunden geschlagen, und das Kind stellt die Stunden ein:

1 Uhr 2 Uhr 4 Uhr 9 Uhr 6 Uhr

- 3 Die Uhr zeigt 2 Uhr:



- 4 Die Uhr zeigt 7 Uhr

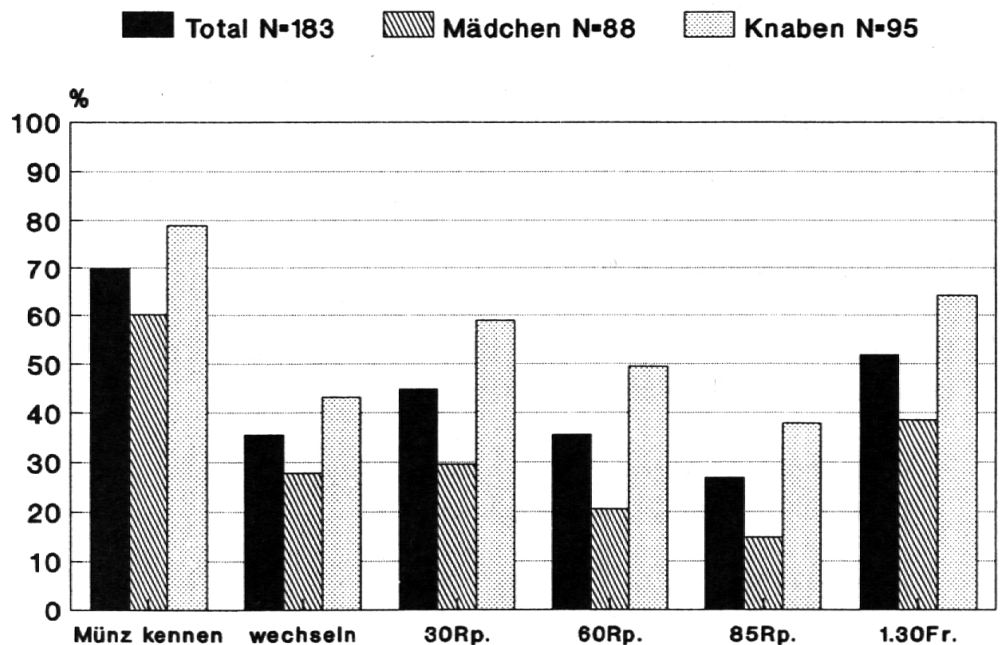


Im Nachhinein sind uns zwei kritische Punkte bewusst geworden: Beim *Geld* wäre es günstiger gewesen, die Aufgaben mit grösseren Geldbeträgen über 1 Franken den Münzbeträgen voranzustellen. Und bei den *Uhrzeiten* wäre es besser gewesen, statt der vielen Fragen zu ganzen Stunden auch das Ablesen und Einstellen von halben und Viertel Stunden zu fordern.

Ergebnisse zum Geld

Die Übersicht über die Anzahl richtig gelöster Aufgaben in *Abbildung 5* zeigt, dass viele Erstklässler das Geld schon kennen und mit Münzen und Noten operieren können.

Abbildung 5a: Wie viele Kinder am Schulanfang die Münzen bereits kennen und verschiedene Münzbeträge bilden können

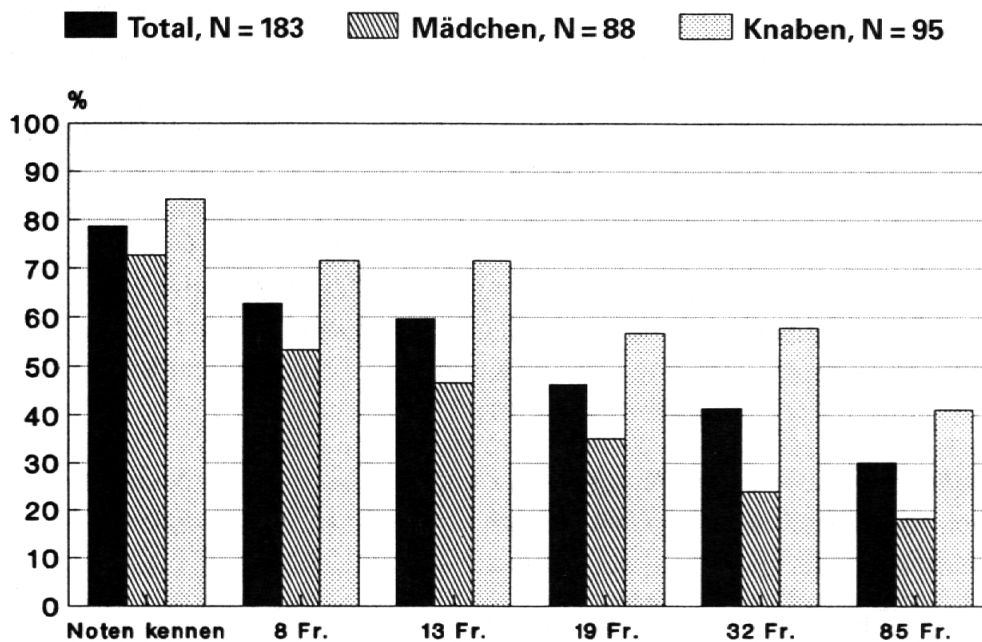


Die meisten Schulanfänger kennen die Münzen und Noten und viele können schon mit Geldbeträgen rechnen.

Zwei Drittel der Kinder kennen die Münzen und fast drei Viertel die Geldnoten. Jedes dritte Kind kann einen Franken in Kleingeld wechseln, wobei als Wechselgeld am häufigsten zwei Fünziger und fünf Zwanziger vorkommen. Es gab auch Kinder, die eine besonders anspruchsvolle Lösung mit verschiedenartigen Münzen wählten. Beim Wechseln und bei allen Münz- und Notenbeträgen waren Operationen mit Geldwerten nötig, da kein einziger Betrag mit nur einer Münze oder Note gelegt werden konnte.

Interessant ist, dass die Kinder mit Franken bessere Ergebnisse erzielten als mit Rappen: Fast zwei Drittel können 8 Fr. oder 13 Fr. legen, aber nur ein Drittel 60 Rp! Diese Frankenbeträge liegen im Zwanzigerraum, die Rappenbeträge im Hunderterraum – das ist eine mögliche Erklärung. Es könnte auch der unterschiedliche Vertrautheitsgrad von Franken und Rappen eine Rolle spielen (85 Fr. werden etwas besser gelegt als 85 Rp.).

Abbildung 5b: Wie viele Kinder am Schulanfang bereits die Geldnoten und grosse Münzen kennen und mit ihnen Beträge bilden können



Innerhalb der Münz- und Notenbeträge nehmen die Leistungen mit zunehmender Höhe ab. Eine Ausnahme ist 1.30 Fr., was die Kinder besser als alle anderen Münzbeträge zu bilden vermochten. Dies könnte damit zusammenhängen, dass 1 Fr. problemlos ist und für die 30 Rp. sich nach vier Münzaufgaben ein Lerneffekt einstellt.

Aus der Beobachtung der Kinder beim Bilden von rund 1800 Geldbeträgen können folgende Vermutungen über die *Schwierigkeit der Aufgaben* formuliert werden: Sie hängt ab a) von der Anzahl Münzen und Noten, die man braucht (85 Rp. ist schwieriger als 1.30 Fr.), b) von ihrer Verschiedenartigkeit (Hinzuzählen gleicher Werte war leichter als Operieren mit unterschiedlichen Werten) sowie c) von der Vertrautheit der Geldstücke (am wenigsten vertraut war der Fünziger, was sich für 60 Rp. und 85 Rp. ausgewirkt hat).

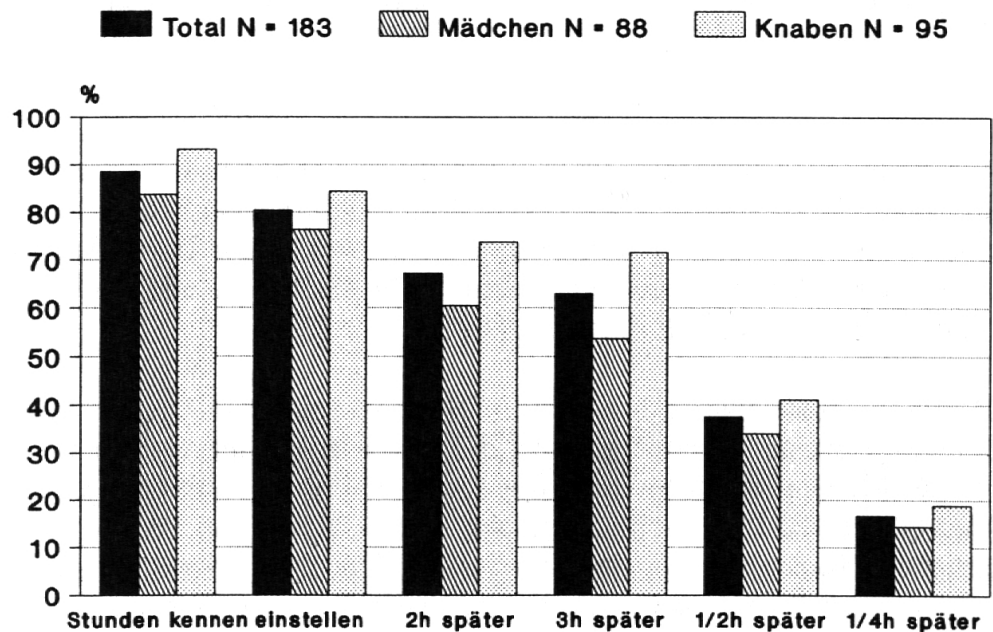
Ausdrücklich sei nochmals betont, dass die Kinder in unserer Untersuchung mit Münzen und Noten von 5 Rp. bis 50 Fr. operierten, um Geldbeträge zwischen 30 Rp. und 85 Fr. zu legen – und zwar zu einem Zeitpunkt, da die Kinder der anderen Klassen in Basel und im Aargau nach offiziellem Lehrmittel erst die Zahlen 0 bis 6 kennen und damit rechnen gelernt hatten, noch *ohne* Notation mit Symbolen! Angesichts der von den Kindern erbrachten Leistungen scheint das kleinschrittige Vorgehen nach dem Lehrmittel eher kindfremd und hemmend. Konsequenzen ziehen wir in Abschnitt 3.

Angesichts der erbrachten Leistungen ist das kleinschrittige Vorgehen nach den üblichen mathematischen Lehrmitteln eher kindfremd!

Ergebnisse zu den Uhrzeiten

Mit den Uhrzeiten untersuchten wir die Standorte der Kinder in einem ganz andersartigen Grössenbereich: Die Aufgaben forderten hier weniger ein Operieren mit Werten als das Verstehen von Konventionen beim AbleSEN ganzer Stunden, beim Selber-Einstellen ganzer Stunden und beim Sich-Vorstellen von Zeitverschiebungen vorwärts und rückwärts um volle, halbe und Viertelstunden. Dabei war stets eine Schuluhr mit Ziffern vor den Augen der Kinder. Es wurde hier also überprüft, wie weit die Kinder Zeitangaben auf analogen Uhren verstehen, welche sozusagen in zwei runden endlosen Skalen, die übereinanderliegen, zwei verschiedenartige Zeitangaben für die Stunden (12 bzw. 24-teilig) und für die Minuten (60-teilig) enthalten, denen der grosse und kleine Zeiger zuzuordnen ist. Wir erfragten also in erster Linie, wie weit die Kinder mit dieser überaus komplexen Konvention der Zeitangabe schon umgehen können.

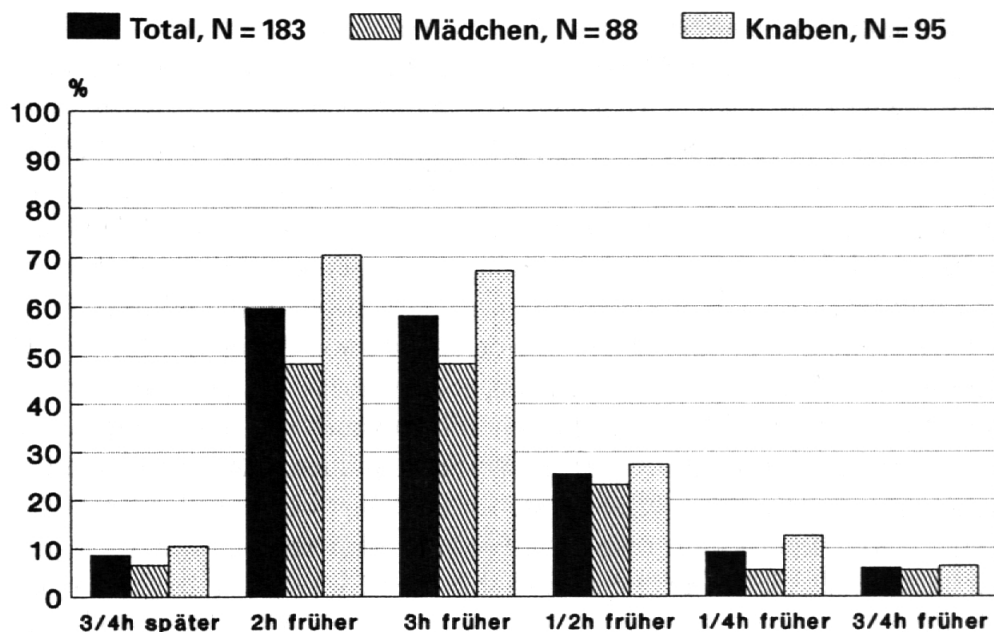
Abbildung 6a: Wie viele Kinder in der 1. Klasse bereits volle Stunden ablesen, nach Glockenschlag einstellen und zeitliche Verschiebungen sich vorstellen können



Zwei Drittel der Schulanfänger können auf der Uhr Zeitverschiebungen von zwei bis drei Stunden «vorwärts», fast gleichviele auch nach «rückwärts» richtig bestimmen.

Wir stellten fest (Abbildung 6): Fast 90% der Kinder können die ganzen Stunden ablesen, und 80% können sie entsprechend dem Glockenschlag auch selber einstellen. Gelegentliche Verwechslungen des kleinen und grossen Zeigers – kleiner Zeiger auf zwölf und grosser Zeiger auf die gewünschte ganze Stunde! - wurden im Laufe der Aufgabenserie zum Selber-Einstellen korrigiert, da nach falsch gelöster Aufgabe von der Versuchsleiterin richtig nachgestellt wurde. – Zwei Drittel der Kinder können mit ganzen Stunden auch operieren, d.h. in der Vorstellung Zeitverschiebungen von zwei bis drei Stunden «vorwärts» bestimmen; nahezu gleichviele können das auch «rückwärts» im Sinne von früher. Jedes dritte Kind kann sich auch «eine halbe Stunde später» richtig vorstellen und jedes vierte «eine halbe Stunde früher». Bei Viertel Stunden geht die Anzahl richtiger Antworten stark zurück - das können nur noch wenige sich vorstellen.

Abbildung 6b: Wie viele Kinder in der 1. Klasse sich bereits Zeitverschiebungen auch im Sinne von «früher» vorstellen können



Ergänzend zu den referierten Ergebnissen sei angemerkt, dass sich auch bei den Uhrzeiten wie beim Geld wieder die selben enormen *Unterschiede zwischen den einzelnen Klassen* zeigten wie bei den Utrechter Testaufgaben. Und es ergaben sich auch wiederum deutliche *geschlechtsspezifische Unterschiede* zugunsten der Knaben – beim Geld interessanterweise ausgeprägter als bei den Uhrzeiten. Wir verzichten hier auf die Wiedergabe von Einzelheiten, weil uns an den Ergebnissen ein anderer Aspekt wichtiger erscheint, nämlich die Bedeutung der Erfahrungswelt der Kinder für den ersten Mathematikunterricht.

Die Tests zeigten enorme Unterschiede von Klasse zu Klasse, aber auch geschlechtsspezifische zugunsten der Knaben.

Folgerungen zu Geld und Uhrzeiten

Mit Geld und Uhrzeiten sind Alltagsbereiche angesprochen, welche in den bei uns gebräuchlichen Lehrmitteln kaum Thema des ersten Mathematikunterrichts sind. Nach verbreiteter Auffassung sollen die Kinder ja zuerst die Zahlen kennen und mit ihnen operieren lernen. Erst zu einem späteren Zeitpunkt folgen, als Anwendungsfeld sozusagen, das Rechnen mit Geld, das Kennenlernen der Uhrzeiten, das Messen von Längen, das Ablesen des Thermometers oder die Orientierung auf dem Kalender.

Die Ergebnisse legen ein anderes Vorgehen nahe: Im Alltag haben die Kinder in vielen Grössenbereichen Erfahrungen gesammelt, Kenntnisse erworben und Vorstellungen gewonnen. Knüpft der erste Mathematikunterricht daran an, gelingt es den Kindern leichter, von einem an konkrete Situationen gebundenen Verständnis allmählich zur formaleren mathematischen Ausdrucksweise zu gelangen im Sinne einer «fortschreitenden Schematisierung» (Treffers 1991). Dies ist auch das Anliegen des eingangs erwähnten «realistischen Mathematikunterrichts» der Holländer. Beim Geld sollte man übrigens – entgegen der jetzigen Praxis – zuerst die Fran-

ken und erst dann das Kleingeld thematisieren; und bei den Uhrzeiten empfiehlt sich anfangs eine Beschränkung auf ganze und halbe Stunden.

Wie lernen die Kinder den Umgang mit der Uhr und den Uhrzeiten – ohne Schulunterricht?

Eine zweite Folgerung ist eine veränderte Einschätzung des vor- und auserschulischen Lernens. Wie soll man sich den Erwerb so breiter Kenntnisse, wie wir sie vorgefunden haben, vorstellen? Bei den Uhrzeiten z. B. können wir davon ausgehen, dass fast alle Kinder während der Vorschulzeit sehr vielfältige und sich immer wiederholende Lerngelegenheiten in Familie und Kindergarten über lange Zeiträume hinweg antreffen. Die Uhrzeiten spielen ja in ihrem Alltag ständig eine bedeutsame Rolle. In zahllosen Situationen bauen die Kinder ein wachsendes Verständnis auf, konstruieren einen Sinn mit der Uhr und den Uhrzeiten. Wann, in welcher Art und auf welchen Umwegen sie das tun, erschliesst sich nur der aufmerksamen Beobachterin. Man kann es sich anders kaum erklären, wieso viele Schulanfänger etwas so Schwieriges und Kompliziertes wie die Uhrzeiten schon in erstaunlichem Masse verstehen; das lässt sich in so frühem Alter kaum lehren. Eltern sollte man darauf aufmerksam machen, wie wichtig es ist, in allen Bereichen auf Verstehens-Versuche der Kinder zu achten und sie durch interessiertens und beteiligtes Zuhören, nicht aber durch vorschnelle Belehrung, zu unterstützen.

3. Folgerungen

Die mathematischen Fähigkeiten vieler Schulanfänger werden unterschätzt. Die grossen Unterschiede zwischen den Klassen haben zur Folge, dass die Unterschätzung im einen Fall geringer, bei leistungsstarken Klassen aber ganz massiv sein kann. Der Grund der Fehleinschätzung liegt weniger bei den einzelnen Lehrkräften, als vielmehr – wie zahlreiche Lehrmittelvorlagen zeigen – in einer tradierten Auffassung, wonach der Mathematikunterricht praktisch bei Null zu beginnen habe. Und da Lehrmittel im Mathematikunterricht wie in kaum einem anderen Fach einen zentralen Stellenwert haben, geschieht es leicht, dass Lehrerinnen und Lehrer sich stärker an der verbindlichen Vorlage als an den aktuellen Fähigkeiten der Kinder orientieren. – Folgerungen aus unserer Untersuchung für den Mathematikunterricht fassen wir in drei Punkten zusammen: Sie betreffen die Erwartungen, die Inhalte und die Auffassung vom Lernen.

Standorte der Kinder bestimmen – Erwartungen an die Kinder überprüfen

Dies folgt unmittelbar aus dem Sachverhalt, dass zahlreiche Kinder zu mehr fähig sind, als erwartet wird, und dass die Unterschiede zwischen ihnen und zwischen den Klassen enorm sind. Lehrerinnen können sich weder auf Lehrmittelvorlagen noch Lehrpläne verlassen, auch nicht auf eigene und fremde langjährige Praxis. Man muss die Standorte der Kinder in jeder Klasse selber nachprüfen. Dafür braucht man Aufgaben mit Vergleichsergebnissen, wie sie zum Beispiel aus Utrecht vorliegen.

Standorte bestimmen meint aber etwas ganz anderes als «Testen»: Es geht nicht um ein quantitatives Einordnen der Kinder und der Klasse im Vergleich zu anderen. Es geht aber auch nicht um die Diagnose unterschiedli-

cher Lernvoraussetzungen, um darauf abgestimmt das Lernangebot zu differenzieren; dies scheint uns weder notwendig noch realistisch. Ziel von Standortbestimmungen ist es, sich über die mathematischen Fähigkeiten der Kinder einer bestimmten Klasse ins Bild zu setzen, um a) die Kinder gezielter zu beobachten und ihnen genauer zuzuhören, d. h. um ihre Lernwege besser zu verstehen, und um b) ganzheitlichere und komplexere Aufgaben, welche für alle Kinder Anreize bringen, besser zu begründen.

Untersuchungen wie die vorliegende sollten auf andere Themenbereiche und auf die folgenden Klassenstufen ausgedehnt werden. Sie sind eine notwendige Voraussetzung und Grundlage für Standortbestimmungen in den einzelnen Klassen.

Die Lernaufgaben anreichern

Schulanfänger sind keine Lernanfänger, auch nicht in Mathematik. Wenn Kinder im Umgang mit Zahlen, mit dem Geld und den Uhrzeiten schon so viel gelernt haben, wie unsere Ergebnisse zeigen, ist es ein grosser Fehler, quasi bei Null zu beginnen. Man sollte nicht in einem pränumerischen Teil auf etwas vorbereiten, was viele schon können, oder den Zahlenraum künstlich auf 6 begrenzen, wenn die Kinder ihn schon bis 20 und darüber «erobert» haben. Der erste Mathematikunterricht muss an vorhandene Fähigkeiten anknüpfen und den Kindern Anregungen geben, sie selber weiterzuentwickeln.

Da nun aber die Unterschiede zwischen den Kindern und den Klassen so gross sind, geht das gar nicht anders als mit einem Angebot an reichhaltigen und komplexeren Aufgaben, welche auch den schwächsten Kindern einen Zugang öffnen und eine Vielfalt von Tätigkeiten auf unterschiedlichem Niveau zulassen. Wir haben zum Beispiel in mehreren Klassen einen Schulstart mit solchen Aufgaben ausprobiert und aus Vorschlägen des Projekts «Mathe 2000» rund 15 Spielformen bereitgestellt. Diese dienen der ganzheitlichen Orientierung im Zahlenraum bis 20 vom ersten Schultag an. Sie erforderten unter anderem Vorwärts- und Rückwärtsbewegungen auf der Zahlenreihe. Die Tätigkeiten der Kinder reichten vom einfachen Abzählen bis hin zur Notation der Bewegungen als Rechnungen. Man kann dieses Vorgehen als ganzheitlich und eher grosschrittig bezeichnen. Innerhalb strukturierter Aufgaben – und es gibt sie für den gesamten Mathematikunterricht in den Handbüchern von Wittmann und Müller – können die Kinder von verschiedenen Standorten aus einen eigenen Zugang zu einem mathematischen Tätigkeitsfeld finden. Dazu eignen sich vor allem auch Aufgaben mit Bezug zur Alltagswirklichkeit, wie unsere Ergebnisse mit Geld und Uhrzeiten nahelegen. Hier können die Kinder ihre bereits erworbenen Kenntnisse ins Spiel bringen und sich das nehmen, was sie für ihre weitere Entwicklung brauchen. Wenn reichhaltige Aufgaben eine Vielfalt von Lerntätigkeiten zulassen, öffnet der Mathematikunterricht mehr Möglichkeiten der Anpassung an die unterschiedlichen Fähigkeiten der Kinder. Und er bietet bessere Chancen, dass durch die bisherige Lerngeschichte bedingte Nachteile etwa bei Mädchen ausgeglichen werden.

Der Mathematikunterricht muss durch viel reichhaltigere Aufgaben und eine Vielfalt von Lerntätigkeiten dem sehr unterschiedlichen individuellen Leistungsstand der Schulanfänger Rechnung tragen.

Lernen als aktiv-konstruktives Tun begreifen

Die buchstäblich unerwarteten Kenntnisse, die wir bei Kindern am Schulanfang nachweisen konnten, legen nahe, Lernen als ein konstruktives Tun der Kinder zu begreifen, durch welches sie vor aller schulischen Belehrung Teile des Mathematikcurriculums selbstgesteuert erwerben. Unsere Ergebnisse stützen ein Verständnis von Lernen als aktiver Sinnkonstruktion in der Auseinandersetzung mit Alltagssituationen, in denen den Kindern mathematische Inhalte begegnen. Und da dieses Lernen offensichtlich so erfolgreich ist, müsste es auch in der Schule mehr Gewicht bekommen. Systematische Belehrung nach gestuften Lehrgängen begünstigt dagegen eher ein passives Nacharbeiten gemeinsam entwickelter Schritte und gefährdet vermutlich das aktiv-entdeckende Lernen. Was Kinder auf eigenen Wegen und in individueller Weise gelernt haben, wird durch nochmaliges schrittweises Erarbeiten mit der Klasse nicht nur entwertet, sondern auch empfindlich gestört, wenn nicht gar blockiert. Die Kinder müssen ihre Lernwege nämlich verlassen und den Weg der Lehrerin oder des Lehrmittels neu sich aneignen.

Vermutlich ist gerade auch für schwächere Schülerinnen und Schüler das Lernen von «Rezepten» das falsche Rezept!

Oft wird gesagt, dass die schwächsten Schülerinnen und Schüler klare Anleitung oder gar Rezepte benötigen. Wir vermuten, dass dies nicht stimmt: Für sie ist es besonders schädlich, die eigenen, wenn auch noch so einfachen Konstruktionen zu verlassen und «Rezepte» zu lernen, wie man etwa Rechnungen mit Zehnerübergang ausrechnet. Geistig bewegliche Kinder können sich leichter davon wieder lösen bzw. die gezeigten Methoden mit den eigenen in Verbindung bringen. Schwächere Kinder bleiben starrer an ein gezeigtes Verfahren gebunden und finden weniger leicht zum eigenen Weg des Verstehens zurück, welcher der einzig mögliche ist. (Szeminska hat dies bei den Untersuchungen zum Zahlbegriff gemeinsam mit Piaget beobachtet.)

Alle Kinder müssen Gelegenheit haben, ihren eigenen Weg zu gehen. Wir fordern für alle Kinder, gerade auch für die schwächeren, ein Recht auf eigenes Denken. Dazu bedarf es einer veränderten Unterrichtskultur: Nicht mehr Belehren und schrittweises Entwickeln sind wichtig. Vielmehr sollte die Lehrerin Aufgaben klar einführen, sozusagen den Rahmen abstecken und Regeln erklären, um dann den Kindern Freiraum für eigene Entdeckungen zu geben. Damit gewinnt die Lehrerin Raum, die Kinder vermehrt zu beobachten, ihnen zuzuhören und den Austausch unter den Kindern anzuregen. So wird es auch leichter möglich, auf bereits vorhandene geistige Fähigkeiten der Kinder aufmerksam zu werden und den Unterricht darauf abzustimmen. Unsere Arbeit möchte zu diesem Ziel beitragen.

Anmerkungen

- 1 Anregungen zu den hier vorgelegten Untersuchungen erhielten wir von Erich Ch. Wittmann. Hilfreiche Rückmeldungen bekamen wir von ihm, von Marja van den Heuvel-Panhuizen, von Max Röthlisberger, Hans Anliker und Hans Brügelmann.

Literatur

- Amsler Sabine, Bossard Janine und Schmid Brigitte* (1993): Rechenfähigkeiten von Schulanfängern. Unveröffentl. Semesterarbeiten. HPL Zofingen.
- Bauersfeld, Heinrich* (1983): Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und -lehrens. In: Bauersfeld u. a. (Hrsg.): Lernen und Lehren von Mathematik. Köln: Aulis-Verlag.
- EDK Dossier 22A* (1992): Mädchen – Frauen – Bildung. Unterwegs zur Gleichstellung. Bern: Schweiz. Konferenz der Kantonalen Erziehungsdirektoren.
- Hengartner, Elmar* (1992): Für ein Recht der Kinder auf eigenes Denken. In: Die Neue Schulpraxis Heft 7/8, S. 15–27
- van den Heuvel-Panhuizen, Marja* (1990): Realistic Arithmetic/Mathematics Instruction and Tests. In: Gravemeijer K. u. a.: Contexts, Free Production, Tests and Geometrie in Realistic Mathematics Education. Freudenthal Institut, Utrecht. S. 53–78
- van den Heuvel-Panhuizen, Marja und K. Gravemeijer* (1991): Tests are not all bad. An attempt to change the appearance of written tests in mathematics instruction at primary school level. In: Streefland, L. (ed.): Realistic Mathematics Education in Primary School. Freudenthal Institut, Utrecht. S.139–155
- Selter, Christoph* (1993): Die Kluft zwischen den arithmetischen Kompetenzen von Erstklässlern und dem Pessimismus der Experten. Unveröffentl. Manuskript. Universität Dortmund
- Spiegel, Hartmut* (1992): Untersuchung zu Rechenkenntnissen von Schulanfängern. In: Grundschulunterricht, H.11/92, S. 21–23
- Srocke, Bettina* (1989): Mädchen und Mathematik. Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag.
- Stöckli, Georg* (1992): Vom Kind zum Schüler. Unveröffentl. Vortragsmanuskript. Universität Zürich
- Treffers, Adrian* (1991): Didactical background of a mathematics programme for primary education. In: Streefland, L. (ed.), S.21–56
- Wittmann, Erich Ch. und Gerhard N. Müller* (1990/1992): Handbuch produktiver Rechenübungen. Stuttgart: Klett. Band 1: Vom Einspluseins zum Einmaleins. Band 2: Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen.
- Wittmann, Erich Ch.* (1992): Die weitere Entwicklung des Mathematikunterrichts in der Grundschule – was muss sich bewegen? In: Wittmann, E. Ch. und Müller, G.N.: Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 2, S.183–186.