Zeitschrift: Schweizer Schule

Herausgeber: Christlicher Lehrer- und Erzieherverein der Schweiz

Band: 50 (1963)

Heft: 18

Artikel: Ein für die Aeronautik grundlegendes Gesetz der Mechanik

Autor: Schwegler, Theodor

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-537022

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 01.12.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Man erhält die drei Zahlen a, b, c eines Tripels nach den Formeln

$$a = x^2 - y^2$$
 $b = 2xy$ $c = x^2 + y^2$

x und y sind dabei ganze Zahlen, wobei x größer als y zu wählen ist. Enthalten x und y keine gemeinsamen Faktoren und ist eine der beiden Zahlen gerade, so erhält man primitive, d.h. teilerfremde Tripel. Durch Multiplikation der primitiven Tripel mit beliebigen positiven Zahlen erhält man abgeleitete Tripel. Die nachstehende Tabelle enthält die kleinsten primitiven Tripel.

5. Verzeichnis der benützten Literatur

- (1) Behnke-Süß-Fladt: Grundzüge der Mathematik, Bd. I. Vandenhoeck und Ruprecht 1958
- (2) Gonseth-Marti: Planimetrie Leitfaden, 2. Teil. Orell Füßli 1936
- (3) Wolff: Handbuch der Schulmathematik, Bd. III. Schroedel, Hannover
- (4) Ebneter: Geometrie, 2. Heft. Fehr'sche Buchhandlung, St. Gallen 1956
- (5) Weiß: Geometrie für Sekundarschulen, I. und II. Teill Kant. Lehrmittelverlag, Zürich
- (6) Fladt: Mathematik, Bd. I. Moritz Diesterweg 1962
- (7) Fladt-Krfat-Dreetz: Mathematisches Unterrichtswerk,
- IV. Bd. Moritz Diesterweg 1955
- (8) Bieri: Geometrie. Sammlung ,Lebendiges Wissen', Heft 10. Bubenbergverlag, Bern
- (9) Weiß: Geometrie für Sekundarschulen, III. Teil. Kant. Lehrmittelverlag, Zürich

Ein für die Aeronautik grundlegendes Gesetz der Mechanik

Dr. P. Theodor Schwegler OSB, Einsiedeln

In jüngster Zeit brachte die Presse allerlei Angaben über die Höhe (bzw. Erdentfernung), Zeit und Geschwindigkeit der Erdumflüge der Russen und der Amerikaner. Mancher Leser wird sich da gefragt haben, welcher Zusammenhang zwischen den angegebenen Größen bestehe. Dieser Zusammenhang soll im folgenden so einfach als möglich dargestellt werden.

Die Mathematiker, die die Erdumflüge zu berechnen hatten, mußten darauf bedacht sein, daß die Erdanziehung durch die Geschwindigkeit der Kapsel paralysiert wurde. Bei kleinerer Geschwindigkeit entstand die Gefahr, daß die Kapsel in dichtere Luftschichten und wegen der Reibung in Brand geriet oder bei längerer Fahrt irgendwo mit dem Erdboden zusammenstieß. War die Geschwindigkeit größer, so mußte sich die Kapsel immer weiter von der Erde entfernen und im Weltenraum verlieren. Die eingeschlagenen Kurven waren jeweils Ellipsen, die, vom Erdmittelpunkt aus gesehen, einem Kreise sehr nahe kamen, war doch die numerische Exzentrizität der von Glenn beschriebenen Bahn r. ½170. Für die Umlaufgeschwindigkeit kann daher die Exzentrizität ε vernachlässigt werden. Eine technische Kreislinie läßt sich zwar mathematisch errechnen, ist aber von der Wahrscheinlichkeitsrechnung her höchst unwahrscheinlich.

Im folgenden bezeichnet c die Geschwindigkeit, a die Erdbeschleunigung von 9,81 m/s², r den Äquator-Radius der Erde (6378388 m), t die Zeit des Umlaufes; a_0 , c_0 und t_0 die Beschleunigung, die Geschwindigkeit und die Umlaufzeit im Abstand r_0 vom Erdmittelpunkt. Da die Anziehungskraft der Erde mit dem Quadrat der Entfernung abnimmt, gelten die Beziehungen:

$$a_o: a = r^2: r_o^2 \text{ und } c_o: c = \sqrt{r}: \sqrt{r_o}$$

Aus dem elementar leicht ableitbaren Gesetz der Kreisbewegung $c^2 = a \cdot r$ ergibt sich nun für einen Erdumflug in möglichster Erdnähe:

c =
$$\sqrt{6378388 \cdot 9.81}$$
 m/s = 7906 m/s oder
28,46 km/h und
t = $\frac{2\pi r}{6}$ = $2\pi \cdot \sqrt{\frac{1}{a}}$ = 5070 s = 1 h 24,5 min.

Beim Erdumflug des Amerikaners Glenn war $\vec{r_o}$ im Mittel = r + 208 km, also r_o/r = 1,0326. Daraus ergeben sich die Werte:

$$\begin{aligned} &c_{o} = \sqrt{a_{o} \cdot r_{o}} = r \cdot \sqrt{a/r_{o}} = 7784 \text{ m/s oder} \\ &28,023 \text{ km/h} \\ &\text{und } t_{o} = \frac{2 \, r_{o} \pi}{c_{o}} = \frac{2 \, r_{o} \pi}{r} \cdot \sqrt{\frac{r_{o}}{a}} = 5316 \text{ s} = 1 \text{ h } 28 \text{ min} \\ &36 \text{ s.} \end{aligned}$$

Diese letzte Formel, auf die Form $t_o^2 = \frac{4\pi^2}{a \cdot r^2} \cdot r_o^3$ gebracht, spiegelt unmittelbar das dritte Keplersche Gesetz der Planetenbahnen wider, wonach sich die Quadrate der Umlaufszeiten verhalten wie die Kuben der großen Halbachsen – genauer wie die Kuben der Abstände vom gemeinsamen Schwerpunkt der beiden Massen. Wenn die Kapsel Glenns der eine (Planet) ist, dann eine der Kapseln der russischen Aeronauten oder der Mond der Vergleichs-Planet.