

Zeitschrift: Schweizer Schule
Herausgeber: Christlicher Lehrer- und Erzieherverein der Schweiz
Band: 49 (1962)
Heft: 20

Artikel: Denkschulung im elementaren Geometrieunterricht
Autor: Neidhart, Paul
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-537010>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 13.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Paul Neidhart, Basel

Der Mathematikunterricht soll bekanntlich der Denkschulung dienen. Ob er dies wirklich tut, hängt freilich ganz davon ab, wie er erteilt wird. Es kommt noch häufig vor, daß das Stoffliche ganz im Vordergrund steht, das heißt daß den Schülern Kalküle eingetrichtert werden, daß sie vor allem eine Fülle von Regeln und geometrischen Lehrsätzen auswendig lernen müssen, ohne daß es zu einem nachhaltigen Verstehen der Zusammenhänge kommt.

Der Forderung, Geometrieunterricht müsse das Denken schulen, wird oft entgegengehalten, die Schüler der Volksschule und der untern Klassen der Mittelschulen seien überhaupt zu jung, um die Ketten logischer Schlüsse, aus denen geometrische Beweise aufgebaut sind, einsichtig nachvollziehen oder gar selbständig vollziehen zu können. In bezug auf die auf Euklid zurückgehende deduktive Beweisform ist dieses Bedenken sicher berechtigt; man betreibt darum den elementaren Geometrieunterricht, wo man über jenes bloße Sätzelernte hinauskommen möchte, weit herum in einer induktiv-experimentellen (oder besser gesagt: heuristischen) Form. Auch ein derartiger Unterricht kann mathematisch verantwortbar und sauber gestaltet werden; dazu gehört die klare Unterscheidung zwischen bloßem Zeichnen und wirklichem Konstruieren, zwischen Kontrolle durch Nachmessungen (‹Verifikation›) und wirklichem Beweisen.

Vor allem aber muß man von diesem, ja schon vom allerersten propädeutischen Geometrieunterricht an der Volksschule Exaktheit hinsichtlich der Begriffsbildung verlangen. In dieser Hinsicht wird vieles versäumt, ja, gelegentlich wird durch die Nachlässigkeit, die der Lehrer bei den Schülern toleriert oder gar sich selbst erlaubt, mehr Schaden gestiftet als Positives geleistet. Für die Schüler sind die geometrischen Begriffe zunächst bloße Worthülsen oder sie bezeichnen ein recht diffuses Feld von Vorstellungen. Wenn ein Schüler um ein ›Heft mit viereckigen Häusern‹ bittet, pflege ich ihm zu sagen, daß ich ohnehin keine Hefte mit fünfeckigen Häusern habe. Steht in diesem Fall ›viereckig‹ für ›quadratisch‹, so kann kurz darauf von einem

›viereckigen Paket‹ die Rede sein – hier wird also viereckig für ›quaderförmig‹ gebraucht.

In der Schaffung klarer Begriffe sehe ich also eine ausgezeichnete Möglichkeit formaler Schulung auch im einfachsten und elementarsten Geometrieunterricht.

Genaue Begriffe gründen in exakten Definitionen. Die ›Denkschulung‹ ergibt sich nun aber nicht im wörtlichen Auswendiglernen von Definitionen, sondern im richtigen Anwenden der Begriffe, im Herstellen von Beziehungen, im Vergleichen. Ich frage etwa (im 6. Schuljahr) im Zusammenhang mit der Behandlung der Raummaße, nachdem – ohne Definitionen, nur mit Beschreibungen – Quader und Würfel eingeführt worden sind, nach der ›Verwandtschaft‹ von Würfel und Quader. (Antwort: Der Würfel ist ein spezieller Quader! Daraus ergibt sich dann eine Definition des Würfels!) Die häufig zu hörende Aussage: ›Dies ist kein Rechteck, sondern ein Quadrat‹, lasse ich nie unwidersprochen, denn ich halte es für unzweckmäßig, ja unsinnig, das Quadrat nicht als spezielles Rechteck gelten zu lassen. So bilden sich die klaren Begriffe allmählich aus dieser Betrachtung der gegenseitigen Beziehungen.

Eine solche Beziehung wird ja auch beim Definieren gebraucht. Eine korrekte Definition besteht bekanntlich aus der Angabe des *Oberbegriffs* (‹genus proximum›), also zum Beispiel eines Gattungsnamens, und der Aufzählung derjenigen *Eigenschaften* (‹differentia specifica›), die das zu definierende Objekt von allen übrigen demselben Oberbegriff zugehörigen Objekten unterscheidet. Dabei wird es freilich letzte Oberbegriffe geben müssen, die nicht mehr in dieser Weise ›explizit‹, sondern nur noch durch Angabe ihrer gegenseitigen Beziehungen (durch die sogenannten Axiome) ›implizit‹ definiert werden können (in der Geometrie zum Beispiel Punkt, Gerade, Ebene).

Betrachten wir zur Veranschaulichung ein Kapitelchen aus der Viereckslehre, wobei wir zunächst die Vierecke definieren wollen, von denen weiter die Rede sein wird.

Ein *Parallelogramm* ist ein Viereck mit zwei Paaren

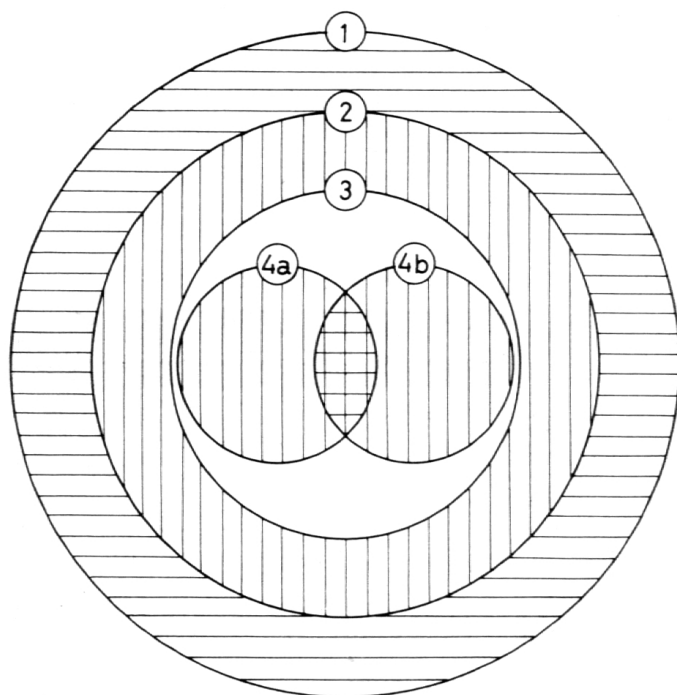
paralleler Seiten. (Daraus folgt, daß das Parallelogramm auch ein Trapez ist; es ist also auch richtig zu sagen: Das Parallelogramm ist ein Trapez mit zwei Paaren paralleler Seiten.)

Ein *Rhombus* ist ein Parallelogramm mit lauter gleichen Seiten. (Ebenso richtig: ... ein Viereck mit lauter gleichen Seiten.)

Ein *Rechteck* ist ein Parallelogramm mit lauter rechten Winkeln. (Richtig auch: ... ein Viereck mit lauter rechten Winkeln.) Wer Wert darauf legt, in der Definition mit einem Minimum von «spezifischen Eigenschaften» auszukommen, wird vielleicht sagen: «Ein Rechteck ist ein Parallelogramm mit einem rechten Winkel.» Wegen der Winkleigenschaften der Parallelogramme bleibt den übrigen Winkeln nichts anderes übrig, als auch rechte zu sein!

Ein *Quadrat* ist ein Rhombus mit rechten Winkeln (einem rechten Winkel!). Aber auch: Ein Quadrat ist ein Rechteck mit lauter gleichen Seiten. (Genügen würde: ... mit zwei benachbarten gleichen Seiten.)

Will man sich von der logischen Struktur eines derartigen Begriffsfelds eine anschauliche Vorstellung machen, so verwendet man dazu eine Art graphischer Darstellung, die bereits bei Euler zu finden ist und die man darum «Euler-Diagramm» oder – nach einem modernen Mathematiker – «Venn-Diagramm» nennt. Dieses Diagramm müßte für unsere Begriffe folgendermaßen aussehen (wobei



man an Stelle von Kreisen natürlich auch andere Formen verwenden könnte):

Kreis 1 umfaßt dabei die Gesamtheit aller Vierecke, Kreis 2 die Trapeze,

Kreis 3 die Parallelogramme,

Kreis 4a die Rhomben und 4b die Rechtecke. Die den Kreisen 4a und 4b gemeinsame, doppelt schraffierte Fläche aber symbolisiert die Quadrate.

Mit Absicht sind zwei weitere Begriffe am Anfang noch nicht eingeführt worden: Trapezoid und Rhomboid. Ihre Bedeutung läßt sich nun anhand des Diagramms recht anschaulich zeigen: Die Trapezoide werden durch den Kreisring zwischen den Kreislinien 1 und 2 dargestellt, es sind die «Nichttrapeze» unter den Vierecken (und damit mit dem Ausdruck «Beliebige Vierecke» recht unzulänglich gekennzeichnet). Die Rhomboide aber sind die «Weder-Rhombus-noch-Rechteck»-Parallelogramme; sie sind dargestellt durch das nicht schraffierte Gebiet außerhalb der Kreise 4a und 4b, aber innerhalb des Kreises 3*.

Es ist ein reizvolles gedankliches Experiment, außermathematische Begriffsfelder aufzuspüren, welche dieselbe logische Struktur aufweisen wie das geschilderte geometrische und darum mit demselben Euler-Diagramm dargestellt werden können. Dabei geht es freilich nicht ohne künstliche Einengung der Wirklichkeit ab, denn außermathematische Begriffe können selten so eindeutig und präzise definiert und gegeneinander abgegrenzt werden wie mathematische. Besondere Mühe bereitet es, ein Analogon zum Quadrat zu finden – der Maulesel etwa hat zwar seine Merkmale von Pferd und Esel, aber er ist eben weder ein Pferd noch ein Esel mehr!

Die folgenden Beispiele seien mit allem Vorbehalt wiedergegeben – im Wissen um ihre Mangelhaftigkeit. Vielleicht machen sie dennoch einigen Lesern Spaß!

Beispiele:

Kreis 1 umfaßt alle Berufstätigen, Kreis 2 alle Unselbständigerwerbenden (also Berufstätige in einem

* Der Mathematiker bezeichnet die Menge der Quadrate als den Durchschnitt der Menge der Rechtecke und der Menge der Rhomben. Die Menge der Parallelogramme zerfällt in zwei Klassen (wenn nur zwei solche vorhanden sind, spricht man auch von komplementären Mengen): die erste ist die Klasse der Rhomboide, die zweite die Vereinigungsmenge der Rechtecke und der Rhomben.

Anstellungsverhältnis), Kreis 3 alle Beamten (das heißt Unselbständigerwerbende, die in einem Anstellungsverhältnis zu Bund, Kanton oder Gemeinde stehen), Kreis 4a die Primar- und Kreis 4b die Mittelschullehrer, der gemeinsame Bereich von 4a und 4b aber die Seminarübungslehrer in Primarklassen einer Seminarübungsschule, denn sie sind sowohl Primar- als auch Mittelschullehrer und vereinigen somit die Eigenschaften (Vorzüge?) beider Lehrergruppen.

Wo ist nun aber in diesem Fall das <Trapezoid>, wo das <Rhomboid>? Sehr einfach: Der Kreisring zwischen 1 und 2 symbolisiert die Selbständigerwerbenden, das Gebiet im Innern von 3 aber außerhalb 4a/4b die Nicht-Lehrer unter den Beamten. (Hoffentlich nimmt mir nun kein Kollege übel, daß ich in diesem Zusammenhang die Lehrer zu den Beamten gezählt habe.)

Zwei weitere Beispiele sollen nur angedeutet werden:

Vierecke	→	Fahrzeuge	→	Tiere
Trapeze	→	Maschinell angetriebene Fahrzeuge	→	Haustiere
Parallelogramme	→	Mit Benzinmotor betriebene Fahrzeuge	→	Hunde
Rhomben	→	Personenwagen	→	Jagdhunde
Rechtecke	→	Lastwagen	→	Schoßhunde
Quadrate	→	Stationswagen	→	Dackel

Die Analogiebegriffe zu Trapezoid und Rhomboid müssen wieder vorwiegend negativ definiert werden:

Trapezoide	→	Nicht maschinell betriebene Fahrzeuge	→	Wildtiere
Rhomboide	→	Zweirädrige Motorfahrzeuge	→	<Weder-Jagd- noch-Schoß>- Hunde

Nebenbei sei bemerkt, daß unser Diagramm bloß den erwähnten Viereckformen gerecht wird. Die ganze Formenmannigfaltigkeit im Bereich der Vierecke ist wesentlich komplizierter. (Man denke nur an Sehn- und Tangentenviereck!) Doch geht es hier ja nicht darum, eine vollständige Viereck-Systematik vorzutragen.

Selbstverständlich ist dies alles nicht primär für die

Schulstube bestimmt, sondern gehört zur Vorbereitung auf den Stoff. Immerhin ist eine aufge- weckte Klasse des 8. oder 9. Schuljahrs für einen solchen Ausblick in die Logik (den man ja dann nicht sofort wieder zum <Prüfungsstoff> prägen muß) durchaus zu haben. Mir geht es jedoch nur darum, zu betonen, daß der Unterricht diesen logischen Strukturen nicht zuwiderlaufen darf.

Gymnasiale Antinomien L. Capellberg

Sekundar- und Mittelschule

Die Überschrift bedarf einer Erklärung: Es geht um die Problematik des Gymnasiums, wobei unter Gymnasium alle drei Typen (A, B, C) verstanden sein sollen. Was aber die Antinomien betrifft, sei zugegeben,

daß diese nicht immer im streng logischen Sinn, sondern vielfach metaphorisch zu verstehen sind. – Wer weiß, daß die <Gymnasialreform> schon seit Jahrzehnten der Wunsch- und Alptraum der Pädagogen