

**Zeitschrift:** Schweizer Schule

**Herausgeber:** Christlicher Lehrer- und Erzieherverein der Schweiz

**Band:** 45 (1958)

**Heft:** 20: Der Mathematikunterricht in der Sekundarschule

**Artikel:** Einige Bemerkungen zum Geometrieunterricht auf der Unterstufe der Mittelschule

**Autor:** Jeger, M.

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-539440>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 24.02.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Der Schüler wird selbst feststellen, daß er bei den Fällen a/q, b/p und c/h nicht durchkommt. Da die untere Reihe analog der oberen ist, bleiben 7 verschiedene Aufgaben zu lösen. Die Anzahl der möglichen Fälle, die dabei analogen und die nicht durchführbaren findet der Schüler leicht selbst heraus. Er soll aber nicht nur rechnerisch die Aufgaben lösen, sondern sich vielmehr die Richtigkeit durch die Konstruktionen bestätigen lassen.

### **Einige Bemerkungen zum Geometrieunterricht auf der Unterstufe der Mittelschule**

Dr. M. Jeger, Luzern

Hinter dem sicheren Gewinn von A steckt ein geometrischer Zuordnungsprozeß. Jedem Zehner des B läßt A einen Zehner entsprechen, der so liegt, daß die Mittelpunkte P und P' der beiden Münzen mit dem Zentrum Z des Bierstellers auf einer Geraden liegen;

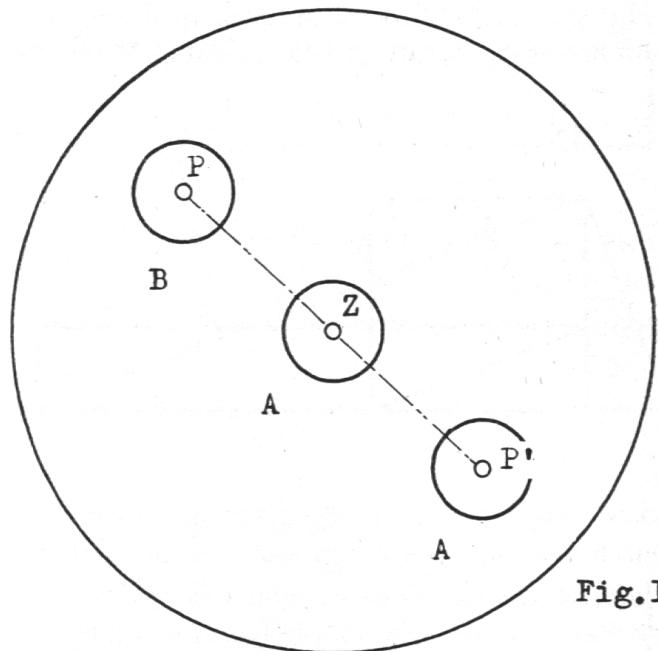


Fig.1

Ein einfaches Gesellschaftsspiel möge als Einleitung zu den folgenden Gedanken dienen. Zwei Spieler A und B legen abwechselungsweise 10-Rappen-Stücke auf einen Biersteller. Ist ein Geldstück einmal abgelegt, so darf es nicht mehr verschoben werden. Jeder Zehner muß vollständig auf dem Biersteller aufliegen; er darf also kein anderes Geldstück überdecken und auch nicht über den Rand des Bierstellers hinausragen. Dagegen ist zugelassen, daß zwei Geldstücke sich berühren. Wer von den beiden Spielern das letzte Geldstück hinlegen kann, hat das Spiel gewonnen. Es ist leicht einzusehen, daß derjenige Spieler, der den ersten Zehner setzen darf, das Spiel durch eine geeignete Maßnahme stets zu seinen Gunsten entscheiden kann. A muß nur beim ersten Zug seinen Zehner genau in die Mitte des Bierstellers legen. Hat dann der Partner B seinen Zehner irgendwo placiert, so muß A jetzt seinen folgenden Zehner genau zentrale Symmetrisch zum Zehner des B legen. Spielt A nach diesem Rezept weiter, so gewinnt er sicher. Solange nämlich B noch an einer Stelle einen Zehner hinlegen kann, ist auch die zentrale Symmetrische Stelle noch frei, das heißt A kann auch noch einen Zug tun. Das letzte Geldstück, das bei diesem Vorgehen auf dem Teller noch Platz hat, ist daher sicher eines von A.

ferner ist  $P'Z = PZ$ . Man bezeichnet diese Zuordnung als *Zentrale Symmetrie* (Drehung um Z mit dem Drehwinkel  $180^\circ$ ). Das eben beschriebene Spiel funktioniert nicht nur auf einer Kreisfläche (Biersteller), sondern auf jeder Fläche mit einem *Symmetriezentrum* (dies sind Flächen, die bei einer geeigneten Zentrale Symmetrie in sich selbst übergehen). Dazu gehören z.B. alle regelmäßigen Vielecke mit gerader Eckenanzahl.

Der moderne Geometrieunterricht auf der Unterstufe ist durch die Tatsache gekennzeichnet, daß der Zuordnungsgriff immer mehr in den Vordergrund gerückt wird. Der axiomatische Aufbau der Geometrie, wie er vor mehr als zweitausend Jahren von Euklid in die Wege geleitet worden ist, wird dabei verlassen und auf die Oberstufe verschoben, dies wohl in der weisen Erkenntnis, daß die axiomatische Methode den Schülern erst dann zuträglich ist, wenn bei ihnen eine gewisse geometrische Substanz vorhanden ist. Es ist recht eigenartig, daß zwei Jahrtausende des Experimentierens notwendig waren, bis man gemerkt hat, daß *Euklid's Elemente* nicht als Leitfaden der Planimetrie für Mittelschulen gedacht waren. Zur Hauptsache geht dieser Sachverhalt auf das Konto Tradition; die euklidische Unterrichtsmethode mit ihrer Betonung der starren

Einzelfigur und ihrer abstraktlogischen Schlußweise nach dem Schema Voraussetzung-Behauptung-Beweis sitzt den Generationen derart in Fleisch und Blut, daß es besonderer Anstrengungen bedurfte, die griechisch-euklidische Tradition umzustoßen. In diesem Zusammenhange muß besonders der deutsche Mathematiker Felix Klein (1849–1926) erwähnt werden; durch seine Arbeiten hat die Neuorientierung des Geometrieunterrichtes die wesentlichsten Impulse erhalten.

Die systematische Geometrie verlangt vom Schüler gleich von Anfang an eine starke Dosis an Abstraktion. Sie arbeitet mit idealen Punkten und Geraden; tritt dann noch der axiomatische Aufbau als weiteres erschwerendes Element hinzu, so bringen wir die Schüler sehr rasch in eine recht unangenehme Situation. Ihre erste Begegnung mit der Geometrie zeigt ihnen diesen Wissenszweig von einer ganz andern Seite, als sie dies erwartet haben. In ihrer Entwicklung haben sie bis jetzt Geometrie vorwiegend dynamisch erlebt. Nun wird plötzlich alles statisch dargestellt und in ein festes, vorwiegend logisch zusammenhängendes System gepreßt. Sie verstehen die zahlreichen Beweise und Beweislein im einzelnen wohl, aber sie können keinen Zusammenhang sehen. Vieles, was bewiesen wird, kommt ihnen – weil äußerst evident – einfach überflüssig vor. Sie ertrinken im Meer von fettgedruckten Sätzen, bei denen eine fortlaufende Numerierung nicht mehr genügt; neben dem Satz 147 gibt es auch noch einen Satz 147a und einen Satz 147b. Das ist die Situation, in die uns die euklidische Unterrichtsmethode hineinmanövriert hat. Zu allem Elend greift sie nicht nur Schüler an; der Verfasser dieser Zeilen hat schon Mathematiklehrer getroffen, die von der Existenz von genau vier Kongruenzsätzen derart überzeugt waren, daß sie fast in eine Ohnmacht fielen, wenn man ihnen sagte, daß es deren unendlich viele gebe. Im Gegensatz dazu passen sich die neuen Unterrichtsmethoden, welche die Zuordnung oder Abbildung als zentralen Begriff verwenden, den geistigen Fähigkeiten der Schüler weit besser an. Der Übergang vom Spiel zur ernsthaften Geometrie ist weniger abrupt. Die Abstraktionen kommen nicht plötzlich, sondern nach und nach<sup>1</sup>. Das eingangs erwähnte Gesellschaftsspiel wäre zum Beispiel eine

<sup>1</sup> Von einem hübschen Versuch dieser Art auf ganz elementarer Stufe berichtet die Schrift von R. Proksch: Geometrische Propädeutik. Göttingen 1954.

Möglichkeit, wie die Behandlung der Symmetrien einsetzen könnte. Zum Verstehen des Spielorganges ist zunächst der mathematische Punktbegriff gar nicht notwendig; an seine Stelle tritt die einzelne Münze. Sobald aber dann die Zuordnung sauber beschrieben werden soll, wird man den Punktbegriff daraus erarbeiten oder, falls er schon vorhanden ist, neuerdings beziehen.

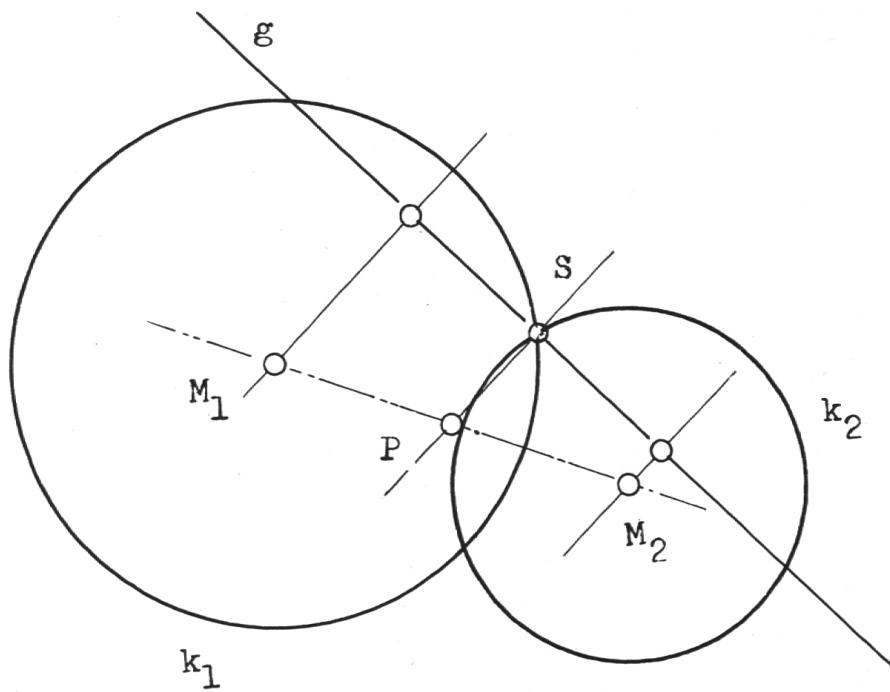
Die Konstruktionsaufgaben machen einen wesentlichen Teil des elementaren Planimetrieunterrichtes aus. Diese Aufgaben haben ein doppeltes Ziel. Zunächst ein rein geometrisches, indem sie der Anwendung und Festigung des behandelten Stoffes dienen. Daneben aber kommt ihnen noch eine allgemein-mathematische Zielsetzung zu; wir wollen damit die Beobachtungs- und Erfindungsgabe der Schüler fördern. Konstruktionsaufgaben haben nur dann einen Sinn, wenn sie aus dem Unterricht herauswachsen, möglicherweise sogar von den Schülern vorgeschlagen werden. Sie stellen daher recht hohe Anforderungen an den Unterrichtenden. Dieser muß ständig darauf gefaßt sein, daß Fragen und Vorschläge kommen, über die er in seiner langjährigen Unterrichtspraxis noch nie nachgedacht hat. Er muß eine Ader dafür haben, was an den oft schüchtern und verschwommen zum Ausdruck kommenden Vorschlägen brauchbar ist. Was die geometrische Berechtigung von einzelnen Konstruktionsaufgaben anbetrifft, so hat die euklidische Tradition verschiedene abschreckende Beispiele von Aufgabensammlungen auf dem Gewissen. Der Verfasser denkt dabei insbesondere an Dreieckskonstruktionen aus den unmöglichsten Stücken, die wir als pathologische Geometrie bezeichnen müssen. Da bei Euklid die Logik vor dem mathematischen Gehalt steht, müssen wir uns ob derartiger Auswüchse gar nicht allzu sehr verwundern.

Es soll nun im folgenden an zwei Konstruktionsaufgaben gezeigt werden, wie der Zuordnungsbegriff bei der Lösung derartiger Probleme zur Anwendung kommen kann.

*Aufgabe:* Es sind zwei Kreise  $k_1$  und  $k_2$  gegeben, die sich schneiden. Man konstruiere durch den einen ihrer Schnittpunkte S eine Gerade, auf der  $k_1$  und  $k_2$  gleichlange Sehnen abschneiden.

Die statische Geometrie führt etwa auf die folgende Lösung: Denkt man sich die Mitten der beiden gleichlangen Sehnen mit den Mittelpunkten der gegebenen Kreise verbunden (Fig. 2), und durch S

die Parallele gezeichnet, so erhält man auf der Zentralen die beiden gleichlangen Strecken  $M_1P = M_2P$ . Die gesuchte Gerade ist daher das Lot zu PS durch S. Die Schwierigkeit besteht bei dieser Lösung



nicht weiter spannen zu müssen, wählen wir nochmals ein Beispiel zur Zentralsymmetrie.

**Aufgabe:** Gegeben sind 5 Punkte  $M_1, M_2, M_3, M_4, M_5$ . Man konstruiere ein Fünfeck, von dem diese fünf Punkte die Seitenmittelpunkte sind<sup>2</sup>.

Wir zeichnen uns zunächst wie üblich die Analysisfigur (Fig. 4). Durch die gegebenen Seitenmittelpunkte drängen sich sofort gewisse Zentralsymmetrien auf. So geht etwa der Eckpunkt A bei der Zentralsymmetrie mit dem Zentrum  $M_1$  in den Eckpunkt  $A'_1 = B$  über. Aus  $A'_1$  wird über die Zentralsymmetrie an  $M_2$  der Eckpunkt  $A'_2 = C$  usw. Die Zusammensetzung der beiden Zentralsymmetrien mit den Mittelpunkten  $M_1$  und  $M_2$  liefert eine Zuordnung zwischen A und  $A'_2 = C$ , die äquivalent ist mit einer Parallelverschiebung. Diese Parallelverschiebung lässt sich durch einen

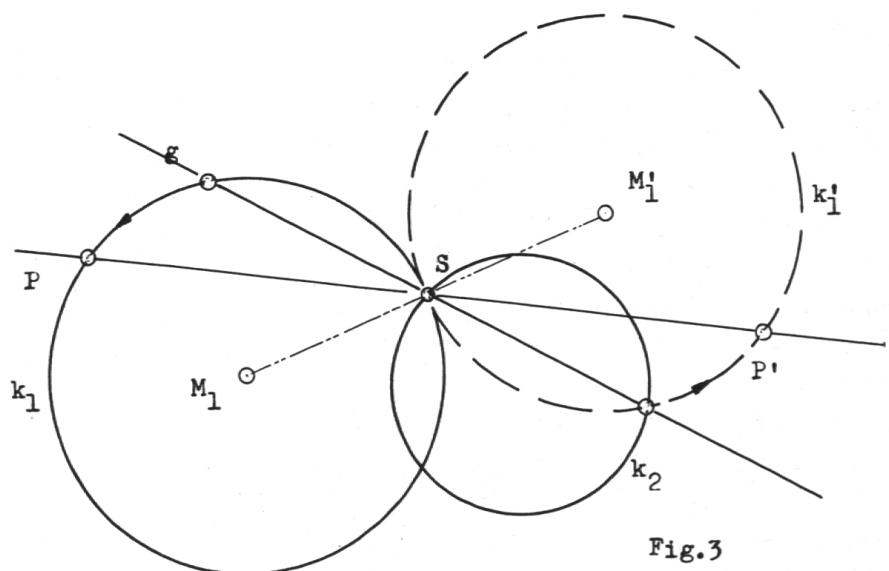
offensichtlich darin, auf die richtigen Verbindungslien zu kommen.

Ganz anders sieht die folgende Lösung aus: Wir denken uns für jede Gerade durch S den Schnittpunkt P mit  $k_1$  gezeichnet und ordnen nun P den zentralsymmetrischen Punkt  $P'$  zu (Symmetriezentrum ist S). Bewegt sich jetzt P auf  $k_1$ , so wandert der zugeordnete Punkt  $P'$  ebenfalls auf einem Kreis  $k'_1$ ;  $k'_1$  ist das zentralsymmetrische Bild von  $k_1$ . Der zweite Schnittpunkt von  $k'_1$  mit  $k_2$  bestimmt die Lösungsgerade. Bei dieser zweiten Lösungsmethode liegt das Schwerpunkt in der Zuordnung zwischen P und  $P'$ , die hier wiederum eine Zentralsymmetrie ist.

Sowohl die Aufgabenstellung als auch die beiden beschriebenen Lösungen gehen nicht über die elementare Planimetrie hinaus.

Eine zweite Aufgabe soll die Verwendung des Zuordnungsbegriffes auf einer etwas höheren Stufe zeigen. Um den Rahmen unserer Betrachtungen

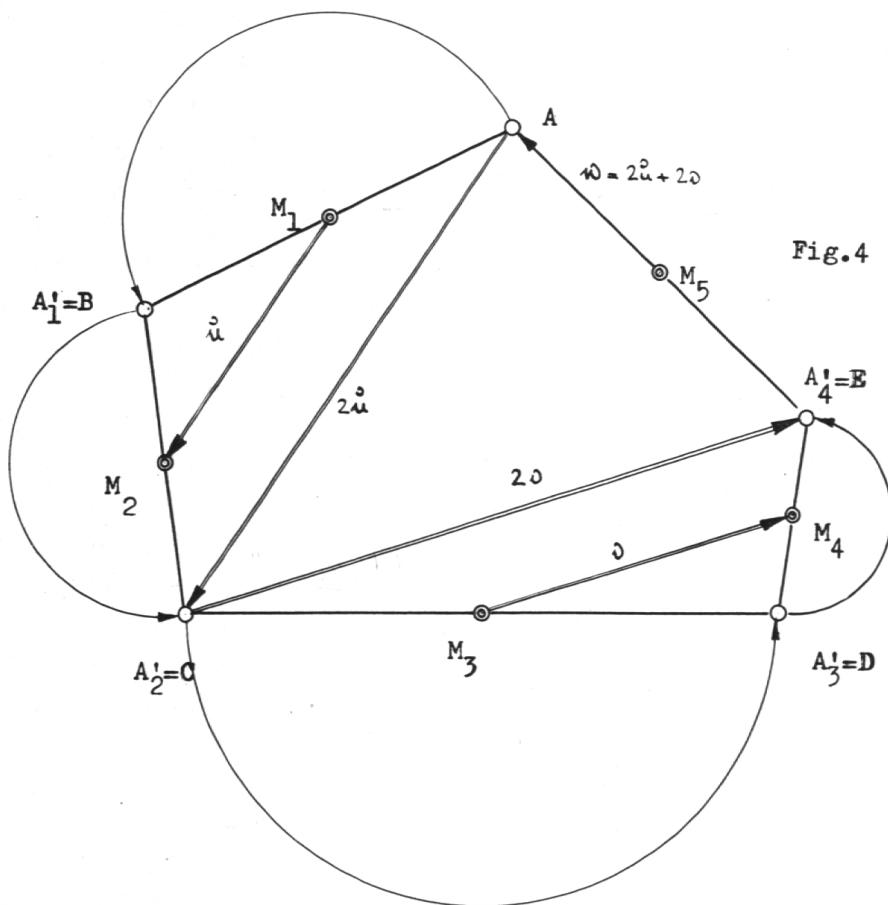
Pfeil von A nach C kennzeichnen. Nennen wir dieses Kind gerade beim richtigen Namen: die vorliegende Parallelverschiebung wird beschrieben durch den *Vektor* mit dem Anfangspunkt A und der Spitze C. Wir entnehmen aus der Figur sofort, daß dieser



Vektor doppelt so lang und gleichgerichtet ist wie der Vektor u von  $M_1$  nach  $M_2$ ; wir bezeichnen ihn

<sup>2</sup> Mitgeteilt von M. Rueff, ETH.

daher mit  $2u$ . Setzt man die vier Zentralsymmetrien mit den Zentren  $M_1, M_2, M_3, M_4$  zusammen, so entsteht eine Punktzuordnung, die beispielsweise dem Eckpunkt A den Eckpunkt  $A'_4 = E$  korrespondieren



Neue neben dem Alten noch Platz? Diese Fragestellung ist grundsätzlich falsch; in der Regel geht es ja wie hier nicht um neuen Stoff, sondern um eine methodisch neue Gestaltung. Es ist doch vollständig sinnlos, nach einem euklidisch aufgebauten Beweis des pythagoreischen Satzes diesen anschließend auch noch bewegungsgeometrisch darzulegen. Vielmehr geht es darum, den Schülern die Geometrie durch eine handgreiflichere Unterrichtsweise näherzubringen, besonders auf jener Stufe, wo früher infolgedesallzu abstrakten Betriebes nur schwerlich eine Resonanz herzustellen war. Bewegungsgeometrie, Abbildungsgeometrie, dynamische Methode, Gruppengeometrie und ähnliche Schlagwörter sind gegenwärtig die Begriffe, hinter denen sich diese Absichten verbergen.

lässt. Nach den voranstehenden Bemerkungen lässt sich aber diese Zuordnung auch gewinnen durch Zusammensetzen der beiden Parallelverschiebungen mit den Vektoren  $2u$  und  $2v$ , das heißt sie ist eine Parallelverschiebung mit dem Vektor  $w = 2u + 2v$ . Da  $u$  und  $v$  mit den fünf Mittelpunkten gegeben sind, ist auch  $w = 2u + 2v$  bekannt, womit sich zunächst A und E und dann das ganze Fünfeck konstruieren lassen.

Im Zusammenhang mit dieser Aufgabe drängt sich das Problem auf, ein n-Eck zu zeichnen, das n vorgegebene Punkte zu Seitenmittelpunkten hat. Für ungerades n erhält man mit dem eben entwickelten Verfahren sofort die Lösung. Dagegen zeigt sich, daß die Aufgabe für gerades n entweder keine oder dann aber gleich unendlich viele Lösungen besitzt. Der ganze Problemkreis bietet eine hübsche Gelegenheit zu einem geometrischen Streifzug.

Tauchen in einem Gebiet des mathematischen Unterrichtes neue Bestrebungen auf, so hört man immer wieder die Frage gestellt: Wo hat jetzt dieses

## Die Geometrie als axiomatisch aufgebaute Wissenschaft

Prof. Dr. Gaston Hauser, Luzern

**Einleitung:** Von vornherein sei folgendes bemerkt: Wenn in dieser Sondernummer über den Mathematikunterricht an der Sekundarschule auch vom *axiomatischen Aufbau der Geometrie* die Rede ist, so geschieht dies keineswegs in der Meinung, daß dieser moderne Aspekt der Geometrie etwa schon auf dieser Schulstufe zur Behandlung kommen soll. Denn es handelt sich um ein ausgesprochen theoretisches Thema, welches ganz bestimmt die durchschnittliche Fassungskraft des Sekundarschülers übersteigt. Dagegen sollten auf alle Fälle jene Sekundarlehrer mathematisch-naturwissenschaftlicher Richtung, welche Unterricht in Geometrie erteilen, wenigstens über die Grundzüge der Axiomatik genügend orientiert sein. Dies ist nämlich unerlässlich, wenn man das Wesen und die Eigenart der Geometrie als *deduktive* und *autonome* Wissenschaft richtig erfassen will. Es besteht sonst gerade im Anfangsunterricht der Geometrie die Gefahr, daß der Lehrer bei den Schülern falsche