

Woher kommen die Namen "Ellipse, Hyperbel, Parabel"? : die Rolle der "geometrischen Algebra" in der Entstehungsgeschichte der Kegelschnitte

Autor(en): **Hauser, Gaston**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizer Schule**

Band (Jahr): **45 (1958)**

Heft 17

PDF erstellt am: **21.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-538562>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

1. Beschreibt: die Zwiebel, eine Vorratskammer der Pflanze!
2. Erklärt mündlich die Mehrdarbietungsskizzen!
3. Stellt Fragen an die Klassenkameraden über Hyazinthen! (Jeder Schüler bearbeitet ein bestimmtes Teilgebiet. Das Schülergespräch leitet nach Möglichkeiten der Fragesteller. Der Lehrer greift nur dann ein, wenn der Fragesteller die Schwierigkeiten nicht mehr zu meistern vermag.)

Die angeführten Arbeitsaufgaben sind in Gruppen oder auch einzeln zu lösen.

Diktat: Wie Hyazinthen gezogen werden.

Im Freien:

Sie werden im Oktober oder November, 10 bis 15 cm voneinander, gepflanzt. Im strengen Winter ist

der Boden dort mit Torfmull, Fichtenreis oder Laub zu bedecken. Sobald die ersten Zwiebeln die Erde durchbrechen, ist die Bedeckung zu entfernen.

Im Zimmer:

Ende September werden die Zwiebeln auf die Gläser gesetzt. Diese sind mit Wasser gefüllt. Sie werden an einen kühlen und dunklen Ort gestellt (Keller). Dort bleiben sie, bis der Sproß etwa 8 cm Länge erreicht hat. Wenn die Wurzeln den Glasboden erreicht haben (nach zirka 8 bis 10 Wochen), werden die Gläser in ein kühles Zimmer verbracht. Zuerst soll es dort 10 Tage lang halbschattig, erst nachher hell und warm sein.



Woher kommen die Namen «Ellipse, Hyperbel, Parabel»?

Die Rolle der ‚geometrischen Algebra‘ in der Entstehungsgeschichte der Kegelschnitte

Prof. Dr. Gaston Hauser, Luzern

Nach meiner Auffassung sollte man die Schüler, soweit man dazu überhaupt in der Lage ist, auch über die Herkunft und die Bedeutung der fremdsprachigen Fachausdrücke orientieren, die im Unterricht eingeführt und verwendet werden. Es dient nicht nur dem Verständnis der betreffenden Begriffe, sondern ist zugleich für den Schüler lehrreich und anregend, wenn man ihm z. B. erklärt, daß die Ausdrücke ‚Zentrum‘ und ‚Peripherie‘ von den griechischen Wörtern *kentron* = Stachel oder Stich bzw. *peripherein* = herumtragen abgeleitet werden und auf die in früheren Zeiten übliche Herstellung des Kreises mit Hilfe eines Seiles und zwei Stiften, deren einen man feststeckte, den andern aber herumtrug, hinweisen. Das Wort ‚Peripherie‘ kann auch mit der im alten Griechenland verbreiteten Sitte zusammenhängen, bei Prozessionen religiöse Standbilder um die Stadt her-

umzutragen. Wie interessant ist ferner die Geschichte des Wortes *Sinus*, das aus dem altindischen *jīva* = Sehne entstanden ist! Es ist für den Schüler auch nicht überflüssig zu wissen, daß *Trigonometrie* aus den drei griechischen Wörtern *tri* = drei, *gonos* = Winkel (oder Knie) und *metron* = Maß zusammengesetzt ist, daß dieser Ausdruck demnach irreführend ist, da ja in der Trigonometrie die Winkel nicht gemessen, sondern *berechnet* werden. Solche Worterklärungen bewirken nicht nur eine gewisse Vertiefung, sondern vermögen außerdem den eher spröden Lehrstoff des Mathematikunterrichtes etwas zu beleben und aufzulockern.

Wenn aber bei der Behandlung der *Kegelschnitte* die Schüler eine Erklärung über die Herkunft und den Wortsinn der Namen *Ellipse*, *Hyperbel* oder *Parabel* wünschen, so kann diese Frage den Mathematik-

Mittelschule

lehrer in Verlegenheit bringen, weil er nicht ohne weiteres Bescheid weiß. Vielleicht erinnert er sich aus dem einstigen Religionsunterricht oder aus den Deutschstunden, daß *Parabel* (vom griechischen *parabolè* = Vergleichung) ein Synonym für ‚Gleichnis‘ sei, weil eine Parabel gewöhnlich irgendeine ‚Vergleichung‘ enthalte. Ferner ist einem etwa aus der Stilkunde noch vage bekannt, daß man in der Sprachwissenschaft für die Auslassung eines Wortes oder eines Satzteiles (z. B. ‚ein Helles‘ statt ‚ein helles Bier‘) den Fachausdruck *Ellipse* (vom griechischen *elleipsis* = Mangel, Auslassung) gebraucht, analog für einen übertreibenden Ausdruck (z. B. ‚zum Sterben langweilig‘ oder ‚himmelhoch jauchzend‘) das Wort *Hyperbel* (vom griechischen *hyperbolè* = Überschuß). In welchem Zusammenhang stehen aber die drei berühmten Kegelschnitte mit diesen griechischen Wörtern?

Um auf diese Frage eine befriedigende, genügend klare Antwort geben zu können, muß man die *Frühgeschichte der Geometrie* konsultieren. Wenn man dabei wenigstens in Kürze bis auf die *Algebra der alten Babylonier* zurückgreift, so läßt sich gleichzeitig ein wesentlicher und eigenartiger Aspekt der griechischen Mathematik zur Geltung bringen.

Aus neueren Forschungen, insbesondere von O. Neugebauer und B. L. van der Waerden, weiß man heute, daß die babylonische Algebra seit der Zeit nach 2000 v. Chr. schon einen erstaunlich großen Bereich beherrschte, nämlich außer den linearen Gleichungssystemen und rein-quadratischen Gleichungen auch die gemischt-quadratischen Gleichungen mit einer und mehreren Unbekannten. Dazu kommt noch die Behandlung von ‚transzendenten‘ kubischen Gleichungen mit Hilfe von Tabellen.

Alle ihre algebraischen Probleme ersten und zweiten Grades mit einer und mehreren Unbekannten führten die Babylonier auf die folgenden zehn Normalformen zurück:

A. Gleichungen mit einer Unbekannten

- | | | |
|--------|------------------|-----------------------------------|
| (A, 1) | $ax = b$ | (Parabolische
Flächenanlegung) |
| (A, 2) | $x^2 = a$ | |
| (A, 3) | $x^2 + ax = b$ | |
| (A, 4) | $x^2 - ax = b$ | |
| (A, 5) | $x^3 = a$ | |
| (A, 6) | $x^2(x + 1) = a$ | |

B. Gleichungssysteme mit zwei Unbekannten

- | | | |
|--------|--|------------------------------------|
| (B, 1) | $\begin{cases} x + y = a \\ xy = b \end{cases}$ | (Elliptische
Flächenanlegung) |
| (B, 2) | $\begin{cases} x - y = a \\ xy = b \end{cases}$ | (Hyperbolische
Flächenanlegung) |
| (B, 3) | $\begin{cases} x + y = a \\ x^2 + y^2 = b \end{cases}$ | |
| (B, 4) | $\begin{cases} x - y = a \\ x^2 + y^2 = b \end{cases}$ | |

Es kann nun als ein schlüssiger Beweis für die Beziehungen zwischen der babylonischen und der griechischen Mathematik gelten, daß man sämtliche in den obigen Normalformen (A, 1–5) und (B, 1–4) enthaltenen algebraischen Probleme bei den Griechen wiederfindet und sogar Spuren von (A, 6) in der populären griechischen Arithmetik. Es sind die *Pythagoreer*, welche die babylonische Algebra den Griechen übermittelt haben. (Es wird ja vermutet, daß Pythagoras selbst auch eine große Reise nach Babylon unternommen, sich also nicht nur in Ägypten aufgehalten hat.) Die Griechen haben aber die von den Babylonier übernommenen algebraischen Probleme in eine ausgesprochen geometrische Form eingekleidet, für welche *H. G. Zeuthen* den zutreffenden Ausdruck *geometrische Algebra* geprägt hat.

Warum haben die Griechen die babylonische Algebra nicht als solche übernommen, sondern ins Geometrische übersetzt? Da sie bekanntlich ausgesprochene ‚Augenmenschen‘ waren, könnte man vermuten, daß die Freude am Anschaulichen und Visuellen sie veranlaßt habe, sich von den Zahlen abzuwenden und sich vorzugsweise mit Figuren zu befassen. Weil es ausgerechnet die Pythagoreer waren, die nach dem zuverlässigen Zeugnis des *Eudemos* die geometrische Algebra begründet haben, würde jedoch dieser bloß äußere Grund in merkwürdigem Widerspruch zur Tatsache stehen, daß für sie *die Zahl* «das Erste und Wesentlichste in der ganzen Natur» war. Der wirkliche Grund ist viel bedeutsamer und ernster, nämlich *die Entdeckung des Irrationalen*. Die Pythagoreer erkannten, daß sich das Verhältnis der Diagonale zur Seite eines Quadrates nicht durch ganze Zahlen ausdrücken läßt. Da die Griechen streng an der Definition der Zahl als *ganze Zahl* (*arithmos* bedeutet Anzahl) festhielten, konnten sie diesem Verhältnis keine Zahl zuordnen. In ihrem logischen Rigorismus ließen sie nicht einmal Brüche zu, sondern ersetzten sie durch Verhältnisse von ganzen Zahlen

(rationale Zahlen). Sie mußten ferner feststellen, daß überhaupt die Lösung der Gleichungen in rationalen Zahlen nicht immer möglich ist. Mit einer nur angenäherten Lösung wollten sie sich aber nicht begnügen.

Es gelang den Griechen, diese Schwierigkeiten zu umgehen, indem sie die *Strecke* als Symbol und Ersatz für die allgemeine Zahl benützten und Rechenoperationen ähnlich ausführten, wie dies die heutige graphische Statik mit gerichteten Strecken als Darstellung von Kräften (und Vektoren überhaupt) tut: *Addition* und *Subtraktion* werden durch Abtragen der einen Strecke auf der Verlängerung der andern oder in entgegengesetztem Sinne auf dieser selbst ausgeführt. – Die *Multiplikation* zweier Zahlen wird ausgeführt, indem man aus den beiden entsprechenden Strecken das Rechteck konstruiert. Ein Produkt von zwei Zahlen heißt deshalb eine *Rechteckzahl* oder eine *Flächenzahl*, und wenn die beiden Faktoren gleich sind, eine *Quadratzahl*. Ein Produkt von drei Zahlen wird dementsprechend eine *Körperzahl* genannt, und wenn die drei Faktoren gleich sind, eine *Kubikzahl*. – Eine *Divisionsaufgabe* wird mit Hilfe des Satzes vom Gnomon gelöst. Damit ist die wichtigste Anwendung vorbereitet, nämlich die Bestimmung unbekannter Größen aus bekannten, also die Lösung von einfachen Gleichungen ersten und zweiten Grades in geometrischer Sprache.

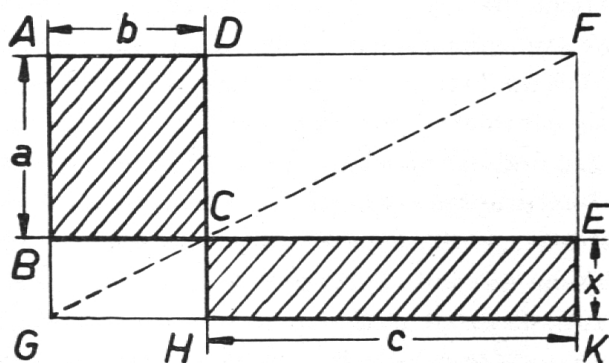


Fig. 1

Aus dieser geometrischen Algebra wollen wir nun nur die Lösung jener Probleme herausgreifen, welche zur Beantwortung der Titelfrage beitragen. Wenn es sich z. B. darum handelt, die Gleichung $cx = ab$ zu lösen, so lautet diese Aufgabe in der Sprache der geometrischen Algebra: *Es ist ein Rechteck zu konstruieren, von dem man die eine Seite c und den Flächeninhalt $a \cdot b$ kennt.*

Zur Lösung dieser Aufgabe zeichnet man zunächst

ein Rechteck ABCD mit dem Flächeninhalt $a \cdot b$ (Fig. 1). Alsdann wird die Seite BC um die Strecke $CE = c$ verlängert. Im Punkte E errichtet man die Senkrechte auf die Strecke BE, welche die Verlängerung der Strecke AD im Punkte F treffe. Nun zieht man die Diagonale FC und verlängert sie bis zu ihrem Schnittpunkte G mit der Verlängerung der Seite AB. Durch den Punkt G zieht man schließlich eine Parallele zur Strecke BE. Diese schneidet die Verlängerungen der Strecken DC und FE in den Punkten H und K. Nach dem als bekannt vorausgesetzten Satz vom Gnomon ist das Rechteck CHKE flächengleich mit dem Rechteck ABCD, und die Länge der Seite $EK = CH$ gleich der gesuchten Größe x .

Gibt man der Gleichung $cx = ab$ die Form $x = \frac{ab}{c}$, so erkennt man sofort, daß man mit der Konstruktion der Größe x den Quotienten $\frac{ab}{c}$ bestimmt und demnach auch noch eine *Division* ausgeführt hat. Soll der Quotient $x = \frac{a}{b}$ oder $x = \frac{1}{a}$ konstruiert werden, so geht man im einen Falle vom Rechteck mit den Seiten a und 1 , im andern Falle vom Quadrat mit der Seite 1 aus.

Die Lösung dieser Aufgaben besteht im wesentlichen darin, *an eine gegebene Strecke eine gegebene Fläche anzulegen*. Diese Konstruktionsmethode hat deswegen den Namen *Flächenanlegung* erhalten, und zwar handelt es sich bei dem eben ausgeführten Beispiel um den einfachsten Fall, um die sogenannte *parabolische Flächenanlegung*.

Nun liegt die Aufgabe nahe, ein Rechteck in ein Quadrat zu verwandeln, d. h. die mittlere Proportionale zwischen zwei Zahlen a und b zu suchen, also eine Zahl x , welche der stetigen Proportion $a : x = x : b$ oder der Gleichung $x^2 = a \cdot b$ genügt. Die Lösung dieses Problems kann man am Schluß (§ 14) des II. Buches der ‚Elemente‘ von *Euklid* nachlesen. In diesem II. Buch wird ferner in § 11 die Aufgabe gelöst: *Eine gegebene Strecke so zu teilen, daß das Rechteck aus der ganzen Strecke und dem kleineren Abschnitt dem Quadrat über dem größeren Abschnitt gleich ist.* Es handelt sich also um die *stetige Teilung* einer gegebenen Strecke, um den Goldenen Schnitt. Damit wird zugleich die folgende quadratische Gleichung in geometrischer Form gelöst:

$$a(a-x) = x^2 \text{ oder } x^2 + ax - a^2 = 0$$

Auch allgemeinere Gleichungen zweiten Grades

wurden in dieser geometrischen Algebra behandelt. So führte z. B. die Gleichung $x^2 - ax + b^2 = 0$ auf die Lösung der folgenden geometrischen Aufgabe:

An eine gegebene Strecke $AB (= a)$ ist ein Rechteck AM (Abkürzung für $AKMD$) gleich einem gegebenen Quadrat ($= b^2$) so anzulegen, daß das (am Rechteck ax über AB) fehlende Flächenstück zu einem Quadrat ($BM = x^2$) wird.

Die zugehörige Konstruktion, welche die *elliptische Flächenanlegung* (elleipsis = Mangel!) genannt wird, soll anhand der Fig. 2 wenigstens kurz angedeutet

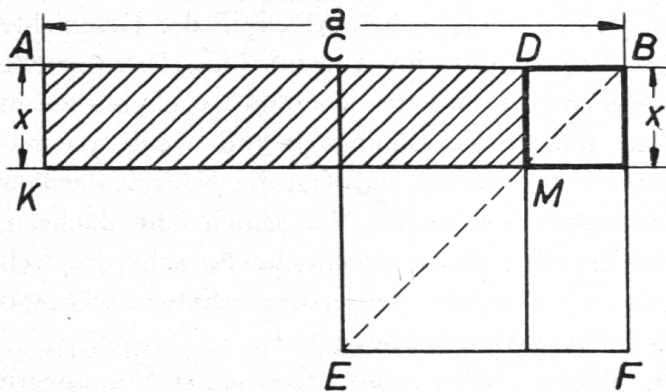


Fig. 2

werden: Es sei C der Mittelpunkt der Strecke $AB = a$ und AM das Rechteck, welches flächengleich einem gegebenen Quadrat (b^2) ist. Legt man nun das Rechteck CK an die Seite DB (als DF), so sieht man, daß das Rechteck AM gleich einem Gnomon wird, nämlich gleich der Differenz der Quadrate über BC und CD .

In die Sprache unserer Algebra übersetzt heißt dies:

$$b^2 = ax - x^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2} - x\right)^2$$

Da b und $CB = \frac{a}{2}$ bekannt sind, kann man $CD = \frac{a}{2} - x$ mit Hilfe des Satzes von Pythagoras finden, und dadurch x selbst.

Auf ganz analoge Weise läßt sich die Gleichung $x^2 + ax - b^2 = 0$ lösen, welche Aufgabe die alten Griechen wie folgt ausdrücken:

An eine gegebene Strecke $AB (= a)$ ist ein Rechteck AM gleich einem gegebenen Quadrat ($= b^2$) so anzulegen, daß das (über das Rechteck ax über AB) überschießende Flächenstück BM zu einem Quadrat ($= x^2$) wird (Fig. 3).

Die entsprechende Konstruktion heißt die *hyperbolische Flächenanlegung* (hyperbolè = Überschuß!).

Die beiden letzten Probleme findet man bei Euklid erst im VI. Buch (§ 28 und § 29) behandelt. Nach dem glaubwürdigen Zeugnis von Proklos, der sich auf Eu-

demos beruft, sind sie ebenfalls schon von den Pythagoreern gelöst worden.

Mit diesem kurzen Ausschnitt aus der ‚geometrischen Algebra‘ haben wir die ‚Geschichte der Kegelschnitte‘ bis in das 4. Jahrhundert v. Chr. skizziert. Bis dahin waren aber die Kegelschnitte selbst noch nicht ‚erfunden‘. Denn in den Lösungen der geometrischen Algebra waren ihre Gleichungen nicht explizit, sondern nur latent enthalten. Die eigentliche Entdeckung der Kegelschnitte wird von allen Geschichtsschreibern dem *Menaichmos von Proconnesos* (Insel im

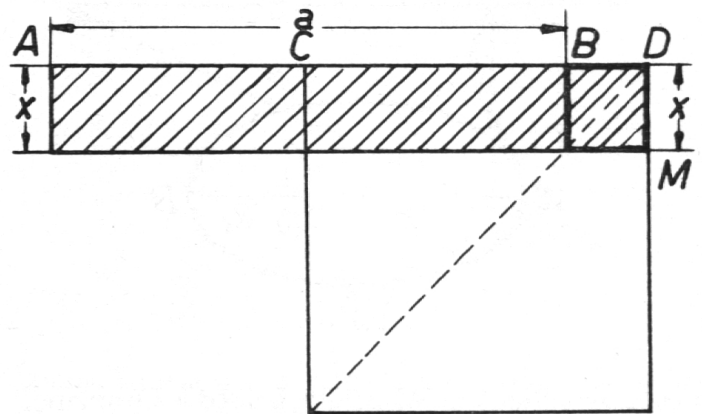


Fig. 3

Marmarameer) zugeschrieben, also einem griechischen Mathematiker, der besonders um die Mitte des 4. Jahrhunderts schöpferisch tätig gewesen sein soll. Er hat insbesondere die *Parabel* und die *gleichseitige Hyperbel* als Lösungskurven für das *Delische Problem der Würfelverdoppelung* erkannt. Menaichmos gebrauchte noch nicht die Namen ‚Ellipse‘, ‚Parabel‘ und ‚Hyperbel‘, sondern nannte diese Kurven *Schnitte des spitzwinkligen Kegels* (Ellipse), *des rechtwinkligen Kegels* (Parabel) und *des stumpfwinkligen Kegels* (Hyperbel). Bis zu Apollonios (2. Hälfte des 3. Jh. v. Chr.) verwendete man nämlich zur Herstellung der Kegelschnitte eine Ebene, die senkrecht auf einer Erzeugenden einer Kreiskegelfläche gelegt wurde. Je nachdem der Öffnungswinkel des Kegels kleiner, gleich oder größer als 90 Grad war, ergaben sich so drei verschiedene Kurven, welche nach der Art ihrer Hervorbringung die eben erwähnten Namen erhielten. Um 300 v. Chr. war die Theorie der Kegelschnitte schon so weit entwickelt, daß Euklid ein Lehrbuch darüber schreiben konnte. Diese ‚Elemente der Kegelschnitte‘ sind verlorengegangen, aber man kann sich trotzdem eine gute Vorstellung von ihnen machen, da Archimedes oft Sätze daraus zitiert. Archimedes hat übrigens den Beweis geleistet,

daß die Ellipse auf dem Mantel eines jeden Kegels erzeugt werden kann.

Menaichmos und *Archimedes* geben die Kegelschnitte bereits systematisch durch „Symptome“, d.h. durch Gleichungen in rechtwinkligen Koordinaten. Bei *Menaichmos* findet man schon die Gleichung der Parabel, $y^2 = bx$, und der gleichseitigen Hyperbel, $xy = ab$. Bei *Archimedes* haben die Gleichungen der Ellipse und der Hyperbel die „Zwei-Abszissen-Form“, die wie folgt aussieht:

In Fig. 4 und Fig. 5 sei $AB = 2a$ die große Achse des Kegelschnitts. Das Lot $PQ = y$, von einem Punkt P

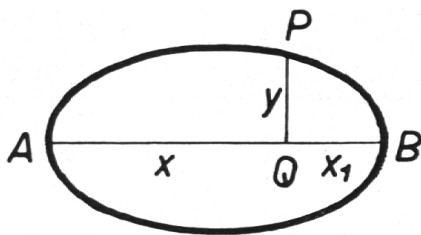


Fig. 4

des Kegelschnitts auf AB gefällt, heißt die „Ordinate“, und die Abstände $AQ = x$ und $BQ = x_1$ heißen die „Abszissen“. Im Falle der Ellipse ist also $x_1 = 2a - x$, im Falle der Hyperbel $x_1 = 2a + x$. Das Symptom

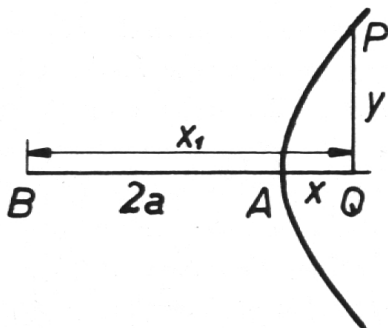


Fig. 5

der Kurve, die Bedingung, welcher jeder Punkt P der Kurve genügen muß, lautet nun in beiden Fällen:

$$y^2 : xx_1 = \lambda \text{ oder } y^2 = \lambda \cdot xx_1,$$

worin λ ein gegebenes Verhältnis bedeutet. (Im Falle des Kreises ist $\lambda = 1$.)

Sind \bar{x} , \bar{x}_1 und \bar{y} die Abszissen und die Ordinate eines andern Punktes der Kurve, so kann man für die obige Gleichung auch schreiben:

$$y^2 : xx_1 = \bar{y}^2 : \bar{x}\bar{x}_1.$$

(Die analoge Form für die Parabel ist $y^2 : \bar{y}^2 = x : \bar{x}$.)

Dies ist die Form, in der *Archimedes* das Symptom stets benützt.

Es ist auffallend, daß hier bereits eine Darstellungsweise auftritt, die sich nur wenig von der modernen analytischen Geometrie unterscheidet.

In der zweiten Hälfte des 3. Jahrhunderts v. Chr. lehrte zunächst in *Alexandrien* und später in *Pergamon* (Kleinasien) der im Altertum mit dem Beinamen „der Große Geometer“ geehrte *Apollonios*, geb. um 262 v. Chr. zu *Perge* (in *Pamphylien*, Kleinasien). Sein berühmtes Hauptwerk mit dem Titel „*Konika*“ (d.h. Kegelschnitte) stellt den Höhepunkt und zugleich den erfolgreichen Abschluß der Geschichte der Kegelschnitte im Altertum dar. Dieses große Werk enthält die Lehre von den Kegelschnitten in einer solchen Vollständigkeit und streng systematischen Anordnung, daß erst die Neuzeit darüber hinausschreiten konnte. Von seinen acht „Büchern“ sind die vier ersten in griechischer Sprache, drei weitere in arabischer Übersetzung erhalten, während das achte verlorengegangen ist.

Apollonios gibt genau an, was er seinen Vorgängern verdankt. So enthalten die vier ersten Bücher die bis dahin bekannten Sätze, allerdings in erweiterter und verallgemeinerter Form. Im ersten Buch gibt *Apollonios* die Erzeugung der drei Kegelschnitte, wobei er sofort eine grundlegende Neuerung einführt: Er schneidet nicht wie *Menaichmos* jede Kegelschnittart aus einem Kegel mit anderem Öffnungswinkel, sondern ein einziger beliebig geöffneter Kreiskegel gibt ihm alle drei Arten von Kegelschnitten, indem er nur die Lage der schneidenden Ebene ändert. Dabei wird als Symptom der Parabel wie schon bei *Menaichmos* jenes gegeben, die wir durch die Scheitelgleichung $y^2 = px$ ausdrücken. Die Gleichungen von Ellipse und Hyperbel lauten bei *Apollonios* zunächst genau so wie bei *Archimedes*, jedoch mit dem Unterschied, daß in der Ebene des Kegelschnitts die Ordinate $PQ = y$ nicht mehr senkrecht auf dem Durchmesser AB steht. Das entscheidend Neue besteht aber darin, daß es dem *Apollonios* durch Anwendung der geometrischen Algebra alsdann gelingt, die bisherigen Kegelschnittgleichungen auf eine zweckmäßigere Gestalt zu bringen. Die Parabelgleichung $y^2 = px$ bedeutet nun in Fig. 6 einfach, daß y^2 gleich dem Inhalt des Rechtecks mit der Basis x und der konstanten Höhe p ist. Zur Umformung der Gleichungen von Ellipse und Hyperbel verwendet *Apollonios* die Figuren 7 und 8.

$AB = 2a$ sei ein Durchmesser einer Ellipse oder Hy-

perbel, PQ die Hälfte einer dazugehörenden Sehne. Die Tatsache, daß das Quadrat y^2 in einem konstanten Verhältnis $\lambda = \frac{p}{2a}$ zu dem Produkt $x \cdot x_1$ stehen soll, findet seinen Ausdruck dadurch, daß man in A und Q auf AB die Senkrechten errichtet und auf der ersten $AC = p$ abträgt. Ist dann D der Schnittpunkt

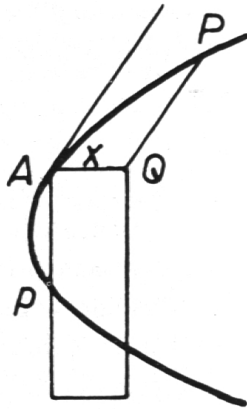


Fig. 6

zwischen QD und BC, so muß das Quadrat über PQ dem Rechteck AD gleich sein. Denn es verhält sich $DQ:BQ$ wie $p:2a$ oder $DQ = \frac{p}{2a} \cdot BQ$. Setzt man $PQ = y$ und $AQ = x$, so erkennt man, daß die Hilfsfigur den geometrisch-algebraischen Apparat ausmacht, durch den man dasselbe darstellt, was wir durch die Gleichung

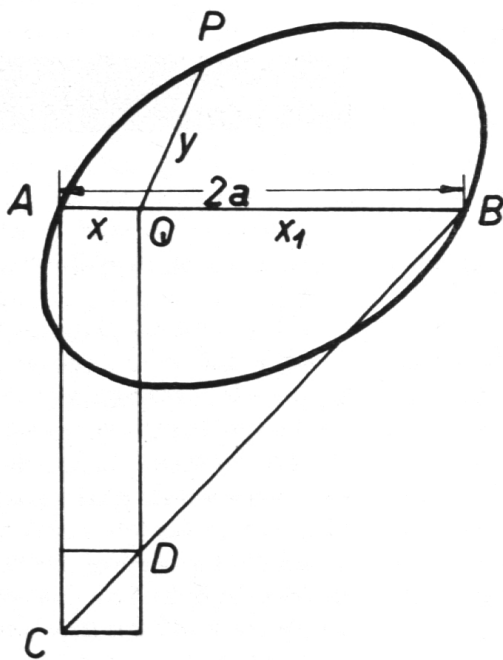


Fig. 7

$$y^2 = \frac{p}{2a} \cdot x(2a \mp x) \text{ oder } y^2 = px \mp \frac{p}{2a} \cdot x^2$$

ausdrücken würden.

Bei der *Ellipse* (Fig. 7) ist also das Rechteck ‚angelegt‘ an eine konstante Strecke $p = 2a$, und zwar so, daß daran ein rechteckiges Stück mit der Basis x und der Höhe $\lambda \cdot x$ ‚fehlt‘, wobei Basis und Höhe in einem konstanten Verhältnis $\lambda < \frac{p}{2a}$ stehen.

Bei der *Hyperbel* (Fig. 8) ist das Rechteck dagegen so

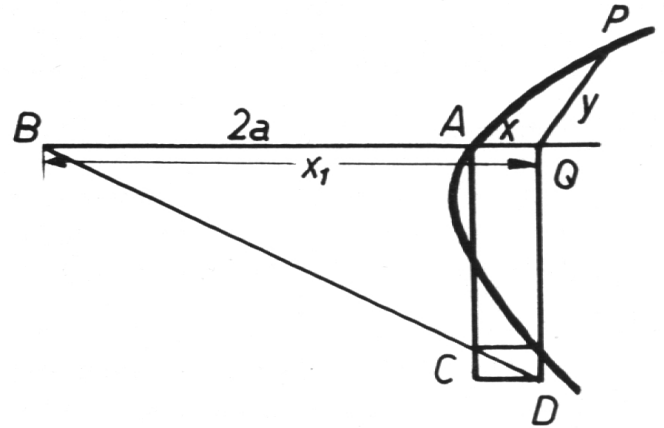


Fig. 8

an die Strecke $p = 2a$ angelegt, daß davon noch ein Rechteck mit derselben Basis x und der Höhe $\lambda \cdot x$ ‚übrigbleibt‘.

An diese Grundeigenschaft knüpft nun Apollonios die neuen Namen ‚*Parabel*‘ = einfache Flächenanlegung, ‚*Ellipse*‘, d. h. Flächenanlegung mit einem ‚Defekt‘ oder ‚Mangel‘ ($y^2 < px$) und ‚*Hyperbel*‘, also Flächenanlegung mit ‚Überschuß‘ ($y^2 > px$). Diese Terminologie der Flächenanlegung hat er somit aus der geometrischen Algebra der Pythagoreer übernommen.

Damit sind die Namen Ellipse, Hyperbel und Parabel genügend erklärt; zugleich haben wir einen Überblick über die Entstehungsgeschichte der Kegelschnitte im Altertum gewonnen.

Neuer entscheidender Schritt zur Rechtschreibregelung

In diesen Tagen wurden vom *Arbeitskreis für Rechtschreibregelung* (Deutschland, Österreich und Schweiz) die im Oktober beschlossenen Empfehlungen an die deutsche Bundesregierung bekanntgegeben:

Einführung der gemäßigten Kleinschreibung,
Vereinfachung der Kommaregeln,

Angleichung gebräuchlicher Fremdwörter an die deutschsprachliche Schreibweise. (Näheres später.)

Dr. A. M.