Zeitschrift: Schweizer Schule
Herausgeber: Christlicher Lehrer- und Erzieherverein der Schweiz
Band: 40 (1953)
Heft: 8: Erwachsenenbildung ; Rechenunterricht

Artikel: Rechnen mit gemeinen Brüchen
Autor: Hutter, Jakob
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-532087

angegebenen Gründen, für den Lehrer des Rechnens und der Mathematik auch deshalb von Bedeutung, weil sie ihm zeigt, daß außer dem »Normalverfahren« der indisch-arabischen Rechenmethode auch noch andere Verfahren möglich sind, die, unter bestimmten Gesichtspunkten gesehen, sicher auch Anerkennung verdienen. Hat doch sogar die primitivste aller nur denkbaren Rechenmethoden, das Zweiersystem oder duale System, neuerdings in den allerhöchsten Regionen der wissenschaftlichen angewandten Mathematik, die nur wenigen geistig Auserwählten zugänglich sind, nämlich bei der Konstruktion sogenannter »programmgesteuerter Rechenmaschinen« siegreiche Auferstehung in unserem Kulturkreis gefeiert.

VOLKSSCHULE

RECHNEN MIT GEMEINEN BRÜCHEN

Von Jakob Hutter

Nicht im Sinne des Gesamtunterrichtes ist der Lehrstoff zu ordnen. Er befaßt sich mehr mit den einzelnen Teilen, als mit der Ganzheit des Unterrichts-Objektes. Im Rechnen und noch gar im Bruchrechnen will es schwer scheinen, der Forderung des ganzheitlichen Unterrichts zu genügen. Die folgenden Arbeiten sind das Ergebnis eines mehrjährigen Versuches an einer 5. Primarschulklasse, diesem Ziel näher zu kommen.

Wenn dieser Unterricht auch andere Fächer betrifft, also nicht nur das Rechnen streng für sich, dann geschieht das aus einer organischen Beziehung heraus.

Die wirkliche Beziehung zum Unterrichts-Objekt findet der Schüler aus der eigenen Erfahrung, sodann bei Beobachtungs- und Sammelaufgaben, beim Versuch (Lehrversuch) und den künstlerischen (nicht künstlichen) Hilfsmitteln: Sprache, Musik, Darstellung. Er setzt sich auch hier tätig ein, reproduzierend und mit eigenen Erzeugnissen.

Begriffe werden durch Anschauung gewonnen. Es darf nie geschehen, daß ein Wort gebraucht wird zu einem didaktisch, methodisch einwandfreien Unterricht, bevor sein Begriff eine Selbstverständlichkeit geworden ist.

Diese Anschauung gewinnt der Schüler für das Rechnen durch das Zählen. Er erfaßt dabei weitgehend das Gesetz der Zahl und findet nach dem zählenden Rechnen leicht den Übergang zum abstrakten. Er versteht dann, aber nur dann, die »Rechenmaschine«, deren Gebrauch ihm das Auffinden von gewünschten Zahlen zur vergnüglichen Spielerei macht.

Das sind kurz die Grundgedanken, die wir im folgenden berücksichtigen wollen. Angeregt wurde ich zu meinen Versuchen im besondern durch die Feststellung, daß Sekundarschüler und besonders auch Gewerbeschüler den gemeinen Brüchen eher abhold sind und etwas mühevoll mit ihnen umgehen. Ich suchte den Fehlern an der Wurzel zu begegnen und konnte tatsächlich erfahren, daß teilweise ganz irrige Meinungen bestanden, die sich auf unrichtige Begriffe zurückführen ließen, wie zum Beispiel: Die Reihenfolge der gemeinen Brüche sei analog der Reihenfolge ganzer Einheiten $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ . . . oder: Ein Bruch sei immer ein Teil von einem Ganzen, also weniger als 1.

Einführung des Bruches.

Wenn ich die Bedingung aufstelle, der

Unterricht habe die Gesetze des organischen Wachsens zu berücksichtigen, bedeutet das etwa: Ich muß mich mit dem Unterrichtsobjekt in die Entwicklungsbahn des Schülers *einschmiegen.* Weder darf ich mit einem ruckartigen Zwang oben hinauszerren, noch mit Gewalt alles plötzlich zurückstellen. — Wer glaubt im Ernst, ein Fünftklässler bedürfe einer Erklärung, wenn zufällig im Sprachunterricht die Rede ist von: »Die Mutter tadelte: *Ein halber Apfel* hätte auch genügt!« Also beginne ich den »interessanten« Teil im Rechnen nicht mit dieser Selbstverständlichkeit; den Schülern die Halben als etwas Merkwürdiges, Neues hinzustellen, heißt an ihrer normalen Begabung zweifeln. Ein 3- oder 4jähriges Kind zieht den ganzen Apfel der geringwertigeren Hälfte vor.

Ich stelle den Schülern die Hausaufgabe: Sucht überall nach Zahlen, die ihr noch nicht versteht! Schneidet sie mit dem geschriebenen Text aus und klebt alle diese Zettelchen auf ein Zeichnungsblatt! 8 Tage später sammle ich die Arbeiten ein und hefte sie an die Ausstellungswand. Wir versuchen, die Texte zu lesen. Juvopunkte, Käseschachteln (¾fett), Zeitangaben (8¼) usw. sind vertreten. Auch $^0/_0$- und $^0/_{00}$-Zeichen sind vorhanden. Diese interessieren uns erst in der 6. Klasse. Beobachtung: Manche Schüler lesen die Zahlzeichen richtig. Sie geben Erklärungen, sprechen Vermutungen aus und stellen Fragen.

Jetzt wollen wir mit solchen Zahlen zählen lernen.

Ich lege eine Reihe Blätter auf dem Schulzimmerboden aus. Zählt, ich numeriere:

Ich könnte die Reihe verlängern, bis ? ... und in Gedanken ... bis ...?

Ich halbiere ein Blatt:

Wer zählt jetzt? — Die Schüler finden die fehlende Zahl 2½ selbst. Wir setzen sie wieder in die *rechte obere Ecke* der Blatthälfte. Wir halbieren die Hälften. Vermutung? Nein, die Schüler behaupten: Es gibt 4 Streifchen; jedes ist ein ¼ des Blattes.

Jetzt fehlen zwei neue Zahlen. Wer zählt die ganze Reihe, wer setzt die neuen Zahlen? (Vorerst sprechen wir nur von neuen Zahlen.)

Wer kann sich die Reihe vorstellen, wenn ich die Teile wieder halbieren lasse?

Wer versucht sie zu zeichnen und schreibt alle neuen Zahlenzeichen dazu?

1 2 $2^1/_8$ $2^1/_4$ $2^3/_8$ $2^1/_2$ $2^5/_8$ $2^3/_4$ $2^7/_8$ 3 4

Jetzt haben wir schon 7 neue Zahlen entdeckt! Wenn wir nochmals halbieren, finden wir nochmals neue Ziffern! Jedesmal hätten wir eine längere Reihe mit mehr Zahlen vor uns liegen. (Nach den Sechszehnteln halbieren wir nicht mehr tatsächlich.) Die Schüler haben den Zusammenhang entdeckt. Sie geben nur noch die Namen der nächstfolgenden Reihen:

Reihe mit Sechszehnteln, mit Zweiunddreißigsteln usw.

Das reizt die Kinder. Sie stürmen ins neue Reich der Zahlen ·

$\overline{1024}$ $\overline{2048}$ ...

Man muß ja nur die Endung »tel« an die Zahl fügen.

Gibt es auch Neuntel? ...

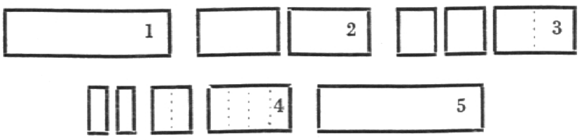
Bei Tausendundvierundzwanzigsteln müßten wir mehr als die ganze Wandtafel voll schreiben! ...

Wieviele solcher Zahlen gibt es denn überhaupt? ...

Aber dann werden wir ja nie fertig, alle diese neuen Zahlen zu nennen!

So forschen die Schüler selbst. Sie gewinnen von Anfang schon wichtige Vorstellungen. Man könnte ja auch zwischen 5 und 6 halbieren! Ja sogar alle Blätter könnte man aufteilen!

In einer neuen Übung halbieren wir verschiedene Blätter ungleich oft, wie es die Figur andeutet.



Zählt!

Vergleicht die Streifen!

Je öfter wir halbieren, desto kleiner werden die Teile, um so mehr Streifen gibt es. Aus einem Ganzen gibt es zwei Halbe, usw.

$^2/_4 = ^1/_2$ $^2/_8 + ^1/_4 = ^1/_2$ $^2/_4 + ^1/_2 = 1$	Wir gruppieren, setzen zusammen, trennen ab. (Aufbauende, abbauende Reihe.)
$2 \cdot ^1/_8 = ^1/_4$ $2 \cdot ^1/_2 = 1$ $4 \cdot ^1/_8 = ^1/_2$	Diese Aufgaben formulieren und tätig lösen: 2 Achtelstreifen auf 1 Viertelstreifen legen! Oder abtrennen!

Wir setzen solche Aufgaben in Ziffern auf die Wandtafeln.

Die Kinder lösen anhand der Blätterauflage Aufgaben, die sie sich selbst stellen.

Anwendung:

Was kannst du gut halbieren?

Wurst, Apfel, Schokolade.

Was ist hälftig?

Nußkern, das Paar (links, rechts; Symmetrie!).

Wie teilst du ein Blatt in 4, 8 Abschnitte? 2-, 3mal nacheinander falten!

Für das Kopfrechnen:

Statt mit 4 teilen, 2mal halbieren: 460 / 230 / 115. 500 / 250 / 125 usw.

Zeichne: 1 Schokolade mit 24 Täfeli.

$^1/_4 = ?$ T $\quad ^1/_2 = \quad ^1/_8 = \quad ^3/_4 = \quad ^7/_8 =$

Welche Teile findest du hier noch?

Stelle in einer Zeichnung dar, wie die Mutter den Fladen schneidet!

Zähle die Viertelstunden am beweglichen Zeiger eines Uhrmodells!

$1; \; 1^1/_2 = ^1/_2 2; \; 1^3/_4 = ^1/_4 2$ usw.

Stelle sie vor, stelle sie nach um $^1/_2$ Std. $^3/_4$ Std. $^5/_4$ Std. $1^1/_2$ Std.!

Wie lauten die Rechnungen?

$$3^1/_2 - 1^1/_4 = 2^1/_4$$
$$5^3/_4 + 2^1/_2 = 8^1/_4 \text{ usw.}$$

Wieviele halbe Stunden sind von ... bis ...

Wieviele Viertelstunden sind von ... bis ...

Löse am Uhrmodell (Ausgangsstellung 12.00):

$$3 \cdot 1^3/_4 = \qquad 4 \cdot 1^1/_2 =$$
$$5 \cdot ^3/_4 = \qquad 2\,^3/_4 = \text{ usw.}$$

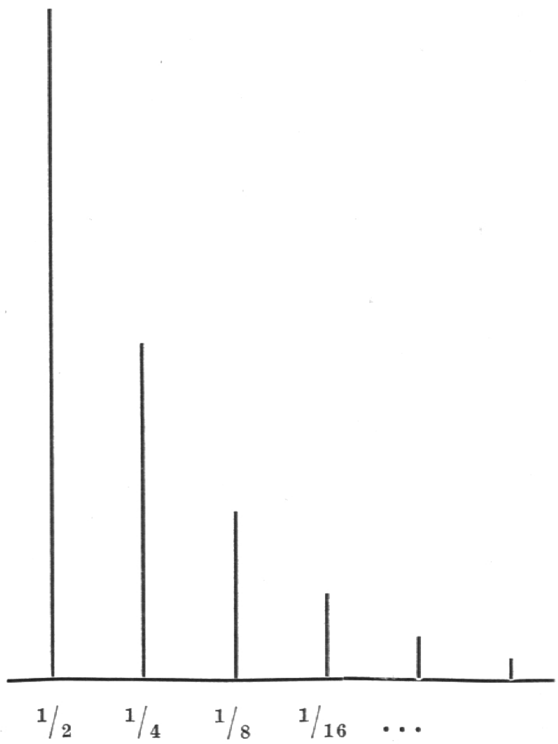
Wir rechnen nur zählend, aber von Anfang an mit verschiedenen Teilsorten (ungleichnamigen Brüchen).

Überrascht stellen die Schüler fest, daß das Halbe gar nicht am Anfang der Reihe steht. $^3/_8$, $^1/_4$, $^1/_8$ stehen weiter vorn.

Wenn wir uns anschickten, noch weitere Zwischenwerte, kleinere Teile einzusetzen, müßte sich die Reihenfolge stets ändern. Daraus folgt:

Die neuen Zahlen unterscheiden sich von den Ganzen wesentlich. Wir können ihre Reihenfolge nicht angeben.

Ordnen wir trotzdem solche Reihenfolgen nach bestimmter Regel, so finden wir abermals einen auffallenden Unterschied



zu den Ganzen. Das visuelle Erlebnis genügt auf dieser Stufe und verdeutlicht die vorherige Entdeckung. Wir halbieren einen Papierstreifen fortlaufend und heften die Teile senkrecht nebeneinander auf gleicher Grundhöhe in gleichen Abständen. Verbinde die obern Endpunkte mit einem farbigen Linienzug! Mit einer Geraden können wir sie nicht überspannen wie bei Ganzen. Es entsteht eine Rutschbahn, eine Kurve. Sie fällt zuerst steil, dann immer flacher werdend. Wohin führt sie? Zeigt annährend $1/4$, etwas mehr als $1/8$ usw ... auf dieser gekrümmten Linie!

Zusammenfassung:

Die Ganzen wachsen sprungweise, stoßweise, ruckweise. Sie haben eine genaue Reihenfolge.

Die neuen Zahlen wachsen unmerklich, stets um die geringsten Veränderungen. Wir können ihre Reihenfolge nicht wissen, nicht angeben, wohl aber zeichnerisch andeuten.

Die *neuen Zahlen* nennen wir in Zukunft kurz *Brüche*. Dieser Name besagt, daß sie Gebrochene, Teile oder Stücklein von Ganzen bedeuten.

Wir haben wesentliche Vorstellungen über die Brüche erworben, Begriffe sind uns begegnet und begreiflich geworden. Wir dürfen das Wortsymbol »der Bruch« dafür gebrauchen und beifügen ohne lange, umschweifende Erörterung. Die Schüler stellen das gebotene Wort in Beziehung zum bisherigen Gebrauch in anderem Zusammenhang: Beinbruch, Armbruch, Schädelbruch, Schiffbruch, Achselbruch, Bruchgeschirr ...

Bruch ist mit brechen verwandt: die Erde umbrechen, Brachland, Brachmonat — Mais brechen, Brechmühle;

Steine (ab)brechen, Steinbruch, Brecheisen, den Eid brechen, eidbrüchig, Verbrechen, die Türe erbrechen, die Mahlzeit erbrechen. Der Greis leidet an vielen Gebrechen. Der Widerstand wurde gebrochen. Kurz vor dem Ziel brach der Spörtler zusammen. Die feindlichen Stellungen wurden durchbrochen. Die Übung ist abgebrochen usw.

Die Schüler erklären diese abgewandelten Wörter aus der Vorstellung nun deutlicher und sinngemäß.

II.

Bei der Einführung zum Bruchrechnen legte ich Wert darauf, die Schüler mit »neuen Zahlen« bekannt zu machen. Ich gab ihnen Gelegenheit, mit ihnen zu zählen an der aufgeteilten Blattreihe, an der Uhr usw.

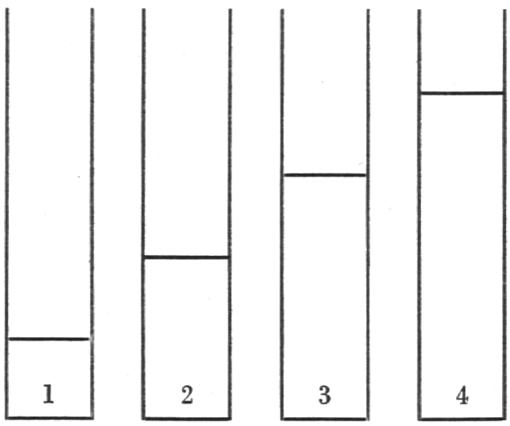
Die Wortform »neue Zahl« darf nicht verführen. Brüche sind natürliche, reelle Zahlen wie die Ganzen. Neu ist nur die Form, das Schriftzeichen, was keiner Erörterung bedarf. Es ist ja nur Konvention, wie andere Schriftzeichen. Der Schüler gibt sich die Bedeutung der Zeichen aus der Erfahrung selbst. — Ich füge diese Bemerkung als Merkmal bei, das den Leser vielleicht an den Leseunterricht nach der Ganzheitsmethode erinnern mag. Dieses Unterrichtsprinzip kann nicht nur ein einzelnes Fach allein bedienen, wenn es der kindlichen Arbeitsweise entgegenkommt. Darum weise ich gelegentlich darauf hin, obwohl ich vorab der Stoffauswahl und der Anordnung zu einer gedanklich richtigen Folge die größere Aufmerksamkeit schenke. Diese vorbereitende Aufgabe geht methodischen Überlegungen voraus. In der Beurteilung und Lösung der didaktischen Fragen übernimmt der einzelne Lehrer eine wesentliche Verantwortung; denn in diesen Entscheidungen kann ja der Schüler nicht direkt mitwirken.

Der Eifer, der die Schüler schon zu Anfang beim Umgang mit den neuen Zahlen begleitete, darf nicht erlöschen, bevor sie das Neuartige an ihnen verstehend erfassen. Ich fühle darum hier die Verpflichtung, die Verschiedenartigkeit der Ganzen zu den Bruchzahlen aufzudecken. Das darf aber nicht anhand einer theoretischen Erörterung geschehen. Wir müssen neue Begriffe zuerst bilden, gewinnen. Erst nachher, reichlich später, wollen wir sie formulieren; wenn immer möglich durch den Schüler selbst. Ich greife deshalb zum Lehrversuch, opfere dem Versuch einige Unterrichtsstunden, um daraus einen Gewinn zu erhalten.

Versuchsmaterial: Ein Eimer mit genügend Wasser, ein Glaszylinder, zwei Nescafé-Büchslein.

Annahme: Wir benützen dieses Büchslein als Schöpfgefäß. Wir denken, es messe genau 1 l Wasser. Diese Annahme ist nur zwingend, weil der Glaszylinder nicht wenigstens 5 l faßt.

Hergang: Ein Schüler gießt 1 l Wasser in den Glaszylinder. Wir beobachten. Ein Schüler zeichnet das Glasgefäß mit 1 l Inhalt an die Wandtafel. Wir wiederholen die Arbeit für 2 l, 3 l, 4 l und skizzieren in einem Reihenbild.



Beobachtungen am Reihenbild:

Bei jedem folgenden steht der Wasserspiegel höher.

Das Bild gleicht einer Treppe. Wir können sie weiterbauen.

Warum entsteht durch diese Zahlenbilder eine Treppenform?

Jedesmal stieg der Wasserspiegel um gleich viel höher. Wir schütteten ja immer einen *ganzen* Liter auf einmal hinzu.

Die Ganzen wachsen sprungweise, stoßweise, ruckhaft, von Stufe zu Stufe.

Wir stellen die Bildreihe der ganzen Zahlen von 1 bis 10 im Heft dar und malen die Wassersäulen aus.

Diese Beschäftigung führt den Schüler unvermerkt in die Form der graphischen Darstellung ein. Wir brauchen diese Bildform später wieder, wo dann keine weiteren Bemerkungen mehr nötig sein werden.

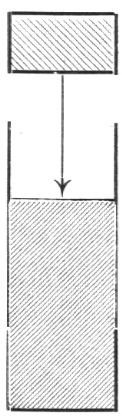
2. Versuch:

Versuchsmaterial: gleich wie im ersten Versuch; in den Boden des zweiten Büchsleins stieß ich unbemerkt eine kleine Öffnung, so daß daraus Wasser in Fadendicke abfließen kann.

Hergang: Wie Versuch 1 zur Repetition. Nach erstelltem Bild mit 4 Wassersäulen geschieht folgender Wechsel als Überraschung:

Ich schöpfe 4 l, indem ich dabei mit leichtem Druck des Mittelfingers die Öffnung im Schöpfgefäßboden verschlossen halte, ohne darauf hinzuweisen. Die Schüler zählen im Sprechchor dazu. Währenddessen entwirft ein Kind das Bild der ersten 4 Säulen.

Nachdem ich das fünfte Mal schöpfe, halte ich das Schöpfgefäß senkrecht über dem Glaszylinder. Wir wiederholen: Der Glaszylinder enthält nun 4 l Wasser. — Jetzt schiebe ich den Mittelfinger beiseite, ein silberner Wasserfaden fließt ab. — Am spielerischen Wechsel und dieser ungeahnten Überraschung ergötzen sich die Kinder. Sie berichten von Brünnelein, die bei Trokkenheit nur fadendünnen Strahl führten, vom steten Tropfen, vom undicht schließenden Wasserhahn, vom defekten Ziegel-



oder Schindeldach bei Regenzeiten — von der Berieselungsanlage im Aquarium usw.

Nach wenigen Sekunden verschließe ich die Öffnung wieder. — Wieviel Wasser enthält nun der Glaszylinder?

Staunen — Achselzucken!

Ein bißchen mehr als 4 l; etwas mehr als 4 l; gut 4 l; etwas über 4 l; 4 l und einen Zustupf.

Die Begriffe: gutes Maß — schlechtes Maß werden besprochen. Die Schüler berichten ihre Beobachtungen beim Milchmann, beim Wareneinkauf. Der Zustupf als geringer, kleiner Teil der Maßeinheit kommt dabei in allen möglichen Formen zur Anwendung.

Unterdessen lasse ich das Wasser durch die kleine Öffnung im Schöpfgefäß weiter abrieseln. Ich unterbreche und stelle die Frage nach der Wassermenge im Glaszylinder erneut.

Vielleicht sind es $4\frac{1}{4}$ l oder $4\frac{1}{2}$ l.

Es könnten etwa $4\frac{1}{3}$ l sein.

Ich vermute, das sind ungefähr $4\frac{1}{2}$ l.

Die Schüler prüfen schätzend den Restbestand im Schöpfgefäß.

Jetzt enthält der Zylinder: höchstens $4\frac{1}{2}$ l, wenigstens $4\frac{1}{4}$ l, zwischen $4\frac{1}{4}$ l und $4\frac{1}{2}$ l, zirka $4\frac{1}{2}$ l, möglicherweise $4\frac{1}{2}$ l, mehr oder weniger als $4\frac{1}{2}$ l, um $4\frac{1}{2}$ l herum ...

Diese sprachlichen Umschreibungen des Teilwertes notieren wir an der Wandtafel. Unterdessen ließ ich das Wasser aus dem Schöpfgefäß mittelst einer Abstellvorrichtung ausströmen; plötzlich fallen nur noch Tropfen, zuerst rasch, dann in zögernder Folge. Das regt an, den Wasserstand nochmals festzustellen:

Es sind jetzt 5 l im Glaszylinder. Es tropft noch; also sind es nicht ganz 5 l; nahezu 5 l; beinahe 5 l; allbereits 5 l; annähernd 5 l; bald 5 l.

Soweit dient dieser Versuch der Wortbildung, wohl aber auch der Begriffsbildung, die wir wieder nicht in Worten formulieren. Mit diesen wiederholten Unterbrechungen sind die Schüler gezwungen, Näherungswerte von Grenzwerten zu unterscheiden. Sie erleben auch die Tatsache der Stetigkeit, indem durch eine ununterbrochene sehr kleine Zugabe vom Anfangswert 4 l bis zum obern Grenzwert 5 l alle Zwischenwerte wenigstens optisch festgestellt werden konnten.

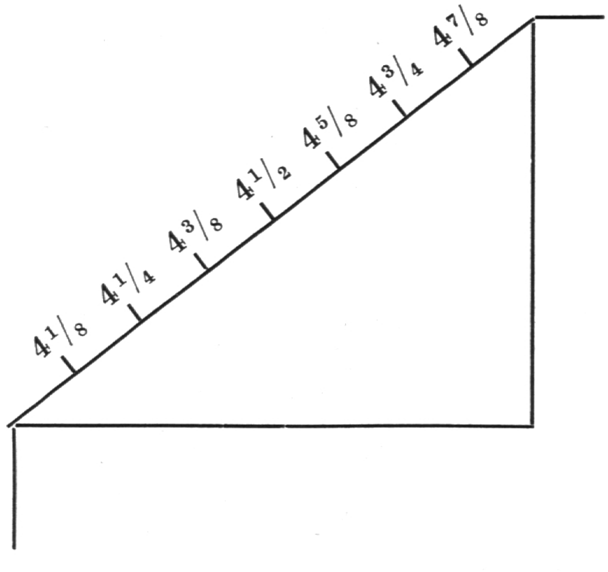
Die ganzen Liter bedeuteten die ganzen Zahlen. Sie stiegen sprungweise an. Wie stieg nun der Wasserspiegel an vom 4. bis zum 5. Liter?

Ich merkte es eigentlich nicht. Er stieg so langsam, unmerklich höher; stets nur ein bißchen, kaum feststellbar, unaufhörlich, immer gleichmäßig bis zum Schluß.

Wo wir absichtlich das Abfließen unterbrachen, um einen Zwischen-Zustand genauer zu bestimmen, brauchten wir neue Zahlen zur Angabe des Wasserstandes.

Also wäre das Abfließen des 5. Liters auf diese Weise ein Bild für alle »möglichen« neuen Zahlen zwischen 4 und 5.

Wie könnten wir diese im Bild darstellen? Das Treppenbild taugt nicht dazu. Es gäbe sehr viele äußerst kleine Trittchen. Die Kinder erfinden als Bild dafür die Hühnertreppe, die Rampe im Neubau, wo die endgültige Treppe mit Tritten noch nicht eingebaut ist. Wir legen über unsere Darstellung eine schräge Gerade und deuten sie als Bild für unsere neuentdeckten Zahlen. Wir stellen eine Stufe vergrößert



dar. Auf der Schrägverbindung deuten wir durch Aufteilung einige Zwischenwerte an.

(Wähle Stufenbreite: Stufenhöhe = 4:3, dann wird die Schrägverbindung 5; 80 cm Breite, 60 cm Höhe ergibt 100 cm Schrägdistanz!)

Wir nennen und zeigen Werte nahe bei den bestimmten Zwischenwerten. Wir steigen auf und nieder über die »Nottreppe« mit kleinen Schrittchen; wir üben das zählende Rechnen mit den Brüchen in allen vier Operationen. Der Schüler errichtet sich eine Zählreihe und stellt sich die Aufgaben, die er lösen kann, selbst. Daß die Schüler tatsächlich zählend rechnen, beweist die Erfahrung, daß weitaus die meisten Ergebnisse gekürzter Form sind, wie etwa

$$4^3/_8 + {}^1/_8 = 4^1/_2$$

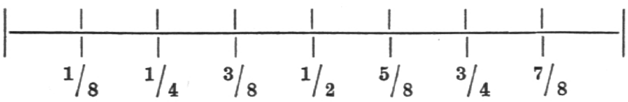
Abschließend halten wir fest:

Die ganzen Zahlen haben eine bestimmte Reihenfolge. Jede Zahl hat eine vorhergehende und eine folgende, die wir sofort angeben können.

Welche neue Zahl folgt aber nach ½ oder welche geht ihr unmittelbar voran?

Meist vermuten die Schüler die Reihenfolge heiße ½, ¼, $^1/_8$ ... usw. Einige fügen hinzu: ½, ⅓, ¼, $^1/_5$ ...

Wir klären die irrige Denkweise an einer Darstellung auf, indem wir 1 m unterteilen:



Beobachtung!?

III.

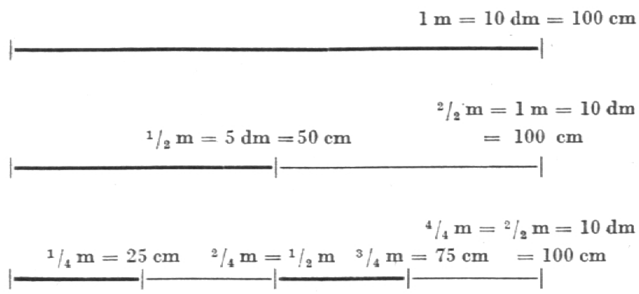
Bei der Einführung zum Bruchrechnen machte ich die Schüler mit neuen Zahlen bekannt. Ich versuchte sodann, wesentliche Unterschiede zwischen den neuen Zahlen« (Brüche) und den »alten Zahlen« (Ganze) aufzudecken. Ich tat dies in doppelter Beziehung: 1. anhand des Lehrversuches und der bildlichen Darstellung; 2. anhand der Schülererfahrung und der sprachlichen Darstellung.

Unterrichtlich bilden diese beiden Beziehungen eine Ganzheit. Sie begleiten, ergänzen sich gegenseitig. Mir scheint wesentlich, daß vor allem der Bruch dem Schüler vorerst geboten wird in der Form wie 2½, 3¾, $4^5/_8$, wo er in der gemischten Zahl als Zählwert ganzheitliche Bedeutung bekommt, wie im Lehrversuch, z. B.: Der Glaszylinder enthält ungefähr 4½ l. In der Zählreihe der Blattstreifen war die Aufgabe so, daß neben der Zählung der ganzen Blätter die Schüler auch mit Einheiten kleinerer Ordnung zu zählen hatten, also etwa: 1, 2, 3, 3¼, 3½, 3¾, 4, 5 . . . Selbstverständlich soll nach den ausreichenden Übungen mit Zahlen dieser synthetischen Form dann die Zerlegung in ihre Bestandteile unversäumt einsetzen, so daß der Bruch als Zählwert für sich allein gebraucht wird wie etwa in der Streifenreihe: ½, ¼, $^1/_8$ ... Diese neue Fähigkeit und doppelte Verwendung des Bruches als Zählwerte muß nun aber in der Folge ausgiebig geübt, geschult werden. Das ist die Aufgabe im Bruchrechnen während wenigstens 5—6 Wochen. Damit keine Ermüdungserscheinungen die Arbeit hemmen, ist es nötig, im Übungsprogramm einen Wechsel zu beobachten, der durch den Sachwechsel und auch die Art des Arbeitseinsatzes zum Ausdruck kommt.

Ich gehe so vor, daß ich die Bruchzahlen auf die 10-, 100-, 1000teiligen und auf die unregelmäßigen Maße anwende. Dabei beobachte ich die Regel, daß ich den formalen Übungen eine mehr werktätige Vorbereitung vorausschicke.

Wir teilen das Metermaß.

Jeder Schüler erhält einen Papierstreifen von 1 m Länge und 20 cm Breite. Darauf ziehen wir im Abstand von 2 cm parallele Geraden. Zuerst gewinnen wir darauf durch zweimaliges Falten die halben Meter und die Vierteilung. Farbe und Zahl heben die Einteilung hervor.



Die Schüler gewinnen die Gleichstellungen selbst. Bei jedem Farbwechsel wird sie gesprochen und geschrieben.

Neu ist das Verfahren bei der Fünfer-Einteilung. Zuerst versuchen es die Kinder an einem Schnurstück durch Zusammenlegen. Wir benötigen durchaus ein Maßlineal, um eine genaue Teilung zu erhalten. Farbwechsel, Sprech- und Schreibverfahren sind von den Übungen 1—3 übernommen. Auffallend ist, daß die Fünftelsbegrenzungen weder mit den Halben noch mit den Vierteln je zusammentreffen. Wer findet dafür eine Erklärung?

Die Einteilung in Zehntelsmeter gewinnen wir durch Halbieren der Fünftel. Zehntelsmeter sind Dezimeter!

Entsprechend sind die Bilder für $\overline{20}$, $\overline{25}$, $\overline{50}$, $\overline{100}$ m zu erstellen. Es ist möglich, einzelne Bilder als stille Beschäftigung erstellen zu lassen, nachdem die Beziehungen zu früheren in der Klassen- und Gruppenarbeit gefunden wurden. Am Schlusse dieser werktätigen Arbeit benützen wir eine Zusammenstellung aller Meterbilder als Übungs- und Repetitions-Tabelle. Wir benützen sie als »Rechenmaschine«, Brüche umzudeuten. Solche Gegenüberstellungen halten wir schriftlich fest, z. B.:

$$^1/_2 \text{ m} = {}^2/_4 \text{ m} = {}^5/_{10} \text{ m} = {}^{10}/_{20} \text{ m}$$
$$= {}^{25}/_{50} \text{ m} = {}^{50}/_{100} \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

Die Meterbilder liegen am Boden hingereiht. Ein Schüler legt einen Stab auf eine bestimmte Bruchgrenze. Die Schülergruppe, die im Halbkreis aufgestellt ist, liest der Reihe nach alle Bruchformen ab. Die Leserichtung wechselt. — Wir bereiten für spätere Übungen das Erweitern und Kürzen vor. In unserer Übung wird unausgesprochen, sichtbar empfunden, daß durch diese Umdeutung der Wert des Bruches unverändert, gleich bleibt. Als zweite Übung stellen wir solche Bruchgleichstellungen mündlich und im Gedächtnis zusammen und immer wieder in wechselseitiger Beziehung: Einmal vom Bruchwert, das andere Mal vom Wert in Centimeter ausgehend. Zum Abschluß verwenden wir diese neu gewonnenen Bruchzahlen zum zählenden Rechnen. Dabei dienen uns zur Lösung der Aufgaben die doppelt benannten Zahlen nach folgenden Beispielen:

$$\begin{array}{rr} 2^4/_5 \text{ m} + & 2.80 \text{ m} + \\ 3^7/_{20} \text{ m} & 3.35 \text{ m} \\ \hline 6^3/_{20} \text{ m} & 6.15 \text{ m} \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} 15^1/_2 \text{ m} - & 15.50 \text{ m} - \\ 8^7/_{10} \text{ m} & 8.70 \text{ m} \\ \hline 6^4/_5 \text{ m} & 6.80 \text{ m} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|r} 4 \times 7^3/_{50} \text{ m} & 4 \times 7.06 \text{ m} \\ \hline 28^6/_{25} \text{ m} & 28.24 \text{ m} \end{array}$$

$$5^1/_2 \text{ m} : 11 = {}^1/_2 \text{ m}$$
$$5.50 \text{ m} : 11 = 0.50 \text{ m}$$

Die Pfeile deuten den Weg der Lösung an. Wir rechnen nicht nach Bruchregeln, sondern ermitteln die Ergebnisse vorerst nach der Umdeutung in die feinere Maßeinteilung. Wir werden in der Endabsicht ja wieder auf diese Lösungsart zurückgreifen, wenn wir den Dezimalbruch eingeführt haben werden.

Sachgebiete zur Anwendung:

Im Tuchladen, Gruppenspiel mit Wettkampf im Weitspringen, Ballwurf usw.

Die nächste Übungsgruppe stellen wir mit den kleinen *Münzsorten* zusammen.

Wir gruppieren Münzen: Fünfziger je zwei, Zwanziger je 5, Zehner je 10 usw. beim Zählen von Geldbeträgen (Schulsparkasse, Materialkasse). Wir legen die Münzsorten auf die entsprechenden Meterbilder und vergleichen.

Dabei werden die Bruchwerte eingeprägt:
Fünfziger sind halbe Franken
Zwanziger sind fünftels Franken
Zehner sind zehntels Franken
Fünfer sind zwanzigstels Franken
Zweier sind fünfzigstels Franken
Räppler sind hundertstels Franken
Die Umkehrung:

$^4/_5$ Fr. sind 4 Zwanziger = 80 Rp.
$^{17}/_{20}$ Fr. sind 17 Fünfer = 85 Rp. usw.

Das zählende Rechnen geschieht mittelst eigener Münzen, die das Kind mitbringt zur Rechnungsstunde und verwendet, wie das folgende Beispiel es dartut:

$$50 \text{ Rp.} + 20 \text{ Rp.} + 20 \text{ Rp.} + 1 \text{ Rp.} = 91$$
$$^1/_2 \text{ Fr.} + {}^2/_5 \text{ Fr.} + {}^1/_{100} \text{ Fr.} = {}^{91}/_{100} \text{ Fr.}$$

Natürlich geht bei der stillen Beschäftigung einige Zeit an die Ausführung der Abreibbildchen »verloren«. Zu jedem Bruchwert entsteht aber ein konkreter Zählwert. Die Aufgabe des Ergebnisses mit der Bruchzahl stellt die Aufgabe, den Geldbetrag in lauter gleichen Münzen zu begleichen. Nach einiger Übung ist die erste Abstraktion in der Darstellung schon möglich. Das Kind zählt und rechnet aber noch mit Münzen. Etwa so:

$$^1/_2 \text{Fr.} + {}^3/_5 \text{Fr.} + {}^7/_{20} \text{Fr.} + {}^4/_{50} \text{Fr.} =$$
$$153 \text{ Rp.} = 1^{53}/_{100} \text{Fr.}$$
$$50 \text{ Rp.} + 60 \text{ Rp.} + 35 \text{ Rp.} + 8 \text{ Rp.} =$$

Gleich lösen wir die Aufgaben für alle rechnerischen Operationen.

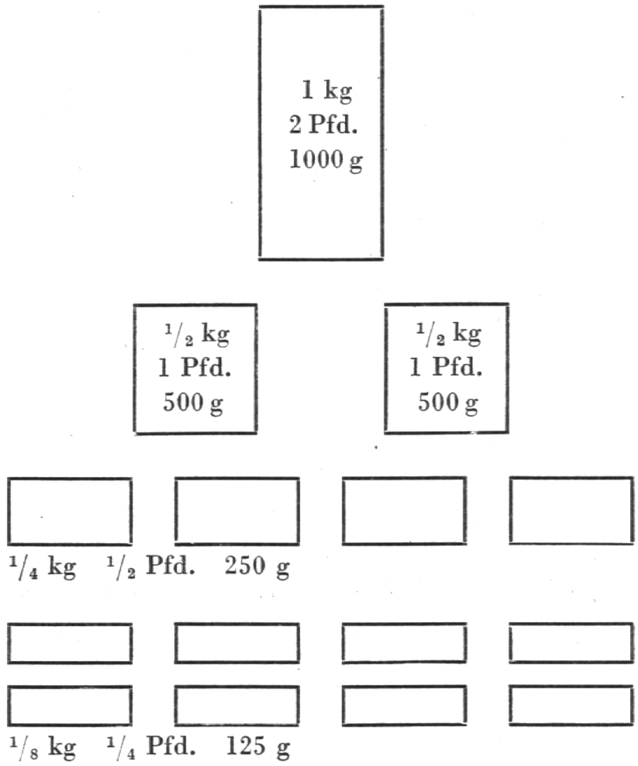
Schließlich wechseln wir Münzen: 3 Zwanziger für 6 Zehner, für 12 Fünfer usw.

$$^3/_5 \text{ Fr.} = {}^6/_{10} \text{ Fr.} = {}^{12}/_{20} \text{ Fr.} = {}^{30}/_{50} \text{ Fr.} = {}^{60}/_{100} \text{ Fr.}$$

Umkehrung! Anwendung: Einkaufen

Im *dritten Beispiel*, bei dem wir vom *Gewicht* ausgehen, wägen wir trockenen Sand in Säcken ab. Wir halbieren mittelst der Waage, indem wir eine Füllung von 1 kg in zwei Säcke (gleichzeitig in beiden Waagschalen) schütten, bis Gleichgewicht besteht. Durch zweimaliges Halbieren teilen wir 1 kg Sand auf vier Packungen und anschließend auf acht Packungen ein weiteres Kilogramm.

Beschriftung der Packungen und Zusammenstellung auf dem Tischchen nach folgender Art:



In Schachtelform, aus Karton gefügt und mit farbigem Überzug eingekleidet, stellen wir die Einteilung der Gewichtseinheit im Volumenverhältnis dar (unveränderte Proportion l : b : h).

Die Beschriftung geht fortlaufend.

$$1 \text{ kg} = 2 \text{ Pfd.} = 1000 \text{ g}$$
$$^1/_2 \text{ kg} = 1 \text{ Pfd.} = 500 \text{ g}$$
$$^2/_2 \text{ kg} = 2 \text{ Pfd.} = 1000 \text{ g}$$
$$^1/_4 \text{ kg} = {}^1/_2 \text{ Pfd.} = 250 \text{ g}$$
$$^2/_4 \text{ kg} = 1 \text{ Pfd.} = 500 \text{ g}$$
$$^3/_4 \text{ kg} = 1^1/_2 \text{ Pfd.} = 750 \text{ g}$$
$$^4/_4 \text{ kg} = 2 \text{ Pfd.} = 1000 \text{ g}$$

$$^1/_8 \text{ kg} = {}^1/_4 \text{ Pfd.} = 125 \text{ g}$$
$$^2/_8 \text{ kg} = {}^2/_4 \text{ Pfd.} = 250 \text{ g}$$
$$^3/_8 \text{ kg} = {}^3/_4 \text{ Pfd.} = 375 \text{ g}$$
$$^4/_8 \text{ kg} = 1 \text{ Pfd.} = 500 \text{ g}$$

$^5/_8$ kg = $1^1/_4$ Pfd. = 625 g
$^6/_8$ kg = $1^1/_2$ Pfd. = 750 g
$^7/_8$ kg = $1^3/_4$ Pfd. = 875 g
$^8/_8$ kg = 2 Pfd. = 1000 g

Tonklöße abwägen auf Bruchwerte des Kilomaßes, Würfel formen, einprägen der Bruchzahlen und Grammeinheiten als Gruppenarbeit. Neu treten hinzu die Fünftel = 200 g und Zehntel = 100 g. Aufschichten der Bruchbilder.

Rechnerische Auswertung wie beim Meter- und Münzenbeispiel. (Seinerzeit waren verfallene Rationenmarken ein treffliches Hilfsmittel zum Kleben und Rechnen.)

Sammelaufgabe: Die Schüler bringen leere Packungen (Würfelzucker, Teigwaren, Haferflöckli, Kaffee), die aufgedruckte Gewichtsangaben tragen. Zusammenstellung auf Karton. Vergleiche Gewicht und Größe der Packung! Wenn ich vorerst nur absolute Gewichte und Volumen zur Einführung der Bruchwerte benützte, tat ich dies, um beim Kind eine bestimmte Vorstellung im visuellen Erlebnis zu wecken. Das relative Gewicht, das keine gleichbleibende Volumenproportion mehr gewährt, muß aber dem Kinde ebenfalls zum Bewußtsein gebracht werden. Es soll jetzt die gewonnenen Bruchwerte bei Einkäufen verwenden und im Wechsel der ganzen Einheit verstehen können. Deshalb genügt eine einmalige Aufteilung der Gewichtseinheit hier nicht. Ich vollzog sie am trockenen Sand, an feuchtem Lehm und an einer abstrakten, symbolhaften Schachtelform als Idealpackung.

Die Vorarbeit ist so allgemein auf die 10-, 100-, 1000teiligen Maße übertragbar.

Gleichzeitig untermauert diese Vorarbeit das Umwandeln der gemeinen in Dezimalbrüche, so daß die Schüler bei jenen späteren Übungen kein Neuland betreten müssen. Es scheint mir wichtig, daß später die Beziehungen zu dieser geleisteten Arbeit aufgefrischt werde. Das kann anhand der gleichen Lernbilder ja leichterdings geschehen, zumal sie durch Schülerhände entstanden sind.

Eine Aufgabe für sich stellen noch die gebräuchlichen unregelmäßigen Maße dar. Damit soll sich die nächstfolgende Arbeit befassen.

RELIGIONSUNTERRICHT

EINE WERTVOLLE HILFE FÜR DEN BIBELUNTERRICHT

Von P. Anton Lötscher

Die Bibel ist Gottes Wort. So sicher das ist, so sicher ist es auch, daß Gott sie nicht einfach Wort für Wort diktiert hat, sondern den heiligen Schriftstellern eine große Freiheit ließ. Sie konnten schreiben, in welcher Form sie wollten, in Poesie oder Prosa, in ihrem persönlichen Stil und in den Anschauungsbildern ihrer Zeit und ihres Volkes. Sie konnten alle ihnen erreichbaren Quellen benützen und taten es auch, um ihr Werk zusammenzustellen. Es ist auch nicht immer so, daß Gott den einzelnen Schriftsteller durch eine Erscheinung oder innere Offenbarung persönlich zu seinem Werke anregte. Er benützte oft, wie wir das z. B. aus den Paulusbriefen oder aus den Psalmen sehen, einfach einen äußeren Anlaß. Diesen Anlaß hat der anregende Gott zu seinem Offenbarungswerke benutzt. Er hat ferner die Verfasser in der Textwahl geleitet, so daß sie Heilsgeschichte schrieben, und er hat sie beim Schreiben vor Irrtümern bewahrt.

Das Wissen um diese, der gottgegebenen