

# Das Einmaleins : Messen und Teilen insbesondere : die gemeinen Brüche

Autor(en): **Baumgartner, A.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizer Schule**

Band (Jahr): **23 (1937)**

Heft 22

PDF erstellt am: **21.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-538565>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

prächtigen Verlauf genommen. Wir werden uns wiedersehen. Aber vielleicht nicht mehr alle —! Die Hauptversammlung beschloss, in zehn Jahren wiederum eine Gesamttagung abzuhalten in

Zug. In fünf Jahren dagegen werden die 6 Promotionengruppen einzeln tagen. So kann der Kontakt zwischen den Allseminaristen von Zug lebendig erhalten werden. Alfred Böhi.

# Volksschule

## Das Einmaleins — Messen und Teilen insbesondere — die gemeinen Brüche

Diese interessanten Rechengebiete geben den einen Stoff zu schönen und lehrreichen Unterrichtsstunden, während sie andern mehr zur Last fallen und oft eine gar stiefmütterliche Behandlung erfahren. Woran liegt es? Ein Unterrichtsstoff, der gründlich erfasst worden, wird dem Lehrer auch Gelegenheit bieten, Luf und Freude in die Lektion zu tragen, im andern Falle aber werden sich auch die Schüler kaum mit gehörigem Interesse und dem nötigen Eifer an die Probleme wagen können.

Die beigegebenen Erörterungen wollen nun einen Beitrag leisten, um in die bezüglichen Disziplinen mehr Einsicht, Interesse und Freude zu bringen. Die mehr als 50jährige Erfahrung, das Studium der einschlägigen Literatur, Vergleiche und Erfolge der neuern und ältern Unterrichtspraxis sowie die manigfach gewonnenen Gesichtspunkte in Ausarbeitung eines bezüglichen Lehrmittels seien hierin Grundlage und Wegleitung.

### I. Das Einmaleins (in der zweiten Klasse).

Die Vorbereitung auf das Malnehmen sei einfach, klar und bestimmt, dann wird sie auch ihren Zweck erreichen. So können im Sommersemester im Zahlenraum von 1 bis 20, 1 bis 50 und 1 bis 100 im Anschluss an die Addition folgende Lektionen durchgeführt werden:

1—20. Der Zweiräppler und das Paar geben Anlass zu interessanten Besprechungen

und Uebungen, und letztere schliessen ungefähr so:

$$\begin{array}{lll} 2 & 2 & 2+2+2+2+2 \\ 2+2 & 2\ 2 & 2\ 2\ 2\ 2\ 2 \\ 2+2+2 & 2\ 2\ 2 & 4=2+2 \\ \dots & \dots & 6=2+2+2\ \text{usf.} \end{array}$$

Zeiget oben 2, 1, 3, 4, 5 Zweier!

4, 2, 6, 8, 10 Rappen sind wieviele Zweier?

Vom Malnehmen wird noch nicht gesprochen.

1—50. Gemütliche Unterhaltung und Belehrung über den Fünfräppler und die Finger an der Hand. Dann:

$$\begin{array}{lll} 5 & 5 & 5+5+5+5+5 \\ 5+5 & 5\ 5 & 5\ 5\ 5\ 5\ 5 \\ 5+5+5 & 5\ 5\ 5 & 5+5+5=15\ \text{usf.} \\ \dots & \dots & 10=5+5\ \text{usf.} \end{array}$$

Zeiget oben 1, 3, 2, 5, 4 Fünfer!

10, 20, 15, 5, 25 Rp. sind wieviele Fünfer?

1—100. Freie Besprechungen über Zehnräppler, Zehnermarken... Dann:

$$\begin{array}{lll} 10 & 10 & 10+10+10+10+10 \\ 10+10 & 10\ 10 & 10\ 10\ 10\ 10\ 10 \\ 10+10+10 & 10\ 10\ 10 & 20=10+10\ \text{etc.} \\ \dots & \dots & 10+10+10=\text{etc.} \end{array}$$

Zeiget oben 3, 2, 1, 5, 4 Zehner!

20, 10, 40, 30, 50 Rp. geben wieviele Zehner?

Damit sind die grundlegenden Vorübungen für das Malnehmen oder für das Vielfachen gegeben und zwar für alle Einmaleinsreihen. Kurze Uebungen, wie: Stehet

2, 3, 1 mal auf, klatschet 1, 2, 3 mal mit den Händen etc. dienen zur psychologischen Abrundung; hingegen führen zu viele Hantierungen, Berücksichtigung aller möglichen Verhältnisse etc. nicht zum gewünschten Ziele, lenken vielmehr von der Hauptsache ab.

Die Zweierreihe: 2, 4, 6 . . . 20; 20, 18, 16 . . . 0.

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2$$

Wir machen aus der *Und-* eine *Malrechnung!*

$$2 + 2 = 4 \text{ also } 2 \times 2 = ? \quad 2 + 2 + 2 = 6 \text{ also } 3 \times 2 = ? \text{ usf.}$$

Zeiget oben  $1 \times 2, 3 \times 2, 2 \times 2, 4 \times 2, 5 \times 2, 2 \times 2$  etc.

$$4 (2 \quad 2) = ? \times 2; \quad 6 (2 \quad 2 \quad 2) = ? \times 2; \quad 2 (2) = ? \times 2 \text{ etc.}$$

Der Schüler *addiert, vervielfacht und entvielfacht*, alles auf Grund der beiden einfachen Schema.

Diese erste Hälfte des Zweiers wird nun öfters, aber nur in ganz kurzen Uebungen, wiederholt und dann *mit* und *ohne* Schema folgende, für die Schüler ganz interessanten Proben gemacht:

$$2 + 2 =, \quad 3 \times 2 =, \quad 2 + 2 + 2 =, \quad 4 = ? \times 2, \quad 5 \times 2 =, \quad 10 = ? \times 2 \text{ etc.}$$

Die zweite Hälfte (10—20) baut sich ganz naturgemäss auf, und dabei findet der Schüler Gelegenheit, selbsttätig mitzuarbeiten.

$$10 + 2 = 12, \quad 10 + 2 + 2 = 14$$

$$\text{also } 6 \times 2, \quad 7 \times 2 = ? \text{ etc.}$$

$$10 \times 2 = 20, \quad 20 - 2 =, \quad 20 - 2 - 2 = ? \text{ also } 10 \times 2, \quad 9 \times 2, \quad 8 \times 2 = ? \text{ usf.}$$

Die praktischen Anwendungen hiezu z. B. mit Paar und Zweirappenstücken sind gar mannigfach und lassen sich leicht und ungezwungen an die Repetition des bis jetzt Gebotenen anschliessen.

Weil Ver- und Entvielfachen, Messen und Teilen sich gegenseitig stützen, sollen sie auch in logischen Zusammenhang gebracht werden. Messen und Teilen sind zwar verschiedene Denkformen, können aber

durch praktische Beispiele dem Kinde leicht zugänglich gemacht werden; die besondere Sprechweise und die besondere Darstellungsform erleichtern die bezügliche Unterscheidung ganz bedeutend.

Zur Einführung in den Begriff des *Messens* dient kurz und prägnant wohl nachstehendes Beispiel:

Der Milchmann misst mit dem 2-Litermass.

$$10 \text{ l} : 2 \text{ l} = 5 \text{ mal} \quad 2 : 2 = 1 \text{ mal}$$

$$6 \text{ l} : 2 \text{ l} = \quad 4 : 2 =$$

$$12 \text{ l} : 2 \text{ l} = \quad 6 : 2 =$$

usf.

usf.

Die entsprechenden Vorgänge können dem Schüler leicht veranschaulicht und verständlich gemacht werden. Das Messen mit Massen und Gewichten auf alle mögliche Art ist für den Schüler auf dieser Schulstufe unbedingt verfrüht; die dazu erforderlichen Erklärungen A verwirren mehr als dass sie den Begriff klären und befestigen.

Wenn die speziellen Vorübungen nicht versäumt werden, so bietet auch das *Teilen* jetzt keine Schwierigkeit mehr.

1.  $2 + 2 =$   $2 \times 2 =$   
 $3 + 3 =$   $2 \times 3 =$   
 $4 + 4 = \text{ etc.}$   $2 \times 4 = \text{ etc.}$   
 $4 = 2 \times ?$   $2 \times ? = 6$   
 $8 = 2 \times ?$   $2 \times ? = 4$   
 $6 = 2 \times ? \text{ etc.}$   $2 \times ? = 8 \text{ etc.}$
2. Auf dem Tisch liegen 4, 6, 8 . . . Äpfel . . . 2 Schüler treten hervor und verteilen sie. Wie? Einer erhält? Beide erhalten? etc.
3. Ringe, Punkte (Nüsse . . .) auf der Wandtafel. Unter 2 verteilen! 2 Teile machen! Die Hälfte = 1 Zweitel; 1 Zweitel =  $\frac{1}{2}$
4.  $\frac{1}{2}$  v.  $4 = 2$  denn  $2 \times 2 = 4$   
 $\frac{1}{2}$  v.  $10 = 5$  denn  $2 \times 5 = 10$   
 $\frac{1}{2}$  v.  $8 = 4$  denn  $2 \times 4 = 8$  usw.

Die Einführung der Operationszeichen  $\times$ ,  $:$  und  $\frac{1}{2}$  geschieht allmählich, wird auf einen längern Zeitraum verteilt, bietet also in keiner Beziehung eine Ueberladung od. Ueberforderung, und erfahrungsgemäss finden sich dann die Schüler in den vermischten Auf-

gaben ( $2 \times 2 =$ ,  $4 = ? \times 2$ ,  $4 : 2 =$ ,  $\frac{1}{2}$  von 4  $=$ ;  $3 \times 2 =$ ,  $6 = ? \times 2$ ,  $6 : 2 =$ ,  $\frac{1}{2}$  v. 6  $=$  etc.) bald zurecht.

In ganz gleicher Weise erfolgt die Ein- und Durchführung der Dreier-, Vierer-, Fünferreihe usw. Dass diese Stufenfolge eine natürliche und richtige ist, beweist unter anderem auch die Tatsache, wonach in den höheren Einmaleinsreihen wohl die Anforderungen, nicht aber die Schwierigkeiten wachsen. Die Praxis, auf die Zweier-, die Vierer- und dann die Achterreihe, auf die Dreier-, die Sechser- und die Neunerreihe folgen zu lassen ist methodisch und psychologisch nicht gerechtfertigt. Die nähere Begründung folgt bei der Behandlung der gemeinen Brüche. Hier sei nur die direkte Beziehung der Einmaleinsreihen mit dem Addieren und Subtrahieren und den bezüglichen Zehnerübergängen erwähnt.

Unübersichtlicher und darum auch schwerer wird die Einübung des Einmaleins, wenn zum Aufbau der Reihen noch Gegenstände, Symbole, Zahlenbilder etc. verwendet werden; auch der Zählrahmen bildet hiezu kein geeignete Veranschaulichung.

•• ◦◦ :: ◦◦ :: •• oder  $4 + 4 + 4 + 4 + 4$   
 $4 \quad 4 \quad 4 \quad 4 \quad 4$

Was ist klarer? Was ist übersichtlicher?

Es ist nicht notwendig, dass man die Abstraktion, die in der Zifferndarstellung liegt, wieder durchbricht.

Lehrreich hingegen ist es für Lehrer und Schüler, wenn in besonderen Uebungs- und Repetitionsstunden klar gemacht wird, dass

$$2 \times 3 = 3 \times 2, \quad 3 \times 4 = 4 \times 3, \\ 6 \times 2 = 2 \times 6, \quad 3 \times 5 = 5 \times 3 \text{ etc.}$$

Diese Feststellung in einfacher Veranschaulichung macht dem Schüler Freude und gibt ihm eine innere Sicherheit.

$$\begin{array}{ll} \dots = 2 \times 3 & \dots = 2 \times 4 \\ \dots \quad 3 \times 2 & \dots \quad 4 \times 2 \\ \dots = 3 \times 4 & \dots = 3 \times 5 \text{ usf.} \\ \dots \quad 4 \times 3 & \dots \quad 5 \times 3 \\ \dots & \dots \end{array}$$

Also  $12 = 2 \times 6$  oder  $6 \times 2$ ;  $4 \times 3$  oder  $3 \times 4$   
 $24 = 4 \times 6$  oder  $6 \times 4$ ;  $3 \times 8$  oder  $8 \times 3$  usf.

Erschwerend und hindernd für eine erfolgreiche Durchführung des Einmaleins sind eine zu weit gehende Veranschaulichung, Verkennung einer richtigen und rechtzeitig einsetzenden Abstraktion, das mechanische Ueben und Eindrillen der Einmaleinsreihen, wie die Ausserachtlassung gewisser Stützpunkte" und „Haltstellen“.

Vermeidet man diese Klippen, so wird auch dieses so wichtige Rechengebiet freudig in Angriff genommen und gesichert werden können. Schon die Einsicht in den natürlichen Aufbau der Einmaleinsgrundlagen soll im Lehrer Interesse erwecken; dann wird er auch Freude finden, wenn er sieht, wie schön und einfach dies alles im kindlichen Geiste aufgenommen und verarbeitet wird. Ueberhaupt wird der Unterricht nur dann vollwertig, wenn sich Lehrer und Schüler im Unterrichtsstoffe auf natürliche Art und Weise zusammenfinden; dazu braucht es aber Methode, Psychologie und Hingabe.

Die Befolgung nachstehender zusammengefasster Hinweise bilden eine Garantie für Interesse, Freude und Erfolg im Einmaleins.

1. Passende Vorübungen für das Malnehmen überhaupt; dazu eignen sich besonders die Zweier-, Fünfer- und Zehnerreihe, wie dies am Anfange ausgeführt worden ist. Wichtig ist aber hierin der Umstand, dass diese Uebungen nicht im Zusammenhange, sondern in 3 zeitlich getrennten Lektionen oder Gruppen vorgenommen werden, und dies geschieht in ganz einfacher und natürlicher Weise in Verbindung mit der Erweiterung des Zahlenraumes von 1—20, 1—50, 1—100.
2. Sicherstellung der Addition und Subtraktion und der entsprechenden Reihen. Als Beispiel diene die Sechserreihe:

- a)  $1 + 6 + 6 + 6 \dots$  bis 97  
 $2 + 6 + 6 + 6 \dots$  bis 98  
 $3 + 6 + 6 + 6 \dots$  bis 99  
 usf.  
 $100 - 6 - 6 - 6 \dots$  bis 4  
 $99 - 6 - 6 - 6 \dots$  bis 3  
 $98 - 6 - 6 - 6 \dots$  bis 2  
 usf.

Diese Uebungen geben reichlich Stoff auch für die schriftlichen Arbeiten (stille Beschäftigung) und können in ausführlicher oder gekürzter Form gelöst werden:

|               |                |                      |
|---------------|----------------|----------------------|
| $1 + 6 = 7$   | $100 - 6 = 94$ | oder                 |
| $7 + 6 = 13$  | $94 - 6 = 88$  | $1, 7, 13, 19 \dots$ |
| $13 + 6 = 19$ | $88 - 6 = 82$  | $100, 94, 88 \dots$  |
| etc.          | etc.           | etc.                 |

Dazu Aufgaben mit speziellen Uebergängen:

$5 + 6, 15 + 6, 25 + 6 \dots$   
 $6 + 6, 16 + 6, 26 + 6 \dots$   
 $7 + 6, 17 + 6, 27 + 6 \dots$   
 usf.  
 $15 - 6, 25 - 6, 35 - 6 \dots$   
 $14 - 6, 24 - 6, 34 - 6 \dots$   
 $13 - 6, 23 - 6, 33 - 6 \dots$   
 usf.

- b)  $6 + 6 + 6 \dots$  bis 60  
 $60 - 6 - 6 - 6 \dots$  bis 0

Davon zur Einführung die erste Hälfte:

$6 + 6 + 6 + 6 + 6$        $6 \quad 6 \quad 6 \quad 6 \quad 6$

Es ist nicht ohne, wenn dieses Schema auf der Wandtafel, oder auf Karton etc. dem Schüler zugänglich gemacht wird.

$6 + 6 =$       Zeiget 1, 3, 2, 5,  $4 \times 6$   
 $6 + 6 + 6 =$       1, 2, 4, 3,  $5 \times 6 = ?$   
 etc.      6, 18, 12, 30,  $24 = ? \times 6$

Gemischte Uebungen:  $6 + 6, 3 \times 6, 18 = ?, 5 \times 6$  etc.

Uebungen am Schema. Uebungen ohne Schema.

Ohne Schwierigkeit lässt sich hier auch das Messen und Teilen anschliessen.

c) Die zweite Hälfte des Schemas wird unter Mitarbeit der Schüler anschaulich aber auch denkend, überlegend aufgebaut.

30

6 6 6 6 6 | 6 6 6 6 6

$30 + 6, 30 + 6 + 6, 36 + 6, 36 + 6 + 6,$   
 $60 - 6, 60 - 6 - 6$  etc.  
 $5 \times 6 = ?$  also  $6 \times 6 = ?$   $6 \times 6, 7 \times 6 = ?$   
 $10 \times 6, 9 \times 6 = ?$  etc.

Die öftere Wiederholung wickelt sich je-weilen in wenigen Minuten ab, so dass auch für mehrklassige Schulen reichlich Zeit übrig bleibt zur stillen Beschäftigung (nach a oben).

Wer bis anhin richtig gearbeitet hat, darf beim nachkommenden Siebner folgenden Stufengang wagen:

$7 + 7 =, 2 \times 7 =, 14 = ? \times 7,$   
 $14 : 7 =, \frac{1}{7} \text{ v. } 14 =$   
 $7 + 7 + 7 =, 3 \times 7 =, 21 = ? \times 7,$   
 $21 : 7 =, \frac{1}{7} \text{ v. } 21 =$   
 usf.

An diese grundlegenden Uebungen im kleinen Einmaleins lassen sich hemmungslos lebensnahe praktische Anwendungen anschliessen. Mündlich werden die bezüglichen Beispiele in ganzen Sätzen geboten, während die schriftlichen Arbeiten in möglicher Kürze und Einfachheit erfolgen. Z. B.:

Mündlich:

- 1 Fenster hat 6 Scheiben
- 2 Fenster haben  $2 \times 6$  Sch. = ?
- 4 Fenster haben usw.

Schriftlich:

- 1 F. = 6 Sch.
- 2 F. = 12 Sch.
- 4 F. = 24 Sch. etc.
3. Unbedingtes Festhalten an der Zweiteilung des Schemas, Berücksichtigung spezieller „Haltstellen“ für schwächere Schüler, bei eventuellen Lücken immer auf die bezügliche Reihe zurückgreifen und den Schüler zum Selbstfinden anleiten. Nur kein Eiltempo; bedächtige, besonnene Antworten sollen im Anfang die Regel bilden, damit auch die Schwachen und Langsamen mitmachen können.
4. In entsprechender Weise treffen diese

Ausführungen auch zu für die 20er-, 30er- . . . . 90er-Reihe (3. Schuljahr). Kein Auswendiglernen, kein gedankenloses Hersagen der Reihen; die Sicherheit und Geläufigkeit in Addition und Subtraktion sind die natürliche aber auch solideste Grundlage im Ver- und Entvielfachen.

5. Mit der gründlichen und nachhaltigen Behandlung der Einmaleinsreihen ist auch dem Messen und Teilen mit Rest am zweckmässigsten vorgearbeitet.

$\frac{1}{4}$  v. 13, 25, 18 . . . Denke an die 4<sup>er</sup> Reihe; wiederhole die Reihe!

$20 \div 2, 6, 10, 15, 18, 17; 21, 28, 35, 24, 39 - ? = 20$

$40 \div 5, 1, 12, 16, 17, 6; 42, 51, 48, 55, 47 - ? = 40$  usf.

28, 63, 75, 48, 92, 52, 74, 99, 105, 108, 112, 118:20

Denke an die 20<sup>er</sup> Reihe; wiederhole diese Reihe. usf.

*Damit dürfte das Einmaleins im Allgemeinen wie in den Einzelheiten beleuchtet und begründet sein. Es wird auch hier gelten: „Verschiedene Wege führen nach Rom“ und „Wie mans treibt, so geht's!“ Letzteres freilich in sehr relativem Sinne.*

## II. Messen und Teilen.

In Zeitschriften und Lehrmitteln begegnet man diesbezüglich ganz verschiedenen Auffassungen, methodischen Anleitungen etc.

In Nr. 4 (22. Januar 1937) der „Schweiz. Lehrerzeitung“ lese ich unter obigem Titel: „In der 3. Klasse bereitet der begreifliche Unterschied von Messen und Teilen besondere Schwierigkeiten. Bei einem Teil der Schüler fehlt überhaupt die geistige Reife dazu. Alle gutgemeinten Versuche des Lehrers sind dann umsonst. Den ändern aber können wir nicht früh genug klare Begriffe vermitteln. Wie oft machen wir die Erfahrung, dass viele Kinder bei den einfachsten angewandten Aufgaben des Rechnungsbüchleins versagen und nicht wissen, ob sie zu- oder abzählen, malnehmen, teilen oder mes-

sen sollen . . . . Solange wir nur eines der Teilgebiete üben, wird ein leidlicher Teil der Schüler dem Unterrichte folgen können. Sobald aber die unmittelbare Vermischung erfolgt, ist auch die Verwirrung da. Hier heisst es darum erst recht: üben, üben, üben . . .“

Im Vorausgegangen ist gezeigt worden, dass die Sache gar nicht so schlimm aussieht und die bezüglichen Operationen ohne Hemmungen durchgeführt werden können, wenn man sich auf das Notwendige und Wesentliche beschränkt und sich nicht selbst Hindernisse in den Weg legt.

Die besondere Sprechweise und die besondere Darstellungsform erleichtern die Unterscheidung von Messen und Teilen ganz bedeutend; denn der bezügliche Unterschied ist klar gekennzeichnet, innerlich und äusserlich, ohne jegliche Begriffserklärung.

Was soll ein Unterschüler z. B. mit den Sätzen anfangen:

Beim Teilen wissen wir, wie viele Teile wir machen müssen. Wir rechnen aus, wie gross ein Teil wird.

Beim Messen wissen wir, wie gross ein Teil ist. Wir rechnen aus, wieviele Teile wir machen müssen.

In einer Wegleitung finden wir folgende Beispiele:

40 cm gemessen mit 5 cm = 8 mal.

Schriftliche Darstellung:  $40:5 = 8$ .

Dann:  $2:2 = 1, 4:2 = 2$  usw.

Lies: die Hälfte von 4 = 2.

Ein Lehrmittel führt aus z. B.

Beim Teilen: der dritte Teil von 624, Ausrechnung  $624:3$ .

Beim Messen resp. Enthaltensein:

Wieviel mal ist enthalten: 2 in 46, 4 in 84 . . .

Beispiele für die Lösung:  $46:2, 84:4$  . . .

Warum diese Unklarheit, diese Unsicherheit?

Antwort: Weil man vor dem „Teilstrich“, der natürlichsten Ausdrucksweise für das Teilen, zurückschreckt. . . .

Dass die Verwendung des nämlichen Operationszeichens ( $:$ ) für Messen und Teil-

len eine sehr fragliche Vereinfachung ist, vielmehr zu Unzukömmlichkeiten in formeller und materieller Beziehung führt, beweist auch die zitierte Einsendung in der Lehrerzeitung mit den Beispielen aus den bezüglichen Rechenbüchlein.

Mit dieser Auffassung scheint auch Hr. Bleuler, Uebungslehrer in Küsnacht, einig zu gehen. Er schreibt nämlich im 8. Jahreshft der Elementarlehrerschaft des Kts. Zürich:

„Es ist für unsere Stufe einfach ein Uding, dass ein und dasselbe Zeichen zwei ganz verschiedene Aufforderungen an den Schüler stellen soll, bald so, bald anders! Wir schlagen als Messungszeichen vor  $\div$ , die Form des Zeichens brauch keine Erklärung, so wenig wie  $+$ ,  $-$ ,  $:$ ,  $=$ ; es ist aber doch so gewählt, dass daraus auf einer höheren Stufe leicht das Querstrichlein ausgemerzt werden kann, so dass nur das Teilungszeichen, der  $:$  übrig bleibt. Für die Schüler der dritten und sicher auch für die der folgenden Klassen wäre ein solch neues Zeichen für die Messungsaufgaben eine Erleichterung und würde vor dem ewigen Wirrwarr bewahren.“

Aber warum diesen *Wirrwarr* nicht gründlich beseitigen!? Der „Teiler“ in Bruchform ( $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$  . . .) kann den Kleinen leicht verständlich gemacht werden, und dann wird dem Kinde das Wesen des Teilens klar und bestimmt, sowohl in der äussern Form wie in der innern Gestaltung. Damit sind Messen und Teilen, die beiden verschiedenen Denkformen und die bezüglichen Operationszeichen in vorteilhafter Weise auseinandergehalten. Es werden sich weder in reinen und benannten Zahlen noch in den angewandten Beispielen nennenswerte Schwierigkeiten oder Hemmungen ergeben.

Hiezu einige einfache Vergleichen:

1. a) 2 Knaben verteilen 10 Rp. gleichmässig. 1 Knabe erhält  $\frac{1}{2}$  v. 10 Rp. = 5 Rp.
- b) 10 Rp. sind wieviele Zweiräppler?  
2 Rp. = 1 Zweier. 10 Rp. = ? (10 Rp.

sind nicht 10 Zweier, sondern 10 : 2, soviel wie ich 2 Rp. von 10 Rp. wegnehmen, wegmessen kann, soviel wie 2 in 10 enthalten ist. . . .)

2. Eine Familie braucht in einer Woche 21 Liter Milch.
  - a) Das sind wie viele Krüge zu 3 l?  $3 \text{ l} =$
  - b) Wie viele l trifft es auf 1 Tag? Die 1 Krug, 21 l = ?  
21 l werden auf 7 Tage verteilt; also trifft es auf 1 Tag  $\frac{1}{7}$  von 21 l.
3. a) Ein Angestellter verdient im Jahre Fr. 3600. In 1 Monat = ? Auf 12 Monate verteilt! Also?
- b) 3600 Stück sind wie viele Dutzend?  
12 Stück = 1 Dutzend. 3600 Stück = ? usw.

Wie klar wirkt sich diese Darstellungsweise auch im Bruchrechnen aus:

$$\frac{1}{2} \text{ von } 4 \text{ Fr.} = 2 \text{ Fr.} \quad 4 \text{ Fr.} : \frac{1}{2} \text{ Fr.} = 8 \text{ (mal)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ von } 5 = 1\frac{2}{3} \quad 5 : \frac{1}{3} = 15 \text{ (mal)}$$

### III. Einführung in die gemeinen Brüche.

Ueber den Wert und die Ausdehnung des Rechnens mit gemeinen Brüchen gehen die Ansichten weit auseinander. Auch der Primarschule wird das bezügliche Pensum ganz verschieden zugemessen. Während früher die Anforderungen zu hoch gestellt wurden, scheint eine neuere Richtung das Heil im Gegenteil zu suchen.

Unsere Meinung fassen wir folgendermassen zusammen:

Mit dem *Bruchbegriff* kann und muss der Schüler bekannt gemacht werden. Die gemeinen Brüche dienen im Kopfrechnen vielfach als Kürzung und Vereinfachung und leisten für die Dezimalbrüche eine wesentliche Vorbereitung. Die Einführung geschehe einfach, anschaulich und gründlich, aber möglichst ohne Begriffserklärungen, Definitionen und Regeln. Was soll z. B. ein Fünftklässler mit der Definition resp. Regel anfangen:

a) Der Bruch ist eine Zahl, die einen Teil oder mehrere Teile eines Ganzen bezeichnet, das in gleiche Stücke zerlegt worden ist.

b) Durch das Teilen der Brüche werden die Nenner grösser, die Teile aber kleiner.

Von diesem unnötigen Ballast bleibe der Primarschüler verschont; dafür verschaffe ihm der Unterricht eine solide Grundlage mit der Anleitung, wie in kritischen Fällen die eigene Denkkraft als Wegleitung und Orientierung eingesetzt werden kann.

Als Ausgangspunkte figurieren in der Praxis folgende Veranschaulichungsmittel: die gerade Linie, das Metermass, spezielle Papierbogen, farbige Kreise, runde Kartonscheiben, künstliche Modelle, einfache und kompliziertere Bruchtabellen, hauptsächlich aber Gegenstände und Symbole im Bereiche direkter Hantierungen (Nüsse, Äpfel, Kuchen, Würste etc.).

Auch zur Entwicklung und Begründung des Bruchbegriffes werden verschiedene Wege eingeschlagen:

a) Ganze werden in Halbe, Drittel, Viertel . . . zerlegt und dann die entsprechenden Bruchteile wieder zu Ganzen vereinigt; dann folgen in verschiedenen Stufengängen die eigentlichen Rechenoperationen; es ist dies ein mehr schablonenhaftes, zu wenig in die Tiefe gehendes Verfahren.

b) Ganze, Halbe, Viertel, Achtel . . . Ganze, Drittel, Sechstel, Neuntel . . . in Wirklichkeit ein Erweitern der Brüche, was aber direkt mit der Feststellung des Bruchbegriffes wenig zu tun hat.

c) Ganze, Halbe, Drittel, Viertel, Fünftel . . . Auch dieser Methodengang weist verschiedene Variationen auf.

Aus triftigen, wohlüberlegten, durch langjährige Erfahrung gesicherten Gründen wählen wir die letzte Stufenfolge (c); denn diese ermöglicht die Durchführung in aller Einfachheit, Natürlichkeit und Gründlichkeit, so-

wohl für Lehrer und Schüler wie für die „Starken“ und „Schwachen“.

Durch direkte Veranschaulichung, rechtzeitige Abstraktion, durch sichere Stützpunkte und Anleitung zu selbständigen Denkakten werden abstrakte Regeln überflüssig und bleibt ein mechanisches Eindrillen ausgeschlossen.

Die nachfolgenden Lektionen sind als 10-Minutenübungen gedacht, können also neben den schriftlichen Aufgaben im grossen Zahlenraum (5. Kl.) eingeflochten werden. Sie nehmen verhältnismässig wenig Zeit in Anspruch, wiederholen öfters die grundlegenden Begriffe, vertiefen und verankern sie in den einzelnen Operationen.

### Die Hälfte, die Halben, die Zweitel.

#### 1. Lektion.

a) Einführung: Anna und Erich verteilen eine Wurst, einen Apfel . . . Wie machen sie das? Jedes erhält? Was kann man ganz leicht halbieren? Wenn ich also eine Wurst mitten entzwei schneide, so erhalte ich 2 gleiche Teile, 2 Halbe, 2 Hälften, 2 Zweitel . . .

b) Nun können wir schon ganz verschiedene Rechnungen machen: 1 halbe Wurst und 1 h. W. = ? 1 W. — 1 h. — 1 h. W. = ?  $2 \times 1$  h. W. = ? Die Hälfte oder  $\frac{1}{2}$  von 1 W. = ? Von 1 h. W. oder von 1 g. W. kann ich wievielmals 1 h. W. wegnehmen, wegessen, wegmessen? Vermischte Übungen mit Nüssen, Äpfeln . . .

c)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$        $2 \times \frac{1}{2}$        $\frac{1}{2} \text{ v. } 2$        $1 : \frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}, 1 - \frac{1}{2}$        $1 \times \frac{1}{2}$        $\frac{1}{2} \text{ v. } 1$        $\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$

d) Gemischte Übungen:

$1 - \frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ ,  $2 \times \frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$  usw.

2. Lektion. Ebenfalls zirka 10 Minuten.

a) Kurze Uebersicht über die 1. Lektion.

b) Zerschneiden zweier Würste. Zeichnung.

1, 2 W. = ? halbe W.

$\frac{1}{2}$  u.  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$  W. = ?

1, 2, 3,  $4 \times$  h. W. = ?

$\frac{1}{2}$  W. :  $\frac{1}{2}$  W. = ?



2, 3, 4 halbe W. = ?  
 $2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$  W. = ?  
 2, 3, 4 h. W. = ?  
 1,  $1\frac{1}{2}$ , 2 W. :  $\frac{1}{2}$  W. = ?  
 Vermischung: 2h.W. = ? 1 W. :  $\frac{1}{2}$  W. = ?  
 $4 \times \frac{1}{2}$  W. = ?  $1\frac{1}{2}$  W. :  $\frac{1}{2}$  W. = ?  
 $2$  W. —  $\frac{1}{2}$  W. = ? etc.

c)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$   $1 - \frac{1}{2}$   $2 \times \frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  v. 1  
 $1 + \frac{1}{2}$   $2 - \frac{1}{2}$   $3 \times \frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  v. 2  
 $1\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$   $1\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$   $4 \times \frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$ , 1, 2,  $1\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$   
 Vermischung:  $1 - \frac{1}{3}$ ,  $4 \times \frac{1}{2}$ , 2 :  $\frac{1}{2}$  etc.

d) Probeaufgaben: Emil hat 2 halbe Würste gegessen, also? Auf dem Tische liegen 3 halbe Aepfel; jedes Kind bekommt 1 halben, also? Der Vater bezahlt 1 oder 2 Fr. mit halben Fr. usw.

So oder ähnlich wird mit 3, 4 und 5 Würsten verfahren, wobei die Zeichnungen auf der Wandtafel genügen und auch diese zuletzt ganz ausgeschaltet werden können. Damit ist für die Halben oder Zweitel in allen Teilen der Grund gelegt, und die Ausweitung in höhere Zahlengebiete begegnet keinerlei Schwierigkeiten:

5, 7, 12 ... Ganze = ?/2  $\frac{4}{2}$ ,  $\frac{8}{2}$ ,  $\frac{15}{2}$  ... = ?  
 $14\frac{1}{2} + 5\frac{1}{2}$  = ?  $28 - 11\frac{1}{2}$  = ?  $\frac{1}{2}$  v. 14,  
 19, 7, 21 ... = ?  $1\frac{1}{2}$ , 4,  $6\frac{1}{2}$  ... :  $\frac{1}{2}$  = ? usf.

(Siehe die bezügl. Aufgaben Seite 14 und 15 im fünften Rechenhefte.)

Verhältnismässig ohne grössere Hindernisse lassen sich auch die Drittel, Viertel und Fünftel vorbereiten und einführen. Sind auch diese durchgearbeitet, so sitzt der Bruchbegriff mit den entsprechenden Rechenoperationen ganz sicher, auch für Sechstel, Achtel, Neuntel, Zwölftel usw.

#### Noch 2 Einführungslektionen für die Drittel.

1. a) Ich verteile 1 Wurst unter 3 Kinder, mache also wieviele Stücke oder Teile? 1 Kind erhält? 2, 3 Kinder erhalten? Was ist mehr, 1 ganze Wurst oder  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{3}$  von der Wurst usw.
- b)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$  W. = ?  
 $1$  W. —  $\frac{1}{3}$  —  $\frac{1}{3}$  —  $\frac{1}{3}$  W. = ? etc.  
 $1, 2, 3 \times \frac{1}{3}$  W. = ?  $\frac{1}{3}$  v. 1 W. = ?

$\frac{1}{3}$ ,  $\frac{2}{3}$ , 1 W. :  $\frac{1}{3}$  W. = ?  
 Vermischung:  $\frac{2}{3}$  W. u.  $\frac{1}{3}$  W. = ?  
 $3 \times \frac{1}{3}$  W. = ? 1 W. :  $\frac{1}{3}$  W. = ?  
 $1$  W. —  $\frac{1}{3}$  W. = ?  $\frac{1}{3}$  v. 1 W. = ? etc.

c) Abstraktion in reine Zahlen:

$3 \times \frac{1}{3}$  = ?  $\frac{1}{3}$  v. 1 = ?  $1 : \frac{1}{3}$  = ?  
 $1 - \frac{2}{3}$  = ? usf.

2. a) 2 Würste werden in je 3 Stücke geschnitten. 1 Ganzes = ? Stücke (Drittel)? 2 Würste = ? 1 W. und  $\frac{1}{3}$  W. = ? 1 W. und  $\frac{2}{3}$  W. = ?

$\frac{4}{3}$ ,  $\frac{5}{3}$ ,  $\frac{6}{3}$  W. = ? etc.

- b) Die 5 Operationen zuerst mit Benennungen, dann in reinen Zahlen, am Schluss jeweilen mit vermischten Beispielen.

|                              |                              |                        |                              |
|------------------------------|------------------------------|------------------------|------------------------------|
| $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$  | $1 - \frac{1}{3}$            | $2 \times \frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ v. 1           |
| $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$  | $2 - \frac{1}{3}$            | $3 \times \frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ v. 2           |
| $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$  | $1 - \frac{2}{3}$            | $2 \times \frac{2}{3}$ | $1 : \frac{1}{3}$            |
| $1\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$ | $1\frac{1}{3} - \frac{1}{3}$ | $3 \times \frac{2}{3}$ | $2 : \frac{1}{3}$            |
| $1\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ | $1\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$ | $1 \times \frac{2}{3}$ | $1\frac{1}{3} : \frac{1}{3}$ |
|                              | etc.                         | etc.                   | etc.                         |

Anschauung, Vorstellung, Abstraktion, wohlüberlegtes Denken in den Operationen! So wird in allen Teilen ein sicherer und dauernder Grund gelegt!

Wie diese vorgezeichneten mündlichen Übungen mit den Aufgaben im Schülerhefte, je nach persönlichen Verhältnissen, in Einklang gebracht werden können, zeigt das 5. Lehrerheft am Schluss Seite 33.

Auf diese oder ähnliche Art eingeführt, wird das Rechnen mit gemeinen Brüchen weder zum Sorgen- noch zum Stiefkind werden. Auch schwache Schüler machen freudig mit, insofern die bescheidenen methodischen und psychologischen Anforderungen an den Lehrer, wie sie bei Behandlung des Einmaleins betont worden sind, erfüllt werden.

#### Erweitern und Kürzen der Brüche.

Wie man aus einzelnen Brüchen andere, gleichwertige, bilden kann.

Die bezüglichen Vorgänge können an pas-

senden Gegenständen, auch an Linien, Kreisen, Kartonscheiben etc. veranschaulicht und erläutert werden. Allein der Schlussakt muss zum bleibenden, unzerstörbaren Denkakt werden:

1 Ganzes hat  $\frac{4}{4}$ ; also hat  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$   
 1 Ganzes hat  $\frac{8}{8}$ ; also hat  $\frac{1}{2} = \frac{1}{4} = ?$  etc.  
 $\frac{12}{12}$  sind ein Ganzes; also  $\frac{6}{12}, \frac{4}{12}, \frac{3}{12}, \frac{2}{12} = ?$  usf.

Unbedenklich kann hier dieser Denkakt auch vorausgehen und die anschauliche Erklärung zur Freude und innerer Befriedigung der Schüler nachfolgen.

Ebenso darf auf dieser Grundlage dem Schüler bekanntgegeben werden, dass der Bruch gleichwertig bleibt, wenn man die beiden Bruchzahlen (die obere und die untere, die links und die rechts, oder wenn man will den Zähler und den Nenner) mit der nämlichen Zahl multipliziert oder dividiert.

Erweitern mit 2:  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}; \frac{1}{3} = \frac{2}{6}; \frac{3}{4} = \frac{6}{8}$  etc.

Kürzen mit 4:  $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}; \frac{4}{16} = \frac{1}{4}; \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$  etc.

Nur muss der Beweis wieder durch den Denkakt schliessen.

Hier kann man auch folgende Uebungen einreihen:

Aus  $\frac{1}{4}, \frac{1}{5}$  mache ich  $\frac{1}{20}$ ; 1 Ganzes  $= \frac{20}{20}$   
 also  $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4} = ? \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5} = ?$  etc.

*Gleichnamigmachen der Brüche.*

Ich kann nur gleiche Brüche zu- und abzählen . . . .

$\frac{1}{2}$  u.  $\frac{1}{3}, \frac{1}{3}$  u.  $\frac{1}{4}$  . . . mache ich also gleichnamig.  
 Aus  $\frac{1}{2}$  u.  $\frac{1}{3}$  kann ich  $\frac{1}{6}$  bilden; denn  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}, \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$  also  $\frac{3}{6}$  u.  $\frac{2}{6}$ .

Aus  $\frac{1}{3}$  u.  $\frac{1}{4}$  kann ich  $\frac{1}{12}$  machen;  
 denn  $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}, \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ , also  $\frac{4}{12}$  u.  $\frac{3}{12}$   
 usf.

[2, 4 6; 3, 6] [3, 6, 9 12; 4, 8, 12] etc.

Die 2er- und 3er-Reihe treffen in 6 zusammen; also mache ich aus  $\frac{1}{2}$  und  $\frac{1}{3}$  Sechstel; usw.

Damit sind auch entsprechende Vorübungen für die Dezimalbrüche gekennzeichnet:

1 l = 10 dl; 1 Ganzes =  $\frac{10}{10}$ ;  $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$  l = ?; 2, 4, 6, 8 dl = ?; 1, 3, 4, 5 . . . dl = ?  
 0,1 l; 0,4 l; 0,6 l; 0,7 l . . . = ? usf.

1 Fr. = 100 Rp.;  $\frac{100}{100} = 1$  Ganzes;  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{4}$  . . . =  $\frac{1}{100}$ ; 20, 40, 50, 75 . . . Rp. = ?  
 0,01 Fr. = ?; 0,75 Fr. = ?; 0,40 Fr. = ? usf.

Beim Vervielfachen, Teilen und Messen gehe man, wenn immer möglich, von einem konkreten Ganzen aus. Bei Unsicherheit in irgend einer Operation benutze man eine entwickelnde Form und zeige dem Schüler den Weg, wie er sich durch eigenes Nachdenken helfen kann. (Nach Bruchregeln rechnen hat hier weder Sinn noch Zweck.)

Anschauung, Vorstellung, Abstraktion.

$2 \times 1$  halbe W.  $3 \times \frac{1}{3}$  W.  $4 \times \frac{1}{4}$  W.  
 $1 \times 1$  halbe W.  $1 \times \frac{1}{3}$  W.  $1 \times \frac{1}{4}$  W.  
 $\frac{1}{2} \times 1$  halbe W.  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$  W.  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$  W.  
 usf.

Abstraktion:  $1 \times \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}; 1 \times \frac{1}{3}, \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$  usf.

$\frac{1}{2}$  v. 1 W.  $\frac{1}{3}$  v. 1 W.  $\frac{1}{4}$  v. 1 W.  $\frac{1}{5}$  v. 1 W.  
 $\frac{1}{2}$  v.  $\frac{1}{2}$  W.  $\frac{1}{2}$  v.  $\frac{1}{3}$  W.  $\frac{1}{2}$  v.  $\frac{1}{4}$  W.  $\frac{1}{2}$  v.  $\frac{1}{5}$  W.  
 usf.

Abstraktion:  $\frac{1}{2}$  v. 1,  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$  . . .  $\frac{1}{3}$  v. 1,  $\frac{1}{3}, \frac{1}{3}$  . . .

Messen mit ganzen Zahlen:

|                      |                      |                      |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| 2:2                  | 3:3                  | 4:4                  |
| 1:2                  | 1:3                  | 1:4                  |
| $\frac{1}{2}:2$ etc. | $\frac{1}{2}:3$ etc. | $\frac{1}{2}:4$ etc. |

Vermischung: 2:2,  $\frac{1}{2}:2$ , 1:3,  $\frac{1}{2}:3$  etc.

Beim Messen mit Brüchen gilt die alte Regel: „Gleiches in Gleichem messen.“

( $\frac{1}{2}$  in  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{3}$  in  $\frac{1}{3}$  etc.)

|  |  |
|--|--|
| $1:\frac{1}{2} = \frac{2}{2}:\frac{1}{2}$              | $\frac{3}{4}:\frac{1}{8} = \frac{6}{8}:\frac{1}{8}$    |
| $\frac{1}{2}:\frac{1}{4} = \frac{2}{4}:\frac{1}{4}$    | $\frac{2}{3}:\frac{1}{6} = \frac{4}{6}:\frac{1}{6}$    |
| $\frac{1}{3}:\frac{1}{12} = \frac{4}{12}:\frac{1}{12}$ | $\frac{4}{5}:\frac{1}{10} = \frac{8}{10}:\frac{1}{10}$ |
| etc.   | etc.   |

$\frac{3}{4}:\frac{2}{3} = \frac{9}{12}:\frac{8}{12} = 9:8 = \frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$

Direkte Vorbereitung auf das Dezimalbruchrechnen:

$$\begin{array}{cccc} 1/2 \times 1/2 & 1/3 \times 2/3 & 3/4 \times 3/4 & 1/10 \times 1/10 \\ 1/3 \times 1/3 & 3/4 \times 1/4 & 2/5 \times 2/5 & 1/10 \times 7/10 \\ 1/4 \times 1/4 & 1/5 \times 4/5 & 3/8 \times 7/8 & 5/10 \times 9/20 \\ \text{etc.} & \text{etc.} & \text{etc.} & \text{etc.} \end{array}$$

$$1/10 \times 1/10 = 1/100; 0,1 \times 0,1 = 0,01;$$

$$0,5 \times 0,7 = 0,35$$

$$1/10 \times 1/100 = 1/1000; 0,5 \times 0,05 = 0,025 \text{ usf.}$$

$$1/100 \times 1/10 = 1/1000; 0,25 \times 0,3 = 0,075 \text{ usf.}$$

Diese Darlegungen schliessen eine mechanische oder unverstandene Regel vollständig aus.

Für den Schüler leicht verständlich:

|                    |                    |                      |
|--------------------|--------------------|----------------------|
| $3/5 \times 4/5$   | $2/3 \times 5/8$   | $5/10 \times 9/10$   |
| $1 \times 1/5 =$   | $1 \times 1/8 =$   | $1 \times 1/10 =$    |
| $1/5 \times 1/5 =$ | $1/3 \times 1/8 =$ | $1/10 \times 1/10 =$ |
| $3/5 \times 1/5 =$ | $2/3 \times 1/8 =$ | $1/10 \times 9/10 =$ |
| $3/5 \times 4/5 =$ | $2/3 \times 5/8 =$ | $5/10 \times 9/10 =$ |
| <b>Kürzer:</b>     | <b>Kürzer:</b>     | <b>Kürzer:</b>       |
| $1/5 \times 1/5 =$ | $1/3 \times 1/8 =$ | $1/10 \times 1/10 =$ |
| $3/5 \times 4/5 =$ | $2/3 \times 5/8 =$ | $5/10 \times 9/10 =$ |

Für höhere Primarschulklassen:

Warum ist  $3/5 : 2/3 = 3/5 \times 3/2 = 9/10$ ?

Antwort:  $1/3$  ist in einer Zahl drei mal mehr enthalten als ein 1 Ganzes. Bei  $2/3$  ist das Mass zwei mal grösser, ist also zwei mal weniger enthalten.

Ich bin überzeugt, dass bei einigermaßen richtiger Behandlung, die Schüler mit Freuden bezügliche Proben anstellen und die Regel intensiv erfassen.

Beispiele auf der Wandtafel, freie Arbeit.

$$\text{Z.B. } 1 1/2 : 2/3 = 3/2 : 2/3 = 9/6 : 4/6 = 9 : 4 = 2 1/4$$

$$1 1/2 : 2/3 = 3/2 : 2/3 = 3/2 \times 3/2 = 9/4 = 2 1/4$$

So ist der Weg zur Behandlung der gemeinen Brüche in ganz einfacher und natürlicher Weise vorgezeichnet, und es werden auch schwächere Klassen unbedingt zu folgen vermögen, wenn der Stoff nicht zu weit ausgedehnt wird und der Unterricht sich nicht in zu schwierige Rechenverhältnisse verirrt.

Die psychologischen und praktischen Erwägungen lehren, dass der Bruchbegriff am leichtesten aus wirklichen Gegenständen abgeleitet wird, aus Gegenständen, die leicht

teilbar sind und wieder auf anschauliche und überzeugende Art ergänzt werden können. Das zeigen auch die vorgebrachten Lektionen, aus denen sich die 5 Rechenoperationen von der Anschauung bis zur Abstraktion so ungezwungen und leicht fassbar ergeben.

Künstliche Modelle, Linien, farbige Kreise, Kartonscheiben etc. können als ergänzende Hilfsmittel wohl Dienste leisten, aber wirkliche Gegenstände vermögen sie nie ganz zu ersetzen.

Die verschiedenen Masse (Zeitmasse, Metermasse etc.) dienen mehr als Vergleichung, Begründung und Anwendung, kaum aber als natürlicher Ausgangspunkt für die Einführung und Entwicklung des Bruchbegriffes.

Sie lassen sich auch zwanglos jeweilen an die Halben, Drittel, Viertel etc. anschliessen und entsprechend verwerten.

$$1/2 \text{ Fr., } 1/2 \text{ l, } 1/2 \text{ Std. usf.}$$

$$50 \text{ Rp., } 12 \text{ Std., } 5 \text{ dl ... = ?}$$

$$1/3 \text{ Dtz., } 2/3 \text{ Std., } 1/3 \text{ J. usf.}$$

$$3, 6, 9 \text{ Stück = ? etc.}$$

usf.

Wie für die Dezimalbrüche und die Masse, so ist jetzt auch für das Bruchrechnen und die bezüglichen Ableitungen für höhere Schulstufen eine ganz natürliche Grundlage geschaffen, zufolge der sich die Schüler auch in einzuführenden Regeln, Definitionen und neuen Darstellungsformen sicher zurechtfinden werden.

Zum Schlusse betone und bekräftige ich nochmals: *Auch im Rechenunterrichte soll der Unterrichtende den Lehrstoff nach verschiedenen Richtungen zu beherrschen suchen; dann wird er nicht nur die methodisch-psychologische Auswirkung erfahren, sondern auch ermessen können, wann die Anschauung durch die Abstraktion abgelöst und der direkte Unterricht in die selbständige Schülerarbeit übergeleitet werden kann. Den Schülern eine bestimmte Seite oder einen bestimmten Abschnitt des Lehrmittels zur Bearbeitung übergeben, ohne dass der Leh-*

rer über den näheren Inhalt orientiert ist, berührt nicht die richtige Lehrweise, ist weder Unterricht noch Erziehung im wahren

Sinne des Wortes, und doch kann dies sogar am „grünen Holze“ geschehen.

St. Gallen.

A. Baumgartner.

## Zur Einführung ins Rechnen (Zuzählen) nach Stellenwert

Die Grundlage für das Rechnen nach Stellenwert bildet der richtige Begriff vom Werte der ein- und mehrstelligen Zahlen, der vor der Einführung ins Rechnen n. St. in besondern Stunden entwickelt worden ist. Als Anschauungsmittel wende ich eine verschiedenfarbige Darstellung der einzelnen Stellen einer Zahl an; so bezeichne ich z. B. die Einer mit einer roten, die Zehner mit einer grünen, die Hunderter mit einer gelber und die Tausender mit einer blauen Farbe. Diese farbige Darstellung hat beim Rechnen nach Stellenwert eine überraschende, anschauliche Wirkung auf das Vorstellungsleben des Kindes, so dass das Kind die Grundoperationen leicht und sicher begreift. Wichtig ist es, dass jede einzuführende Grundoperation von Anfang an Schritt für Schritt entwickelt werde. Man lasse die Zeit hiefür nicht reuen; denn diese Arbeit bringt auch die schwächsten Schüler zu einem sicheren Verständnisse und Können. Wollen Sie es nicht probieren? Ja, wenn man noch die Unterschiede der fortschreitenden Rechnungsübungen von den Schülern selbst finden und feststellen lässt, so wird jede Rechnungsstunde zu einem wirklichen Erlebnisse. Ich vergleiche mit wachsendem Interesse der Schüler jeden Fortschritt in der Rechnungsstunde mit einer Bergwanderung, die ich skizziere und von Zeit zu Zeit fixiere. Welch eine Freude, wenn mit der vollständigen Einführung der Grundoperation das Ziel, der Kulm des Berges, erreicht ist!

Für das Zuzählen nach Stellenwert habe ich mir folgendes Schema als Lehrgang gewählt:

1. Zuzählen von Einern, Zehnern und Hundertern, ohne Ueberschreitung derselben.

|   |   |    |    |    |    |     |     |     |     |
|---|---|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
|   | 2 | 12 | 42 | 12 | 42 | 142 | 142 | 442 | 442 |
| + | 7 | 7  | 7  | 17 | 57 | 57  | 157 | 57  | 357 |
|   | 9 | 19 | 49 | 29 | 99 | 199 | 299 | 499 | 799 |

2. Das Ergebnis ist ein reiner Zehner.

|  |    |    |    |    |    |     |     |     |     |
|--|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
|  | 3  | 13 | 13 | 63 | 63 | 163 | 163 | 463 | 463 |
|  | 7  | 7  | 17 | 7  | 27 | 27  | 127 | 27  | 527 |
|  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1  | 1   | 1   | 1   | 1   |
|  | 10 | 20 | 30 | 70 | 90 | 190 | 190 | 490 | 990 |

3. Das Ergebnis ist ein gemischter Zehner.

|    |    |    |    |    |     |     |     |     |
|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| 5  | 15 | 15 | 45 | 45 | 145 | 145 | 645 | 345 |
| 8  | 8  | 18 | 8  | 28 | 28  | 128 | 28  | 528 |
|    |    |    |    |    |     |     |     |     |
| 13 | 23 | 33 | 53 | 73 | 173 | 273 | 673 | 873 |

4. Das Ergebnis ist ein reiner Hunderter.

|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 30  | 130 | 130 | 530 | 530 | 530 |
| 70  | 70  | 170 | 70  | 170 | 370 |
|     |     |     |     |     |     |
| 100 | 200 | 300 | 600 | 700 | 900 |

5. Das Ergebnis ist ein mit reinen Zehnern gemischter Hunderter.

|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 70  | 170 | 170 | 570 | 570 | 570 |
| 60  | 60  | 160 | 60  | 160 | 360 |
|     |     |     |     |     |     |
| 130 | 230 | 330 | 630 | 730 | 930 |

6. Das Ergebnis ist ein gemischter Hunderter.

a)

|     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 32  | 132 | 132 | 232 | 532 | 532 | 532 |
| 75  | 75  | 175 | 175 | 75  | 175 | 375 |
|     |     |     |     |     |     |     |
| 107 | 207 | 307 | 407 | 607 | 707 | 907 |

b)

|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 62  | 162 | 162 | 562 | 562 | 562 |
| 75  | 75  | 175 | 75  | 175 | 375 |
|     |     |     |     |     |     |
| 137 | 237 | 337 | 637 | 737 | 937 |

c) Das Ergebnis ist ein reiner Hunderter.

|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 92  | 192 | 192 | 592 | 592 | 592 |
| 8   | 8   | 108 | 8   | 108 | 308 |
| 11  | 11  | 11  | 11  | 11  | 11  |
| 100 | 200 | 300 | 600 | 700 | 900 |

d) Das Ergebnis ist ein gemischter Hunderter.

|     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 92  | 92  | 192 | 192 | 192 | 192 | 592 | 592 |
| 18  | 48  | 18  | 48  | 118 | 148 | 318 | 348 |
| 11  | 11  | 11  | 11  | 11  | 11  | 11  | 11  |
| 110 | 140 | 210 | 240 | 310 | 340 | 910 | 940 |

e)

|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 95  | 195 | 195 | 695 | 695 | 695 |
| 8   | 8   | 108 | 8   | 108 | 208 |
| 11  | 11  | 11  | 11  | 11  | 11  |
| 103 | 203 | 303 | 703 | 803 | 903 |