Zeitschrift: Pädagogische Blätter : Organ des Vereins kathol. Lehrer und Schulmänner der Schweiz

Herausgeber: Verein kathol. Lehrer und Schulmänner der Schweiz

Band: 4 (1897)

Heft: 7

Artikel: Der Punkt

Autor: [s.n.]

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-530342

Der Punkt.

Nach der Überschrift werden wohl die meisten Leser dieser „Blätter" eine Abhandlung über den Gebrauch jenes Zeichens erwarten, das wir dem Schlußwort eines Satzes beizufügen pflegen. Wenn aber statt dessen der mathematische Punkt in Untersuchung gezogen wird, so könnte schon zum vornherein die Möglichkeit einer solchen Besprechung beanstandet werden. Alle Lehrbücher über Geometrie vom alten Griechen Euklid (300 v. Chr.) bis auf unsere Tage fertigen nämlich den Punkt mit den Worten ab, er besitze weder Ausdehnung noch Teile und vermöge deshalb auch keinen Stoff zu weiteren Erwägungen zu bieten. Dieses letztere ist richtig, sofern es sich um den rein mathematischen Punkt handelt, unrichtig aber, wenn die bildliche Darstellung des Punktes den Gegenstand der Untersuchung bilden soll.

Was verstehen wir unter mathematischem Punkt? Um auf diesen Begriff zu kommen, müssen wir vom mathematischen Körper ausgehen. Jeder Mensch hat die Vorstellung von Raum und weiß, daß durch einen Körper, beispielsweise durch einen Holzwürfel, ein Teil des Raumes abgegrenzt und ausgefüllt wird. Denken wir uns die stoffliche Füllung mit Holz weg, so bleibt uns noch die leere Würfelform. Solche Formen nennen wir mathematische Körper und stellen sie in Gegensatz zu den physischen Körpern, welche die Körperform durch Stoff wirklich ausfüllen. Beide Arten von Körpern besitzen die dreifache Ausdehnung nach Länge, Breite und Höhe. Da die mathematischen Körper als solche nur durch einen Denkprozeß, durch eine Abstraktion, gewonnen werden und frei nicht existieren können, so müssen sie als Gedankendinge aufgefaßt werden.

An den Körpern unterscheiden wir Flächen und Linien; jene erscheinen als Grenzen des Körpers gegen den ihn umgebenden Raum, diese als Begrenzungen der Flächen; jene besitzen Länge und Breite, diese nur noch Länge. Weil diese beiden geometrischen Gebilde nichts Stoffliches, sondern nur Grenzen sind, und nur an Körpern existieren können, so müssen auch sie als Gedankendinge betrachtet werden.

Wie die Körper und Flächen haben auch die Linien ihre Grenzen, einen Anfang und ein Ende, sofern wir sie am Körper betrachten. Diese Grenzen nun nennen wir Punkte und zwar mathematische Punkte. Da der Punkt somit nichts anderes als Anfang oder Ende der Linie bedeutet, so kann er keinen Teil der Linie ausmachen und hat demnach auch keine Ausdehnung und keine Teile. Der Punkt ist also ein einfachstes, selbst durch das Denken nicht weiter zerlegbares Gedankending, dem wir auch keine Eigenschaften zuschreiben können.

Da sich die Geometerie nur mit mathematischen Körpern, Flächen, Linien und Punkten beschäftigt, also mit Gedankendingen, so ist von selbst klar, daß wir dieselben nicht darstellen können oder daß, wenn wir dies versuchen, einer Menge von Fehlern verfallen müssen.

Wir wollen eine Linie und deren Endpunkte möglichst genau darstellen. Zu diesem Zweck schneiden wir unsern Stift so fein als nur möglich oder schrauben die Reißfeder so eng zusammen, daß eben noch die Tusche fließt und ziehen dann die vermeintliche Linie. Darüber aber- daß wir keine Linie gezeichnet haben, klärt uns jede Lupe auf, denn unter ihrer Vergrößerung erkennen wir sogleich, daß eine Fläche zur Darstellung gekommen, sofern wir nicht sogleich behaupten wollen, es sei auf dem Papier durch Auftragen des Farbstoffes ein Körper entstanden. Handelt es sich um eine Konstruktion mit zwei oder mehr Linien, so werden sofort Fehler zu Tage treten. Wir lassen beispielsweise zwei fein ausgezogene gerade Linien unter einem Winkel von einem halben Grad sich schneiden. Von einem Schnittpunkt werden wir bei dieser Konstruktion nicht mehr reden können, denn die beiden Geraden sind auf einer größeren Strecke vollständig zusammengefallen. Es lehrt aber die Theorie, daß zwei sich schneidende Gerade nur einen Punkt gemeinsam haben, was immer der Fall ist, so klein auch der Winkel zwischen den beiden Geraden angenommen wird. Wenn wir aber keinen Schnittpunkt mit absoluter Genauigkeit darstellen können, so folgt, daß wir auch keinen Winkel und keine Eckpunkte von Figuren und Körpern absolut genau anzugeben vermögen.

Wir können auch keine Strecken genau messen. Es folgt dies aus der einfachen Tatsache, daß Anfangs- und Endpunkt der Strecken nicht mit Sicherheit ermittelt werden können. Auch der aufs feinste ausgezogene Strich bildet eine Fläche, deren Anfang und Ende unter dem Vergrößerungsglas die Form vielzackiger, höchst unregelmäßiger Begrenzungslinien annehmen, so daß von einem Anfangs- und Endpunkt keine Rede mehr sein kann. Wie sollen wir nun aber Anfangs- und Endpunkt von zwei Strecken genau bestimmen, wenn wir dieselben bezüglich ihrer Größe behufs Messung mit einander vergleichen wollen?

Man könnte leicht versucht werden, diese Darlegungen als lächerliche Spitzfindigkeiten zu beurteilen, denen jeder praktische Hintergrund fehlt. Handelt es sich darum, in einem Kaufladen einige Meter Tuch für einen Anzug zu kaufen, oder einem Zimmermann die Maße für ein Balkenwerk anzugeben, so findet das Gesagte allerdings keine Anwendung, ja selbst dann nicht, wenn dem Feinmechaniker das Maß für eine zu drehende Achse in Zehntelsmillimeter vorgeschrieben wird, welches Maß er auf seiner Schublehre mit Nonius und Mikrometerschraube leicht einstellen kann. Man wird aber die Wichtigkeit des Gesagten einigermaßen ahnen, wenn man bedenkt, daß zur Messung einer geraden Linie von etwas mehr als zwei Kilometer (in Aarburg), auf welcher die ganze neuere Landesvermessung der Schweiz beruht, ein spanischer General mit 24 spanischen Ingenieuren berufen wurde, welche mit 35 Schweizern in sechs Tagen die Messung ausführten. Trotz allen Mikroskopen, Theodoliten und Thermometern konnte es auch dieser Gelehrtenkommission nicht gelingen, eine absolute Genauigkeit zu erzielen. Der vorgekommene wahrscheinliche Messungsfehler von 0,9 mm. ist zwar klein, macht sich aber doch bei manchen Höhenberechnungen nebst andern Fehlerquellen mit 1 m. bemerkbar. Legen wir solche nicht absolut genaue Messungen astronomischen Berechnungen zu Grunde, oder mit andern Worten verpflanzen wir diese uns verschwindend klein erscheinenden Fehler in den unendlich großen Weltraum, so wachsen auch sie zu unmeßbaren Größen an.

Die in der Geometrie zur Sprache kommende Kreislinie, deren Punkte von einem innerhalb der Kreislinie liegenden Punkt gleichen Abstand haben, ist ein bloßes Gedankending. Wir können demnach auch dieses geometrische Gebilde nie genau darstellen. Bezeichnen wir mit der feinsten Zirkelnadel den Mittelpunkt des zu ziehenden Kreises, so haben wir eine Fläche abgegrenzt, und machen wir mit dem besten Instrument auf der Peripherie des Kreises eine Gradeinteilung, so ersteht mit jeder noch so kleinen Strecke eine neue Fehlerquelle. Aber die Instrumentenkunde hat es doch weit gebracht und die feinen Winkelinstrumente gestatten Ablesungen bis auf Zehntelssekunden! Wenn dies auch richtig ist, so hat es doch noch kein Ingenieur mit dem besten Instrument so weit gebracht, daß ihm die Messung der drei Winkel eines Dreieckes als Summe genau 180° gegeben hätte. Wäre dies überhaupt möglich, so müßte es auch möglich sein, den Durchschnittspunkt des Fadenkreuzes im Fernrohr genau bestimmen und Linien und Winkel absolut genau darstellen und messen zu können.

Aus diesen wenigen Beispielen und Andeutungen geht zur Genüge hervor, daß die geometrischen Teile der Mathematik nur dann auf die vielgerühmte mathematische Genauigkeit, welche man als eine absolute zu bezeichnen beliebt, Anspruch machen können, wenn sie sich auf das ihnen eigene Gebiet beschränken, daß aber Fehler sogleich da auftreten müssen, wo sie ihre geistigen geometrischen Gebilde darstellen und in diesem materiellen Kleide messen und berechnen wollen. P. Raymund.