

**Zeitschrift:** Tec21  
**Herausgeber:** Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein  
**Band:** 134 (2008)  
**Heft:** 17-18: 2D 3D

**Artikel:** Diskrete Elemente  
**Autor:** Solt, Judit  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-108920>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 22.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# DISKRETE ELEMENTE

Heutige CAD-Programme sind in der Lage, komplexe geometrische Formen darzustellen. Bei der Realisierung jedoch stösst man schnell an die Grenzen der Machbarkeit: Grössere Bauteile müssen aus einzelnen Elementen zusammengesetzt werden, was zu zusätzlichem Programmieraufwand für die CNC-Fertigung und – im Fall von gekrümmten Oberflächen – oft zu unschönen Anschlüssen führt. Eine interdisziplinäre Forschergruppe an der Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne entwickelt ein Programm, das diese Probleme lösen könnte.

Holzbau gilt als eher traditionelles Fachgebiet. Daher mag es auf den ersten Blick erstaunen, dass das IBOIS, das Holzkonstruktionslabor der EPFL unter der Leitung von Yves Weinand, ausgerechnet für diesen Baustoff digitale Entwurfs- und Fertigungsmethoden entwickelt. Dahinter steht die Überzeugung, dass der Holzbau in Zukunft eine wichtige Rolle spielen wird. Vor allem in Bezug auf die Nachhaltigkeit sind die Vorteile bekannt: Holz liefert Bauteile mit geringer grauer Energie, die als CO<sub>2</sub>-Speicher fungieren und recycelbar sind. «Ein vermehrter Einsatz von Holz setzt aber voraus, dass der Holzbau mit dem formalen und technologischen Fortschritt mithält», ist Weinand überzeugt. «Die Architekten sind zunehmend an komplexen Formen interessiert; daher ist es wichtig, dass sie die Möglichkeiten des Baustoffs Holz kennen lernen. Am IBOIS versuchen wir, das Verhältnis zwischen Ingenieurwissenschaften und architektonischem Entwurf auszuloten.» In der Forschungsgruppe sind daher Architekten, Bauingenieure, Mathematiker und Informatiker vertreten.<sup>1</sup>

## GEFALTETES HOLZDACH MIT GROSSEN AUSKRAGUNGEN

In der Praxis sind aus Holzmassivplatten hergestellte Falwerke eher selten. Das Bureau d'Etudes Weinand plant derzeit ein Krematorium in Welkenraedt (Belgien), das ein solches aufweisen soll. Etwas ausserhalb der Stadt in einem ländlichen Gebiet gelegen, soll das Krematorium dem Grenzdreieck zwischen Lüttich, Maastricht und Aachen dienen. Die Arbeitsgemeinschaft Dethier-Weinand hat ein eingeschossiges Gebäude mit fast komplett verglasten Aussenwänden entworfen, das sich gegenüber der umgebenden Landschaft öffnet. Über das Ganze legt sich ein 4500m<sup>2</sup> grosses Dach, das von tragenden Innenwänden gestützt wird und bis zu 4m auskragt. Dieses Dach stellt selbst eine Art Landschaft dar: Es handelt sich um eine gefaltete, aus dreieckigen Holzplatten zusammengesetzte Struktur (Bild 1). Das Team hat berechnet, dass trotz grossen Spannweiten eine Plattendicke von 18cm ausreicht, weil die Faltungen zur Steifigkeit beitragen. Dieses Phänomen kennt man aus der Natur oder auch vom Origami, der japanischen Papierfaltkunst: Offensichtlich können Faltstrukturen für extrem effiziente Tragkonstruktionen genutzt werden. Hans-Ulrich Buri (IBOIS) geht der Frage auf den Grund, inwiefern aus dem Origami abgeleitete Faltgeometrien zu effizienten Faltragwerken entwickelt werden können.

Konkret ging es bei der Modellbildung des Tragwerks um die Frage, inwiefern es sich um ein Flächentragwerk oder um ein räumliches Stabtragwerk handelt. Das IBOIS untersucht den Übergang zwischen räumlich linearen Konstruktionen und Konstruktionen, die in der Fläche wirken. Oft handelt es sich um Hybride: Es gibt flächige Wirkungen, aber auch stark ausgebildete Rippen. Im Gegensatz zum konventionellen Holzbau sollen nicht nur prismatische Querschnitte (zum Beispiel Balken) zum Einsatz kommen, sondern auch flächige Elemente – oder eine Kombination von beiden. Gerade die Anwendung von flächigen Bauteilen eröffnet eine Reihe von Möglichkeiten: Denkbar sind beispielsweise Strukturen, bei denen die Faltung nicht nur ästhetisch, sondern auch für das Tragverhalten wichtig ist und die daher auch aus ingenieurtechnischer Sicht reizvoll sind. In Bezug auf die Praxis sind aus flächigen Elementen zusammengesetzte Strukturen deshalb interessant, weil sie mittels

**01 Entwurf für ein Krematorium im belgischen Welkenraedt: Das Dach besteht aus dreieckigen, ebenen Holzelementen, die zu einer «gefalteten» Struktur zusammengefügt sind** (Bild: Arbeitsgemeinschaft Dethier-Weinand)

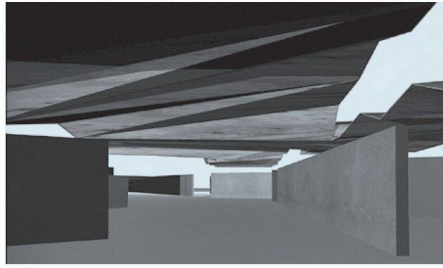
**02 Bézier-Kurve ersten, zweiten und dritten Grades: Die Kontrollpunkte sind rot gekennzeichnet**

**03 Iterative Modellierung einer Bézier-Kurve mittels Iterative Function System IFS** (Bild: IBOIS)

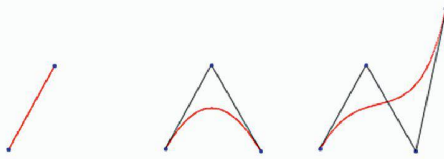
**04 Iterative Modellierung einer fraktalen Kurve mittels IFS** (Bild: IBOIS)

**05 Definition einer gefalteten Oberfläche: Die beiden Kurven a und b werden mittels IFS definiert, jede Teiloberfläche wird als Vektorsumme der Kurven a und b generiert** (Bild: IBOIS)

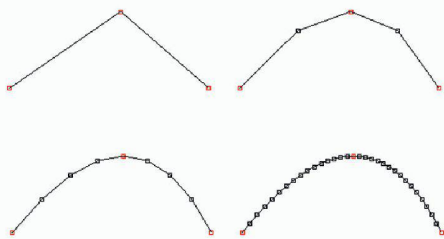




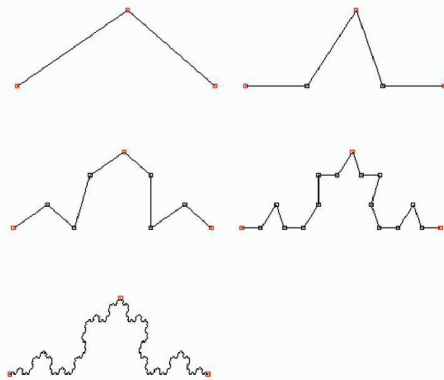
01



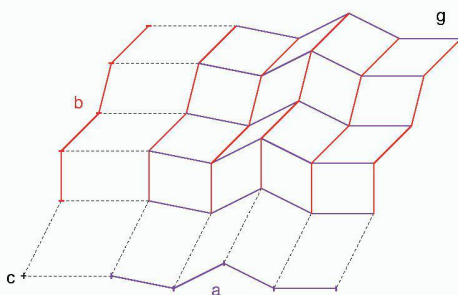
02



03



04



05

CNC-Technologie günstig und einfach – zum Beispiel aus Holzplatten – vorgefertigt werden können (Computerized Numerical Control).

Im Fall des Krematoriums wurde die Konstruktion in zwei Arbeitsschritten entwickelt. Zuerst haben die Architekten die Dachform entworfen und in einem Zeichnungsprogramm (Auto-cad) dreidimensional gezeichnet. Anschliessend wurde die Datei in ein einfaches Linienmodell überführt, das in verschiedene Berechnungsprogramme importiert werden kann. Erst zu diesem Zeitpunkt traten die Ingenieure auf den Plan, um die gegebene Form zu optimieren. Dieser Bruch im Entwurfsprozess – Architekten und Ingenieure betrachten das geometrische Modell getrennt – ist heute durchaus üblich. Doch um Strukturen zu finden, die sowohl architektonisch als auch ingenieurtechnisch interessant sind, wäre eine direkte Zusammenarbeit von Vorteil.

### KRÜMMUNGEN MATHEMATISCH BESCHREIBEN

Ein solches Zusammenwirken zwischen Architekten und Ingenieuren zu ermöglichen gehört zu den Zielsetzungen von IBOIS. Eines der Forschungsprojekte des Instituts widmet sich daher der Frage, mit welchen Mitteln sowohl die interdisziplinäre Zusammenarbeit als auch die CNC-Fertigung unterstützt werden könnten. Ziel war ein digitales Tool, mit dessen Hilfe die Entwerfer eine Vielfalt von gefalteten Strukturen aus ebenen Elementen entwickeln können. Die Palette der Möglichkeiten sollte zum einen Strukturen umfassen, bei denen – wie beim oben beschriebenen Dach des Krematoriums – die aus ebenen Elementen bestehende Faltung auch selbst wieder eine ebene Fläche darstellt. Zum anderen sollten aber auch Konstruktionen beschrieben werden können, die zwar aus ebenen Elementen bestehen, dabei aber eine dreidimensional frei gekrümmte Fläche ergeben.

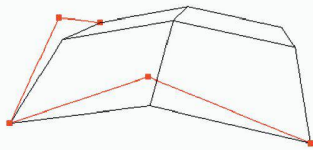
Für die Darstellung von Kurven im CAD (Computer Aided Design) sind Bézier-Kurven ein wichtiges Werkzeug. Definiert werden sie über Kontrollpunkte, die das so genannte Kontrollpolygon bilden, sowie über ein Polynom: Auf diese Weise kann die Kurve in Abhängigkeit der Anzahl und Lage der Kontrollpunkte rekursiv berechnet werden (Bild 2). Damit können Kurven und gekrümmte Oberflächen mit einem verhältnismässig kleinen Rechenaufwand dargestellt werden. Ein ernsthaftes Problem stellt sich dagegen, wenn es darum geht, diese Formen tatsächlich zu bauen. Bei kleineren Bauteilen besteht die Möglichkeit, die Kurven direkt aus einem Block auszufräsen; auf diese Weise werden etwa Schalungen für Betonornamente oder kleinere Holzteile fabriziert.

Bei grösseren Bauteilen stösst diese Methode jedoch schnell an ihre Grenzen. Deshalb entschied man sich in diesem Fall, gekrümmte Linien nicht mittels Bézier-Kurven zu berechnen, sondern mit linearen Elementen anzunähern; analog sollten gekrümmte Oberflächen nicht als Kombination von Bézier-Kurven berechnet, sondern approximativ mit ebenen Elementen dargestellt werden, die einfach und günstig aus Holzplatten herzustellen sind. Dabei sollte die Datei direkt in die «digitale Kette» eingefügt und für die CNC-Produktion verwendet werden können.

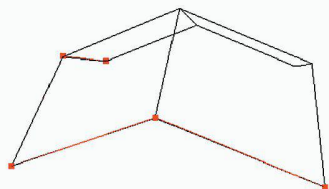
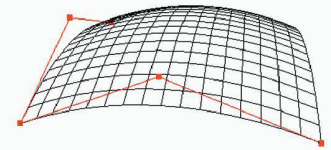
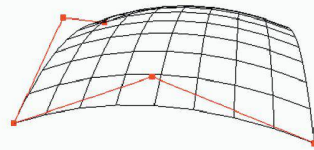
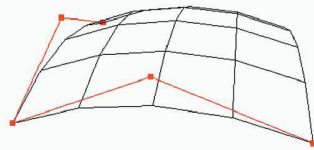
### ITERATIVE ANNÄHERUNG MIT DISKRETEN ELEMENTEN

Mathematisch betrachtet heisst das, dass die Datei keine durchgehenden Krümmungen definieren, sondern ausschliesslich mit diskreten – das heisst: einzelnen, voneinander getrennten – Elementen operieren darf. Aus dieser Vorgabe entwickelten der Informatiker Gilles Gouaty und der Architekt Ivo Stötz ein Computerprogramm namens «Moduleur». Es operiert mit so genannten IFS (Iterative Function Systems). Die gewünschte Kurve wird in einem iterativen Verfahren angenähert; je länger die Iteration läuft, in desto mehr diskrete Elemente wird die Kurve unterteilt und desto genauer wird die Annäherung. Bild 3 zeigt die Annäherung einer glatten (Bézier-)Kurve. Es ist aber auch möglich, Faltungen darzustellen, indem fraktale Kurven angewendet werden (Bild 4).

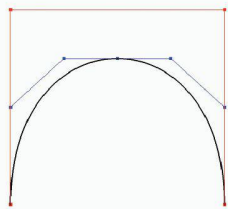
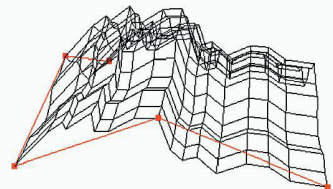
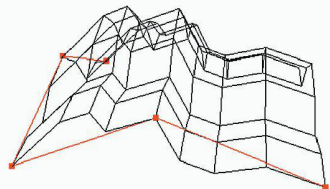
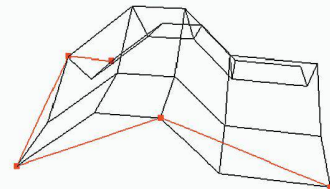
Beliebig geformte Oberflächen lassen sich nun als Summe solcher Kurven darstellen (Bild 5). Möglich sind dabei sowohl glatte als auch gefaltete Formen: Bilder 6 und 7 zeigen das iterative Modellieren einer Bézier- beziehungsweise einer fraktalen Oberfläche. Der Entwerfer – Architekt oder Ingenieur – wählt den Algorithmus, der seinen formalen, räumlichen oder



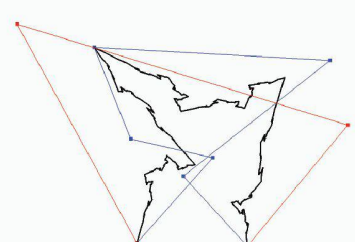
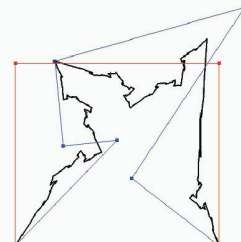
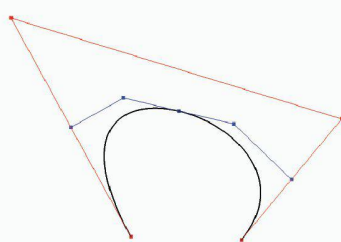
06



07



08



09

strukturellen Bedürfnissen am besten entspricht. Anschliessend wird die gewählte Form verfeinert. «Schalenkonstruktionen beispielsweise können im Hinblick auf den Kräftefluss optimiert werden: An den entscheidenden Stellen wird die Steifigkeit erhöht, indem man zusätzliche Faltungen einfügt», erläutert Weinand. «Neue Unterteilungen können aber auch genutzt werden, um den architektonischen Ausdruck, die Beleuchtung, die akustischen Eigenschaften oder die konstruktiven Elemente zu optimieren.»

### RÄUMLICHE POLYGONE AUS EBENEN FLÄCHEN

Ein Vorzug des Programms besteht in seiner einfachen Anwendung. Die Form der Kurve beziehungsweise Fläche kann direkt am Bildschirm mit Hilfe weniger Parameter manipuliert werden (Bild 8). Mit den Kontrollpunkten, die die Gesamtform der Bézier-Kurve beeinflussen, kann der Nutzer die Kurve verziehen. Mithilfe der vielschichtigen Auflösung («aspect multi-résolution») der fraktalen Kurve kann er lokal eine dichtere Unterteilung erzeugen und gleichsam die «Textur» der Kurve verändern. Die Origami, die man bisher von Hand aus Papier hergestellt hat, können also direkt im Computer gefaltet werden.

Der Hauptvorteil dieser Methode liegt aber darin, dass aufgrund der Anwendung der IFS unterschiedlichste Gebilde als diskrete Flächen definiert werden können. Es ist also möglich, räumliche Polygone zu erzeugen, die trotz formaler Komplexität aus ebenen Flächen bestehen. Ein denkbarer Nutzen wäre zum Beispiel die günstige Herstellung von grossformatigen Betonschalungen für organisch geformte Gebäude. Am IBOIS interessiert man sich indes mehr für eine Anwendung auf Holztragwerke. Doch wo die Schwerpunkte auch immer liegen: «Wichtig ist, dass es sich um eine saubere mathematische Basis handelt, die direkt für die Produktion genutzt werden kann. Ein eigenes Programm für die Fertigung ist nicht mehr nötig», betont Weinand. «Das ist für die Praxis von entscheidender Bedeutung. Natürlich kann man auch mit anderen Programmen eine Vielfalt von Formen am Bildschirm generieren. Wenn man sie aber produzieren möchte, muss man die einzelnen Elemente neu zeichnen. Hier besteht das Bedürfnis, die von den Architekten gewünschte Formenfreiheit in ein objektives System zu übersetzen, das eine wirtschaftliche Produktion erlaubt.»

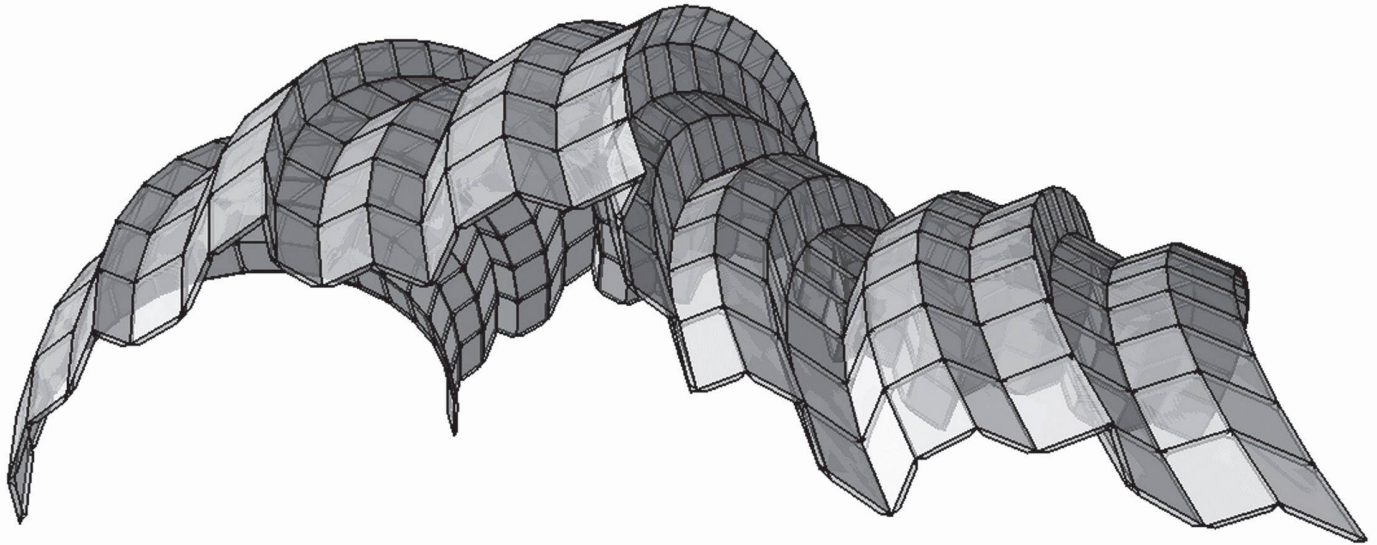
06 Iterative Modellierung einer Bézier-Oberfläche mittels IFS

07 Iterative Modellierung einer fraktalen Oberfläche mittels IFS

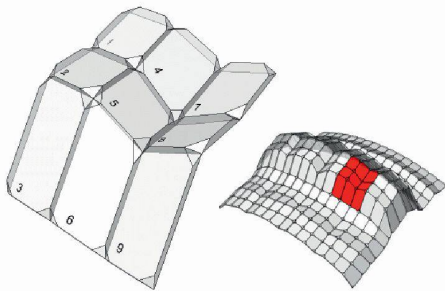
08 Manipulation einer Kurve: Die globale Form wird durch die Kontrollpunkte beeinflusst (rot), die lokale «Textur» durch die Unterteilungspunkte (blau)

09 Diskrete Bézier-Kurve: Beim gebauten Beispiel handelt es sich um ein Tonnengewölbe, das aus Brettern zusammengesetzt ist. Die Längen der einzelnen Teile und ihre Anschlusspunkte wurden mit IFS berechnet, die Daten direkt für die CNC-Fertigung verwendet (Bilder: IBOIS)





10



11

### ANWENDUNGEN

Eine einfache Anwendung dieses Systems mit rein linearen Elementen ist ein Tonnengewölbe, das aus Brettern zusammengesetzt ist. Definiert wird das Gewölbe von einer Bézier-Kurve, die mit IFS iterativ angenähert wird. Das Ergebnis der Iteration ist eine diskrete Kurve; sie besteht also aus linearen Elementen genau bestimmter Länge. Das Gewölbe wird aus mehreren Holzlagen gebaut: Die Unterteilungen sind so angeordnet, dass dort, wo in der einen Schicht die Bretter aufeinander stossen, die nächste Schicht durchgehend ist. Die so entstehende statische Höhe kann konstruktiv genutzt werden (Bild 9).

Dasselbe Prinzip lässt sich auch auf flächige Elemente anwenden. Bild 10 zeigt ein Gebilde, das in der einen Richtung als Bézier- und in der anderen als fraktale Kurve definiert ist (die Lastabtragung erfolgt hauptsächlich in Bézier-Richtung). Davon soll nun am IBOIS ein Prototyp gebaut werden, um die technischen Möglichkeiten der automatischen Fertigung zu testen. Schwierigkeiten könnten die Stellen bereiten, wo die einzelnen Teile aufeinander stossen: Die unterschiedlich steilen Kanten sind wohl mathematisch präzise definiert, doch die Kapazität der Fräsmaschine setzt dieser Präzision Grenzen (Bild 11). Um die Möglichkeiten auszuloten, arbeiten die Forscher mit verschiedenen Holzbaufirmen zusammen. Ziel ist, den Bauingenieuren dereinst ein Holzkonstruktions- und Fertigungsprogramm als fertiges Paket anbieten zu können. «Aber das», so Weinand, «ist Zukunftsmusik.»

Judit Solt, [solt@tec21.ch](mailto:solt@tec21.ch)

### Anmerkung

1 Bei der Entwicklung des im Artikel beschriebenen Programms waren folgende Personen beteiligt: Gilles Gouaty, Informatiker, EPFL; Ivo Stotz, Architekt, EPFL; Eric Tosan, Forschungsingenieur, Université Claude-Bernard, Lyon, Frankreich; Prof. Dr. Yves Weinand, Architekt, Ingenieur, EPFL

10 Gefaltete Oberfläche, die in der einen Richtung von einer Bézier-Kurve und in der anderen von einer fraktalen Kurve definiert wird. Geplant ist der Bau eines Prototyps aus Holzplatten

11 Machbarkeitsstudie für die oben dargestellte Oberfläche: Die einzelnen Teile sind präzise definiert, als technische Hürde bei der Herstellung könnte sich die Genauigkeit der computergesteuerten Fräsmaschine erweisen (Bilder: IBOIS)