

# Über den Einfluss von Rissen beim Rammen von Pfählen

Autor(en): **Bouma, A.L.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizer Ingenieur und Architekt**

Band (Jahr): **101 (1983)**

Heft 6: **Prof. Dr. Bruno Thürlimann zum 60. Geburtstag**

PDF erstellt am: **22.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-75058>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

# Über den Einfluss von Rissen beim Rammen von Pfählen

Von A. L. Bouma, Delft

Im Beitrag wird das dynamische Spannungs- und Verformungsverhalten von Stahlbetonpfählen beim Rammen unter besonderer Berücksichtigung der Rissbildung untersucht. Zuerst wird anhand eines Federmodells eine Analyse durchgeführt, wobei auch theoretische Grundlagen ausführlich erläutert sind. Darauf folgen eine Diskussion der Ergebnisse dieser Analyse und die Erläuterung weiterer, bei der Idealisierung zuvor vernachlässigter Einflussfaktoren.

The article investigates the dynamic stress and deformation behavior of reinforced concrete piles under the action of ramming with particular interest in the development of cracks. Firstly, an analysis is carried out using a spring model, in which the basic theoretical aspects are explained in detail. This is followed by a discussion of the results of this analysis and the explanation of further influencing factors which in idealizing this problem have been neglected.

## Einführung

Die Kunst, Pfähle zu rammen, ist in Holland schon sehr alt. Insbesondere wichtig ist sie für die Gründung von Gebäuden und Brücken sowie von Wasserbauten wie Schleusen, Wehre u.s.w. Es ist wohl bekannt, dass die Stadt Amsterdam auf Pfählen gegründet ist (Bild 1). Früher, und z.T. auch heute noch, verwendete man *hölzerne* Pfähle mit einer Tragfähigkeit von 10 Tonnen. In den letzten Jahrzehnten wurden jedoch immer mehr *vorgefertigte Pfähle* in bewehrtem oder vorgespanntem Beton mit einer Tragfähigkeit bis zu 200 Tonnen verwendet.

Ein sehr wichtiges Phänomen ist das *Entstehen von Rissen während des Rammens*. Um dieses Phänomen zu verstehen, müssen wir die *Fortpflanzung von Spannungswellen* in einem Pfahl analysieren. Hierzu betrachten wir Bild 2. Ein Stoss am oberen Ende des Pfahls verursacht eine

Druckwelle von einer gewissen Länge, die mit einer Geschwindigkeit  $c$  nach unten läuft. In dieser Druckwelle ist auch die Geschwindigkeit  $v$  der materiellen Punkte nach unten gerichtet. Nach einiger Zeit wird die Welle am unteren Ende des Pfahls reflektiert.

Wenn dieses Ende fest ist und somit keine Verschiebung zulässt (Bild 2), wird die reflektierte Welle ebenfalls eine *Druckwelle* sein. Dies bedeutet, dass sich die *Druckspannungen am Ende des Pfahls* während einer kurzen Periode *verdoppeln* und dass die Geschwindigkeit der materiellen Punkte in der nach oben laufende Druckwelle ebenfalls nach oben gerichtet ist.

Wenn das Unterende des Pfahls frei ist (Bild 3), können an diesem Ende auch keine Spannungen auftreten. In diesem Fall werden Verschiebung und Geschwindigkeit verdoppelt. In der reflektierten Welle ist die Geschwindigkeit der materiellen Punkte deshalb nach unten

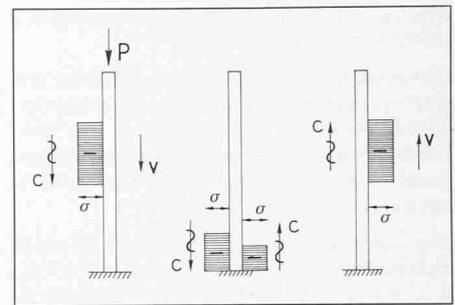


Bild 2. Reflexion einer Druckwelle an einem festen Ende

gerichtet und die reflektierte Welle ist eine Zugwelle.

Dieses letzte Phänomen kann während des Rammens auftreten, wenn der Widerstand einer Bodenschicht plötzlich nachlässt. Die Zugwellen können dann leicht Risse im Beton verursachen, weil dessen Zugfestigkeit nur ein Bruchteil der Druckfestigkeit ist. Das Phänomen kann sich mit jedem Schlag wiederholen, was zu vielen über die Pfahllänge verteilten Rissen führt.

Man kann sich weiter fragen, ob nach dem Entstehen eines Risses auch die *Bewehrung* oder die *Vorspannung beschädigt oder sogar gebrochen* ist. Infolge des Entstehens von Rissen können die Stahlspannungen sehr hoch werden, sodass der erforderliche Bewehrungsquerschnitt tatsächlich durch diese Spannungen bestimmt wird. Die Frage ist also wichtig. In der Praxis ist man früher öfters überrascht worden durch eine gebrochene Bewehrung, was zu mehr oder weniger empirisch bestimmten Regeln für die notwendige Bewehrung geführt hat.

Im folgenden wird versucht, eine möglichst einfache Analyse des Spannungsproblems zu geben, um einen Einblick in das Phänomen zu vermitteln.

Bild 1. Rammen im 17. Jahrhundert

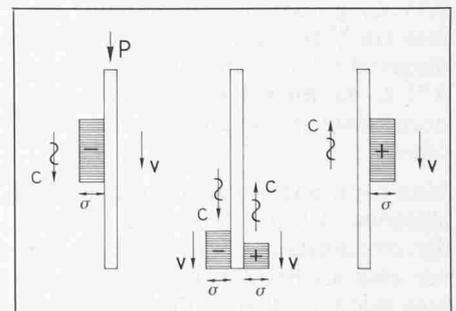
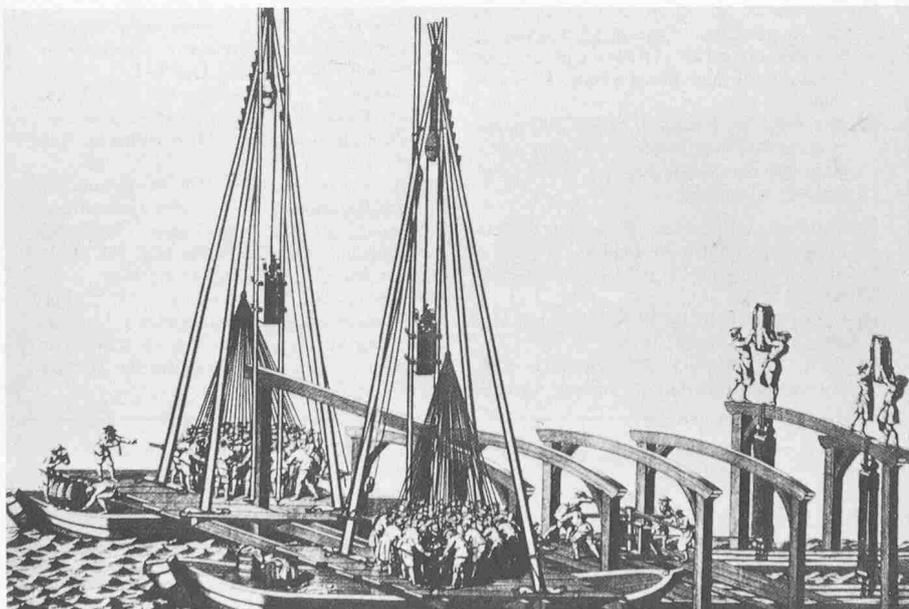
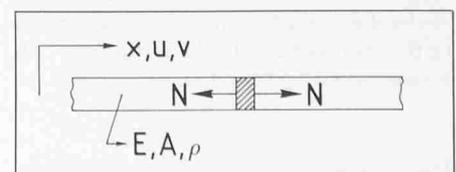


Bild 3. Reflexion einer Druckwelle an einem freien Ende

Bild 4. Ein homogener Stab. Bezeichnungen



### Theoretische Grundlagen

Unser Ausgangspunkt ist die bekannte Gleichung für eine longitudinale Welle in einem homogenen Stab (Bild 4):

$$(1) \frac{\delta^2 u}{\delta t^2} - c^2 \frac{\delta^2 u}{\delta x^2} = 0 \dots (1) \text{ mit } c^2 = \frac{E}{\rho}$$

Hierin ist:

- $u$  = Verschiebung in Richtung der x-Koordinate
- $t$  = Zeit
- $c$  = Fortpflanzungsgeschwindigkeit
- $E$  = Elastizitätsmodul
- $\rho$  = Dichte des Baustoffs

Die allgemeine Lösung dieser Gleichung lautet bekanntlich:

$$(2) u = f_1(x - ct) + f_2(x + ct)$$

Hierin stellt die erste Funktion im rechten Glied eine nach rechts - in der positiven x-Richtung - laufende Welle dar, die zweite Funktion eine nach links - laufende Welle.

Für die Geschwindigkeit  $v$  der materiellen Punkte finden wir:

$$(3) v = \frac{\delta u}{\delta t} = -cf_1'(x - ct) + cf_2'(x + ct)$$

Mit dem Strich wird hier die abgeleitete Funktion angedeutet. Wie bekannt, gilt für die Dehnung  $\epsilon$ :

$$(4) \epsilon = \frac{\delta u}{\delta x}$$

Wird der Querschnitt mit A bezeichnet, dann finden wir für die Schnittkraft  $N$ :

$$N = EA\epsilon = EA \frac{\delta u}{\delta x} =$$

$$(5) N = EAF_1'(x - ct) + EAF_2'(x + ct)$$

Eine Gegenüberstellung der Gleichungen (3) und (5) führt für die nach rechts laufende Welle zu der Beziehung:

$$\frac{N}{EA} = -\frac{v}{c} \text{ oder:}$$

$$(6) N = -Zv \text{ mit } Z = \frac{EA}{c}$$

und für die nach links laufende Welle zu:

$$(7) \frac{N}{EA} = \frac{v}{c} \text{ oder: } N = Zv$$

Die Grösse  $Z$  wird *Impedanz* genannt. Diese linearen Beziehungen zwischen der Geschwindigkeit  $v$  und der Schnittkraft  $N$  erlauben eine einfache Lösung unseres Problems. Die Gleichungen (6) und (7) sind analog zu den Gleichungen für einen viskosen Dämpfer, für den ebenfalls eine lineare Beziehung zwischen der ausgeübten Kraft und der Geschwindigkeit besteht.

Ein bewehrter Betonpfehl ist zusammengesetzt aus zwei Baustoffen: Stahl und Beton. Werden die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten einander gleichgesetzt, dann können die Impedanzen des Stahl- und Betonquerschnittes addiert werden. Weil der Stahlquerschnitt klein ist im Vergleich zum Betonquerschnitt (in der Grössenordnung von 1%), ist dieses Verfahren durchaus erlaubt.

Bei einem Riss tritt jedoch eine *plötzliche Änderung* auf: der Betonquerschnitt wird unterbrochen, nur die Stahlstäbe gehen weiter. Dies führt zu einer Änderung der Impedanz, wodurch an der Bruchfläche die Welle zum Teil reflektiert wird. Um unser Problem zu analysieren, brauchen wir deshalb die Gesetze für die Reflexion und Refraktion von Wellen bei einem plötzlichen Übergang. Wir sehen uns dazu Bild 5 an.

Zwei Betonstäbe mit Impedanz  $Z_b$  sind verbunden durch einen Stahlstab mit Impedanz  $Z_s$ . Von links kommt eine Welle, angedeutet mit  $u_A$ . Beim Übergang zwischen Beton und Stahl wird eine Welle reflektiert, angedeutet mit  $u_B$  und eine Welle durchgelassen, angedeutet mit  $u_C$ . Beim Übergang an der rechten Seite wird wiederum eine Welle reflektiert, angedeutet mit  $u_D$  und eine Welle durchgelassen, angedeutet mit  $u_E$ .

Den Verschiebungen  $u$  entsprechen Geschwindigkeiten  $v$  und Schnittkräfte  $N$ . Zwischen diesen beiden bestehen die Beziehungen:

$$(8) \begin{aligned} N_A &= -Z_b v_A & N_B &= Z_b v_B \\ N_C &= -Z_s v_C \\ N_D &= Z_s v_D & N_E &= -Z_b v_E \end{aligned}$$

Aus der Kompatibilität geht hervor, dass:

$$u_A + u_B = u_C$$

oder auch:

$$(9) v_A + v_B = v_C$$

Aus dem Gleichgewicht beim Übergang folgt (Bild 5):

$$(10) N_A + N_B = N_C$$

Mit den Beziehungen aus (8) folgt aus diesen beiden Gleichungen:

$$(11) v_B = \frac{Z_b - Z_s}{Z_b + Z_s} v_A$$

$$(12) v_C = \frac{2Z_b}{Z_b + Z_s} v_A$$

$$N_B = \frac{Z_b(Z_b - Z_s)}{Z_b + Z_s} v_A =$$

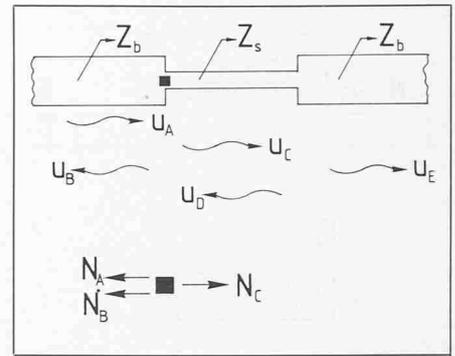


Bild 5. Schema von zwei Betonstäben, verbunden durch einen Stahlstab

$$(13) N_B = -\frac{Z_b - Z_s}{Z_b + Z_s} N_A$$

$$N_C = -\frac{2Z_b Z_s}{Z_b + Z_s} v_A =$$

$$(14) N_C = \frac{2Z_s}{Z_b + Z_s} N_A$$

Die Phänomene der Reflexion an einem fixierten Ende (Bild 2) und an einem freien Ende (Bild 3) folgen aus diesen Formeln, wenn  $Z_s$  gleich Unendlich beziehungsweise gleich Null gesetzt wird.

Im folgenden interessiert uns besonders die durchgelassene Schnittkraft  $N_C$  (14)

Am rechten Übergang wird die Welle  $u_C$  wieder teilweise reflektiert. Die Formeln lassen sich gleich aufstellen wie früher, und hieraus geht insbesondere die an dieser Seite reflektierte Kraft  $N_D$  hervor:

$$(15) N_D = \frac{Z_b - Z_s}{Z_b + Z_s} N_C$$

Diese Formel folgt auch aus (13) durch Vertauschen von  $Z_b$  mit  $Z_s$ .

Wir können nun folgendes sagen: Wenn eine Spannungswelle in einem Stahlstab mit der Schnittkraft  $N_C$  auf einen Betonquerschnitt stösst, gehört zur reflektierten Spannungswelle die Schnittkraft:

$$(16) N_D = r \cdot N_C$$

Der Reflexionskoeffizient  $r$  lässt sich berechnen aus:

$$(17) r = \frac{Z_b - Z_s}{Z_b + Z_s}$$

### Die Schnittkraft in der Bewehrung

Wenden wir uns jetzt unserem eigentlichen Problem zu (Bild 6). Eine plötzlich am rechten Ende angreifende axiale Kraft  $F_0$  einer bestimmten konstanten Grösse und einer bestimmten Zeitdauer (Bild 6b) verursacht in einem Pfehl eine Druckwelle von einer bestimmten Länge

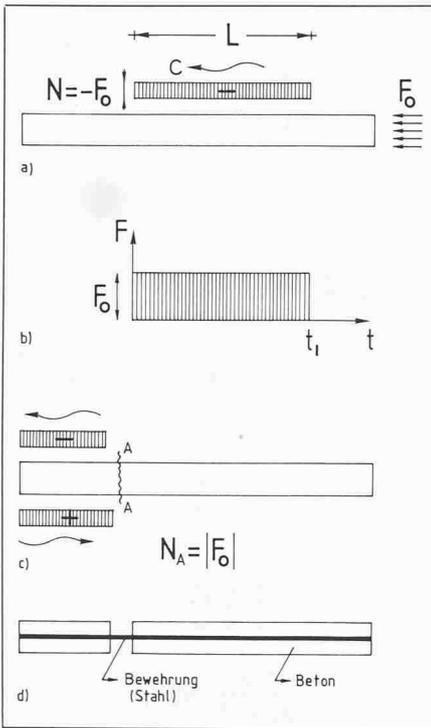


Bild 6. Veranschaulichung des Problems

(Bild 6a), die sich mit einer Geschwindigkeit  $c$  nach links fortpflanzt. Wenn das linke Ende als frei betrachtet werden kann, kehrt die Druckwelle als Zugwelle zurück (Bild 6c). Die dazu gehörende Schnittkraft  $N_A$  ist gleich der absoluten Grösse von  $F_0$ .

Die Druckwelle wird nicht beeinflusst von eventuellen Rissen. Für die Zugwelle gilt das jedoch nicht. Die Situation für einen völlig gerissenen Querschnitt A-A (Bild. 6c) ist in Bild 6d wiedergegeben.

Anhand von Bild 7 analysieren wir, was im Stahlstab passiert. Dabei wird vorausgesetzt, dass der *Stahlstab starr mit dem Beton verbunden* ist.

Die Zugwelle  $u_A$ , die von links kommt, führt im Stahlstab zu einer Zugwelle mit der Schnittkraft (14)

$$(14) \quad N_C = \frac{2Z_s}{Z_b + Z_s} \cdot N_A$$

An der rechten Seite wird diese Welle reflektiert. Es entsteht eine nach links zurücklaufende Zugwelle mit der Schnittkraft  $rN_C$ . Diese wird wieder an der linken Seite reflektiert, was eine nach rechts laufende Zugwelle mit Schnittkraft  $r^2N_C$  zur Folge hat. Das geht so immer weiter. Und bei einer unbegrenzt grossen Wellenlänge wird die Schnittkraft im Stahlstab schliesslich gleich der Summe  $S$  der unendlichen Reihe.

$$(18a) \quad S = N_C [1 + r + r^2 + \dots]$$

Wie bekannt, ist diese Summe:

$$(18b) \quad S = N_C \frac{1}{1 - r}$$

Substitution von Ausdruck (14) für  $N_C$  und Ausdruck (17) für  $r$  führt zum Resultat:

$$(19) \quad S = N_A$$

Die Schnittkraft  $N_s$  im Stahlstab nähert sich allmählich dem Wert der Schnittkraft  $N_A$  der einfallenden Zugwelle. Der Vorgang ist in Bild 8 abgebildet und man sieht hieraus, dass sich der *Stahlstab verhält wie eine Feder*.

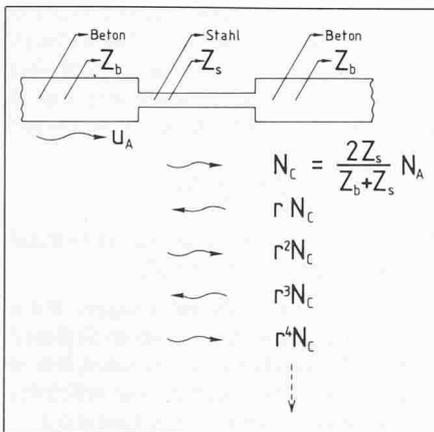
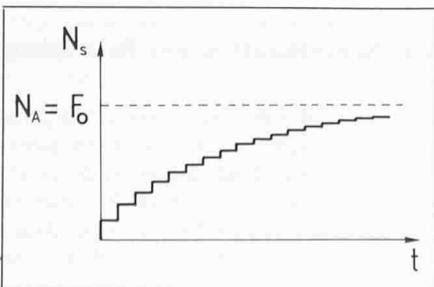


Bild 7. Analyse der Kraft  $N_s$  im Stahlstab

Bild 8. Das Anwachsen der Kraft  $N_s$  im Stahlstab mit der Zeit



### Idealisierung durch ein Federmodell

Aufgrund des vorherigen Ergebnisses betrachten wir jetzt ein System, das aus zwei Betonstäben mit der Impedanz  $Z_b$  besteht, die durch eine Feder mit der Federkonstanten  $k$  verbunden sind (Bild 9a). Auf die Grösse von  $k$  wird später eingegangen.

Wiederum kommt von links eine Zugwelle  $u_A$ . Beim Übergang auf die Feder

wird eine Welle  $u_B$  reflektiert. Im rechten Betonstab entsteht eine nach rechts laufende Welle  $u_E$ .

Diesen Verschiebungen  $u$  entsprechen wiederum Geschwindigkeiten  $v$  und Schnittkräfte  $N$  und wir können die folgenden Beziehungen aufstellen:

$$(20) \quad N_A = -Z \cdot v_A, \quad N_B = Z \cdot v_B, \\ N_E = -Z \cdot v_E$$

Wir können jetzt den Index  $b$  weglassen. Die Befestigungspunkte der Feder werden mit 1 bzw. mit 2 angedeutet. Die Verschiebungen dieser Punkte sind also  $u_1$  und  $u_2$ , und die Geschwindigkeiten sind  $v_1 = \dot{u}_1$  und  $v_2 = \dot{u}_2$ . Mit einem Punkt über den Buchstaben wird die Ableitung nach  $t$  angedeutet.

Wir schreiben jetzt die beiden Gleichgewichtsgleichungen hin (Bild 9c):

$$(21) \quad \text{Punkt 1: } N_A + N_B = N_s$$

$$(22) \quad \text{Punkt 2: } N_s = N_E$$

und die beiden Kompatibilitätsgleichungen (Bild 9d):

$$(23) \quad \text{Punkt 1: } v_A + v_B = v_1 = \dot{u}_1$$

$$(24) \quad \text{Punkt 2: } v_2 = \dot{u}_2 = v_E$$

Wir fügen noch die konstitutive Gleichung der Feder (Bild 9b) hinzu:

$$(25) \quad N_s = k(u_2 - u_1)$$

Mit Hilfe der Ausdrücke (20) lässt sich  $v_B$  aus den Gleichungen (21) und (23) eliminieren. Gefunden wird:

$$(26) \quad Z\dot{u}_1 - N_s = 2Zv_A = -2N_A$$

Mit Hilfe von (20) folgt aus (22) und (24):

$$(27) \quad Z\dot{u}_2 + N_s = 0$$

Aus diesen beiden letzten Gleichungen folgt:

$$(28) \quad Z(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) + 2N_s = 2N_A$$

Andererseits führt Gleichung (25) zu:

$$(29) \quad k(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) - \dot{N}_s = 0$$

Elimination von  $(\dot{u}_2 - \dot{u}_1)$  aus diesen beiden Gleichungen führt zur Differentialgleichung für die Federkraft  $N_s$ :

$$(30) \quad \frac{Z}{2k} \dot{N}_s + N_s = N_A$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung mit der Anfangsbedingung  $N_s = 0$  für  $t = 0$  lautet:

$$(31) \quad N_s = N_A [1 - \exp(-2 \frac{k}{Z} t)]$$

Der Verlauf der Federkraft  $N_s$  mit der Zeit ist in Bild 10a wiedergegeben. Die Figur zeigt dasselbe Bild wie Bild 8, nur kontinuierlich statt diskontinuierlich. Die Federkraft nähert sich asymptotisch dem Wert  $N_A$ .

Wir geben noch die folgenden Ergebnisse:

Aus (26) folgt:

$$(32) \quad \dot{u}_1 = \frac{1}{Z} [N_s - 2N_A] = v_A [1 + \exp(-2 \frac{k}{Z} t)].$$

Die Funktion ist in Bild 10b wiedergegeben. Die Geschwindigkeit  $\dot{u}_1$  fängt an mit einem Wert, der doppelt so gross ist wie  $v_A$ . Das Ende des linken Betonstabes verhält sich in diesem Augenblick wie ein freies Ende. Allmählich wird jedoch die Feder zusammengedrückt und dies führt zu einer anwachsenden Kraft auf das Stabende, sodass die Geschwindigkeit  $\dot{u}_1$  allmählich abnimmt und sich asymptotisch dem Wert  $v_A$  nähert.

Aus (27) folgt:

$$(33) \quad \dot{u}_2 = -\frac{1}{Z} N_s = v_A [1 - \exp(-2 \frac{k}{Z} t)]$$

Die Geschwindigkeit  $\dot{u}_2$  verläuft gleichförmig mit der Federkraft  $N_s$ .

Schliesslich geben wir noch:

$$(34) \quad N_B = -N_A \exp(-2 \frac{k}{Z} t)$$

und

$$(35) \quad v_B = v_A \exp(-2 \frac{k}{Z} t)$$

Die letzte Funktion ist in Bild 10c wiedergegeben. Die reflektierte Welle nimmt allmählich ab und nähert sich Null. Es gibt dann also praktisch keine Reflexion mehr. Die einfallende Welle  $u_A$  passiert nahezu unbehindert die Feder und pflanzt sich im rechten Betonstab mit nahezu derselben Intensität fort. Mittlerweile hat sich jedoch die Form dieser Welle von einem Rechteck in die in Bild 11 wiedergegebene Form geändert.

Es ist schon erwähnt worden, dass das Phänomen der Fortpflanzung von Wellen in einem Stab eine Analogie zeigt zu einem viskosen Dämpfer. Die Differentialgleichung (30) ist darum auch analog zur Differentialgleichung für ein System, bestehend aus einer Feder und einem Dämpfer, die nebeneinander (parallel) geschaltet sind (Bild 12). Weil es sich hier um zwei Betonstäbe, also zwei Dämpfer handelt, die hintereinander (in Serie) geschaltet sind, ist die resultierende Dämpfungskonstante (oder Impedanz) gleich  $Z/2$ .

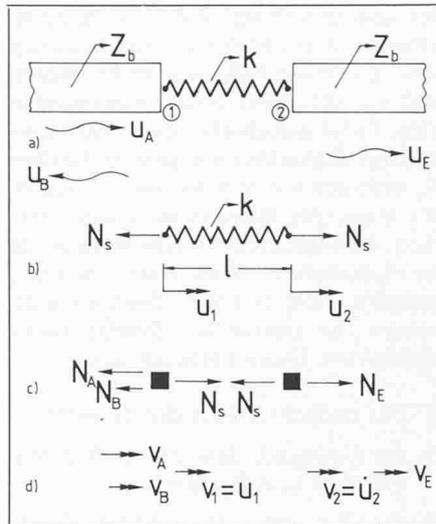


Bild 9. Das Federmodell

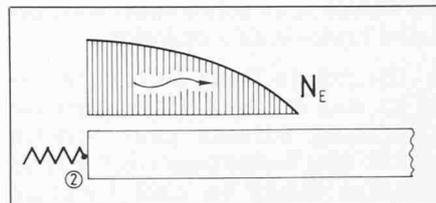


Bild 11. Die Form der durchgelassenen Spannungswelle

Man könnte jetzt fragen, wie schnell die Federkraft  $N_s$  anwächst. Um eine Vorstellung zu bekommen, sehen wir uns Bild 10a nochmals an. Die Tangente am Ursprung der Kurve schneidet die Asymptote in einem Punkt, für den  $t_d = \frac{Z}{2k}$  gilt. Der zugehörige Wert von  $N_s$  beträgt  $0,63 N_A$ . Nach einer Zeitdauer  $t_d = (Z/2k)$  hat die Federkraft also gut 60% ihres endgültigen Wertes erreicht. In diesem Ausdruck ist die Impedanz  $Z = (E_b A_b / c)$ . Unter Vernachlässigung der Stahleinlagen nehmen wir:

- $E_b$  = E-Modul des Betons
- $A_b$  = Querschnitt des Betons

Wir nehmen für die Feder vereinfachend an, dass es sich um eine lineare Feder mit einer Federkonstanten  $k = (E_s A_s / l)$  handle, worin

- $E_s$  = E-Modul des Stahls
- $A_s$  = Querschnitt der Bewehrung
- $l$  = Federlänge

Nehmen wir für die Federlänge das Doppelte der mittleren Haftlänge der Stahlstäbe im Beton, erhalten wir:

$$t_d = \frac{1}{2} \frac{E_b}{E_s} \frac{A_b}{A_s} \frac{1}{c}$$

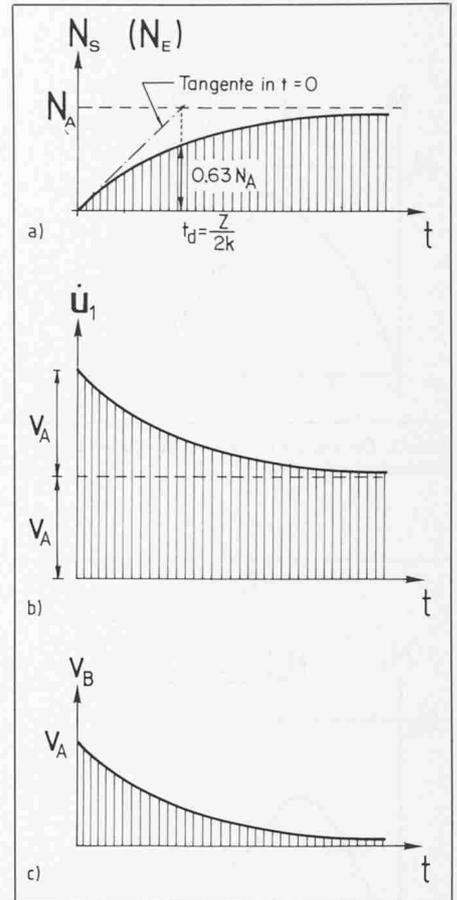


Bild 10. Verlauf von  $N_s$ ,  $v_1 = \dot{u}_1$  und  $v_B$  mit der Zeit

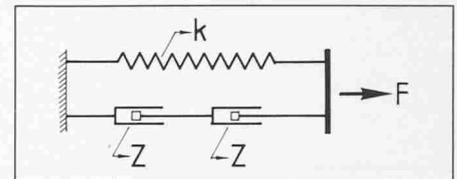


Bild 12. Das analoge System

Mit  $E_s/E_b = 5$ ,  $A_s/A_b = 0,01$ ,  $c = 4000$  m/s und einer mittleren Haftlänge auf jeder Seite von 0,2 m, also  $l = 0,4$  m, führt diese Formel zum Ergebnis  $t_d = 10^{-3}$  s, womit man eine Vorstellung hat von der Geschwindigkeit des Anwachsens der Federkraft  $N_s$ .

Als Federkonstante kann man auch den Wert nehmen, der sich aus einem Ausziehversuch ergibt. Im elastischen Bereich ist sie jedoch etwas grösser.

### Weitere Faktoren

Das Ergebnis dieser Analyse, nämlich dass die Kraft  $N_s$  in der Bewehrung an der Stelle des Risses sehr schnell anwächst bis zum Wert  $N_A$  der Zugwelle, führt zur Möglichkeit von grossen Stahlspannungen in der Bewehrung. Die Grösse von  $N_A$  in bezug zur axialen Druckkraft  $F_0$  hängt beim Rammen von

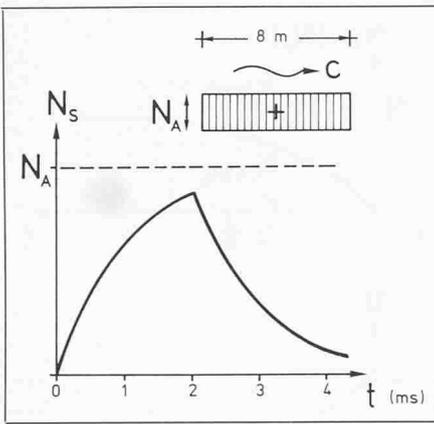


Bild 13. Der Verlauf von  $N_s$  bei einer beschränkten Zeitdauer der Zugwelle

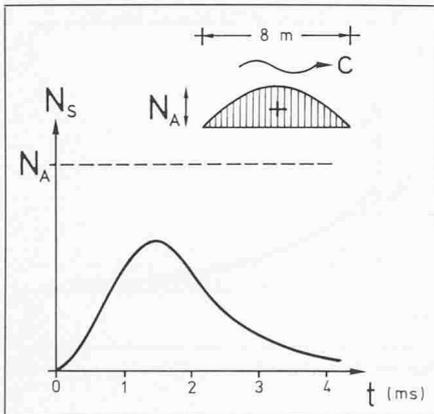


Bild 14. Der Verlauf von  $N_s$  bei einer sinusförmigen Zugwelle

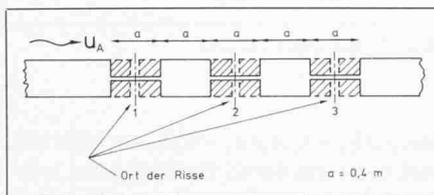


Bild 15. Stab mit drei Rissen

der Mantelreibung und vom Spitzenwiderstand des Pfahls ab, von Faktoren also, die ausserhalb des Pfahls liegen und auf die nicht weiter eingegangen wird. Es ist jedoch klar, dass unter Umständen Zugwellen mit grossen Kräften  $N_A$  auftreten können, sodass man fürchten muss, die Bewehrung könnte brechen. Obwohl diese Gefahr besteht, ist die Situation in Wirklichkeit weniger schlimm, weil es einige Faktoren gibt, welche die Grösse der Stahlspannung herabsetzen. Diese Faktoren sind:

- a) Die endliche Dauer der Zugwelle,
- b) der Umstand, dass die Wellenform meistens kein Rechteck ist,
- c) die Tatsache, dass die Zugwelle nicht nur einen Riss, sondern mehrere Risse verursacht,
- d) das elasto-plastische Verhalten der Stahlstäbe.

Wir werden den Einfluss dieser verschiedenen Faktoren kurz erläutern.

- a) Die endliche Dauer der Zugwelle bedeutet, dass die Kraft  $N_s$  nicht ganz zur Entwicklung kommen kann. Nehmen wir z. B. eine Wellenlänge von 8 m (Bild 13), dann kommt bei einer Fortpflanzungsgeschwindigkeit von 4000 m/s der Zuwachs von  $N_s$  nach  $2 \cdot 10^{-3}$  s zu Ende, wonach der Wert von  $N_s$  allmählich wieder abnimmt auf Null. Bild 13 zeigt dieses Bild für eine Federlänge von 0,40 m.
- b) Die Form der Druckwelle weicht meistens stark ab vom hier angenommenen Rechteck, und das gilt umso mehr für die reflektierte Zugwelle. Eine gute Annäherung kann oft erreicht werden mit einer gedämpften Sinuswelle. Es braucht also einige Zeit, bis die Zugkraft im Querschnitt ihren Maximalwert erreicht hat. Dementsprechend wird das Anwachsen von  $N_s$  weniger rasch stattfinden und der Maximalwert auch ge-

ringer sein. Bild 14 zeigt den Verlauf von  $N_s$  für eine normale Sinuswelle mit einer halben Wellenlänge von 8 m. In diesem Fall erreicht  $N_s$  nur etwa 60% des Maximalwertes  $N_A$ .

c) Die Zugwelle verursacht immer verschiedene Risse hintereinander. Die Situation wird dadurch um ein Vielfaches komplizierter. Wenn die von links einfallende Zugwelle  $u_A$  von konstanter Grösse den Riss Nummer 1 (Bild 15) passiert hat, wird sie an den Grenzflächen vom Riss Nummer 2 reflektiert. Von diesen reflektierten Wellen sind die Druckwellen die grösseren. Dies bedeutet, dass das Anwachsen von  $N_s$  im ersten Riss abgemindert wird. Bild 16 zeigt für den Fall von drei Rissen, wie in Bild 15 angedeutet, den Verlauf von  $N_s$  im ersten Riss für eine sehr lange Welle von 32 m. Nach 8 ms wird praktisch der Wert von  $N_A$  - in diesem Fall 1,6 MN - erreicht. Selbstverständlich sind diese Resultate mit einem Computerprogramm errechnet worden. Bild 17 zeigt den Verlauf von  $N_s$  im dritten Riss. Auch hier wird schliesslich nahezu der Wert von  $N_A$  erreicht.

Die Risse wirken sich in Form einer Dämpfung aus. Das bedeutet auch, dass für eine kürzere, wirklichkeitsnähere Wellenlänge, z. B. 8 m, der Maximalwert von  $N_s$  bei weiten nicht erreicht wird. Insbesondere trifft das zu für  $N_s$  im ersten Riss, wo nach 2 ms (äquivalent mit 8 m) nur etwa ein Drittel des Maximalwertes erreicht wird. Für  $N_s$  im dritten Riss trifft das weniger zu. Dieser Wert ist bedeutend grösser.

d) Der wichtigste Faktor, der den maximalen Wert der Kraft  $N_s$  in der Bewehrung herabsetzt, ist das elasto-plastische Verhalten von Stahl. Die Herabminderung der Steifigkeit eines Stahlstabes von  $k$  auf  $k'$  ist für einen normalen Stahl in Bild 18 wiedergegeben, wobei  $N$  die Normalkraft und  $\Delta$  die Verlängerung darstellen. Eine exakte Lösung des Pro-

Bild 16. Verlauf von  $N_s$  im ersten Riss (Wellenlänge 32 m)

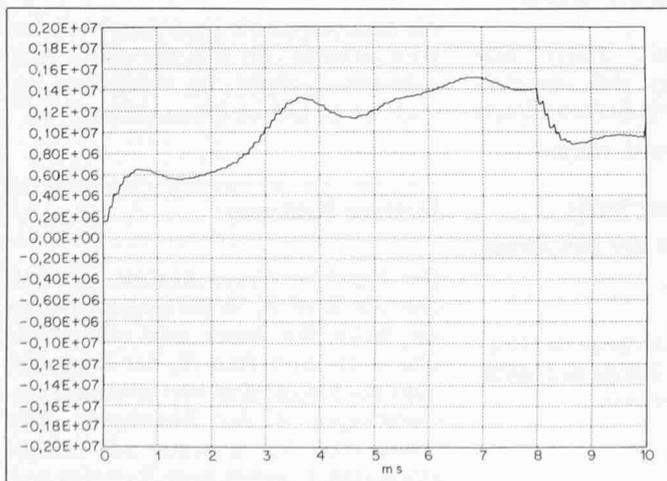
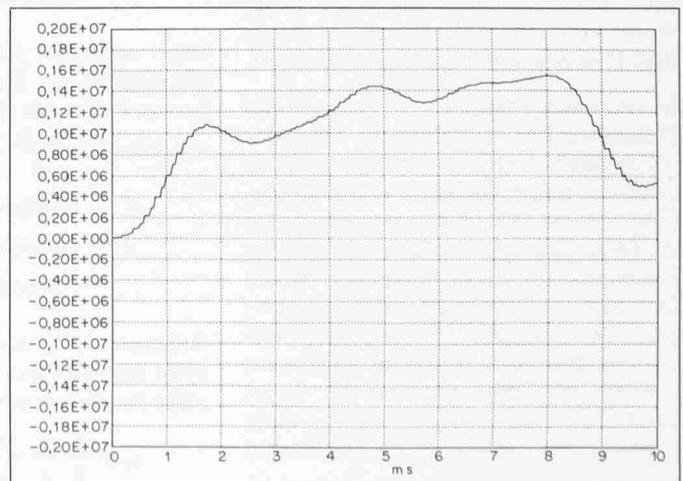


Bild 17. Verlauf von  $N_s$  im dritten Riss (Wellenlänge 32 m)



blems wird recht kompliziert, weshalb hierauf nicht weiter eingegangen wird. Wir nehmen vereinfachend an, dass wegen des beträchtlichen Fließvermögens die tatsächliche Steifigkeit um einen Faktor 10 abgemindert werden kann. Das bedeutet, dass wir im Ausdruck (31) für  $N_s$  die Steifigkeit  $k$  ersetzen durch  $k' = 0,1 k$ . Die Stahlkraft  $N_s$  wird jetzt viel langsamer anwachsen mit der Zeit (Bild 19). Es lässt sich zum Beispiel leicht zeigen, dass  $N_s$  für  $t = 10^{-3}$  s jetzt nur den Wert  $0,095 N_A$  erreicht, was ungefähr 15% des vorherigen Werts aus Bild 10a ist.

In unserem Beispiel war  $N_A = 1,6$  MN. Mit  $A_b = 0,16$  m<sup>2</sup> wird die Betonspannung  $\sigma_b = 10$  MN/m<sup>2</sup> (100 kg/cm<sup>2</sup>). Mit einer Bewehrung von 1% würde das zunächst gemäss Formel (31) zu einer Stahl-

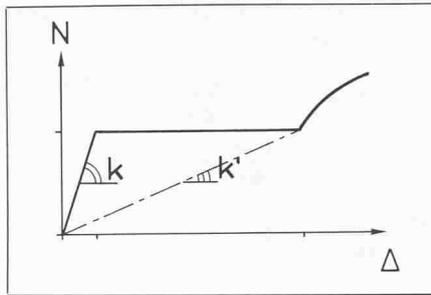


Bild 18. Ein Kraft-Verlängerungsdiagramm

spannung  $\sigma_b = 1000$  MN/m<sup>2</sup> (10<sup>4</sup> kg/cm<sup>2</sup>) führen. Die oben eingeführten Reduktionsfaktoren werden diese Spannung abmindern bis auf eine Grössenordnung von 50 MN/m<sup>2</sup> (500 kg/cm<sup>2</sup>).

Zusammenfassend kann man sagen, dass die verschiedenen Reduktionsfak-

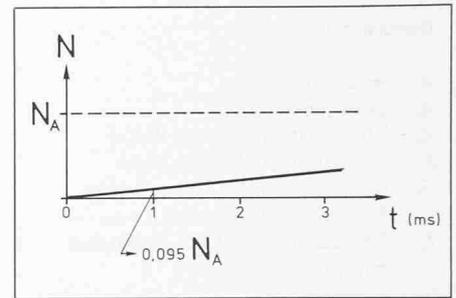


Bild 19. Verlauf von  $N_s$  bei einer um ein Zehnfaches geringeren Steifigkeit

toren dafür sorgen, dass im allgemeinen die Bewehrung nicht versagen wird. Die Natur ist uns gut gesinnt.

Adresse des Verfassers: A. L. Bouma, Professor ir. für nischen Hochschule Delft (Abt. für Bauingenieure). Stevinweg 1, NL-Delft 8.

## Spannungsumlagerung in bewehrten Betonkonstruktionen durch Kriechen und Schwinden des Betons

Von A.S.G. Bruggeling, Delft

In diesem Beitrag wird gezeigt, dass die Spannungsumlagerung durch Schwinden und Kriechen einen Einfluss auf das Verhalten von Betonkonstruktionen hat. Dazu werden einige Beispiele besprochen. Es handelt sich um die Spannungsumlagerung in hoch bewehrten Betonstützen, in einem schlaff bewehrten Biegeträger und in einem teilweise vorgespannten Biegeträger. Im letzten Fall wird gezeigt, dass einfache Methoden zur Berechnung von teilweise vorgespannten Biegeträgern gerechtfertigt sind.

This article is dealing with the influences of creep and shrinkage on the behaviour of concrete structures. Three examples are discussed in detail, namely the redistribution of stress in columns with a high percentage of reinforcement, a beam in reinforced concrete and a beam in partially prestressed concrete.

It is shown that in the last case a simple design approach for partially prestressed concrete beams is justified.

Dans cet article on démontre que le retrait et le fluage ont une influence sur le comportement des constructions en béton. Trois exemples sont choisis pour discuter ce phénomène: une pile avec un haut pourcentage d'acier, une poutre en béton armé et une poutre en béton précontraint partiellement. Pour le dernier cas il est aussi démontré qu'une méthode simple pour le calcul des poutres en béton précontraint partiellement est admissible.

### Einleitung

Beton ist ein Material, das nach der Verarbeitung und der Erhärtung schwindet und unter Belastung kriecht.

Diese Eigenschaften können das Verhalten einer Betonkonstruktion beträchtlich beeinflussen. Durch die Entwicklung der Spannbetonbauweise hat man erst deut-

lich die wichtige Rolle des Schwindens und Kriechens erkannt: Die aktiven Vorspannkraft, die in eine Betonkonstruktion eingeleitet werden, verringern sich mit der Zeit, weil der Beton sich verkürzt.

Hat man einmal diese Erkenntnisse gewonnen, wird auch klar, dass Schwinden und Kriechen des Betons einen wichtigen Einfluss auf das Verhalten einer nicht vorgespannten Betonkonstruktion

haben können. Die zeitabhängige Durchbiegung von Platten ist dafür ein Beispiel.

In den sechziger Jahren ist die teilweise Vorspannung entwickelt worden. Auch dabei war es notwendig, zeitabhängige Einflüsse in Betracht zu ziehen, weil sie nicht nur die Rissbreite unter Vollast beeinflussen können, sondern auch die Dauerfestigkeit unter wiederholter Belastung. Im folgenden Beitrag werden einige Gedanken zu den Problemen geäußert, die durch Spannungsumlagerung in bewehrten und vorgespannten Betonkonstruktionen hervorgerufen werden können, mit dem Ziel, einen Zusammenhang zwischen dem Verhalten unterschiedlicher Konstruktionen nachzuweisen.

### Betonstützen

Besonders in Gebäuden spielen die vertikalen Tragglieder – die Stützen – eine wichtige Rolle. Die im Erdgeschoss oder im Keller stehenden Stützen tragen oft eine nahezu zentrische, hohe Belastung. Um die Abmessungen dieser Stützen zu beschränken, wird ein ziemlich hoher Bewehrungsgehalt gewählt.

Nach der Inbetriebnahme des Gebäudes steuert eine Klimaanlage (Zentralheizung) das Klima auch der Räume, in denen sich die Stützen befinden. Meistens ist die relative Feuchtigkeit der Luft gering und die Temperatur nahezu