Zeitschrift: Schweizer Ingenieur und Architekt
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 112 (1994)
Heft: 21

Artikel: Einfluss der Betoneigenschaften auf die Biegeverformungen
Autor: Favre, Renaud
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-78444

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 08.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Einfluss der Betoneigenschaften auf die Biegeverformungen

Zweck dieses Beitrages ist die Darstellung der CEP-FIP-Momenten-Krümmungs-Beziehungen und deren Anwendung zur Untersuchung des Einflusses der Betoneigenschaften wie E-Modul, Kriechen und Zugfestigkeit auf die Langzeitdurchbiegungen. Es wird auch auf die Herleitung der vereinfachten Methode gemäss Norm SIA 162 eingegangen.

VON RENAUD FAVRE, LAUSANNE

Die einigermassen genaue Kenntnis der Verformungen eines Bauwerkes ist oft von wegweisender Bedeutung bei dessen Projektierung und Ausführung und bei späteren Bestandesaufnahmen. Dabei handelt es sich nicht nur um Durchbiegungen, sondern auch um das Verhalten infolge aufgezwängter Deformationen wie Fundamentsetzungen, Stützenkopfverschiebungen usw. Auch spielen die Verformungen bzw. die Verformbarkeit eine grosse Rolle bei der Beurteilung der Duktilität in der Plastizitätstheorie.

Leider sind aber die die Verformungen beeinflussenden Faktoren zahlreich und z.T. vor allem im Zeitpunkt der Projektierung nur ungenau erfassbar. Zudem sind die Last-Verformungs-Beziehungen nicht mehr linear. Dies gilt insbesondere für die Momenten-Krümmungs-Beziehung, die durch eventuelle Risse (Stadium 2), durch das Kriechen und Schwinden des Betons sehr massgebend beeinflusst werden. Zudem spielen vorübergehende Nutzlasten, Temperaturunterschiede, Einflüsse der Bauetappen eine schwierig erfassbare Rolle.

Der heutige Stand der Kenntnisse kann folgendermassen umrissen werden: Für den häufigen Fall der Durchbiegungsbegrenzung eines Bauwerkes, insbesondere von Massivplatten, wurden sehr vereinfachte Methoden entwickelt, die Eingang in die Normen gefunden haben (SIA 162 und CEB-FIP Model Code 1990 [1]). Diese Methoden erlauben bereits eine viel wirklichkeitsnahere Erfassung des Prob lems als eine blosse Schlankheitsbeschränkung wie z.B. Plattenstärke zu Spannweite. Sie sind aber nicht in der Lage, Momentenumlagerungen, vor allem infolge von Rissen, sowie den Einfluss der Betoneigenschaften zu erfassen. Allein der Übergang von einem mittleren zu einem hochfesten Beton kann die Langzeitdurchbiegung auf die Hälfte reduzieren [4,5]!

Für feinere und eingehendere Berechnungen werden in [1] sowie im Eurocode 2 Momenten-Krümmungs-Beziehungen angegeben, die es erlauben, die Verformungen möglichst wirklichkeitsnah zu bestimmen. Obwohl sie betreffend Lastwiederholungen, Temperatureinflüssen und Mitbeteiligung des gezogenen Betons zwischen den Rissen nur mittlere Einflüsse berücksichtigen, benötigt die Anwendung dieser Beziehungen ein geeignetes Rechenprogramm, das wegen der Nichtlinearität schon recht aufwendig wird (siehe z.B. [2].

Wir wollen nachfolgend auf die wesentlichen angeschnittenen Themen eintreten.

Momenten-Krümmungs-Beziehungen

Nachfolgend werden in den Bildern 1 und 2 die grundlegenden Beziehungen abgebildet, wie sie im § 3.6 des CEB-FIP Model Code 90 [1] genauer definiert werden. Darin bedeuten $1/r$ die mittlere Krümmung, $1/r_1$ die Krümmung im Stadium 1, $1/r_2$ die Krümmung im Stadium 2, beide unter Berücksichtigung des Kriechens, $1/r_{ts}$ die aussteifende Wirkung des gezogenen Betons (ts: tension stiffening), M_r das Rissmoment, $\beta_b = 0{,}5$ den Fall einer Dauerbeanspruchung. $1/r_{ts}$ nimmt mit $1/M$ hyperbolisch ab. Für $M = M_r$ ist demnach $1/r = 0{,}5\,(1/r_{1r}+1/r_{2r})$. Der Schnittpunkt zwischen $1/r$ und $1/r_1$ liegt auf der Höhe von $M = \sqrt{\beta_b \cdot M_r}$ (Bild 1). Die Berücksichtigung einer grösseren Krümmung als jener von Stadium 1 für $\sqrt{\beta_b} \cdot M_r < M < M_r$ trägt verschiedenen Einflüssen wie Bauablauf, Temperatur- und Nutzlasteinwirkungen Rechnung.

Die Anwendung dieser Momenten-Krümmungs-Beziehungen decken verschiedene interessante und oft vernachlässigte oder missverstandene Verformungsverhalten auf.

Vereinfachte Methoden

Für den täglichen Gebrauch des entwerfenden Ingenieurs sind vereinfachte Methoden zur Abschätzung einer Langzeitdurchbiegung a unterlässlich.

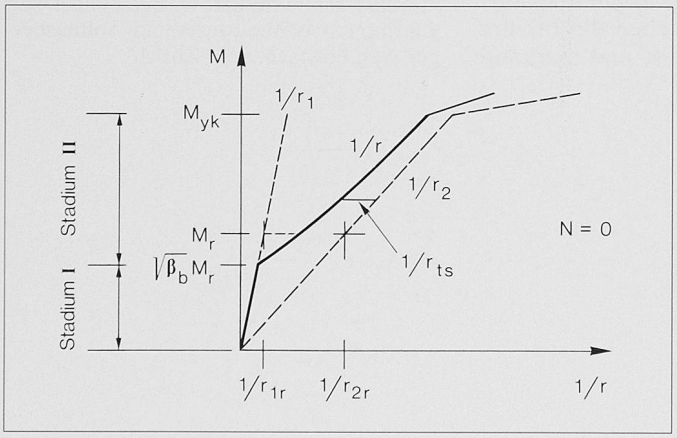

Bild 1. Momenten-Krümmungs-Beziehung für reine Biegung (N = 0)

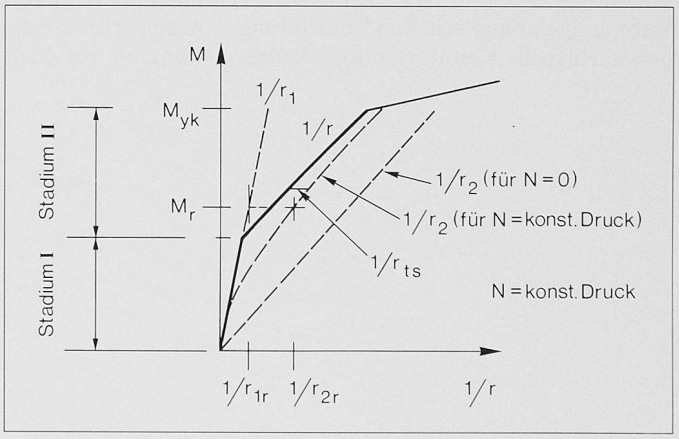

Bild 2. Momenten-Krümmungs-Beziehung bei Biegung mit konstanter Axialkraft N

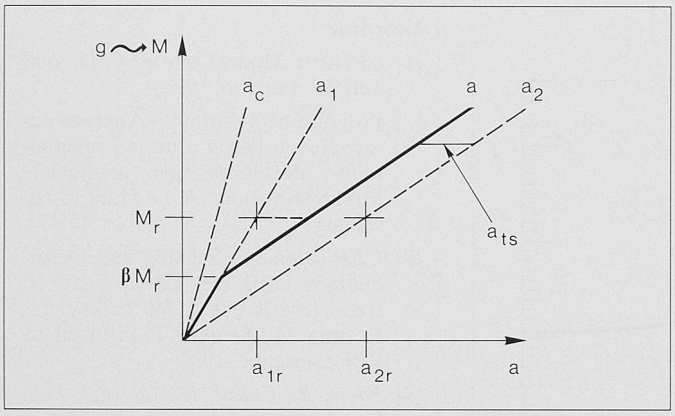

Bild 3. Bilineare Momenten-Durchbiegungs-Beziehung

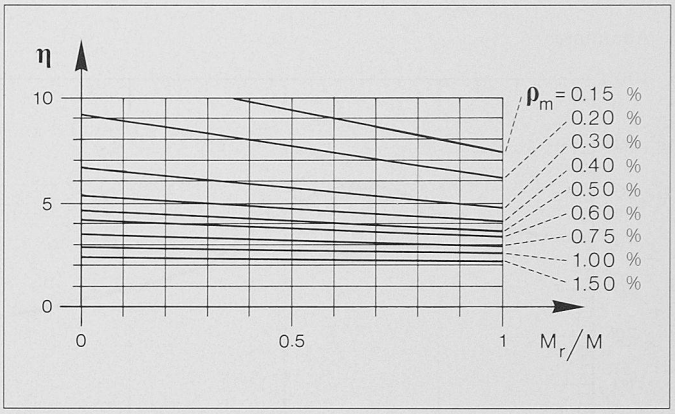

Bild 4. Korrekturfaktor η

Dazu kann aufgrund theoretischer Überlegungen und praktischer Versuche die in Bild 3 angegebene Last-Durchbiegungs-Beziehung hergeleitet werden [3].

Darin bedeuten a_1 und a_2 die Durchbiegungen im Stadium 1 bzw. 2 unter Berücksichtigung des Kriechens, a_{ts} die aussteifende Wirkung des gezogenen Betons. M_r ist das Rissmoment an der Stelle (meistens Feldmitte), wo die Durchbiegung am grössten ist. Für Langzeitdurchbiegungen ist $\beta = 0{,}5$. Die zu erwartende Durchbiegung a folgt einem bilinearen Gesetz und verläuft für $M > \beta \cdot M_r$ parallel zur Geraden a_2.

Dank einer parametrischen Studie konnte aus diesem Ansatz folgende stark vereinfachte Beziehung für die Langzeitdurchbiegung a hergeleitet werden:

$$a = \eta \cdot \left(\frac{h}{d}\right)^3 \cdot (1 - 20\rho'_m)\, a_c$$

Darin bedeuten:

- η Risse und Kriechen berücksichtigender Faktor
- h Querschnittshöhe
- d statische Höhe
- ρ'_m mittlerer Druckarmierungsgehalt
- a_c elastische Durchbiegung berechnet nach der Elastizitätstheorie

Weil das zugrunde liegende Gesetz bilinear und nicht linear ist, hängt η vom Verhältnis M_r/M ab. η hängt des weiteren stark vom mittleren Zugarmierungsgehalt ρ_m ab. Für die anderen Parameter wurden vereinfachend folgende konstante Werte angenommen:

$\alpha = E_s/E_c = 7$, Kriechzahl $\varphi = 2{,}5$

Alterungsfaktor $\chi = 0{,}8$

Damit konnte das in Bild 4 abgebildete Diagramm hergeleitet werden.

Für die praktische Anwendung wirkt sich zum Teil noch erschwerend die Bestimmung von M_r/M aus. Da η aber zumindest für $\rho_m > 0{,}30\%$ nur wenig von diesem Verhältnis abhängt, wurde im Sinne einer weiteren Vereinfachung η grob für $M_r/M \cong 0{,}5$ aus Bild 4 bestimmt.

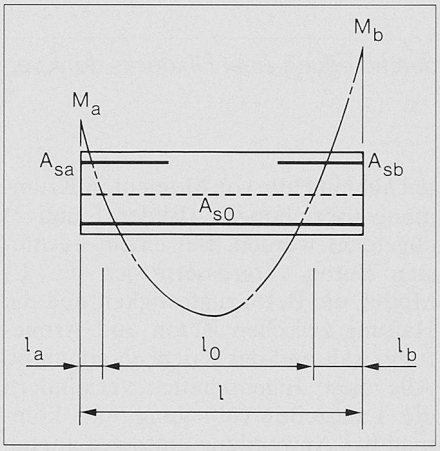

Bild 5. Bestimmung der Längen l_a, l_o und l_b

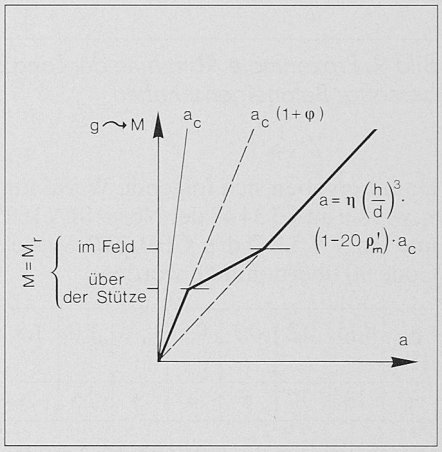

Bild 6. Vereinfachte Momenten-Durchbiegungs-Beziehung

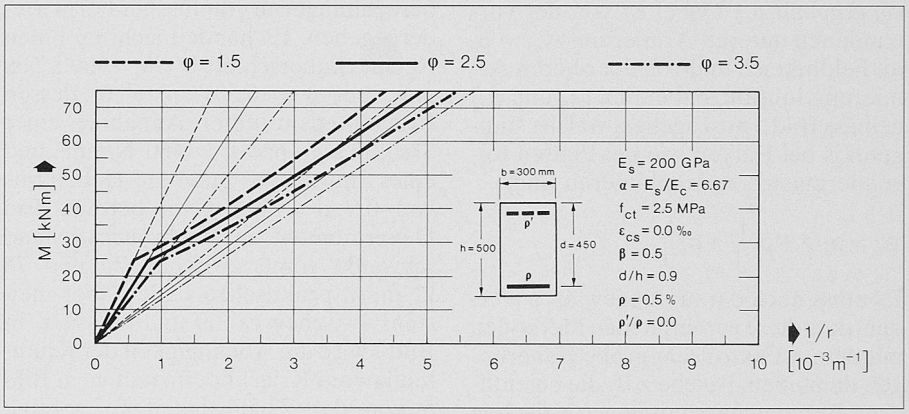

Bild 7. Momenten-Krümmungs-Beziehungen für φ = 1,5; 2,5; 3,5

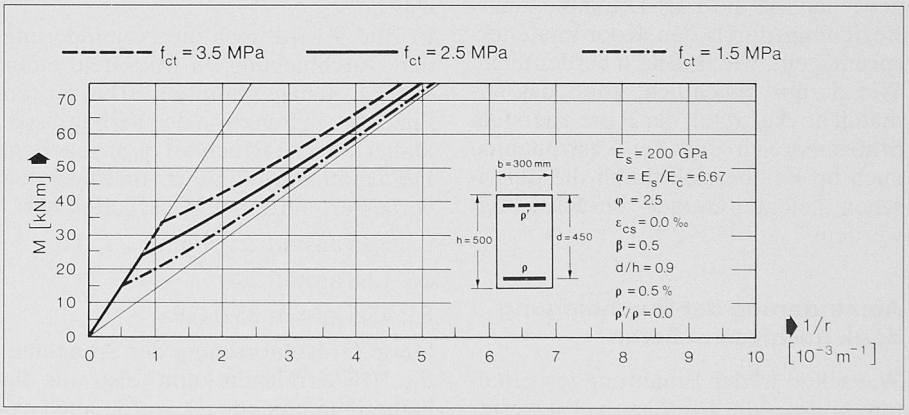

Bild 8. Momenten-Krümmungs-Beziehungen für f_{ct} = 1,5; 2,5; 3,5 N/mm² (MPa)

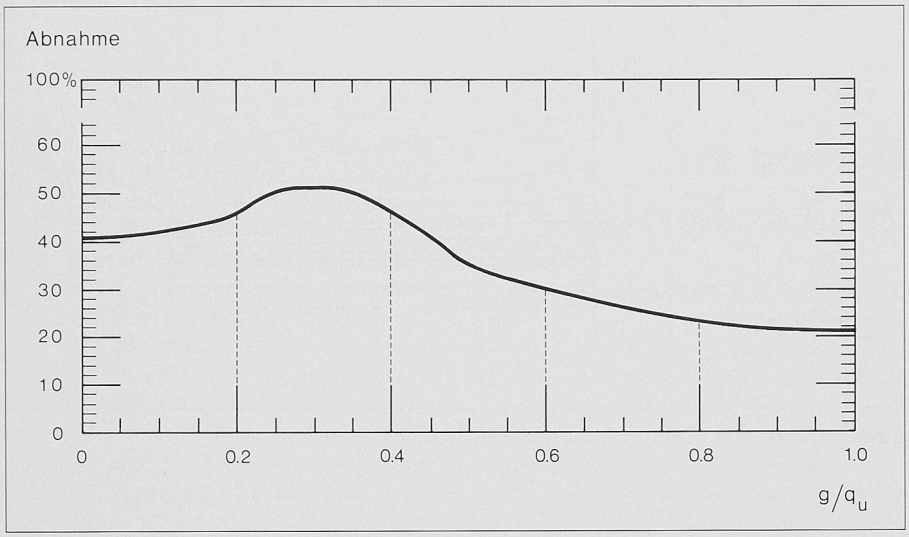

Bild 9. Prozentuale Abnahme der Langzeitdurchbiegung einer Pilzdecke dank verbesserter Betoneigenschaften.

Damit ergaben sich folgende Werte für η, wie sie im § 3 34 42 der Norm SIA 162 und im § 7.5.2.2 des CEB-FIP Model Code 90 übernommen wurden:

ρ_m [%]	0,15	0,2	0,3	0,5	0,75	1,0	1,5
η	10	8	6	4	3	2,5	2

Wesentlich für die brauchbare Anwendung dieser vereinfachten Methoden mit dem η-Faktor ist eine gute Abschätzung vom mittleren Zugarmierungsgehalt ρ_m. Dabei ist von der vorhandenen unteren Armierung $A_{so} \rightarrow \rho_0$ im Feldbereich und von der oberen Armierung im Stützenbereich (ρ_a und ρ_b) gemäss Bild 5 auszugehen, welche sinngemäss bei Balken wie bei Platten folgendermassen zu kombinieren sind:

$$\rho_m = \rho_a \frac{l_a}{l} + \rho_0 \frac{l_0}{l} + \rho_b \frac{l_b}{l}$$

Es muss noch darauf hingewiesen werden, dass diese vereinfachten Methoden mit dem η-Faktor sehr grobe Näherungen darstellen, welche z.B. die eigentlichen Betoneigenschaften wie Kriechen undifferenziert berücksichtigen. Auch wird damit vom bilinearen Ansatz abgewichen, da die Last-Durchbiegungs-Beziehung durch den Koordinatenursprung geht, wie in Bild 6 verdeutlicht. Wie daraus ersichtlich, kann das allmähliche Auftreten der Risse zuerst im Stützenbereich und bei Lastzunahme auch im Feldbereich durch die dazwischen gelegte Gerade berücksichtigt werden.

Abminderung der Durchbiegung dank hochfestem Beton

Wie schon in der Einleitung festgehalten, können die Einflüsse verbesserter (oder verminderter) Betoneigenschaften nur mit Hilfe von Momenten-Krümmungs-Beziehungen (Bilder 1 und 2) abgeleitet werden. Bei einem hochfesten Beton vergrössern sich der E-Modul, die Betonzugfestigkeit und die Haftung zwischen Beton und Armierung, während das Kriechen abnimmt. Alle diese Eigenschaften vermindern die Langzeitdurchbiegung und kommen bei Anwendung eines geeigneten nichtlinearen FE-Programms [2] voll zur Geltung.

Nachfolgend werden einige Vergleichsberechnungen in graphischer Form wiedergegeben. Es handelt sich um einen Rechteckquerschnitt b x h = 300 x 500 mm, mit ρ = 0,5%, ρ' = 0, dessen Bruchmoment unter Annahme einer Stahlfliessgrenze f_y = 460 N/mm² und eines mittleren inneren Hebelarms von 0,9 d = 125 kNm beträgt. Ein Dauermoment im Gebrauchszustand schwankt somit zwischen 20 und 75 kNm, in praktischen Fällen aber meistens zwischen ca. 30 und 60 kNm. In Bild 7 wird die Abhängigkeit der Krümmung vom Kriechkoeffizient φ, in Bild 8 von der Zugfestigkeit f_{ct} gezeigt. Dabei wird ersichtlich, wie stark die Einflüsse von der Grösse von M abhängen.

In Bild 9 wird noch die Abminderung der Durchbiegung im Mittelfeld einer 8,30 x 8,30 m gespannten, 30 cm dicken Pilzdecke in Funktion des Verhältnisses Dauerlast g zu Bruchlast q_u angegeben. Die Abminderung rührt von folgenden verbesserten Betoneigenschaften her:

f_{ct}: 3,75 anstatt 2,5 N/mm²

φ: 1,68 anstatt 2,8

E_c: 45,5 anstatt 35,0 GPa

Diese Grössenordnung der Abnahme, die 50% erreichen kann (also nur die halbe Durchbiegung!), wurde auch experimentell nachgewiesen [5].

Literatur

[1] CEB-FIP Model Code 1990, Thomas Telford, London, 1993.

[2] Programme Di-Maps «Analyse des sections en béton armé ou précontraint» développé par la Société MAPS Diffusion SA, Le Mont s/Lausanne.

[3] *CEB Manual:* Cracking and Deformations, CEB Task Group Favre R. (reporter), Beeby A. W., Falkner H., Koprna M., Schiessl P. diffused by EPF Lausanne, 1985.

[4] *Favre, R., Charif, H., Jaccoud, J.-P.:* Large reduction of deflections due to HPC, in High Performance Concrete, from materiel to structure. Yves Malier, Chapmann and Hall, London, 1992.

[5] *Charif, H.:* Réduction des déformations des structures en béton grâce à l'utilisation de bétons à hautes performances; étude numérique et expérimentale. Thèse n° 884, EPF Lausanne, 1990.

[6] *Ghali, A., Favre, R.:* Concrete structures; stresses and deformations. Ed. Chapman and Hall, London, New York, 2nd edition, 1994.

[7] *Espion, B., Halleux, P.:* Long-term Deflections of Reinforced Concrete Beams: Reconsideration of Their Variability. ACI Structural Journal, March–April 1990, vol. 89 n° 2, p. 232–236.

[8] *Favre, R., Jaccoud, J.-P., Koprna, M., Radojicic, A.:* Dimensionnement des structures en béton. Traité de Génie Civil, vol. 8, Ed. PPR, Lausanne, 1990.

Ausblick

Auch wenn heute nichtlineare FE-Programme vom praktisch tätigen Ingenieur nur selten angewendet werden, erlauben sie dem Forscher, die wesentlichen Einflüsse der verschiedenen Parameter auf die Verformungen zu erfassen. Auch kann damit die z.T. ins Gewicht fallende Momentenumlagerung im Gebrauchszustand berücksichtigt werden, welche bei hochfestem Beton oft kleiner ausfällt.

Noch nicht oder sehr mangelhaft abgeklärt sind die Einflüsse von zyklischen Einwirkungen, wie Temperatur- und Feuchtigkeitsänderungen, sowie von momentanen, sich wiederholenden Nutzlasten, welche zu den irreversiblen Verformungen beitragen können. Es scheint aber festzustehen, dass eine Verbesserung der Betoneigenschaften die lastinduzierten Verformungen und Rissweiten wesentlich vermindert.

Adresse des Verfassers: Prof. *Renaud Favre*, Institut de statique et structures/IBAP, Département de Génie Civil, ETH Lausanne, 1015 Lausanne.