Schweizer Ingenieur und Architekt
Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
108 (1990)
44
Kapazitätsbemessung erdbebenbeanspruchter Stahlbetonrahmen
Moser, Konrad / Paulay, Thomas
https://doi.org/10.5169/seals-77546

### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. <u>Mehr erfahren</u>

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. <u>En savoir plus</u>

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. <u>Find out more</u>

# Download PDF: 26.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

# Kapazitätsbemessung erdbebenbeanspruchter Stahlbetonrahmen

Die Methode der Kapazitätsbemessung gewinnt für die Erdbebenbemessung von Tragwerken immer mehr an Bedeutung. Sie erlaubt eine direkte, klare Bemessung bis in den plastischen Bereich beanspruchter Tragwerke und wird hier am Beispiel der Stahlbetonrahmen in Skelettbauten erläutert: Zuerst werden die plastifizierenden Bereiche in den Riegeln festgelegt. Anschliessend sind die elastisch bleibenden übrigen Bereiche und die Stützen auf die Beanspruchungen infolge der Entwicklung der Fliessgelenke zu bemessen. Damit ist sichergestellt, dass der gewählte Mechanismus auch bei grösseren Tragwerksverformungen zur Energiedissipation erhalten bleibt. Die speziellen Anforderungen an die konstruktive Durchbildung, vor allem der Fliessgelenkbereiche, werden ebenfalls besprochen. Beim vorliegenden Beitrag handelt es sich im wesentlichen um eine Zusammenfassung des vierten Kapitels aus [1].

#### Kapazitätsbemessung

#### Grundsätzliches

Die Methode der Kapazitätsbemessung wurde während der letzten 15 Jahre vor allem von neuseeländischen Forschern

VON KONRAD MOSER, ZÜRICH, UND THOMAS PAULAY, CHRISTCHURCH (NZ)

in enger Zusammenarbeit mit Ingenieuren in der Praxis entwickelt und auf den heutigen anwendungsorientierten Stand gebracht. Sie hat sich zur rationalen und deterministischen Bemessung von Bauwerken aller Art, vor allem für Erdbebeneinwirkungen, als sehr gut geeignet erwiesen und ermöglicht die sichere und wirtschaftliche Verwendung von Stahlbeton für hohe Bauten in erdbebengefährdeten Gebieten.

Der Methode der Kapazitätsbemessung liegen folgende Prinzipien zugrunde:

- Begrenzung der Beanspruchung: Die im Bauwerk maximal möglichen Beanspruchungen werden über den ganzen Verformungsbereich durch entsprechende Massnahmen in tragbaren Grenzen gehalten.
- Festlegung der Zonen der Energiedissipation: Die Zonen der Energiedissipation im Tragwerk werden beim Bemessungsvorgang eindeutig festgelegt und ihrer Beanspruchung entsprechend konstruktiv durchgebildet.

- Schutz der spröden Bereiche vor Überbeanspruchung: Bereiche, die zu sprödem Versagen neigen oder sich allgemein nicht für eine stabile Energiedissipation eignen, werden vor übermässiger Beanspruchung geschützt und bleiben ungeachtet der Grösse der Erdbebeneinwirkung immer elastisch.
- Duktiles Tragwerkverhalten: Das gesamte Tragwerk weist trotz spröden Teilen ein duktiles Verhalten mit grossem Verformungsvermögen auf.

Diese vier Prinzipien ermöglichen ein deterministisches Vorgehen bei der Bemessung sowie die Beschränkung von speziellen konstruktiven Massnahmen auf nur wenige, aber eindeutig festgelegte Bereiche.

Da speziell unter Erdbebeneinwirkung die Beanspruchungen der einzelnen Tragelemente schwierig abzuschätzen sind und vor allem von den Verformungen des Tragwerks abhängen, werden die strukturerhaltenden Tragelemente auf die von den plastifizierenden Zonen ausgehenden effektiven Schnittkräfte ausgelegt.

Dadurch wird die Bemessung an sich unabhängig von den Verformungen. Tritt eine grössere als die erwartete Verformung des Tragwerks auf, so entstehen keine neuen Fliessgelenke, sondern dasselbe zum Teil plastifizierte Tragsystem verformt sich etwas mehr. Werden die plastifizierenden Zonen entsprechend konstruktiv durchgebildet, so ist sichergestellt, dass eine genügend grosse, über die bei der Ersatzkraftermittlung vorausgesetzte Duktilität noch hinausgehende Verformungsfähigkeit vorhanden ist. Die plastischen Gelenke begrenzen also die Beanspruchung des Tragsystems. Auf diese Weise ist gewährleistet, dass die elastisch bleibenden spröden Elemente des Tragsystems nicht überbeansprucht werden können.

#### Einführungsbeispiel

Ein einfaches System der obigen Art stellt die in Bild 1 gezeigte Stahlkette dar: Ein sehr duktiles Glied mit dem effektiven Tragwiderstand  $R_{y, eff}$  schützt die übrigen spröden Kettenglieder mit einem garantierten minimalen Tragwiderstand  $R_{t, min}$ , falls gilt

$$(1) \quad R_{y, eff} < R_{t, min}.$$

Die Kraft auf die spröden Kettenglieder bleibt, im Rahmen der Dehnfähigkeit des duktilen Kettengliedes, für beliebige Dehnungen auf  $R_{y, eff} < R_{t, min}$  beschränkt. Der Tragwiderstand (Kapazität) des einen duktilen Gliedes ist für das Gesamtsystem massgebend:

Methode der Kapazitätsbemessung

Nehmen wir eine reine Erdbebenbeanspruchung der Kette an:

$$(2) \quad F = S_u = S_E$$

- *S<sub>u</sub>*: Bemessungswert der Beanspruchung,
- *S<sub>E</sub>*: Schnittkraft infolge Erdbebenbeanspruchung.

Der erforderliche Tragwiderstand des duktilen Gliedes beträgt nach der Bemessungsbedingung in [3] bzw. [6]:

(3) 
$$R_i = S_E \gamma_R$$
 bzw.  $R_i = S_E / \Phi$ 

 $R_i$ : Nennwert des Tragwiderstandes,

 $\gamma_R$ : Widerstandsbeiwert,

 $\Phi$ : Widerstandsreduktionsfaktor.

Der Widerstand des duktilen Gliedes bei Überfestigkeit (grosse plastische Verformungen) ist jedoch wesentlich grösser und wird definiert als

(4)  $R_o = \lambda_o R_i$ .

Der Überfestigkeitsfaktor  $\lambda_o$  für den Tragwiderstand berücksichtigt, dass die Fliessspannung bei grösseren Dehnungen (i.a.  $\varepsilon_s = 2-4\%$ ) und der Widerstand von umschnürtem Beton wesentlich über den Nennwerten liegen. Der betrachtete Querschnitt kann aber auch stärker sein als erforderlich (Wahl der Bewehrungsstäbe und Betonabmessungen). Wir definieren deshalb einen Überfestigkeitsfaktor  $\Phi_o$  gegenüber der Schnittkraft  $S_E$  infolge der Erdbebenbeanspruchung:

(5) 
$$\Phi_o = \frac{R_o}{S_E} \ge \Phi_{o, ideal} = \lambda_o \gamma_R.$$

Im Bauwerk gilt also meist  $R_i > S_E/\gamma_R$ , und der Überfestigkeitsfaktor ist deshalb grösser als  $\Phi_{a, ideal}$ . Führen wir zusätzlich einen bei Stützen und Tragwänden wesentlichen dynamischen Vergrösserungsfaktor  $\omega$  für dynamische Effekte ein, so lässt sich der erforderliche Tragwiderstand der spröden Kettenglieder für  $\gamma_{R,spröde} = 1.0$  sinngemäss angeben als:

(6) 
$$R_{t, min} \ge \omega \Phi_o S_E$$

Die Diagramme in Bild 1 zeigen einen weiteren wichtigen Effekt: Die plastische Verformung der Kette entspricht derjenigen des einen duktilen Gliedes und wird zur Ermittlung der Duktilität der Kette auf die gesamte elastische Verformung bezogen. Die Duktilität der Kette ist bedeutend kleiner als diejenige des einen duktilen Kettengliedes. Mit den Annahmen  $\Delta_1 \approx \Delta'_1 \approx \Delta'_2 \approx$  $\Delta$  und  $\Delta_2 = 9\Delta$  ergibt sich für acht spröde und ein duktiles Glied nur eine Gesamtduktilität von  $\mu_{\Delta} = (8 + 9)\Delta/9\Delta =$ 1.9.

#### Kapazitätsbemessung bei Hochbauten

Das am Einführungsbeispiel einer Kette erläuterte Prinzip wird nun auf ganze Tragsysteme angewendet. Dabei ist wie folgt vorzugehen:

- Es wird ein kinematisch zulässiger plastischer Mechanismus gewählt.
- Der gewählte Mechanismus soll bei kleinen plastischen Rotationen in den Fliessgelenken eine möglichst grosse Verschiebeduktilität des Gesamtsystems (vgl. Bild 2) ermöglichen.
- Ausgehend vom gewählten Mechanismus können die Zonen der Energiedissipation, die Fliessgelenke, genau festgelegt werden.
- Die übrigen Bereiche werden derart ausgelegt, dass sie sich unter den von den Fliessgelenken ausgehenden Schnittkräften nicht plastisch verformen. Diese elastischen Bereiche oder Tragelemente dürfen daher auch ein sprödes Verhalten aufweisen. Die



Bild 1. Prinzip der Begrenzung der Beanspruchung mit Hilfe duktiler Elemente

von den plastischen Gelenken ausgehenden Schnittkräfte entsprechen dem dortigen Widerstand bei Überfestigkeit. Sie sind von den elastisch bleibenden Bereichen wie andere Beanspruchungen durch den Bemessungswert des Tragwiderstandes aufzunehmen ( $\gamma_R = \Phi = 1.0$ ). Dadurch kann die zur Gewährleistung der plastischen Verformungsfähigkeit erforderliche konstruktive Durchbildung auf die plastifizierenden Bereiche beschränkt werden.

Der Vergleich der Beispiele von Bild 2 zeigt, dass beim Rahmenmechanismus a) mit zahlreichen Fliessgelenken in den Riegeln (Riegelmechanismus) für eine gleiche Gesamtverformung  $\Delta$  ein wesentlich kleinerer Rotationswinkel  $\theta_1$  in den Fliessgelenken erforderlich ist als  $\theta_2$  beim Stockwerkmechanismus b) mit Fliessgelenken nur in den Stützen (Stützmechanismus, «soft storey-mechanism»). Mit dem Mechanismus a) ist ein duktiles Tragwerksverhalten über einen weiten Verformungsbereich sichergestellt, b) führt bei stärkeren Erdbeben oft zu übermässigen plastischen Rotationen in den Fliessgelenken der Stützen und damit zum Versagen des Tragwerks. Dies stellt die häufigste Ursache bei Einstürzen von Rahmen durch Erdbebeneinwirkung dar.

Bild 3 zeigt ein einfaches Beispiel zur Beanspruchungsbegrenzung und Festlegung der Zonen der Energiedissipation. Der Einfluss einer variablen Einwirkung F von schwer abschätzbarer Grösse auf den zu erhaltenden Teil des Tragwerks wird durch bewusst eingeplante plastische Gelenke in unschädlichen Grenzen gehalten. Dabei wird in Kauf genommen, dass bleibende plastische Verformungen entstehen.

Bild 4 zeigt ein Beispiel mit schweren Schäden, welche mit der Methode der Kapazitätsbemessung leicht hätten vermieden werden können. Die meisten Fassadenriegel dieses Hochhauses verinfolge Querkraftbeansprusagten chung (Pfeile A und Detailbild). Eine Bewehrung zur Aufnahme der Querkraft bei Biegeüberfestigkeit der Riegel hätte ein Versagen dieser Art verhindert. Zudem wurde die Normalkraft in den Tragwänden aus den Erdbeben-Ersatzkräften und nicht als Resultierende der über die Höhe eingeleiteten maximalen Riegelquerkräfte berechnet. Daher ergab sich auch das frappante Zugversagen der Tragwand im dritten Geschoss (Pfeil B).

Die Vorteile der Kapazitätsbemessung treten bei dynamisch beanspruchten Tragwerken besonders stark hervor, da die Beanspruchungen der stabilitätserhaltenden Tragelemente auf andere Weise auch mit grossem Rechenaufwand kaum sicher abgeschätzt werden können.



Bild 2. Vergleich verschiedener Mechanismen: a) Rahmenmechanismus, b) Stockwerkmechanismus



Bild 3. Beispiel für die allgemeine Anwendung der Kapazitätsbemessung: a) Tragsystem, b) plastischer Mechanismus





Bild 4. Schäden am Mt. McKinley-Gebäude nach dem Erdbeben von Anchorage, 1964, Alaska

Ein günstig gewähltes, derart bemessenes Tragwerk verhält sich über einen weiten Beanspruchungsbereich äusserst gutmütig. Die Verformungen sind primär von der eingetragenen Energie abhängig und nicht vom bebenspezifischen Frequenzgehalt der Bodenbewegung. Wird mehr Energie ins Tragwerk eingetragen, führt dies wohl zu grösseren Verformungen, kaum aber zum Kollaps. Daher erübrigen sich umfangreiche dynamische Berechnungen.

Die Erfahrungen in Neuseeland zeigen, dass der Mehraufwand des Ingenieurs bei der Anwendung der Methode der Kapazitätsbemessung beim ersten ausgeführten Projekt wohl von Bedeutung ist, mit zunehmender Erfahrung jedoch auf ein unerhebliches Mass absinkt, das durch eine wesentliche Erhöhung des Erdbebenschutzes mehr als gerechtfertigt ist.

Die Kapazitätsbemessung eignet sich nicht nur für Stahlbetonrahmen, sondern auch zur Bemessung anderer Ingenieurbauten (vgl. [1], [5]).

#### Rahmenbemessung

Die Darstellung der Rahmenbemessung beschränkt sich auf die Hauptvorgehensschritte, um einen Gesamteindruck davon zu geben, wie die wichtigsten Fragen der Bemessung behandelt werden. Infolge der Kürzungen sind die Detailinformationen für Bemessungsaufgaben für den mit der erläuterten Methode noch nicht vertrauten Leser jedoch nicht ausreichend (vgl. [1]).



Bild 5. Arten von Stahlbetonrahmen In diesem Abschnitt werden erdbebendominierte Rahmen behandelt (vgl. Bild 5). Wird die Bemessung der Riegel von den Schwerelasten dominiert, so findet ein leicht modifiziertes Vorgehen Anwendung [1].

Alle im folgenden aufgeführten Gleichungen sind, soweit sie von Beton- und Stahlqualität abhängig sind, für eine

- Prismendruckfestigkeit
- $f'_c = 35 \text{ N/mm}^2 \text{ und einen}$
- Rechenwert der Zugfestigkeit  $f_v = 460 \text{ N/mm}^2$ ,

entsprechend Stahl S500 nach [3] (~ Stahl IV S nach DIN), ausgewertet. Für andere Materialeigenschaften sind die Werte ausgehend von den Gleichungen in [1] zu berechnen.

#### **Entwurf des Tragwerks**

Dieser Schritt entscheidet über die *Erreichbarkeit* der gewünschten *Erdbebensicherung* sowie über deren *Kosten* und darf nicht dem Zufall überlassen werden. Vor allem bei höherer Erdbebengefährdung ist die Mitarbeit des Ingenieurs für einen erdbebengerechten Entwurf des Bauwerks unerlässlich.

Das Tragwerk ist im Grundriss möglichst symmetrisch auszubilden, die Steifigkeit der Tragelemente für Horizontalkräfte ist gleichmässig zu vertei-

#### Baustatik

len. Der Steifigkeitsverlauf im Aufriss soll möglichst stetig sein.

Beim Entwurf des Tragwerks sind die üblichen Regeln einzuhalten, die Riegel- und Stützenabmessungen sind etwas über den gebräuchlichen Abmessungen zu wählen.

#### Deckenbemessung

Die Decken sind in üblicher Weise auf Schwerelasten zu bemessen. Sie verbinden in jedem Stockwerk die Rahmen und werden in ihrer Ebene als steif angenommen. Bei grossen Aussparungen, bei stark gegliederten Grundrissen sowie bei vorfabrizierten Deckensystemen ist die Ableitung der Trägheitskräfte zu überprüfen.

#### Ermittlung der Ersatzkräfte

Die Beanspruchungen der Riegel können mit beliebigen Methoden wie der Superposition aufgrund einer Modalanalyse, dem Ersatzkraftverfahren oder anderen ermittelt werden. (Die Bemessungsschnittkräfte für die Stützen werden in jedem Fall ausgehend vom vorhandenen Tragwiderstand der Riegel bestimmt.) Im folgenden wird das Ersatzkraftverfahren beschrieben, es ist jedoch nicht Teil der eigentlichen Methode der Kapazitätsbemessung. Es wird wie folgt vorgegangen:

- In Abhängigkeit von Tragwerksart und tolerierbaren Verformungen wird ein Bemessungswert für die Verschiebeduktilität gewählt: beschränkt duktil  $\mu_{\Delta} \approx 3.5$ , voll duktil  $\mu_{\Delta} \leq 6$ .
- Für die angenommene Verschiebeduktilität und die Grundschwingzeit  $T_1$  des Bauwerks werden die Erdbeben-Ersatzkräfte bestimmt, indem aus inelastischen Spektren oder durch Abminderung aus elastischen Spektren (meist mit 5% der kriti-



Bild 6. Abminderungsprinzipien: a) gleiche maximale Verschiebung, b) gleiche Verschiebungsarbeit

schen Dämpfung) die wirksame Beschleunigung *a* ermittelt wird. Die beiden häufig angewandten Abminderungsprinzipien (Abminderungsfaktoren  $\alpha_{\mu}$ ) beruhen auf den Annahmen von Bild 6a der gleichen maximalen Verschiebung oder 6b der gleichen Verschiebungsarbeit:

(7)  $\alpha_{\mu} = 1/\mu_{\Delta} \text{ oder}$  $\alpha_{\mu} = 1/\sqrt{2\mu_{\Delta}-1}.$ 

Die wirksame Beschleunigung lässt sich bei bekanntem Verlauf der Bodenbewegung jedoch auch direkt berechnen.

- Mit der wirksamen Beschleunigung aund der gesamten Masse  $M_{tot}$  (Eigengewicht plus vorhandene Nutzlasten) wird die horizontale statische Ersatzkraft ermittelt

(8)  $F_{tot} = M_{tot}a$ 

und entsprechend den Regeln der anzuwendenden Norm über die Gebäudehöhe verteilt (vgl.  $F_i$  in Bild 7).

 Zur Beurteilung, ob das Ersatzkraftverfahren an einem ebenen Modell angewandt werden darf, ist die Regelmässigkeit des Rahmensystems zu kontrollieren. Der Einfluss der Torsion kann gemäss der anzuwendenden Norm berücksichtigt werden.

## Ermittlung der Schnittkräfte

Die Schnittkräfte infolge der horizontalen Ersatzkräfte können mit einer elastischen dreidimensionalen, einer modifizierten zweidimensionalen Rahmenberechnung oder einem anderen geeigneten Verfahren bestimmt werden. Sie werden mit Vorteil getrennt für Schwerelasten und Erdbeben-Ersatzkräfte ermittelt (mittlere Biegesteifigkeiten:  $0.5E_cI_c^I$  für Riegel und 0.8 bis  $1.0E_cI_c^I$  für Stützen, je nach Normalkraftbeanspruchung; dabei sind:  $E_c$ : Elastizitätsmodul des Betons für kurzzeitige Beanspruchung und  $I_c^I$ . Trägheitsmoment des ungerissenen Betonquerschnittes).

#### Momentenumverteilung in den Riegeln

Den Biegemomenten aus den Schwerelasten werden diejenigen aus Erdbeben  $M_{\vec{E}}$  bzw.  $M_{\vec{E}}$  überlagert. Dann wird die Lage der Riegelfliessgelenke festgelegt. Dazu können die Momente in den Riegeln umverteilt werden (vgl. Bild 8), mit folgenden Zielen:



Bild 7. Modellierung von Hochbauten: a) Tragsystem, b) Rechenmodell, c) typische Ersatzkraftverteilung



Bild 8. Momentenumverteilung für zwei Kombinationen der Einwirkungen



Bild 9. Anordnung und Querschnitt der Umschnürung in Gelenkzonen

- Reduktion der maximalen negativen Momente  $\Delta M \leq 0.3 \cdot |M^-|_{max}$ ).
- Erreichen eines etwa gleich grossen erforderlichen Widerstandes beidseits der Innenstützen.
- Ausnützung der nach gewissen Normen zur Erreichung der notwendigen Krümmungsduktilität geforderten halb so grossen positiven Fliessmomente  $(M_i^+ \ge 0.5 \cdot |M_i^-|)$ .

#### Kompensation des P-A-Effektes

Infolge der Verschiebung des Tragsystems verschieben sich auch die Schwerelasten des Bauwerkes, und es entsteht ein zusätzliches Kippmoment. Es ist abzuklären, ob dieser Einfluss wesentlich wird, was bei weicheren Rahmen der Fall sein kann. Da grössere Stockwerkverschiebungen auftreten können, sind die traditionellen elastischen Methoden zur Bestimmung der P- $\Delta$ -Effekte nichtbrauchbar. Gegebenenfalls ist der Tragwiderstand zu erhöhen (vgl. [1]).

#### **Biegebemessung der Riegel**

Die Längsbewehrung der Riegel wird gewählt, wobei in den Fliessgelenken der Beton ausserhalb der Umschnürung nicht einzurechnen ist, da er bei zyklischer Beanspruchung bis in den plastischen Bereich abplatzen kann. Bei der Wahl der Stabdurchmesser  $d_b$  sind die Verbundbedingungen zu berücksichtigen ( $d_b \leq h_j/30$  bis  $\leq h_j/42$ , je nach Normaldruck in der Stütze [ $h_j$ : Knotenbreite, in Rahmenrichtung gemessen]).

Die Bewehrungsgehalte ( $\varrho = A_s / A_c =$ Verhältnis von Bewehrungs- zu Betonquerschnittsfläche) sind bezüglich  $\varrho_{max} = f(f_y, f'_c, \varrho/\varrho') \approx 1.1\%$  bis 1.5% und  $\varrho_{min} \approx 0.3\%$  zu überprüfen, damit eine genügende Rotationsduktilität gewährleistet ist ( $\varrho'$ : Druckbewehrungsgehalt).

#### Ermittlung der Biegeüberfestigkeit der Riegelgelenke

Unter Berücksichtigung der wirksamen Zugflanschbewehrung wird die Biegeüberfestigkeit  $M_o$  in den plastischen Gelenken für beide Beanspruchungsrichtungen bestimmt:

$$(9) \quad M_o = \lambda_o M_i$$

## Ermittlung der Riegel-Überfestigkeitsfaktoren

Die Momentenlinien in den Riegeln sind durch die in den Riegelfliessgelenken auftretenden Überfestigkeitsmomente und die auf die Riegel wirkenden Schwerelasten gegeben. Mit den daraus für die Stützenachsen bestimmten Biegemomenten lassen sich die Überfestigkeitsfaktoren  $\Phi_o$  für beide Beanspruchungsrichtungen

(10) 
$$\Phi_o^- = \frac{M_o^-}{M_E^-}$$
 und  $\Phi_o^- = \frac{M_o^-}{M_E^-}$ 

bestimmen. Bei erdbebendominierten Rahmen werden die Stockwerk-Überfestigkeitsfaktoren für ein ganzes Rahmengeschoss bestimmt

(11) 
$$\psi_o^- = \frac{\Sigma M_o^-}{\Sigma M_E^-}$$
 und  $\psi_o^- = \frac{\Sigma M_o^-}{\Sigma M_E^-}$ 

und anhand von

(12)  $\psi_{o, ideal} = \Phi_{o, ideal} = \lambda_o \gamma_R bzw. \lambda_o / \Phi$ 

überprüft. Für Bewehrungsstahl S500 gilt  $\Phi_{o, ideal} \approx 1,4$  (vgl. [1]).

#### Ermittlung der Bemessungsquerkräfte der Riegel

Die massgebenden Querkräfte bei Überfestigkeit werden für beide Einwirkungsrichtungen ermittelt. Gl. (13) ergibt z.B. die maximale Querkraft im Riegel A-B beim Auflager A:

13) 
$$V_{u,A} = V_{Q,A} + \frac{M_{o,A} + M'_{o,B}}{l_{AB}}$$
  
=  $V_{Q,A} + V_{o,E}^{+}$ 

- $V_{Q.A}$ : Querkraft bei A infolge der Schwerelastkombination,
- $M_{o, A}$ : negatives Überfestigkeitsmoment bei A,
- $M'_{o,B}$ : positives Überfestigkeitsmoment bei B,
- $l_{AB}$  : freie Spannweite.

#### Schubbemessung der Riegel

Die Schubbemessung der Riegel lässt sich wie folgt gliedern:

- Die mit der Riegelhöhe  $h_b$  und der Riegelbreite  $b_w$  ermittelte nominelle Schubspannung  $v_i$ 

(14)  $\upsilon_i = V_i / (b_w h_b)$ 

muss in den Gelenkbereichen Gl. (15) genügen:

(15)  $v_{i,max} \leq 0.9 \sqrt{f'_c} = 5.3 \text{ N/mm}^2$ .

 Der Schubwiderstand V<sub>i</sub> setzt sich zusammen aus einem Betonanteil V<sub>c</sub> und einem Anteil der Schubbewehrung:

(16)  $V_i = V_c + V_s$ 

- $V_c$ : Beitrag des Betons an den Schubwiderstand; in den Fliessgelenken ist  $V_c = 0$  zu setzen (vgl. [1]),
- $V_s$ : Beitrag der Schubbewehrung an den Schubwiderstand z.B. für vertikale Bügel des Querschnitts  $A_s/s$  und der Fliessgrenze  $f_y$  (d: statische Höhe des Querschnitts):

(17) 
$$V_s = \frac{A_v}{s} f_y d$$

- Falls in den Bereichen der *plastischen Gelenke*  $v_i \ge 0,3 (2 + r) \sqrt{f'_c} = 2,1 \text{ N/mm}^2$  (Annahme eines Schubumkehrfaktors  $r = V_{\downarrow} / V_{\uparrow} = -0,8$ ), so ist eine diagonale Schubbewehrung erforderlich, welche mindestens die Querkraft  $V_{di}$  aufzunehmen hat:

(18) 
$$V_{di} = 0.7 \left( \frac{v_i}{\sqrt{f'_c}} + 0.4 \right) (-r) V_i$$
  
 $\leq 0.73 V_i$ 

Der Höchstwert von  $V_{di}$  wird nur ausnahmsweise erreicht. Diagonalbewehrung ist im allgemeinen nur in kurzen Riegeln von Fassadenrahmen erforderlich. Sie lässt sich berechnen mit:

(19) 
$$A_{sd} + A' sd \ge \frac{V_{di}}{f_y sin\alpha}$$

- A<sub>sd</sub>+ A'<sub>sd</sub>: Summe der Querschnitte der Zug- und der Druck-Diagonalbewehrung,
- V<sub>di</sub>: Bemessungsquerkraft für die Diagonalbewehrung,
- fy: Fliessgrenze der Bewehrung,
- α: Neigungswinkel der Diagonalbewehrung.
- Bei der Ermittlung der Bügelbewehrung in den Bereichen plastischer Gelenke kann der Beitrag der unter Zug stehenden Diagonalbewehrung, nicht aber derjenige des Betons berücksichtigt werden. In Gl. (16) tritt

anstelle von  $V_c$  (= 0) der Schubwiderstand

(20) 
$$V_{sd} = A_{sd} f_y \sin \alpha$$

 Die Schubbewehrung zwischen den Bereichen plastischer Gelenke (elastische Bereiche) kann, allenfalls unter Anrechnung eines Betonbeitrages, nach den üblichen Methoden bestimmt werden. Die üblichen Bedingungen für die Minimalbewehrung sind einzuhalten.

### Konstruktive Durchbildung der Riegel

Bei der konstruktiven Durchbildung ist zwischen den Fliessgelenkbereichen, deren Länge *l* für diesen Zweck als  $l = 2h_b$  angenommen werden kann ( $h_b$ : Höhe des Riegelquerschnitts), und den übrigen Bereichen zu unterscheiden.

- Die Bügelbewehrung in den plastischen Gelenken hat zu verhindern, dass die Längsbewehrung ausknickt. Nach [1] muss jeder Stab gehalten werden, sofern der Stababstand 200 mm übersteigt. Der für einen Längsstab der Querschnittsfläche  $A_b$ erforderliche Schenkelquerschnitt  $A_{te}$  der Bügel beträgt:

(21) 
$$\frac{A_{te}}{s} = \frac{\sum A_b f_y}{1600 f_{yt}}$$
 [N, mm]

Für einen Bügelabstand von s = 100 mm und  $f_y = f_{yt}$  vereinfacht sich die Gl. (21) (vgl. auch Bild 9) zu:

(22)  $A_{te} = A_b / 16$ 

- Die Abstufung und Verankerung der Längsbewehrung ist relativ konservativ vorzunehmen (vgl. [1]).
- Die Stösse der Längsbewehrung sind ausserhalb der Bereiche plastischer Gelenke anzuordnen. Bei Stössen ist



Schweizer Ingenieur und Architekt Nr. 44, 1. November 1990



Bild 10. Biegemomente in den Stützen infolge statischer und dynamischer Einwirkung

eine Querbewehrung von  $A_{tr} / s = d_b / 50$  nachzuweisen  $[d_b:$  Durchmesser des gestossenen Längsstabes].

- Der maximale Bügelabstand s ist für  $\upsilon_i - \upsilon_c > 2.5 \text{ N/mm}^2$  ( $\upsilon_c$ : Beitrag des Betons an den Schubwiderstand) auf d/4 oder 300 mm beschränkt, in den Fliessgelenkzonen auf  $s \leq 6 d_b$ .

#### Ermittlung der Bemessungsschnittkräfte der Stützen

Die Bemessungsschnittkräfte können wie folgt bestimmt werden:

- Die Bemessungsnormalkraft beträgt:  
(23) 
$$P_u = P_Q + P_{o,E} = P_Q + R_v \Sigma V_{o,E}$$

- *P*<sub>Q</sub> : Normalkraft infolge Schwerelasten
- *V*<sub>o,E</sub>: Riegelquerkraft bei Überfestigkeit der plastischen Gelenke

Der Abminderungsfaktor  $R_v$  berücksichtigt die Tatsache, dass bei den Riegeln nicht in allen Geschossen gleichzeitig die Überfestigkeit entwickelt wird. Er ist abhängig vom dynamischen Vergrösserungsfaktor  $\omega(T_1)$  (Berücksichtigung dynamischer Einflüsse wie höhere Eigenformen usw., vgl. Bild 10) und von der Anzahl Geschosse über dem betrachteten Querschnitt. Typische Werte für einen ebenen Rahmen mit  $T_1 =$ 1.0 sec ( $\rightarrow \omega = 1.45$ ) unter 2 bis 10 Geschossen sind:  $R_v = 0.96$  bis 0.82. Es ergeben sich also in diesem Fall Abminderungen bis zu 18%.

Bei Aussenstützen ist der Lastfall mit der minimalen Normalkraft oft massgebend.

- Das Bemessungsmoment beträgt:

(24)

$$M_{col,red} = R_m(\omega \Phi_o M_E - 0.3 h_b V_{col})$$

Der Reduktionsfaktor  $R_m$  berücksichtigt, dass bei einzelnen Stützen, vor allem unter Zugbeanspruchung, Fliessen zugelassen werden kann. Der linke Term in der Klammer



Bild 11. Bemessungsmomente von Stützen

Bild 12. Definition der Fliessgelenkzone am Fuss einer Erdgeschossstütze





Bild 13. Querbewehrung von Stützen: Versagen infolge ungenügender Querbewehrung (links), Beispiel für den Bereich eines plastischen Gelenkes (rechts)

stellt das um den dynamischen Vergrösserungsfaktor und den Überfestigkeitsfaktor vergrösserte Stützenmoment dar (vgl. auch Bild 11). Der rechte Term ist die Differenz zwischen dem Wert auf der Riegelachse und demjenigen im massgebenden Schnitt auf der Deckenoberkante  $(0.5 h_b$  höher, vgl. Bild 11). Die Werte für den Reduktionsfaktor betragen für das obige Beispiel je nach Normalkraftbeanspruchung  $R_m = 0.48$ bei  $-0.15f'_{c} = -5.3 \text{ N/mm}^2$  Zug bis  $R_m = 1.0$  bei  $0.1f'_{c} = 3.5 \text{ N/mm}^2$ Druck. Die Reduktion soll jedoch nicht mehr als 10% der Summe der Stützenmomente im betrachteten Geschoss betragen.

 Bestimmung der Bemessungsquerkräfte in den oberen Stockwerken, jeweils für die minimale und für die maximale Normalkraft:

(25) 
$$V_{col} = 1,3 \Phi_o V_E$$

Bei einem Mindestwert von  $\Phi_o \approx 1.4$ muss also der Schubwiderstand mindestens einer Querkraft von 1.8  $V_E$ entsprechen.

#### Ermittlung der Vertikalbewehrung der Stützen

Mit Hilfe der allgemein bekannten M-N-Interaktionsdiagramme werden für die berechneten Schnittkraftkombinationen die erforderlichen Bewehrungen bestimmt. Die Wahl von Stabdurchmessern und -anzahl ist auch von der Knotenbemessung abhängig.

# Ermittlung der Querbewehrung der Stützen

Die verschiedenen Bereiche einer Stütze sind im Bild 12 dargestellt. Fliessgelenkbereiche kommen nur bei den Erdgeschossstützen und unter Umständen im obersten Stockwerk vor. In den Normalgeschossen bleiben die Stützen elastisch.

- □ Fliessgelenkbereiche
  - Die nominelle Schubspannung darf den Grenzwert nach Gl.(15) nicht überschreiten.
  - Der Beitrag des Betons υ<sub>c</sub> an den Schubwiderstand beträgt:

(26) 
$$\upsilon_c = 4\upsilon_b \sqrt{\frac{P_u}{f_c' A_g} - 0.1}$$
 [N, mm]

Mit einem Vertikalbewehrungsgehalt von  $\varrho \ge 1,3\%$  und  $f'_c = 35$ N/mm<sup>2</sup> wird  $\upsilon_b = 0,2 \sqrt{f'_c} = 1,2$ N/mm<sup>2</sup>. Für  $P_u/A_g = 0,1$  bis 0,5  $f'_c$  erhalten wir damit Werte von  $\upsilon_c = 0$  bis 3,0 N/mm<sup>2</sup>.

- Die erforderliche Schubbewehrung bestimmt sich analog zu den Gleichungen (16) und (17).

- Die Umschnürungsbewehrung beträgt je nach Normalkraftbeanspruchung zwischen 0.5% und 1% des von den Bügeln umschlossenen Betonvolumens. Der Bügelabstand ist auf  $s \leq 6d_b$  beschränkt. Die genauen Regeln finden sich in [1].
- Die Anforderungen zur Stabilisierung der Vertikalbewehrung gemäss Gl.(21) sind einzuhalten.
- Die Länge der Gelenk- und Endbereiche ist abhängig von Normalkraftbeanspruchung und Momentengradient und beträgt  $l_o \approx$ 1.5  $h_c$ (vgl.[1]).

Bild 13a illustriert die Notwendigkeit einer ausreichenden Stützenumschnürung, Bild 13b zeigt einen nach den obigen Regeln bewehrten Gelenkbereich.

#### □ Elastische Stützenbereiche

- Die Schubbewehrung der elastischen Stützen und Stützenbereiche kann in der üblichen Art ermittelt werden.
- Es werden Endbereiche mit einer Länge von  $l_o = 1.0 h_c$  bzw. 1,5  $h_c$ für  $P_u \leq$  bzw.  $\geq 0.3 f'_c A_g$  definiert. Die Umschnürungsbewehrung in diesen Endbereichen beträgt die Hälfte derjenigen der Fliessgelenkbereiche.

#### Literatur

- Paulay T., Bachmann H., Moser K.: Erdbebenbemessung von Stahlbetonhochbauten, Birkhäuser-Verlag, Basel-Boston, 1990
- [2] Bachmann H.: Kapazitätsbemessung von Stahlbetontragwänden unter Erdbebeneinwirkung, D-A-CH-Tagung, Zürich, Oktober 1988
- [3] SIA 162: Betonbauten, Schweiz. Ingenieur- und Architekten-Verein, Zürich, 1989
- [4] SIA 160: Einwirkungen auf Tragwerke, Schweiz. Ingenieur- und Architekten-Verein, Zürich, 1989
- [5] Hollings et al.: Earthquake Performance of a Large Boiler, 8th European Conference on Earthquake Engineering, Lissabon, Vol. 5, 1986
- [6] Paulay T.: Seismic Design of Reinforced Concrete: The State of the Art in New Zealand, Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering, Vol. 21, Nr. 3, Sept. 1988
- Die üblichen Regeln für die minimale Querbewehrung, Stabilisierung der Vertikalbewehrung, Querbewehrung in Stossbereichen und maximalen Stababstände sind einzuhalten.

#### Knotenbemessung

Die Knotenbemessung beruht auf zwei Modellen zur Übertragung der Kräfte von Riegeln und Stützen, nämlich auf der Betondruckdiagonalen von Bild 14 links und auf dem Fachwerkmodell mit horizontaler und vertikaler Schubbewehrung von Bild 14 rechts. Die Knotenbemessung kann wie folgt gegliedert werden:

- Ermittlung der Knotenschnittkräfte: Stützennormalkraft  $P_u$  (meist  $P_{u,min}$ massgebend), Summe der Überfestigkeit der angrenzenden Riegel  $\Sigma M_o$ und  $V_{col}$ .
- Bestimmung der horizontalen Knotenquerkraft  $V_{jh}$  aus der gesamten Zugkraft der Biegebewehrung der anschliessenden Riegel und  $V_{col}$ :

 $(27) V_{jh} = T_1 + T_2 - V_{col}$ 

 $T_1$  und  $T_2$  sind die an der Knotenaussenkante eingeleiteten Zugkräfte der Riegelbiegebewehrung. Sie basieren auf der Überfestigkeit der Riegel. Liegen die Fliessgelenke direkt bei der Stütze, wird die Fliessgrenze in den Biegebewehrungen der Riegel überschritten. So gilt für inelastische Knoten:

(28)  $T_1 = \lambda_o f_y A_{s1}$  und  $T_2 = \lambda_o f_y A_{s2}$ 

 $A_{s1}$  und  $A_{s2}$ : Querschnittsflächen der Riegelbewehrungen beidseits des Knotens.

Die Stahlspannungen können aber auch unterhalb der Fliessgrenze bleiBild 14. Modelle der Querkraftübertragung in Rahmenknoten: Druckdiagonale (links), Fachwerkmodell (rechts) [6]



ben (elastische Knoten), wenn die Fliessgelenke, etwa durch geeignete Bewehrungsführung oder Ausbildung von Vouten, von den Knoten entfernt angeordnet werden.

Für Bemessungszwecke kann mit der Stützenbreite  $h_c$  und der Riegelhöhe  $h_b$  die vertikale Knotenquerkraft angenähert werden zu:

$$29) V_{j\nu} = \frac{h_b}{h_c} V_{j\ell}$$

- Die mit den wirksamen Knotenabmessungen  $b_j$  und  $h_j$  berechnete horizontale nominelle Knotenschubspannung  $v_{jh}$  soll kleiner sein als die obere Schubspannungsgrenze für Rahmenknoten. Für  $f'_c = 35$  N/mm<sup>2</sup> wird  $v_{jh} \le 1.5 \sqrt{f'_c} = 8.9$  N/mm<sup>2</sup>.
- Die Beiträge der Betondruckdiagonalen an den horizontalen und den vertikalen Schubwiderstand des Knotens betragen:

$$V_{ch} = \frac{A'_s}{A_s} \left( 0.5 + 1.25 \frac{P_u}{A_g f_c'} \right) V_{jh}$$
  
und  $V_{cv} = \frac{A'_s}{A_s} \left( 0.6 + \frac{P_u}{A_g f_c'} \right) V_{jv}$ 

 $A_s$  und  $A'_s$ : Zug- und Druckbewehrung der Stütze.

- Die Differenzen

(31) 
$$V_{sh} = V_{jh} - V_{ch}$$
 und  $V_{sv} = V_{jv} - V_{cv}$ 

sind durch horizontale und vertikale Knotenschubbewehrung der Querschnittsflächen  $A_{sh}$  und  $A_{sv}$  aufzunehmen:

(32) 
$$A_{sh} = V_{sh}/f_y$$
 und  $A_{sv} = V_{sv}/f_y$ .

Bei spezieller Bewehrungsanordnung sowie bei Aussenknoten mit und ohne Riegelstummel zur Verankerung der Bewehrung gelten ähnliche Regeln (vgl. [1]).

#### Kontrolle der Fundationen

Die Fundationen (Einzelfundamente, Kellerwände, usw.) sollen in der Lage sein, die Schnittkräfte aus den Fliessgelenken an den Erdgeschoss-Stützenfüssen  $P_u$ ,  $M_o$  und  $V_{col}$  aufzunehmen, ohne plastische Verformungen zu erleiden, da allfällige Inspektions- und Reparaturarbeiten sehr schwierig auszuführen wären.

### Weiterführende Hinweise

In diesem Beitrag werden Stahlbetonrahmen behandelt. Sehr oft finden jedoch auch andere Tragsysteme wie Stahlbetontragwände oder gemischte Tragsysteme aus Rahmen und Wänden Anwendung. Im mitteleuropäischen Raum dominieren auch häufig die Schwerelasten die Bemessung der Riegel. Bei Bauten mit grossem Widerstand gegen Horizontalbeanspruchungen kann oft auf beschränkte Duktilität bemessen werden, wobei gewisse Anforderungen, vor allem die Querbewehrung betreffend, infolge des kleineren Duktilitätsbedarfes abgemindert werden können. Diese Themenkreise werden in [1] detailliert behandelt, eine Zusammenfassung der Bemessung von Tragwänden findet sich in [2].

Adressen der Verfasser: K. Moser, dipl. Ing. ETH/SIA, Wiss. Mitarbeiter, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich; T. Paulay, Prof. Dr. Dr. h. c. mult., Emeritus Professor of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, Neuseeland.

#### Verdankungen

Dieser Beitrag beruht auf Arbeiten im Rahmen des Projektes «Erdbebensicherung von Stahlbetonhochbauten» am Institut für Baustatik und Konstruktion der Eidgenössischen Technischen Hochschule (ETH) Zürich, geleitet von Prof. Dr. *H. Bachmann*, unterstützt von der Vereinigung der Schweizerischen Zement-, Kalk- und Gipsfabrikanten (VSZKGF) und von der Kommission zur Förderung der Wissenschaftlichen Forschung der Schweizerischen Eidgenossenschaft (KWF).