

Zeitschrift: Schweizer Ingenieur und Architekt
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 105 (1987)
Heft: 37

Artikel: Plastische Formänderungsenergie duktiler Biegeträger unter stossartiger Belastung
Autor: Schuler, Daniel
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-76702>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

Download PDF: 15.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Plastische Formänderungsenergie duktiler Biegeträger unter stossartiger Belastung

Von Daniel Schuler, Winterthur

Bei duktilen Biegeträgern, die über die Fliessgrenze belastet werden, kann die Formänderungsenergie zur Bemessung und Beurteilung verwendet werden. Dieser Ansatz, der sich im speziellen auch bei stossartigen Belastungen eignet, wird mittels einer einfachen Näherung angegeben. Das vorgestellte Verfahren wurde im Rahmen von Schockprüfungen an Schutzausbau mit gemessenen Werten verglichen und konnte dabei mit genügender Genauigkeit verifiziert werden.

Einleitung und Übersicht

Die Bemessung biegebeanspruchter Bauteile erfolgt bei statischen Lasten im Normalfall mit Hilfe des Tragmoments des Biegeträgers im linear-elastischen Werkstoffbereich. Bei stoss- oder schockartiger Belastung von Konstruktionen aus duktilen Werkstoffen, wie sie aufgrund von Sicherheitsanforderungen häufig zu berücksichtigen sind, wird es oft notwendig, über die Fliessgrenze hinaus zu dimensionieren, um unwirtschaftliche steife Konstruktionen zu vermeiden.

Die folgenden Ausführungen beschränken sich auf weiche Stöße. Die kinetische Anfangsenergie wird dabei durch Deformation des stossenden und gestossenen Körpers abgebaut. Harte Stöße,

wie sie beim Aufprall von meist kleinen, sehr steifen Projektilen mit grosser Geschwindigkeit entstehen, beanspruchen das getroffene Bauteil sehr lokal (Materialverdrängung, -durchdringung) und können analytisch nicht exakt erfasst werden.

Die bei Schockbelastungen an Einbauteilen angreifenden Trägheitskräfte führen zu weichen Stossbelastungen, die einerseits von der Verankerung der Tragkonstruktion aufgenommen werden müssen und andererseits durch elastische und plastische Verformung abgebaut werden. Werden stoss- oder schocksichere Konstruktionen im linear-elastischen Werkstoffbereich beansprucht, so sind die Verankerungskräfte für das Versagen massgebend und auch dementsprechend nachzuweisen. Sie werden durch das dynamische Verhal-

ten der Konstruktion (Eigenschwingzeit), sowie durch den zeitlichen Verlauf des Belastungsstosses bestimmt [1]. Können jedoch bei der Einwirkung stossartiger Lasten auf verhältnismässig wenig biegeweiche duktile Träger auch plastische Bauteildeformationen zugelassen werden, sind nicht mehr nur die Verankerungskräfte, sondern auch die plastischen Deformationen selbst als Bemessungskriterien heranzuziehen (Tabelle 1).

Bei Tragkonstruktionen, die auf die Einwirkungen von weichen Stößen zu dimensionieren sind, ist es deshalb sinnvoll, der Festigkeitsbeurteilung die bis zum Versagen mögliche Energieaufnahme des Bauteils zugrunde zu legen [2]. Von Vorteil bei der Verwendung der Energiemethode ist zudem, dass der oft unbekannte oder nur schwierig zu erfassende Stoss-Zeitverlauf für die analytische Erfassung nicht unbedingt bekannt sein muss.

Im folgenden ist eine von Struck [3] beschriebene Näherungsrechnung wiedergegeben, welche die Bestimmung der Energieaufnahme von duktilen Biegeträgern unter Einzellast ermöglicht. Die ausführliche Herleitung des Berechnungsganges ist in [3] und den in der gleichen Publikation aufgeführten Quellen zu finden. Beim angegebenen Rechenmodell wird die Energieaufnahme bei der Einwirkung weicher Stöße einer statischen Beanspru-

Tabelle 1. Übersicht der Bemessungskriterien bei duktilen Biegeträgern

Materialbeanspruchung	elastisch $\sigma \leq \sigma_F$	plastisch $\sigma > \sigma_F$
Versagensbild		
Versagenskriterien	Verankerungskräfte $R \cdot l > M_V$	plastische Formänderungsenergie (zul. Dehnung ϵ_V) (zul. Durchbieg. f_V)
mathematische Erfassung	dynamisch (Verankerungskräfte)	Energieaufnahme bis Versagen
massgebende Grössen	Stosszeit und Stossform Eigenschwingverhalten des Trägers	Materialkennwerte Dehngeschwindigkeit Trägerquerschnitt

Tabelle 2. Näherung für die Fliesskurven einiger kreis- und rechteckförmiger Querschnitte nach [3]

Querschnittsform	parameter	$m_{VPL} = W_{VPL}/W$
	beliebig	$\frac{16}{3\pi} = 1,70$
	$\frac{r_a}{r_i} = 2$	$\frac{16}{3\pi} \cdot \frac{1 - \left(\frac{r_i}{r_a}\right)^3}{1 - \left(\frac{r_i}{r_a}\right)^4} = 1,58$
	dünnwandig	$\frac{4}{\pi} = 1,27$
	beliebig	1,5
	dünnwandig	$1,5 \cdot \frac{2 + \frac{h}{b}}{3 + \frac{h}{b}}$

chung bis zur selben maximalen Dehnung gleichgesetzt. Das Materialverhalten wird durch eine bilineare Spannungs-Dehnungsbeziehung angenähert.

Materialverhalten

Das Verformungsverhalten duktiler Baustähle bei Biegebeanspruchung kann näherungsweise mit einer bilinearen Spannungs-Dehnungsbeziehung beschrieben werden. Das Verhältnis zwischen Elastizitätsmodul E und Verfestigungsmodul T , welches das Materialverhalten bei plastischer Verformung kennzeichnet, ist bei den betrachteten Stählen Fe 360 (St 24/37) und Fe 510 (St 36/52) annähernd gleich und den folgenden Berechnungen mit $E/T = 207$ zugrunde gelegt (Bild 1).

Bei erhöhter Dehnungsgeschwindigkeit erfahren die Festigkeitskennwerte (Streckgrenze, Zugfestigkeit) duktiler Stähle eine meist nennenswerte Zunahme, die bei der Bemessung auf stossartige Lasten berücksichtigt werden kann [1]. Im Bild 2 ist eine aus [4] entnommene Zusammenstellung verschiedener Quellen aufgeführt, in welcher die Zunahme der Streckgrenze in Funktion der Dehngeschwindigkeit für Stähle unterschiedlicher Festigkeit aufgetragen ist. Charakteristisch ist dabei, dass bei hochfesten Stählen nur eine geringe Erhöhung der Streckgrenze resultiert, während weniger feste Stähle eine bedeutend stärkere Zunahme erfahren.

Durchbiegung

Im plastischen Verformungsbereich ist der Krümmungsverlauf über die Trägerlänge und damit auch die Durchbiegung des Biegeträgers abhängig von seiner Querschnittsform. Im Bild 3 ist die Durchbiegung f bezogen auf die elastisch gerechnete Durchbiegung f_F bei Fliessbeginn in Funktion des Dehnungsverhältnisses $\varepsilon_{max}/\varepsilon_F$ angegeben. Dabei ist mit ε_{max} die maximale am Querschnittsrand auftretende Dehnung und mit ε_F die Dehnung bei Fliessbeginn bezeichnet. Der angegebene Durchbiegungs-Dehnungsverlauf stellt eine Näherung dar, welche unabhängig von der Querschnittsform angewendet werden kann und welche im Rahmen der sonstigen gemachten Vereinfachungen vertretbar ist. Aus dem Kurvenverlauf ist gut zu erkennen, dass unmittelbar nach Fliessbeginn ($f/f_F > 1$) die Durchbiegung zuerst nur wenig, die maximale Randdehnung aber stark ansteigt. Dies ist auf eine anfänglich lokal

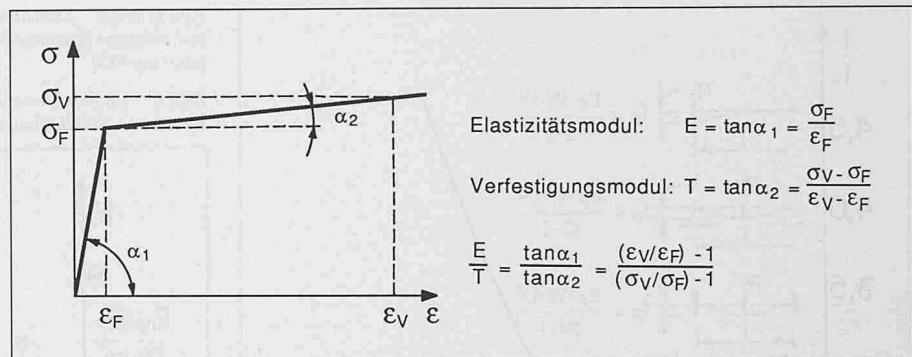
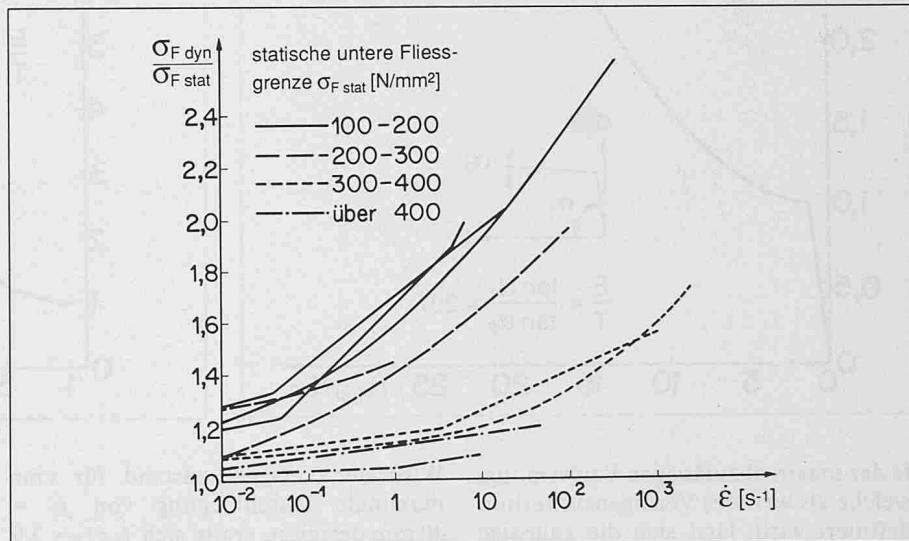


Bild 1. Näherungsweise Beschreibung des Materialverhaltens durch eine bilineare σ - ε -Beziehung nach [3]

Bild 2. Variation der unteren Fliessgrenze für einachsigen Zug oder Druck in Abhängigkeit der Dehngeschwindigkeit aus verschiedenen Quellen nach [4]



begrenzte, dort aber stark zunehmende plastische Verformung zurückzuführen.

ments W_{VPL} bei voll plastifiziertem Querschnitt zum normalen, bei linear-elastischer Berechnung gültigen Widerstandsmoment W . Für kreis- und rechteckförmige Querschnittsformen ist m_{VPL} in der Tabelle 2 angegeben.

Energieaufnahme

Die Energie E_V , die der Biegeträger bis zum Versagen, das heißt bis zum Erreichen der Versagensdehnung ε_V , aufnehmen kann, folgt aus einem dem bilinearen σ - ε -Verlauf (Bild 1) analogen bilinearen Kraft-Durchbiegungsverlauf als Fläche unter der Verformungskennlinie nach Gleichung (1).

$$(1) \quad E_V = \int_{f=0}^{f(\varepsilon_V)} R \, df \approx \approx 1/2 [R_F \cdot f_F + (R_F + R_V) (f_V - f_F)]$$

Die gesamte Energieaufnahme E_V bezogen auf die Energieaufnahme E_F bis Fliessbeginn und den Verhältniswert m_{VPL} ist im Bild 4 in Abhängigkeit des Dehnungsverhältnisses aufgezeichnet. Der in Bild 4 aufgezeichnete Verlauf stellt dabei einen unteren Grenzwert für die Energieaufnahme E_V bis zum Erreichen der maximalen Randdehnung ε_V dar. Der Faktor m_{VPL} ist definiert als Verhältnis des Widerstandsmo-

Praktische Anwendung

Im folgenden Fall aus der Praxis wird für die in Schutzbauten massgebende Schockbelastung die Nutzlast eines Montagesystems für Kabelkanäle bestimmt. Die Gewährleistung der Schocksicherheit ist aber beispielsweise auch überall dort notwendig, wo Installationen unter Erdbebeneinwirkungen versagen können und dadurch zu einem grossen Risiko werden [1]. Die betrachteten langen und schlanken Träger absorbieren bei Schockbelastung grosse Energieanteile durch plastische Deformation. Die Verankerungskräfte der mittels Metallspreizdübel befestigten Deckenträger können dabei nicht über das bei der plastischen Verformung des Trägers übertragenen Moment anwachsen. Bei hoher Belastung genügt deshalb der alleinige Nachweis der Dübelbelastung nicht. Erst mit Hil-

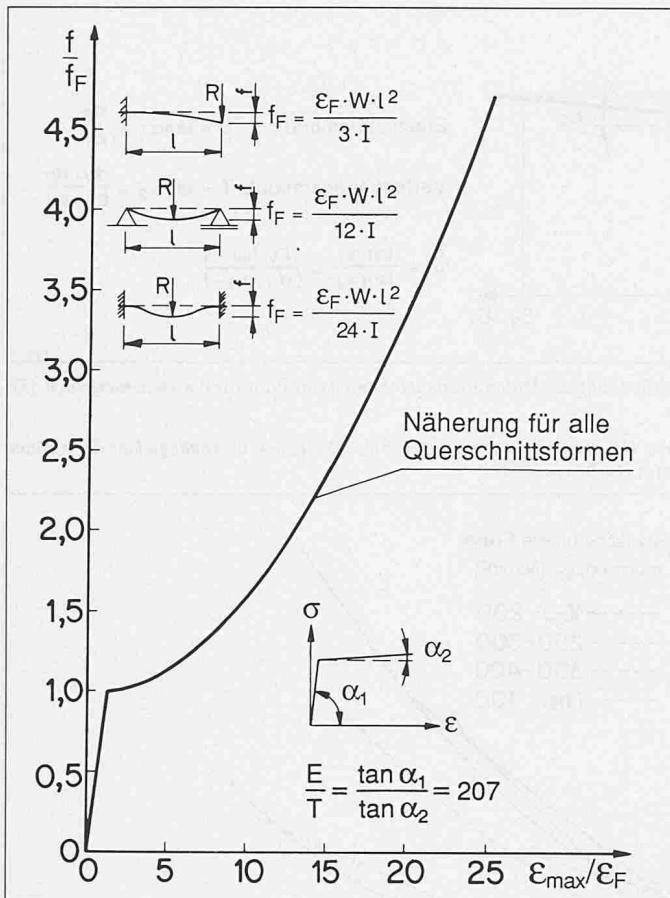
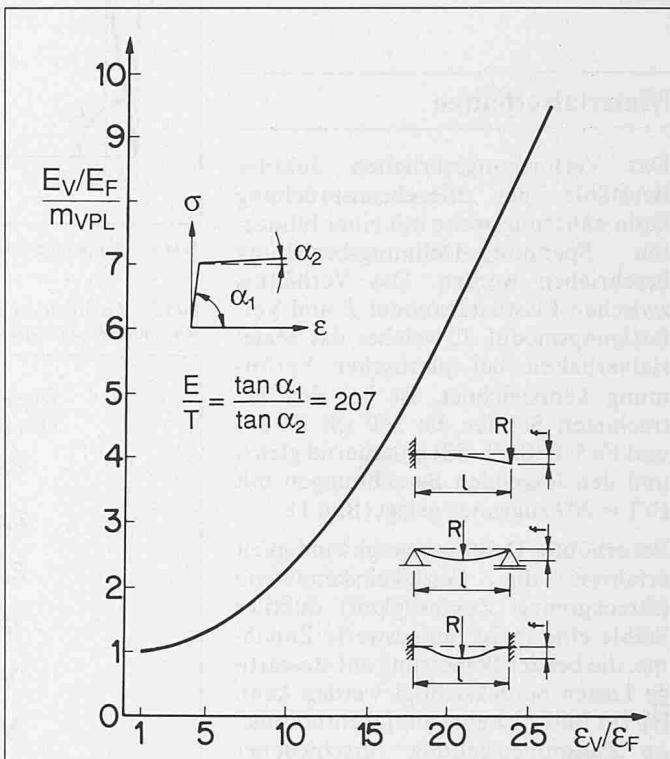


Bild 3 (links). Durchbiegungs-Dehnungsdiagramm von Trägern aus Material mit bilineare Spannungs-Dehnungsbeziehung bei Belastung durch eine Einzellast nach [3]

Bild 4. Unterer Grenzwert für die Energieaufnahme E_V bis zum Erreichen der maximalen Randdehnung ε_V für mit Einzellast belastete Biegeträger nach [3]



fe der maximal zulässigen Verformung, welche als weiteres Versagenskriterium definiert wird, lässt sich die zulässige Energieaufnahme und damit auch die maximale Traglast abschätzen.

Wird bei einer Stossdauer von 20 ms eine maximale Randdehnung von $\varepsilon_{max} = 5\%$ angenommen, folgt eine mittlere Dehngeschwindigkeit $\dot{\varepsilon} = 2,5 \text{ s}^{-1}$. Die Fließgrenze für Fe 360 von $\sigma_{F,stat} = 240 \text{ N/mm}^2$ bei statischer Belastung kann gemäss Bild 2 somit mit dem etwa 1,4 mal höheren Wert auf $\sigma_{F,dyn} = 340 \text{ N/mm}^2$ angesetzt werden. Für den in der ungünstigeren Richtung belasteten dünnwandigen Rechteckquerschnitt 50×30 mit einem Trägheitsmoment von $I = 3,7 \text{ cm}^4$ und einem Widerstandsmoment von $W = 2,8 \text{ cm}^3$ ergibt sich bei einer Trägerlänge von $l = 50 \text{ cm}$:

Moment bei Fließbeginn:

$$(2) \quad M_F = \sigma_{F,dyn} \cdot W = 952 \text{ Nm}$$

Durchbiegung bei Fließbeginn:

$$(3) \quad f_F = \frac{M_F \cdot l^2}{3 \cdot E \cdot I} = 10,2 \text{ mm}$$

Energieaufnahme bei Fließbeginn:

$$(4) \quad E_F = \frac{(\sigma_{F,dyn} \cdot W)^2 \cdot l}{6 \cdot E \cdot I} = 9,7 \text{ Nm}$$

Verhältnis m_{VPL} (gem. Tab. 1):

$$(5) \quad m_{VPL} = 1,5 \cdot \frac{2 + h/b}{3 + h/b} = 1,08$$

Wird der Versagenszustand für eine maximale Durchbiegung von $f_V = 40 \text{ mm}$ definiert, ergibt sich $f_V/f_F = 3,9$ und das Dehnungsverhältnis bestimmt gemäss Bild 3 sich zu $\varepsilon_V/\varepsilon_F = 22$. Mit Hilfe der in Bild 4 angegebenen Funktion wird dann $(E_V/E_F)/m_{VPL} = 7,1$ und damit der untere Grenzwert für die Energieaufnahme bis zum Versagen nach Gleichung (6).

$$(6) \quad E_V = 7,1 \cdot m_{VPL} \cdot E_F = 75 \text{ Nm}$$

Mit dem der vorausgesetzten Schockbelastung und den experimentellen Schockprüfungen zugrunde gelegten Parameter für die maximale Geschwindigkeit $v = 1,6 \text{ m/s}$ bestimmt sich die kinetische Energie E_{Kin} einer vom betrachteten Träger aufgenommenen Traglast m_{max} nach den Gleichungen (7) und (8).

$$(7) \quad E_{Kin} = E_V = 1/2 \cdot m_{max} \cdot v^2$$

$$(8) \quad m_{max} = 2 \cdot E_V / v^2 \approx 60 \text{ kg}$$

Schutzbauten experimentellen Schockprüfungen unterzogen. Bei der Gruppe für Rüstungsdienste wurde der Prüfling auf der Schockprüfplattform im AC-Laboratorium Spiez Schockbelastungen mit den festgelegten Schockparametern – maximale Beschleunigung $a = 160 \text{ m/s}^2$ und maximale Geschwindigkeit $v = 1,6 \text{ m/s}$ – ausgesetzt (Bild 5).

Bei der betrachteten Kabelkanalgrösse wurde angestrebt, eine maximale Nutzlast von 40 kg/m zu erreichen. Dies entspricht beim festgelegten Trägerabstand von $1,5 \text{ m}$ der berechneten Masse von $m_{max} = 60 \text{ kg}$ pro Träger. Bei einer erhöhten Belastung mit etwa 80 kg pro Träger resultierte bei Schockbelastung eine plastische Deformation von $f_{V,gemessen} = 35 \text{ mm}$ (Bild 6). Die Übereinstimmung mit der rechnerischen Abschätzung ($f_{V,gerechnet} = 40 \text{ mm}$) darf in Anbetracht der gemachten Vereinfachungen und der getroffenen konservativen Annahme, bei welcher die abgeschätzte Energieaufnahme einen unteren Grenzwert darstellt, als gut bezeichnet werden. Im übrigen weisen die als Last verwendeten schweren Elektrokabel – obwohl verhältnismässig steif – doch eine gewisse Verformbarkeit auf. Sie sind zudem nicht starr mit den Trägern verbunden, so dass wesentliche Energieanteile sowohl von den Kabeln als auch von den Kabelkanälen selbst aufgenommen werden.

Vergleich mit Resultat der Schockprüfung

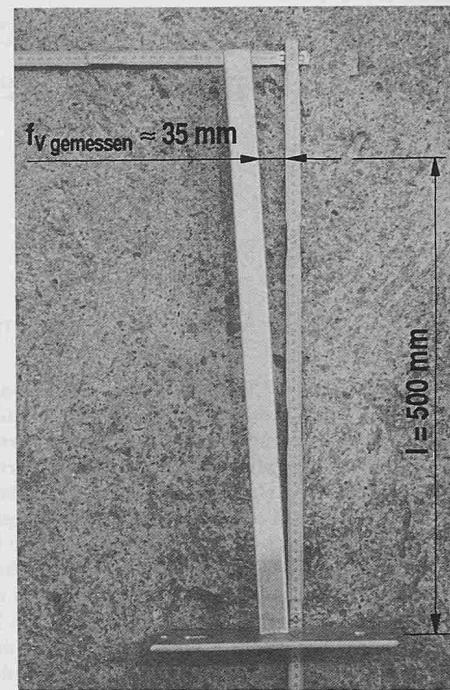
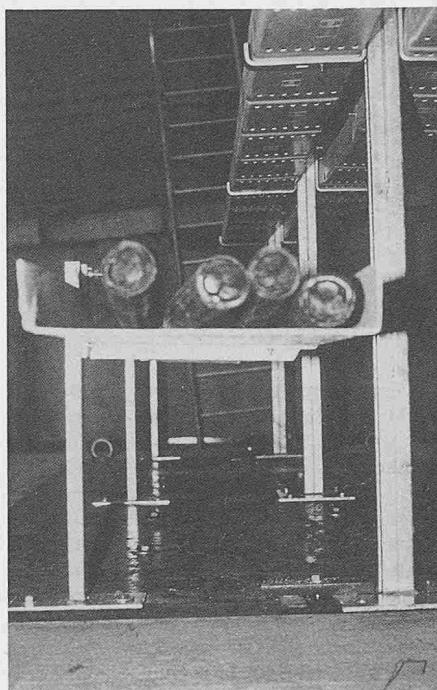
Das im Beispiel beschriebene Kabelträgersystem wurde für den Einsatz in

Zusammenfassung und Diskussion

Bei Stahlkonstruktionen, welche auf die möglichen Einwirkungen von weit über der normalen Gebrauchslast liegenden Belastungen zu dimensionieren sind, ist es oft sinnvoll oder sogar notwendig, plastische Bauteildeformationen zuzulassen, und das duktile Verhalten des Konstruktionswerkstoffes zur Energieabsorption auszunutzen. Speziell im Bereich der Sicherheitstechnik sind Anwendungen häufig, bei denen Tragkonstruktionen auf stossartige Lasten zu bemessen sind.

Neben der im Beispiel besprochenen Gewährleistung der Schocksicherheit für Installationen in Schutzbauten sind Anwendungen in der Verkehrstechnik zu nennen, bei denen Konstruktionen an Fahrbahnrandern auf den Aufprall von Fahrzeugen zu dimensionieren sind. Hervorzuheben sind aber auch vor allem auch diejenigen Bereiche, bei denen das Versagen von Einbauten oder Installationen infolge der stossartigen Belastungen bei Erdbebeneinwirkung, zu einer massgebenden Gefährdung der Umwelt führt.

Vom Autor [3] der vorgestellten Bemessungshilfen beschriebene Versuche zeigen, dass die getroffene Festlegung von $E/T = 207$ dann gerechtfertigt ist, wenn Biegeträger aus homogenem, eigenspannungsfreiem Stahl vorliegen und keine zu grossen Durchbiegungen abgeschätzt werden. In diesem Fall bie-



Bilder 5 und 6. Kabelkanalträger bei der experimentellen Schockprüfung und plastische Deformation nach der Schockbelastung

ten diese Bemessungshilfen dem Ingenieur ein probates Mittel, um ansonsten nur aufwendig zu lösende nicht lineare Festigkeitsprobleme schnell und mit genügender Genauigkeit abzuschätzen.

Adresse des Verfassers: Daniel Schuler, Masch.-Ing. HTL, Bürkel Baumann, Schuler, Ingenieure+Planer AG, Neuwiesenstrasse 2, 8400 Winterthur.

Literatur

- [1] Schuler, D. Dynamische Beanspruchung von Befestigungen bei Stossbelastung. Schweizer Ingenieur und Architekt 104 (1986), H. 17, S. 401.
- [2] Harris, C.M.; Crede, C.E. Shock and Vibration Handbook. McGraw-Hill Book Company, New York, 1976.
- [3] Struck, W. Energieaufnahme von Trägern aus duktilem Material unter Einzellast. Bautechnik 3/87, Wilhelm Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften, Berlin, 1987.
- [4] Ammann, W. Stahlbeton- und Spannbetontragwerke unter stossartiger Belastung. Birkhäuser Verlag Basel, 1983.

EG will einheitliche Werkstoff-Datenbank schaffen

(VDI-N) In der Europäischen Gemeinschaft soll ein neues Informationssystem Werkstoffwissenschaftlern und Ingenieuren der Mitgliedstaaten die Beschaffung stoffkundlicher Daten erleichtern. Erste Schritte dazu hat die EG-Kommission unternommen. Die in Europa existierenden Werkstoff-Datenbanken sollen in ein europäisches Netzwerk integriert werden.

Die von vielen Ingenieuren in Konstruktions- und Entwicklungsbereichen benötigten Informationen über Werkstoffeigenschaften liegen zum heutigen Zeitpunkt in gedruckter Form und teilweise in uneinheitlich organisierten On-line-Referenzsystemen vor. Dies erschwert das Auffinden bestimmter Literaturstellen.

Eine Gruppe von Datenbankherstellern arbeitet an der Fertigstellung eines Demonstrationsprogrammes, welches in der ersten Phase Informationen von

maximal elf angeschlossenen Datenbanken in einem Pilot-Netz integrieren und bis 1988 anlaufen soll.

Parallel dazu entwickelt die Kommission ein Benutzer-Lenkungssystem, das den Anwendern des Demonstrationsprogrammes in vier Sprachen einen Überblick über den Inhalt der angeschlossenen Datenbanken bietet. Diese von der EG-Kommission als vorrangig eingestuften Projekte sollen vor allem CAD/CAM-Anwendern zugute kommen.