

<b>Zeitschrift:</b>	Schweizer Ingenieur und Architekt
<b>Herausgeber:</b>	Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
<b>Band:</b>	103 (1985)
<b>Heft:</b>	37
<b>Artikel:</b>	Rissbildung in Schwergewichtsmauern unter Erdbebeneinwirkung: eine Modellbildung
<b>Autor:</b>	Skrikerud, P. / Bachmann, H.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-75879">https://doi.org/10.5169/seals-75879</a>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 14.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Rissbildung in Schwerkraftmauern unter Erdbebeneinwirkung

## Eine Modellbildung

Von P. Skrikerud, Oslo, und H. Bachmann, Zürich

Am Institut für Baustatik und Konstruktion der ETH Zürich werden im Rahmen eines Forschungsprojektes Modelle und Berechnungsverfahren für unbewehrte Betonstaumauern entwickelt, um die Auswirkungen nichtlinearer Effekte sowie von Stausee und Untergrund auf das dynamische Tragverhalten abschätzen zu können.

Die in diesem Aufsatz dargestellten ersten Ergebnisse haben zum Ziel, in Schwerkraftmauern die Entstehung und Ausbreitung von Rissen und deren Schliessen und Wiederöffnen während eines Erdbebens näherungsweise zu erfassen. Grundidee ist der Ansatz diskreter Risse in einem zweidimensionalen Finite-Element-Modell.

In die allgemeine Diskussion über akzeptable Risiken wurde in letzter Zeit vermehrt auch die Erdbebensicherheit von Talsperren miteinbezogen. Beinahekatastrophen wie z.B. am kalifornischen Van-Norman-Damm 1971 während des San-Fernando-Bebens gaben dazu Anlass.

Die verheerenden Auswirkungen eines möglichen Versagens rechtfertigen Anstrengungen zur Verbesserung der Kenntnisse über das dynamische Verhalten solcher Bauwerke, die sich durch aussergewöhnliche Abmessungen und ein komplexes Zusammenwirken mit Untergrund und Stausee auszeichnen. Ein Forschungsprojekt des Instituts für Baustatik und Konstruktion der ETH Zürich befasst sich mit dem Erdbebenverhalten von unbewehrten Betonstaumauern.

## Ausgangslage

Im Gegensatz zu Erd-Staudämmen haben Betonstaumauern durch Erdbeben-

einwirkungen bis anhin weniger schwerwiegende Beschädigungen erlitten. So wurden beispielsweise bei den beiden starken Beben im Friaul 1976 an keiner der 20 im näheren Epizentralbereich gelegenen Staumauern direkte Schäden festgestellt. Bei der Pacoima-Bogenmauer (USA), die gemäss Aufzeichnungen am Widerlager während des San-Fernando-Bebens 1971 ausserordentlich starken Belastungen ausgesetzt war, öffnete sich lediglich eine Fuge zwischen dem Widerlager und dem unversehrten Bogen. Andererseits sind aber auch Beispiele von beschädigten Mauern bekannt. Eine der am stärksten betroffenen war die Gewichtsmauer Koyna in Indien. Das stauseeinduzierte Beben der Magnitude 6,5 vom 11. Dezember 1967 führte unter anderem zu ausgedehnten horizontalen Rissen im Übergangsbereich zur Mauerkrone [1]. Ebenfalls über Risse als Folge von Beben wurde bei den Staumauern Blackbrook (1900) in England, Honen-Ike (1930) in Japan sowie Hsinfengkiang (1957) und diversen

kleineren Mauern in China berichtet [2] [3]. Die erwähnten Mauern konnten zwar alle noch saniert werden, einzelne davon aber nur durch massive Vergrösserung und Verstärkung des Querschnittes.

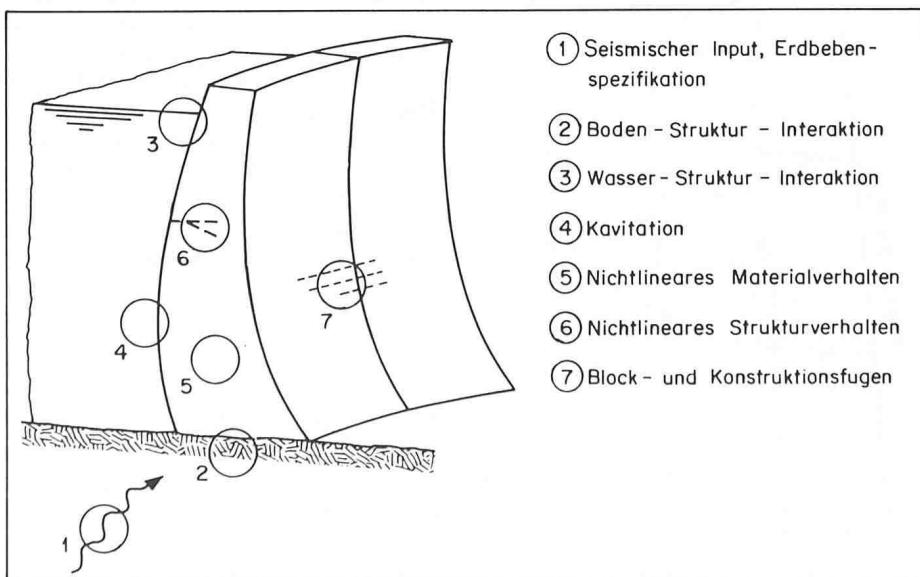
Die gängige Bemessungspraxis zielt darauf hin, im Gebrauchszustand Risse zu vermeiden. Daher wird der Gebrauchsfähigkeitsnachweis durch die Anwendung eines Spannungskriteriums, d.h. durch Beschränkung der zulässigen Zugspannungen, erbracht, wobei für die Belastung eine Erdbebenstärke gewählt wird, die mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit einmal während der Lebenszeit des Bauwerkes auftritt (sog. Betriebsbeben). Für das am Standort grösste zu erwartende Erdbeben hingegen (sog. Sicherheitsbeben) wird meist nur eine kontrollierte Stauhaltung bei beschädigter Mauer mit nachträglichem Ablassen des Stausees verlangt; allenfalls irreparable Schäden werden in Kauf genommen, keinesfalls jedoch ein Versagen der Mauer. Trotzdem wird bisher auch bei diesem Lastfall, d.h. für den Tragfähigkeitsnachweis, meist ein Zugspannungskriterium mit erhöhten zulässigen Zugspannungen angewendet, die erheblich über der tatsächlichen Zugfestigkeit des Betons liegen. Damit versucht man, einem Gemisch unterschiedlicher nichtlinearer Effekte Rechnung zu tragen, ohne jedoch hinreichende Auskunft über die tatsächliche aufnehmbare Extremallast geben zu können.

Eine ähnliche Problematik zeigt sich bei der Überprüfung älterer Staumauern. Sie wurden für den Lastfall Erdbeben üblicherweise mittels einer quasistatischen Methode bemessen. Eine Neu-Überprüfung solcher Bauwerke mittels linearer dynamischer Berechnungen und zumeist gegenüber der ursprünglichen Bemessung erhöhter Erdbebenstärke führt oft zu sehr hohen rechnerischen Zugspannungen. Wollte man den Nachweis an der linear reagierenden Struktur mit Hilfe realistischer zulässiger Zugspannungen führen, könnte dies unangemessene Querschnittserweiterungen oder eine Spannglied-Vorspannung nach sich ziehen.

Die erwähnten Schadefälle an Staumauern unterschiedlichster Bauart bestätigen, dass ein Tragfähigkeitsnachweis mittels linearer Berechnung wenig sinnvoll ist. Sie zeigen aber auch, dass nach beträchtlicher Rissbildung kein Versagen erfolgen muss. Zwischen dem Auftreten des ersten Risses und dem endgültigen Kollaps scheint somit eine unbekannte Sicherheitsmarge zu bestehen.

Berechnungen, die dazu dienen, diese Sicherheitsmarge besser abzuschätzen,

Bild 1. Problemkreise bei der Modellierung einer Staumauer für seismische Belastung



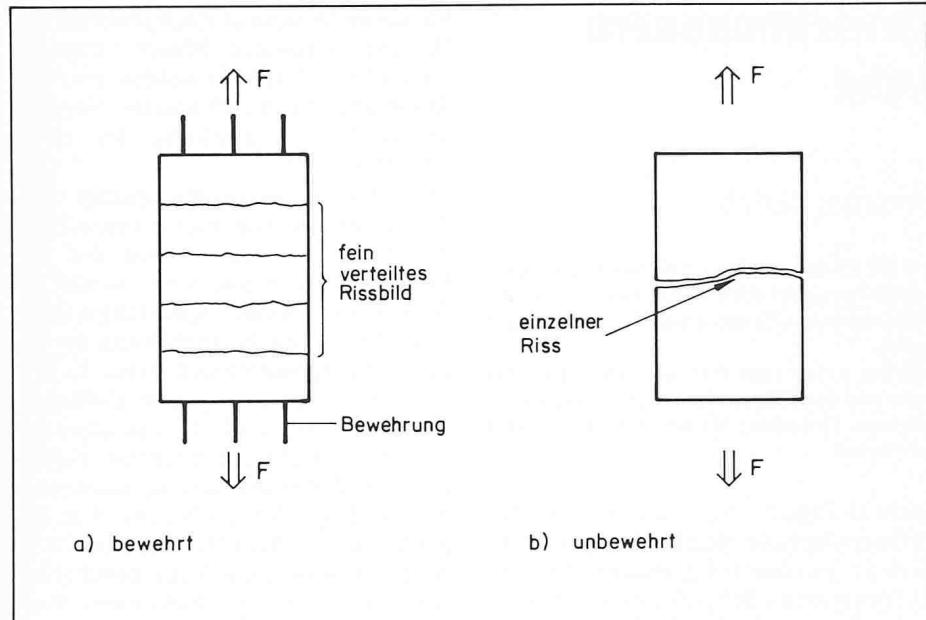


Bild 2. Unterschiedliches Rissverhalten von bewehrtem und unbewehrtem Beton

Bild 3. Verschmierte und diskrete Rissmodellierung im Finite-Element-Netz

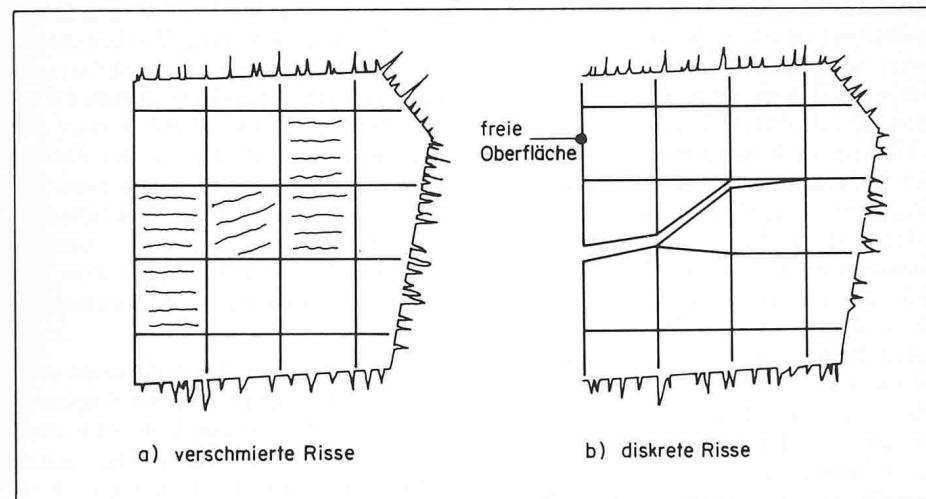


Bild 4. Angenommene zweiaxiale Bruchbedingung für Beton

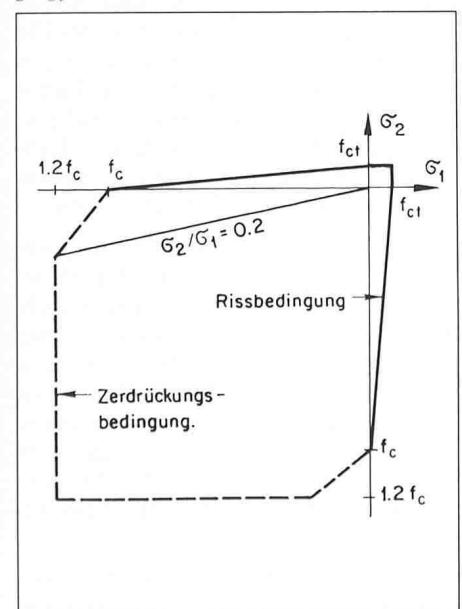
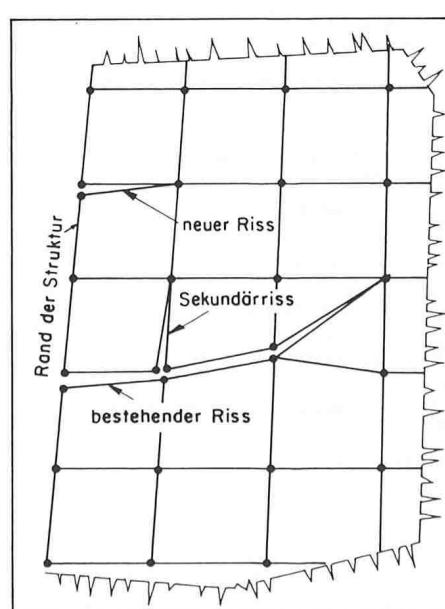


Bild 5. Entstehung neuer Risse vom Strukturrand oder einem bestehenden Riss aus



müssen *nichtlinearer Natur* sein. Sie stellen hohe Anforderungen an die Wirklichkeitsnähe der Modellierung und an die Genauigkeit der Rechenalgorithmen, und sie sind naturgemäß mit einem erhöhten Rechenaufwand verbunden.

## Problemstellung

In Bild 1 sind verschiedene Problemkreise angedeutet, die für die Modellierung des Erdbebenverhaltens einer Staumauer von besonderer Bedeutung sind. Ein erstes wesentliches Problem stellt die Festlegung der seismischen Belastung dar. Die Interaktion zwischen der Fundation und der Staumauer kann vor allem bei relativ weicher Gründung das Bauwerksverhalten beeinflussen und muss in der Berechnung berücksichtigt werden. Ähnliches gilt für die Interaktion zwischen dem Bauwerk und dem Wasser des Stautees. In manchen Fällen liegen die Grundfrequenzen von Mauer und Stausee im gleichen Bereich, so dass die hydrodynamischen Wasserdrücke nicht entkoppelt vom Strukturverhalten betrachtet werden können. Zusätzlich kann – allerdings nur bei sehr hohen Erdbebenbelastungen – das *nichtlineare Problem der Kavitation* eine Rolle spielen. Von grosser Bedeutung ist das *nichtlineare Materialverhalten*, welches sich insbesondere als Folge der Rissbildung in der Staumauer, aber auch durch Druckbeanspruchung infolge zyklischer Belastung sowie durch erhöhte Dehnungsgeschwindigkeiten ergibt. Dies führt zu einem eindeutig *nichtlinearen Strukturverhalten*. Schliesslich können Konstruktions- und Blockfugen einen Einfluss auf das Tragverhalten haben.

In einem ersten Teil des Forschungsprojektes wurden Modelle und Berechnungsverfahren für das *nichtlineare Material- und Strukturverhalten* bei zweidimensionalen Problemen, d.h. bei Gewichtsmauern entwickelt (Problemkreise 5 und 6 in Bild 1). Insbesondere konzentrierten sich die Arbeiten auf das Entstehen und Ausbreiten sowie das Schliessen und Wiederöffnen von *diskreten Rissen* [4] [5] [6]. Hierüber wird nachstehend berichtet.

## Rissmodellierung

Wird die Zugfestigkeit überschritten, reißt der Beton. In Stahlbetonbauwerken werden nach der Rissbildung die Zugkräfte durch Stahleinlagen aufge-

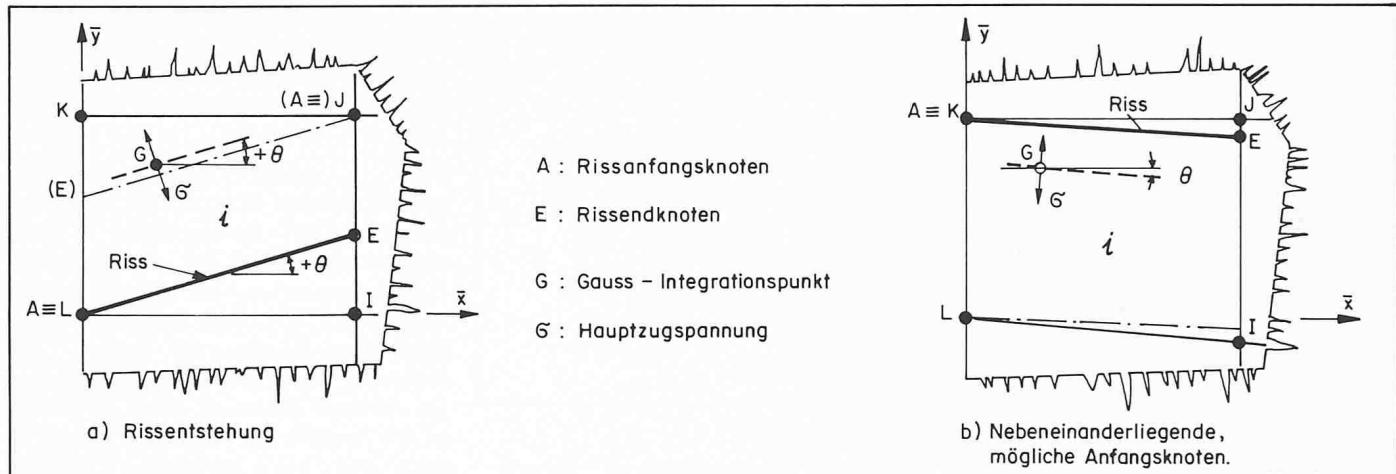


Bild 6. Festlegung von Rissanfangs- und Rissendknoten

nommen, die normalerweise ein fein-verteiltes Rissbild bewirken (Bild 2a am Beispiel eines Zugstabes). In unbewehrtem Beton hingegen führt der erste Riss zu einem Spannungsabfall in der Rissumgebung, was verhindert, dass weitere Risse entstehen können (Bild 2b), und somit zu einer Konzentration der Verschiebungen im Einzelriss.

Nichtlineare Berechnungen von Bauwerken werden heutzutage vorwiegend mit der Methode der Finiten Elemente durchgeführt. Zur Erfassung der Rissbildung sind zwei grundsätzlich unterschiedliche Vorgehensweise möglich: Die erste und heute fast ausschliesslich praktizierte Möglichkeit zum Erfassen der Risse besteht darin, die Stoffgesetze der durch Rissbildung betroffenen Elemente durch Steifigkeitsverminderung anzupassen. Da diese Modellierung einer globalen Berücksichtigung der Rissbildung in der Struktur entspricht – die genaue Lage und Grösse der einzel-

nen Risse bleiben unbestimmt –, wird sie in der Literatur vielfach als «verschmierte» Rissmodellierung bezeichnet (Bild 3a).

Die zweite Möglichkeit, die sogenannte diskrete Rissmodellierung (Bild 3b), zeichnet sich dadurch aus, dass sie ursprünglich aneinandergrenzende Elemente separiert. Für das Finite-Element-Netz bedeutet dies die Einführung zusätzlicher Knotenpunkte mit einer entsprechenden Erweiterung der Anzahl der Freiheitsgrade. Die Bandstruktur der Elementmatrizen wird dadurch im allgemeinen zerstört. Dafür bietet diese Methode wichtige Modellierungsvorteile: So kann zum Beispiel die Rissgeometrie, d.h. Lage, Ausdehnung und Öffnung der Risse, bestimmt werden. Diese Angaben werden benötigt, um die infolge der rauen Rissoberfläche zwischen den beiden Rissufern übertragenen Spannungen zu ermitteln.

Das Rissverhalten von unbewehrtem Beton (Bild 2b) kann durch die diskrete Rissmodellierung besser beschrieben werden. Für die Wahl dieser Formulierung spricht zudem die dargelegte spezielle Problemstellung bei Staumauern.

### Rechenalgorithmus

Für die räumliche Diskretisierung der Struktur wurden einfache zweidimensionale, isoparametrische Finite Elemente mit vier Knoten gewählt. Bilineare Formfunktionen beschreiben die Deformationen an den vier Gausspunkten der Elemente.

Für die zeitliche Integration der Bewegungsgleichungen wurde eine explizite Formulierung gewählt. Sie reduziert den numerischen Aufwand einer diskreten Rissmodellierung beträchtlich. Da im weiteren eine diagonale Massen-

Bild 7. Verzerrtes Elementnetz nach Rissbildung

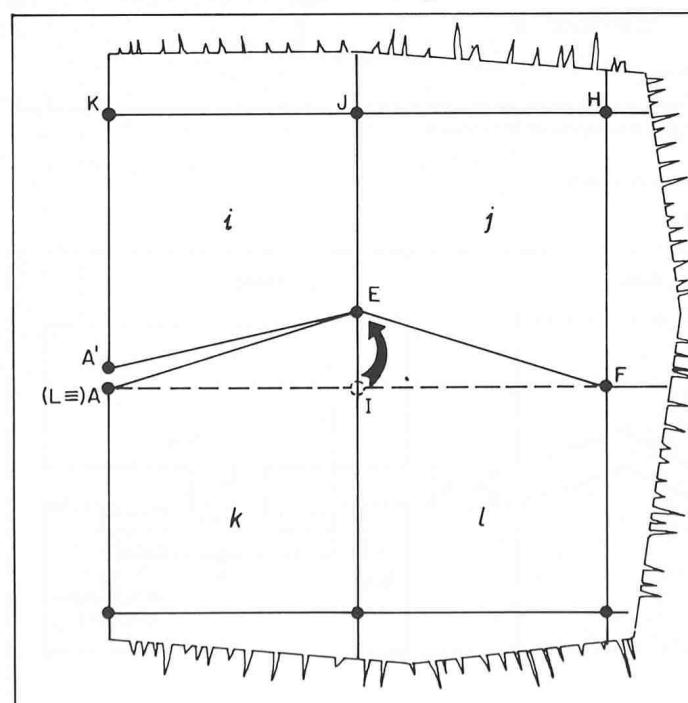
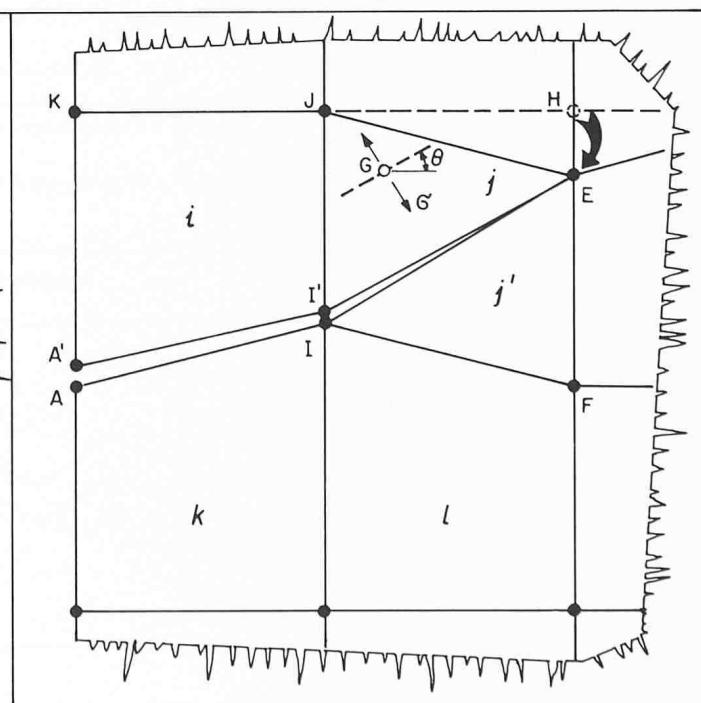


Bild 8. Geteiltes Element nach Rissbildung



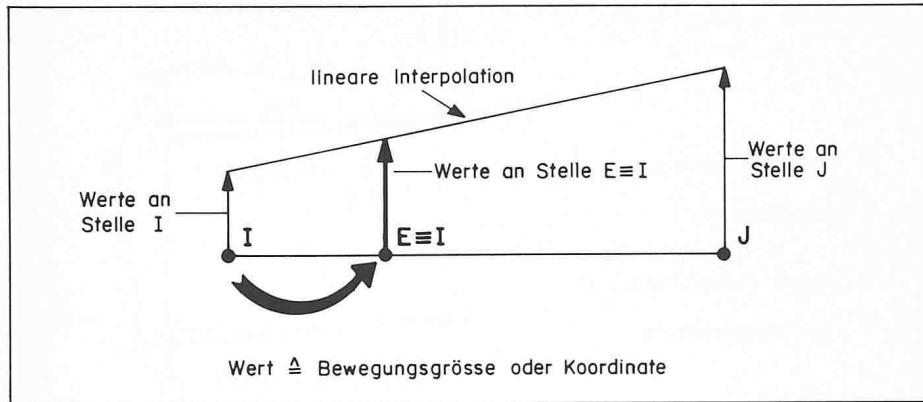


Bild 9. Interpolation des Bewegungszustandes für einen verschobenen Knoten I

matrix angenommen wird, können die Bewegungsgleichungen ohne Matrizenoperation integriert werden [4].

Die entwickelten Rechenalgorithmen wurden in Subroutinen aufgearbeitet und im Programm DUCS (Dynamics of Unreinforced Concrete Structures) zusammengefasst. Die wichtigsten Algorithmen für die Entstehung und Ausbreitung von diskreten Rissen sowie das speziell für die Schubspannungsübertragung entwickelte Risselement werden in den nachstehenden Abschnitten eingehender erläutert.

## Rissentstehung und Rissausbreitung

Der zweidimensionale Spannungszustand an einem der vier Gaußpunkte des Finiten Elements wird mit dem Bruchkriterium für Beton verglichen. Letzteres, dargestellt in der Ebene der beiden Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ , ist in Bild 4 gezeigt. Ist das Bruchkriterium erfüllt, wird angenommen, dass Risse entstehen, solange mindestens eine Hauptspannung eine Zugspannung ist.

Sind jedoch beide Hauptspannungen Druckspannungen, wird das Element zerdrückt und übernimmt für den Rest der Berechnung keinen Lastanteil mehr.

Wird in einem Gauß-Integrationspunkt in einem Element die Erfüllung des Risskriteriums angezeigt, so wird angenommen, dass sich senkrecht zur Hauptzugspannung ein Riss ausbreitet. Ausgewählt wird dabei das Element mit dem Integrationspunkt, dessen Zugspannung die umhüllende Bruchkurve am meisten übersteigt (Bild 4). Damit ist die endgültige Lage des Risses jedoch noch nicht gefunden. Vielmehr muss nun die Rissausbreitungsrichtung zum nächstmöglichen Rissanfangsknoten verschoben werden (Bild 5).

Ein möglicher Anfangsknoten muss entweder im Randknoten des Finiten-Element-Netzes oder aber bereits an einem Riss liegen. Risse, die im Innern der Struktur angezeigt werden (z.B. infolge Querzugs) und für die kein solcher Anfangsknoten gefunden werden kann, werden vorerst nicht in den Algorithmus miteinbezogen. Diese Einschränkung vereinfacht den Berech-

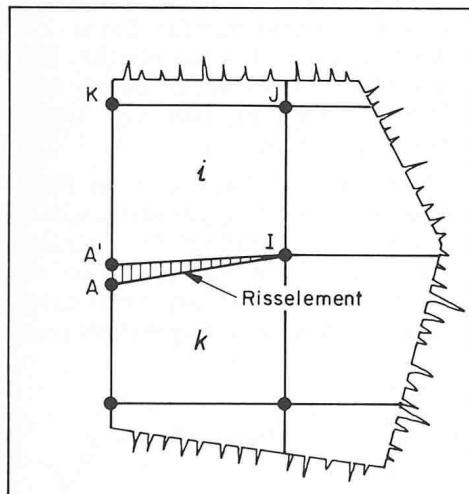


Bild 10. Risselement

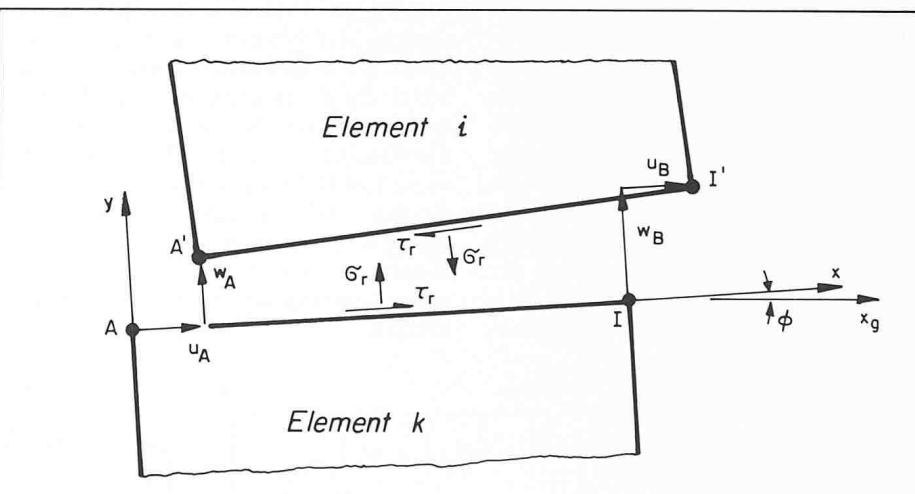
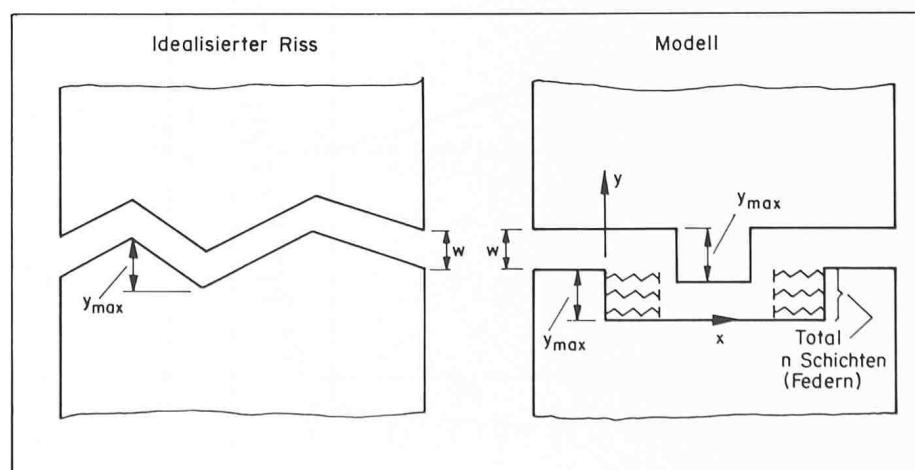
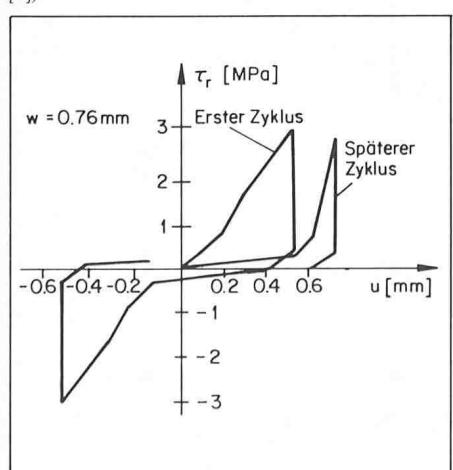


Bild 11. Verschiebungen und Spannungen am Risselement

Bild 12. Typische Schubspannungs-Schubverformungs-Beziehung für Rissweite  $w = 0,76 \text{ mm}$  (nach [7])

Bild 13. Modellierung der Rissoberfläche



nungsablauf sowohl für Rissentstehung als auch für Rissausbreitung. Für viele Anwendungen, vor allem aber für seismische Belastungen, ist diese Einschränkung von geringer Bedeutung.

Eine weitere, grundlegende Voraussetzung der vorliegenden Modellbildung besteht darin, dass für die Rissentstehung wie auch für die Rissausbreitung angenommen wird, dass links und rechts des neuen Risses die beiden betroffenen Elemente auf ihrer gesamten gemeinsamen Grenze entkoppelt werden. Damit ist der Risszuwachs vorbestimmt und wird immer gleich der entsprechenden Elementabmessung sein. Weil in diesem Modell Elemente mit linearen Formfunktionen, d.h. mit geraden Rändern, verwendet werden, führt diese Vereinfachung zu einem stückweise linearen Rissbild. Weicht die angezeigte Rissausbreitungsrichtung von der ursprünglichen Elementeinteilung ab, so wird das Netz verzerrt. Dabei werden entsprechende Knoten verschoben oder Elemente in Dreieckselemente aufgeteilt (Bild 5).

#### Bestimmung des Rissanfangsknotens

Die Richtung des angezeigten Risses am Integrationspunkt G des Finiten Elements (Knoten I, J, K und L, Bild 6a) ist charakterisiert durch den Winkel 0 zur lokalen x-Achse. Knoten, von denen aus Geraden in der Rissrichtung das Element schneiden, werden als mögliche Anfangsknoten bezeichnet. Im Fall von Bild 6a sind dies die Knoten J und L. Der Anfangsknoten muss zusätzlich ein Randknoten oder bereits ein Rissknoten sein («Anfangsbedingung»). Drei Fälle sind denkbar:

- Erfüllt keiner der beiden Knoten die Anfangsbedingung, ist der Algorithmus für dieses Element beendet.
- Wird sie von beiden Knoten erfüllt, so treffen sich zwei Risse im Element, oder der Riss hat sich quer durch die Struktur ausgebreitet, und eine vollständige Trennung ist eingetreten. In diesen Fällen wird die durch die Hauptspannung angezeigte Rissrichtung so geändert, dass die beiden fraglichen Knoten direkt verbunden werden können. Sollten andererseits zwei mögliche Anfangsknoten sich auf der gleichen Elementseite befinden, d.h. nebeneinander liegen (Knoten K und L in Bild 6b), so wird derjenige als Rissanfangsknoten bestimmt, der am nächsten bei dem den Riss anzeigen Integrationspunkt liegt.
- Im häufigsten Fall wird es nur einen einzigen möglichen Anfangsknoten geben

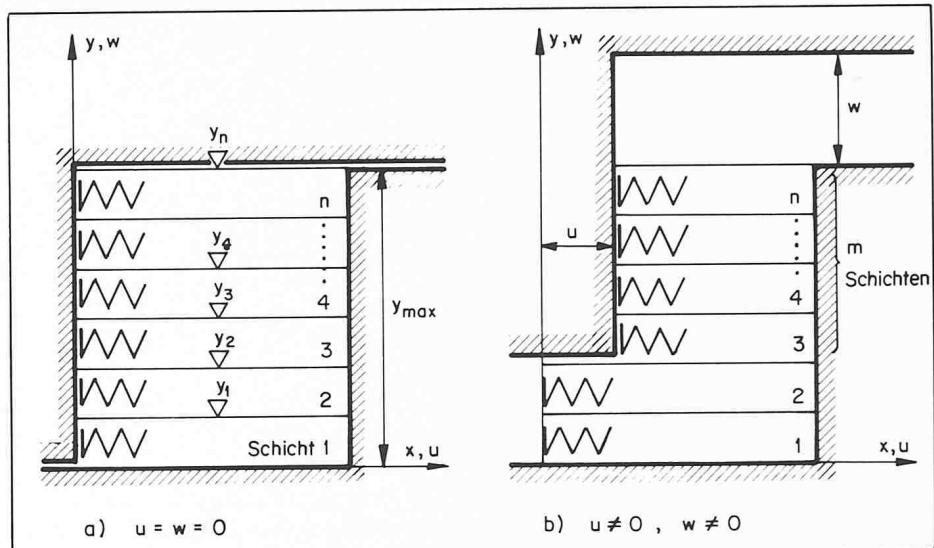
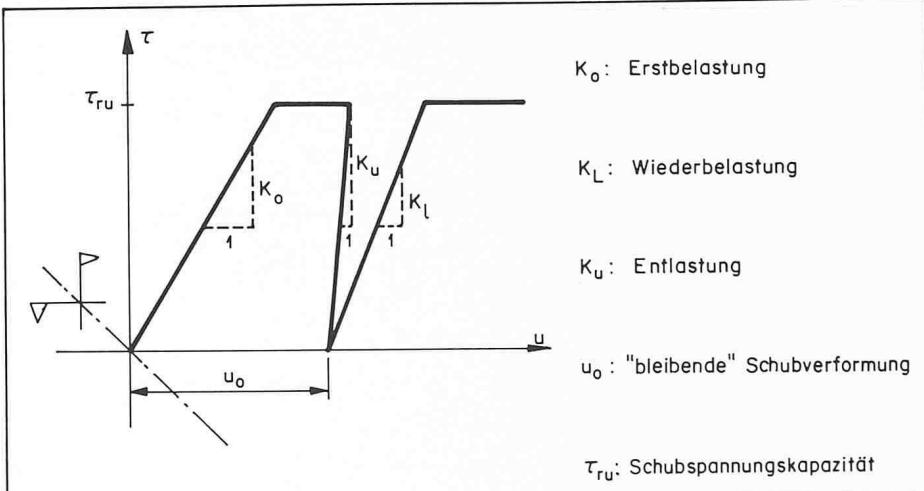


Bild 14. Geometrie der Schichtunterteilung der Rissoberfläche

Bild 15. Schubspannungs-Schubverformungs-Beziehung für eine Schichtfeder



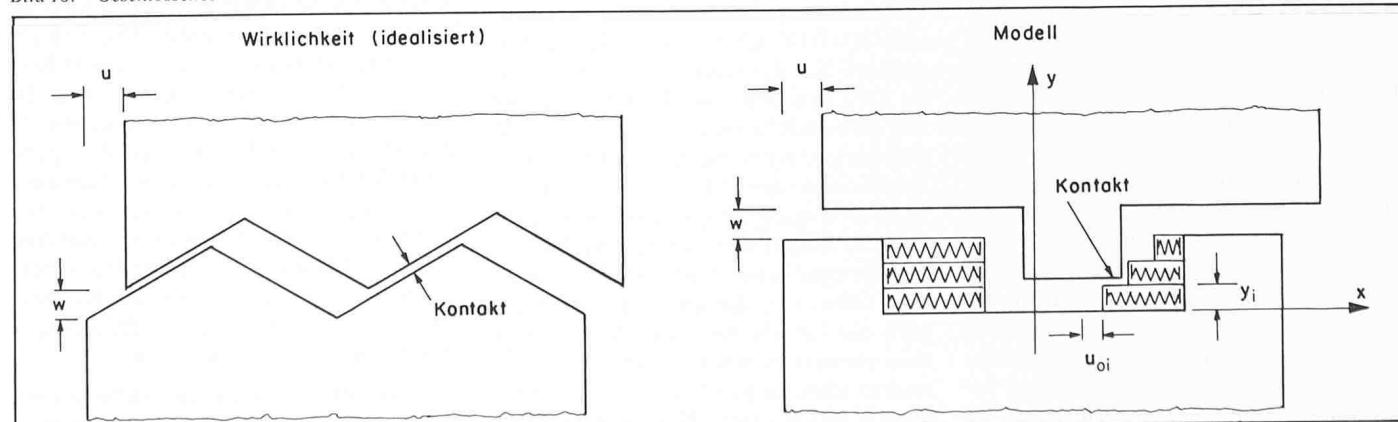
geändert, dass die beiden fraglichen Knoten direkt verbunden werden können. Sollten andererseits zwei mögliche Anfangsknoten sich auf der gleichen Elementseite befinden, d.h. nebeneinander liegen (Knoten K und L in Bild 6b), so wird derjenige als Rissanfangsknoten bestimmt, der am nächsten bei dem den Riss anzeigen Integrationspunkt liegt.

(z.B. den Knoten L in Bild 6a). Ausgehend vom Rissanfangsknoten L, parallel zur angezeigten Rissausbreitungsrichtung, durchstößt der neue Riss das Element i. Der Schnittpunkt E, an dem der Riss das Element i wieder verlässt, wird neuer Rissendknoten. Damit ist zugleich auch die Risslänge gegeben.

#### Neue und verschobene Knoten

In der diskreten Rissmodellierung wird der aufgetretene Riss «physikalisch ver-

Bild 16. Geschlossenes Risselement mit  $w > 0$



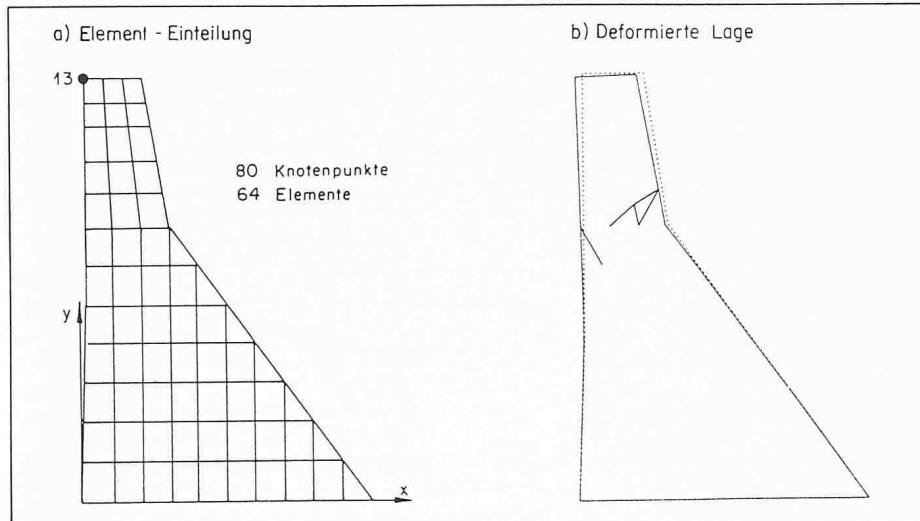
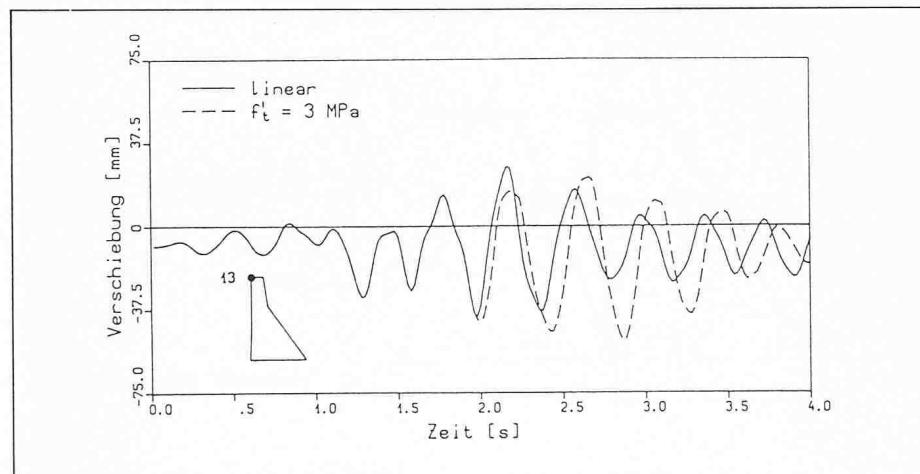


Bild 17. Beispiel eines Rissbildes einer Schwergewichtsmauer unter Erdbebenbelastung (leerer Stausee), nach [4]

Bild 18. Zeitverlauf der horizontalen Verschiebung der Mauerkrone, Beispiel Bild 17



wirklich», indem der Anfangsknoten A (= L in Bild 6a) in zwei unabhängige Knoten A und A' aufgeteilt wird. Der neue Knoten A' erhält dieselben Koordinaten und Auflagerbedingungen wie der Ausgangsknoten A. Unmittelbar nach der Teilung hat der Knoten A' dieselben Verschiebungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen wie der Knoten A.

Nur selten fällt die Rissausbreitungsrichtung mit einer Elementseite zusammen, was eine Verzerrung des Elementnetzes erübrigen würde. Normalerweise muss ein Knoten nach dem angezeigten neuen Rissendpunkt E verschoben werden. In der Situation in Bild 7 liegt der Knoten I am nächsten beim Punkt E. Der Knoten I wird daher zum Punkt E verschoben, und das Elementnetz wird entsprechend verzerrt. Für die Situation in Bild 8 – der Riss hat sich inzwischen in das Nachbarelement j fortgepflanzt – liegt der Elementknoten H dem Rissendpunkt E am nächsten: H wird nach E verschoben. Das Element j wird in diesem Fall in zwei Dreieckselemente j und j' aufgeteilt. In beiden Situationen (Bilder 7 und 8) müssen die

Elementmatrizen entsprechend ergänzt werden. Bei kleineren Abweichungen der Rissausbreitungsrichtung von den vorhandenen Elementrändern (wählbare Toleranzgrenze) kann zudem bestimmt werden, ob der Knoten I bzw. H nach dem Punkt E verschoben oder unter Anpassung der Rissausbreitungsrichtung in ihrer ursprünglichen Position belassen werden soll.

#### Verschiebungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der verschiedenen Knoten

Für den nach E verschobenen Knoten I (Bild 8) stellt sich ein neuer Bewegungszustand ein, der noch zu bestimmen ist. Er wird mit Hilfe der Formfunktionen des Elements berechnet. Da für den Algorithmus einfache bilineare Ansatzfunktionen gewählt wurden, ist der neue Bewegungszustand des Knotens I (Bild 7) eine lineare Funktion der Verschiebungsdistanz (Bild 9). Es handelt sich dabei um die gleichen Beziehungen, die für die Koordinateninterpolation verwendet werden. Für ein nichtlineares Materialgesetz des Betons ist die Interpolation der Bewegungsgrößen

umfangreicher, da sie sich nunmehr auf die Zustandswerte der nichtelastischen Dehnung im Element abzustützen hat.

#### Risselement

Das Schliessen und Wiederöffnen von diskreten Rissen kann während einer transienten Belastung mehrere Male erfolgen. Für einen offenen Riss müssen deshalb die Verschiebungen der beiden Rissoberflächen fortlaufend kontrolliert werden, wohingegen für einen geschlossenen Riss die Spannungsübertragung überprüft werden muss. Diese Aufgaben werden vom sogenannten Risselement übernommen, das in den Riss zwischen die angrenzenden Finiten Elemente eingeführt wird (Bild 10). Ein einziger fortlaufender Riss mag so mit mehrere Risselemente aufweisen, die zu einem gegebenen Zeitpunkt unabhängig voneinander offen oder geschlossen sein können. Die Risselemente dienen auch dazu, die verbleibende Schubspannungsübertragung, die infolge der Rissverzahnung noch möglich ist, zu bestimmen.

#### Generelle Voraussetzungen

Ein offenes Risselement ist im Bild 11 angedeutet. Es wird begrenzt durch die beiden Finiten Elemente i und k, d.h. durch deren Seiten  $A_1$  und  $A_1'$ . Im Berechnungsalgorithmus wird das Risselement wie ein normales Finites Element behandelt. Für jedes Risselement wird ein lokales Koordinatensystem ( $x, y$ ) eingeführt, das gegenüber dem globalen System ( $x_g, y_g$ ) um den Winkel  $\alpha$  gedreht ist. Die Schubverformung  $u$  und die Rissweite  $w$  für ein Element werden aus den entsprechenden Knotenwerten gemittelt und dienen zur Bestimmung der Schubspannung  $\tau_r$  und der Normalspannung  $\sigma_r$ .

Die direkte Übertragung von Kräften an den rauen Rissoberflächen ist als Schubübertragungsphänomen bekannt. Obwohl Kräfte eigentlich an den direkten Kontaktstellen der Zuschlagstoffe übertragen werden, ist es üblich, diese Kräfte als Spannungen pro Einheitsoberfläche zu definieren. Die Schubübertragungskräfte werden in zum Riss parallele Schubspannungen  $\tau_r$  und in zum Riss senkrechte Normalspannungen  $\sigma_r$  zerlegt (Bild 11). Beide Spannungskomponenten sind im Normalfall komplizierte Funktionen von Zustandswerten wie Rissweite  $w$ , relativer Schubverformung  $u$  der beiden Oberflächen, Art und Grösse der Rissverzahnung, vorangegangener Belastungsgeschichte, Betonqualität usw.

Für wiederholte zyklische Belastungen weist eine typische Schubspannungs-

Schubverformungs-Beziehung eine ausgeprägte Versteifungscharakteristik mit einer beträchtlichen Hysterese auf [7]. Letztere wird durch das gegenseitige Abschleifen der Rissoberflächen verursacht (Bild 12). Eine solche Spannungs-Verformungs-Beziehung wird hier verwendet und durch das Risselement modelliert.

### Modellierung der Rissoberfläche

Die Rissweite  $w$  ist einer der wichtigsten Parameter zur Bestimmung der Schubübertragung. Sofern sie während der Berechnung frei variiert, was bei der Erdbebenbelastung der Fall ist, ist eine geometrische Modellierung der Rissoberfläche zweckmäßig. Im vorliegenden Algorithmus wird die Oberflächenrauhigkeit durch eine Anzahl Federn, welche die Schichten der Rissoberfläche repräsentieren, abgebildet (Bild 13). Die grösste Abmessung  $y_{max}$ , für die im Riss noch eine Schubverzahnung angenommen werden kann, ist durch Art und Grösse der Zuschlagsstoffe bestimmt.

Jede der parallelen Federn ist geometrisch durch die Distanz  $y_i$  bis zum tiefsten Punkt der Rissoberfläche charakterisiert (Bild 14a). Für eine bestimmte Schubverformung  $u$  und eine bestimmte Rissweite  $w$  (Bild 14b) wird eine gewisse Anzahl Federn aktiviert. Je nach der Wahl von Anzahl, Abmessung und Charakteristik der Federn kann damit für eine beliebige Rissweite die Spannungsübertragung modelliert werden.

Die Normalspannung  $\sigma_r$  wird mit einem wählbaren Faktor proportional zur Schubspannung  $\tau_r$  angenommen. Dies stellt eine Annäherung an die Erkenntnisse aus Versuchen dar.

### Spannungs-Verformungs-Beziehungen

Der qualitative Verlauf der Schubspannungs-Schubverformungs-Beziehung (Bild 12) wurde für unterschiedliche Rissweiten  $w$  beobachtet [7]. Er kann somit auch als Grundlage der entsprechenden Beziehung für eine einzelne Feder des Rissmodells dienen. Die gewählte, stückweise lineare Formulierung ist in Bild 15 dargestellt.

Im Unterschied zum qualitativen Verlauf von Bild 12 wurde hier zusätzlich noch eine obere Grenze  $\tau_{ru}$  der übertragbaren Schubspannung eingeführt. Diese wird erreicht, wenn die beiden Rissufer aneinander abgleiten. Das gewählte, sehr einfache Materialmodell für die einzelne Feder ist speziell auf die vorliegende Aufgabenstellung konzipiert. Es ist jedoch nicht für beliebige Werte der Belastungs- und Entlastungssteifigkeiten einsetzbar.

## Schliessen und Wiederöffnen der Risse

Zwei Bedingungen für das Schliessen des Risselements sind im vorliegenden Algorithmus eingebaut. Die erste ist offensichtlich: Ein Risselement wird als geschlossen betrachtet, wenn die Rissweite  $w$  gleich null ist. Die zweite Bedingung, für die die Rissweite durchaus positiv sein kann, ist in Bild 16 dargestellt. Wenn  $w$  gleich dem Abstand  $y_i$  der  $i$ -ten Feder vom tiefsten Punkt der Rissoberfläche wird und zugleich die aktuelle Schubverformung  $u$  noch grösser als die bleibende Schubverformung  $u_{oi}$  der  $i$ -ten Federschicht ist, wird das Risselement als geschlossen betrachtet, und es überträgt fortan wieder Spannungen zwischen den angrenzenden Finiten Elementen.

Für das Schliessen der Risse wird ein perfekter plastischer Stoß zwischen den Knotenpaaren A und A' sowie I und I' angenommen. Damit das Risselement als geschlossen weiterbehandelt werden kann, werden die Bewegungsgleichungen für die folgende zeitliche Integration modifiziert.

Solange die zwischen den beiden Knoten A und A' senkrecht zur Rissausbreitungsrichtung wirkende Kraft eine Druckkraft ist, bleibt das Risselement geschlossen. Sobald sich jedoch eine Zugkraft einstellt, öffnet sich das Risselement wieder. Dabei wird für ein Risselement immer das Mittel aus den Kräften an den beiden Knotenpaaren A, A' und I, I' überprüft.

## Beispiel eines Rissbildes

Ein Anwendungsbeispiel der beschriebenen Modelle und Berechnungsverfahren ist in den Bildern 17 und 18 dargestellt [4]. Bild 17a zeigt die gewählte Diskretisierung der Struktur, einer Gewichtsstaumauer in Indien. Bild 17b zeigt den Riss- und Verformungszustand (100× vergrössert) 4 Sekunden nach dem Beginn eines Erdbebens mit einer maximalen Bodenbeschleunigung von 0,2 g, was einem eher mässigen Erdbeben entspricht. Die angenommene Zugfestigkeit des Betons beträgt 3 MPa. In Bild 18 ist der entsprechende Zeitverlauf der Verschiebung der Mauerkrone gestrichelt und das Ergebnis einer linearen Berechnung (unbeschränkte Zugfestigkeit) ausgezogen dargestellt. Man erkennt, dass etwa 2 Sekunden nach Beginn des Erdbebens eine Abweichung vom linearen Verhalten eintritt. Im vorliegenden Fall ist diese Abweichung – trotz erheblicher Rissbildung – nicht sehr bedeutend. In

anderen Fällen und insbesondere bei stärkeren Erdbeben können drastische Unterschiede, bis zum totalen Versagen der Mauer, resultieren.

## Schlussbemerkungen

Die beschriebenen Modelle und Rechenverfahren sind speziell auf unbewehrten Beton unter dynamischer, transienter Belastung zugeschnitten. Innerhalb des durch das Forschungsprojekt abgesteckten Rahmens kann damit das durch Risse verursachte nichtlineare Materialverhalten bis zum allfälligen Kollaps der Struktur modelliert werden. Damit ist für die umfassende Betrachtung einer Schweregewichtsmauer unter Erdbebenbelastung ein erster wichtiger Baustein entstanden.

## Verdankungen

Das Forschungsprojekt «Erdbebenverhalten von Staumauern» des Instituts für Baustatik und Konstruktion wird durch das Bundesamt für Wasserwirtschaft und durch die ETH Zürich unterstützt. Zum vorliegenden Aufsatz haben auch die Herren D. Wepf, Ph. Chappuis und J.-M. Hohberg, wissenschaftliche Mitarbeiter am Institut, beigetragen. Die Autoren möchten dafür ihren besten Dank aussprechen.

## Literatur

- [1] Chopra, A.K., Chakrabarti, P. (1973): «The Koyna earthquake and the damage to Koyna dam». Bull. Seism. Soc. America, Jg. 63, S. 381–397
- [2] Hansen, K. D., Roehm, L. H. (1979): «The response of concrete dams to earthquake». Water Power Dam Constr., Jg. 31, S. 27–31
- [3] Shen, C., Chen, H. (1981): «Thirty years of research work on earthquake resistance of hydraulic structures in China». ICE Conf. Dams and Earthquake, Thomas Telford Publ. London, S. 129–135
- [4] Skrikerud, P. (1983): «Modelle und Berechnungsverfahren für das Rissverhalten von unarmierten Betonbauten unter Erdbebenbeanspruchung». Dissertation ETH Zürich, Bericht Nr. 139 des Instituts für Baustatik und Konstruktion der ETH Zürich, Birkhäuser Basel, Boston, Stuttgart, 1983
- [5] Skrikerud, P., Bachmann, H. (1985): «Discrete Crack Modelling for Dynamically Loaded, Unreinforced Concrete Structures Earthquake Engineering & Structural Dynamics, in Vorbereitung
- [6] Wepf, D., Skrikerud, P., Bachmann, H. (1984): «Influence of cracking on the seismic response of concrete gravity dams». Proc. 8th World Conf. Earthquake Engineering, Bd. 5, S. 95–102
- [7] Laible, J. P., et al. (1974): «Experimental investigation of seismic shear transfer across cracks in concrete nuclear containment vessels». ACI Spec. Publ. SP-53-9, S. 203–226