

<b>Zeitschrift:</b>	Schweizer Ingenieur und Architekt
<b>Herausgeber:</b>	Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
<b>Band:</b>	101 (1983)
<b>Heft:</b>	6: Prof. Dr. Bruno Thürlimann zum 60. Geburtstag
 <b>Artikel:</b>	Spannungsumlagerung in bewehrten Betonkonstruktionen durch Kriechen und Schwinden des Betons
<b>Autor:</b>	Bruggeling, A.S.G.
<b>DOI:</b>	<a href="https://doi.org/10.5169/seals-75059">https://doi.org/10.5169/seals-75059</a>

#### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 07.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

blems wird recht kompliziert, weshalb hierauf nicht weiter eingegangen wird. Wir nehmen vereinfachend an, dass wegen des beträchtlichen Fließvermögens die tatsächliche Steifigkeit um einen Faktor 10 abgemindert werden kann. Das bedeutet, dass wir im Ausdruck (31) für  $N_s$  die Steifigkeit  $k$  ersetzen durch  $k' = 0,1 k$ . Die Stahlkraft  $N_s$  wird jetzt viel langsamer anwachsen mit der Zeit (Bild 19). Es lässt sich zum Beispiel leicht zeigen, dass  $N_s$  für  $t = 10^{-3}$  s jetzt nur den Wert  $0,095 N_A$  erreicht, was ungefähr 15 % des vorherigen Werts aus Bild 10a ist.

In unserem Beispiel war  $N_A = 1,6$  MN. Mit  $A_b = 0,16$  m<sup>2</sup> wird die Betonspannung  $\sigma_b = 10$  MN/m<sup>2</sup> (100 kg/cm<sup>2</sup>). Mit einer Bewehrung von 1 % würde das zunächst gemäss Formel (31) zu einer Stahl-

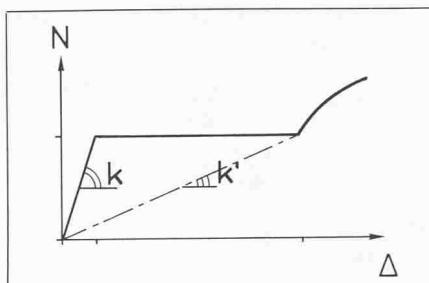
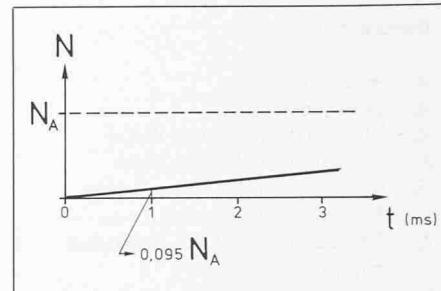


Bild 18. Ein Kraft-Verlängerungsdiagramm

Bild 19. Verlauf von  $N_s$  bei einer um ein Zehnfaches geringeren Steifigkeit

spannung  $\sigma_b = 1000$  MN/m<sup>2</sup> ( $10^4$  kg/cm<sup>2</sup>) führen. Die oben eingeführten Reduktionsfaktoren werden diese Spannung abmildern bis auf eine Grössenordnung von 50 MN/m<sup>2</sup> (500 kg/cm<sup>2</sup>).

Zusammenfassend kann man sagen, dass die verschiedenen Reduktionsfak-

toren dafür sorgen, dass im allgemeinen die Bewehrung nicht versagen wird. Die Natur ist uns gut gesinnt.

Adresse des Verfassers: A. L. Bouma, Professor ir. für nischen Hochschule Delft (Abt. für Bauingenieure). Stevinweg 1, NL-Delft 8.

## Spannungsumlagerung in bewehrten Betonkonstruktionen durch Kriechen und Schwinden des Betons

Von A.S.G. Bruggeling, Delft

In diesem Beitrag wird gezeigt, dass die Spannungsumlagerung durch Schwinden und Kriechen einen Einfluss auf das Verhalten von Betonkonstruktionen hat. Dazu werden einige Beispiele besprochen. Es handelt sich um die Spannungsumlagerung in hoch bewehrten Betonstützen, in einem schlaff bewehrten Biegeträger und in einem teilweise vorgespannten Biegeträger. Im letzten Fall wird gezeigt, dass einfache Methoden zur Berechnung von teilweise vorgespannten Biegeträgern gerechtfertigt sind.

This article is dealing with the influences of creep and shrinkage on the behaviour of concrete structures. Three examples are discussed in detail, namely the redistribution of stress in columns with a high percentage of reinforcement, a beam in reinforced concrete and a beam in partially prestressed concrete.

It is shown that in the last case a simple design approach for partially prestressed concrete beams is justified.

Dans cet article on démontre que le retrait et le flUAGE ont une influence sur le comportement des constructions en béton. Trois exemples sont choisis pour discuter ce phénomène: une pile avec un haut pourcentage d'acier, une poutre en béton armé et une poutre en béton précontraint partiellement. Pour le dernier cas il est aussi démontré qu'une méthode simple pour le calcul des poutres en béton précontraint partiellement est admissible.

haben können. Die zeitabhängige Durchbiegung von Platten ist dafür ein Beispiel.

In den sechziger Jahren ist die teilweise Vorspannung entwickelt worden. Auch dabei war es notwendig, zeitabhängige Einflüsse in Betracht zu ziehen, weil sie nicht nur die Rissbreite unter Vollast beeinflussen können, sondern auch die Dauerfestigkeit unter wiederholter Belastung. Im folgenden Beitrag werden einige Gedanken zu den Problemen geäussert, die durch Spannungsumlagerung in bewehrten und vorgespannten Betonkonstruktionen hervorgerufen werden können, mit dem Ziel, einen Zusammenhang zwischen dem Verhalten unterschiedlicher Konstruktionen nachzuweisen.

### Betonstützen

Besonders in Gebäuden spielen die *vertikalen Tragglieder* – die Stützen – eine wichtige Rolle. Die im Erdgeschoss oder im Keller stehenden Stützen tragen oft eine nahezu zentrische, hohe Belastung. Um die Abmessungen dieser Stützen zu beschränken, wird ein ziemlich hoher Bewehrungsgehalt gewählt.

Nach der Inbetriebnahme des Gebäudes steuert eine Klimaanlage (Zentralheizung) das Klima auch der Räume, in denen sich die Stützen befinden. Meistens ist die relative Feuchtigkeit der Luft gering und die Temperatur nahezu

### Einleitung

Beton ist ein Material, das nach der Verarbeitung und der Erhärtung schwindet und unter Belastung kriecht.

Diese Eigenschaften können das Verhalten einer Betonkonstruktion beträchtlich beeinflussen. Durch die Entwicklung der Spannbetonbauweise hat man erst deut-

lich die wichtige Rolle des Schwindens und Kriechens erkannt: Die aktiven Vorspannkkräfte, die in eine Betonkonstruktion eingeleitet werden, verringern sich mit der Zeit, weil der Beton sich verkürzt.

Hat man einmal diese Erkenntnisse gewonnen, wird auch klar, dass Schwinden und Kriechen des Betons einen wichtigen Einfluss auf das Verhalten einer nicht vorgespannten Betonkonstruktion

**Bezeichnungen**

$A_c$	Betonquerschnitt
$A_s$	Stahlquerschnitt
$E_c$	Elastizitätsmodul von Beton
$E_s$	Elastizitätsmodul von Stahl
$F_R$	Referenzwert der Vorspannung
$F_{R,0}$	bei $t = 0$ ; $F_{R,\infty}$ bei $t = \infty$
$I_c$	Trägheitsmoment des Betonquerschnitts
$\kappa$	Vorspanngrad
$M_d$	Biegemoment unter Dauerlast
$M_{20}$	Dekompressionsmoment
$M_{cr}$	Biegerissmoment
$e$	Exzentrizität des Stahlquerschnitts
$n$	$E_s/E_c$
$t$	Zeit
$\varepsilon_c$	Betondehnung
$\varepsilon_{cr}$	Maximale Betondehnung unter Zugbeanspruchung
$\varepsilon_{cs,\infty}$	Schwindverkürzung von $t = 0$ bis $t = \infty$
$\xi$	$1 + \frac{A_c \cdot e^2}{I_c}$
$\sigma_c$	Betonspannung
$\sigma_{co}$	bei $t = 0$ ; $\sigma_{c,\infty}$ bei $t = \infty$
$\sigma_{cr,f}$	Biegezugfestigkeit von Beton
$\sigma_p$	Spannstahlspannung, $\sigma_{po}$ zur Zeit des Vorspannens
$\sigma_s$	Stahlspannung, $\sigma_{s,\infty}$ bei $t = \infty$
$\Phi_\infty$	Kriechbeiwert von $t = 0$ bis $t = \infty$
$\omega$	$\frac{A_s}{A_c}$

konstant. Das bedeutet, dass ein ideales Klima vorhanden ist, um Schwinden und Kriechen des Betons zu fördern!

In den unter *hoher Dauerlast* stehenden Stützen findet eine *Umlagerung der Kräfte von Beton auf Bewehrungsstahl* statt. Der Betonquerschnitt wird entlastet und die Bewehrung auf Druck belastet. Gehen wir davon aus, dass der Betonquerschnitt im Laufe der Zeit völlig entlastet wird, was der Fall sein kann, dann beträgt bei einem Bewehrungsgehalt von 2 % und einer ursprünglichen Betondruckspannung in den Stützen unter Dauerlast von 6 N/mm<sup>2</sup> der nachfolgend berechnete Zuwachs der Stahlspannung nahezu 300 N/mm<sup>2</sup>! Das bedeutet, dass unter Dauerlast durch Schwinden und Kriechen des Betons sich die Stahlspannungen der Fliessgrenze nähern!

Es war *Dischinger*, der schon 1937 [1] für diesen Fall eine Formel zur Berechnung

der zeitabhängigen Einflüsse vorgeschlagen hat, nämlich

$$\sigma_{c,\infty} = (\sigma_{co} + \frac{\varepsilon_{cs,\infty}}{\Phi_\infty} E_c) e^{-\eta_\infty} - \frac{\varepsilon_{cs,\infty}}{\Phi_\infty} E_c$$

mit

$$\eta_\infty = \frac{\Phi_\infty}{1 + \frac{1}{n\omega}}$$

Aus Gleichgewichtsbedingungen berechnet man

$$\sigma_{s,\infty} = n \cdot \sigma_{co} + \frac{1}{\omega} \cdot (\sigma_{co} - \sigma_{c,\infty})$$

und

$$\Delta\varepsilon_\infty = \frac{1}{\omega \cdot E_s} (\sigma_{co} - \sigma_{c,\infty})$$

Für eine Betonqualität B 22,5 geben die *Niederländischen Vorschriften* in A 201, Tabellen A6 und A9, für eine rel. Luftfeuchte von 40 – 50 % die Werte  $\Phi_\infty = 3,7$  und  $\varepsilon_{cs,\infty} = -480 \times 10^{-6}$ .

In unserem Fall findet man für  $n = 10$ ,  $E_c = 28\,000 \text{ N/mm}^2$  und  $\omega = 0,02$

$$\begin{aligned} \sigma_{c,\infty} &= (-6 - 3,6)e^{-0,62} + 3,6 \\ &= -1,6 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{s,\infty} &= -60 - 50(6 - 1,6) \\ &= -280 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

und eine zeitabhängige Verkürzung

$$\Delta\varepsilon_\infty = \frac{-220}{205.000} = 1,07 \times 10^{-3}$$

Die in den Niederländischen Vorschriften gegebenen Richtwerte für Schwinden und Kriechen sind relativ hoch; jedoch für einen Beton mit einem geringen Kiesgehalt sind die Werte nicht so unrealistisch! Man erkennt aus diesem Beispiel, dass die zeitabhängigen Einflüsse für die Spannungsverteilung in hochbelasteten Stützenquerschnitten von Bedeutung sind.

Die Bewehrung wird hoch beansprucht, und der Beton entlastet, weil die zeitabhängige Verkürzung  $\sim 1 \text{ mm je Meter}$  beträgt. Die hohe Beanspruchung der Bewehrung deutet auch darauf hin, dass die Bügelbewehrung eine wichtige Rolle spielt, weil schon bei einer zusätz-

lichen Belastung des Querschnitts von  $(400 - 280) \times 0,1 = 12 \text{ N/mm}^2$  (Betonspannung) die Längsbewehrung die Fliessgrenze von  $400 \text{ N/mm}^2$  erreichen kann. Auf die Tragfähigkeit der Stützen hat das zeitabhängige Verhalten keinen Einfluss.

Bei ausmittig belasteten Betonstützen, die auch die Stabilität eines mehrstöckigen Gebäudes sichern, können zeitabhängige Einflüsse die horizontale Auslenkung durch Effekte zweiter Ordnung beträchtlich beeinflussen. Hier kann das zeitabhängige Verhalten von Beton einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die Tragfähigkeit der Konstruktion haben.

Der Einfluss von Kriechen und Schwinden auf die Spannungsumlagerung in zentrisch belasteten Betonstützen ist in Versuchen im Stevinlabor der Technischen Hochschule Delft nachgewiesen worden [2], z. B. wurden für eine Stütze ( $K_3$ ) mit 2 % Bewehrungsgehalt und  $30 \text{ N/mm}^2$  Würfeldruckfestigkeit bei Belastung auf eine Betondruckspannung von  $8,3 \text{ N/mm}^2$  die in der Tabelle aufgeführten Versuchsergebnisse gefunden.

In der Tabelle sind auch die Werte für  $\varepsilon_c$ , berechnet mit der Dischingerformel, angegeben. Dabei wurden die im Versuch gemessenen Werte von Schwindverkürzung, Kriechbeiwert und  $E_c$ -Modul in die Berechnung eingeführt. Es zeigt sich, dass die *Dischingerformel zu niedrige Werte* liefert.

Der *Unterschied zwischen Messung und Berechnung* kann dadurch erklärt werden, dass die reine Schwindverkürzung an unbelasteten Prismen gemessen wird, weil dies die einzige Möglichkeit ist. In diesen Probekörpern können durch Austrocknen erhebliche Zugspannungen in den Aussenseite auftreten.

Der Zustand des Baustoffs Beton unter Druckspannung unterscheidet sich jedoch wesentlich von dem unter *Zugspannung*: Unter Zugspannung sind Mikrorisse im Beton zu erwarten, die die Schwindverkürzung des Probekörpers erheblich beeinflussen können, weil die Risse sich mit der Zeit weiter öffnen. Unter Druckbelastung gibt es (nahezu) keine Mikrorisse, und es treten die wirklichen Schwindverkürzungen auf, wie sie auch gemessen werden, allerdings zusammen mit der Kriechdehnung!

Zeit nach Belasten (in Tagen)	0	34	91	182	364
$\sigma_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]	- 8,3	- 6,9	- 6,2	- 5,7	- 5,3
$\sigma_s$ [N/mm <sup>2</sup> ]	- 54,0	-124,4	-157,9	-186,2	205,6
$\varepsilon_c \cdot 10^{-6}$	-257	-592	-752	-886	-978
$\varepsilon_c$ -Berechnung					
nach Dischinger [10 <sup>-6</sup> ]	-	-556	-704	-816	-904

**Biegeträger ohne Vorspannung**

Insbesonders bei schlaff bewehrten, vorgespannten Biegeträgern und Platten können die zeitabhängigen Einflüsse eine wichtige Rolle spielen. Wenn sich die Konstruktion im Zustand II (gerissene

Biegezugzone) befindet, wirken sich die Schwind- und Kriechdehnungen hauptsächlich in der Druckzone aus. Sie verkürzt sich durch die Wirkungen von Schwinden und Kriechen. In der gerissenen Zugzone wird der Beton zwischen zwei Rissen durch Kriechen – unter Zug – verlängert und durch Schwinden verkürzt. Die zwei Einflüsse hängen eng miteinander zusammen. Durch Schwinden des Betons hervorgerufene Verkürzungen werden nämlich durch Kriechen des Betons abgemindert. Darum stellt man fest, dass das Zugband (die Bewehrung) kaum seine Länge ändert. In Bild 1 sind die Ergebnisse von Langzeit-Versuchen an einem Biegeträger  $A'_{0L}$  aus schlaff bewehrtem Leichtbeton dargestellt. Es handelt sich hierbei um Versuche der ETH-Zürich [3].

Versuche im *Stevinlabor* der *Technischen Hochschule Delft*, durchgeführt an einem schlaff bewehrten Träger aus Kiesbeton und einem Träger mit teilweiser Vorspannung haben zu gleichen Ergebnissen geführt [2].

Wie bereits erwähnt, ist für das Verhalten der Träger im Zustand II von Bedeutung, dass in der Biegezugzone der Beton zwischen den Rissen unter Zugspannung steht. Natürlich liegen die Zugspannungen unter der Zugfestigkeit, d. h. sie sind relativ niedrig.

Zwischen zwei Rissen verkürzt sich der Beton durch Schwinden. Weil er mit der Bewehrung über Haftspannungen (Stahl/Beton) verbunden ist, kann die Schwinddehnung nicht unbehindert auftreten. Es überlagern sich deshalb in der Zugzone zwischen zwei Rissen

- eine Verlängerung infolge Kriechen des Betons unter niedrigen Zugspannungen, und
- eine Verkürzung infolge Schwinden des Betons, die durch Kriechen vermindert wird.

Beide Einflüsse wirken einander entgegen. Die zeitabhängige Dehnung der Zugzone ist daher klein. Es hängt von verschiedenen Parametern ab, ob sich diese Überlagerung von Schwind- und Kriecheinflüssen in einer geringen Verkürzung oder Verlängerung der Zugzone auswirkt. In der Druckzone findet eine Verkürzung durch (nahezu) unbehindertes Schwinden des Betons und Kriechen unter ziemlich hohen Druckspannungen statt. Die Verkürzung der Druckzone ist darum relativ gross.

In Bild 2 sind die Ergebnisse aus einem Rechenmodell für den Biegeträger  $A'_{0L}$  dargestellt. In diesem Rechenmodell, aufgestellt zur Untersuchung von zeitabhängigen Einflüssen auf biegebeanspruchte Träger mit beliebigem Vorspanngrad, werden die Risse als über die Zugzone verschmiert betrachtet [4]. Die nachfolgenden Werte wurden in die Berechnung eingeführt:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{cr,fl} &= 1,4 \text{ N/mm}^2 & \text{(Biegezugfestigkeit)} \\ \varepsilon_{cr} &= 86 \cdot 10^{-6} & \text{(Bruchdehnung - Zug)} \\ E_c &= 18,4 \cdot 10^3 \\ \Phi_{\infty} &= 0,9 & \text{(Kriechbeiwert)} \\ \varepsilon_{cs,\infty} &= 370 \cdot 10^{-6} & \text{(Schwindmass)} \end{aligned} \right\} \text{vgl. Bild 2}$$

In Bild 2 werden die berechneten Dehnungen zur Zeit  $t = 0$  und nach fünf Jahren ( $t = \infty$ ) den gemessenen Werten gegenübergestellt, die dem Bericht der ETH entnommen sind [3]. Man erkennt eine gute Übereinstimmung von berechneten und gemessenen Werten.

Die folgenden Werte können der Messung und der Berechnung entnommen werden:

	Dehnung Oberfaser	Dehnung Unterfaser
$t = 0$	$-80 \cdot 10^{-6}$	$+130 \cdot 10^{-6}$ gemessen
	$-88 \cdot 10^{-6}$	$+136 \cdot 10^{-6}$ berechnet
$t =$	$-172 \cdot 10^{-6}$	$+152 \cdot 10^{-6}$ gemessen
5 Jahre	$-194 \cdot 10^{-6}$	$+151 \cdot 10^{-6}$ berechnet

## Biegeträger mit Vorspannung

In einem Biegeträger aus vorgespanntem Beton treten ebenfalls mit der Zeit Spannungsumlagerungen auf. Wie bei einer Stütze werden auch hier im Zustand I die Betonspannungen mit der Zeit niedriger, und die Druckspannungen in der Stahlbewehrung wachsen an. In der Spannstahlbewehrung bedeutet das eine Verkürzung der Zugspannungen und in der schlaffen Bewehrung eine Zunahme der Druckspannungen.

Bei einem Biegeträger hat man, im Normalfall, einen nicht zentrisch belasteten Querschnitt. Außerdem können die Lage des Spannstahles und die der schlaffen Bewehrung voneinander verschieden sein. Die Berechnung der Spannungsumlagerung wird deswegen weniger einfach als für eine zentrisch belastete Stahlbetonstütze.

Für den Fall, dass im Querschnitt der Schwerpunkt des Spannstahles auf der gleichen Höhe liegt wie der Schwerpunkt des Betonstahles, kann die Berechnung mit einer „erweiterten“ Dischingerformel vorgenommen werden. Für die Betonspannung  $\sigma_{cps}$  in der Faser auf Höhe des Schwerpunktes der Stahlquerschnitte lässt sich schreiben:

$$\sigma_{cps,\infty} = (\sigma_{cps,0} + \frac{\varepsilon_{cs,\infty}}{\Phi_{\infty}} \cdot E_c) e^{-\eta_{\infty}} - \frac{\varepsilon_{cs,\infty}}{\Phi_{\infty}} E_c$$

Bild 1. Zuwachs der Dehnungen in einem schlaff bewehrten Biegeträger  $A'_{0L}$  aus Leichtbeton

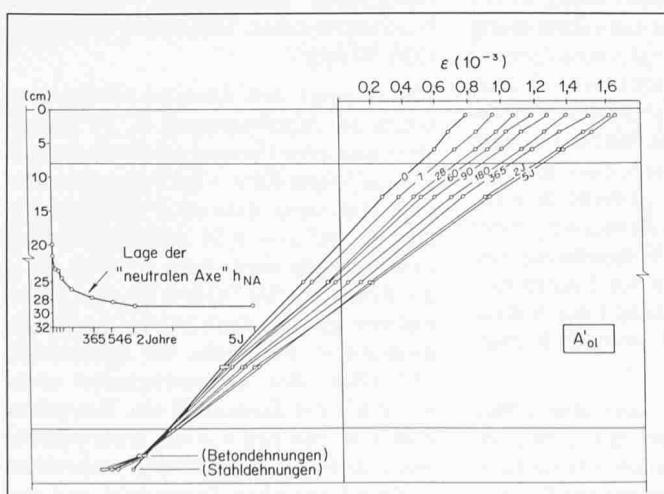
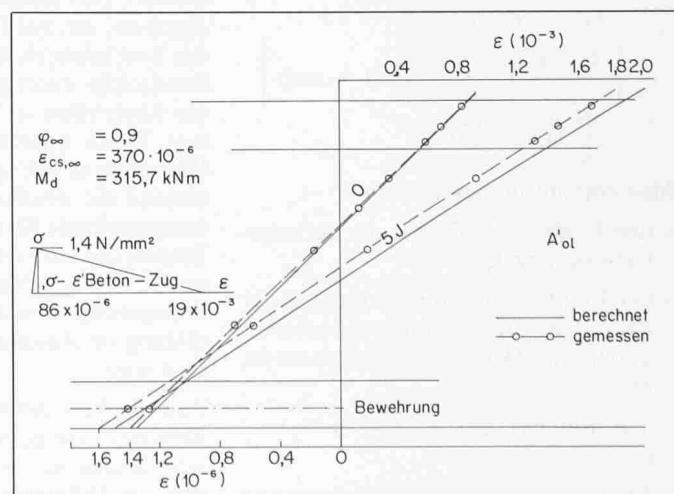


Bild 2. Gemessene Werte (nach Bild 1) und berechnete Werte [4] für den Biegeträger  $A'_{0L}$



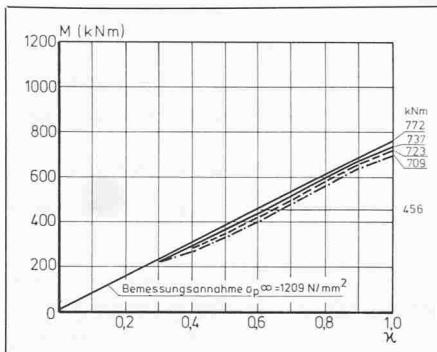


Bild 3. Zusammenhang zwischen Dekompressionsmoment und Vorspanngrad

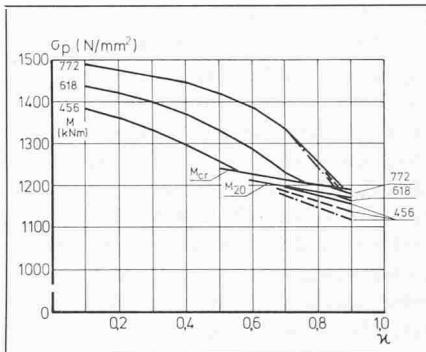


Bild 4. Zusammenhang zwischen der Spannung im Spannstahl unter Vollbelastung zur Zeit  $t = \infty$  und dem Vorspanngrad

mit

$$\eta_\infty = \frac{\Phi_\infty}{1 + \frac{1}{n\omega\xi}}$$

$$\xi = 1 + \frac{A_c e_p^2}{I_c}$$

Man erkennt sehr deutlich die Ähnlichkeit mit der Formel für einen zentrisch belasteten Querschnitt.

Der zeitabhängige Einfluss von Schwinden und Kriechen kann jedoch besser berechnet werden, wenn der Referenzwert der Vorspannkraft eingeführt wird. Dieser Referenzwert ist die Zugkraft, die in dem Schwerpunkt der Stahlquerschnitte auf den Betonquerschnitt ausgeübt werden muss, um die Betonspannung  $\sigma_{cps}$  zu Null zu machen (Dekompression).

In einem Träger, der im Spannbett hergestellt wird, ist zur Zeit  $t = 0$  der Referenzwert der Vorspannkraft ( $F_{R,0}$ ) gleich der Zugkraft im Spannstahl gerade vor dem Absetzen auf den Träger. Zur Zeit  $t = \infty$  ist der Referenzwert der Vorspannkraft ( $F_{R,\infty}$ ) gleich der Zugkraft, die man auf den Träger ausüben muss, um im Spannbett, den ganzen Querschnitt spannungslos zu machen.

Der Referenzwert zur Zeit  $t = \infty$  lässt sich wie folgt anschreiben:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{R,\infty} = F_{R,0} e^{-\eta_\infty} + \\ \left\{ \begin{array}{l} \frac{M_d \cdot e}{I_c} + \frac{\varepsilon_{cs,\infty}}{\Phi_\infty} \cdot E_c (1 + n\omega\xi) \\ \frac{A_c}{\xi} (1 - e^{-\eta_\infty}) \end{array} \right\} \end{array} \right.$$

Man erkennt in dieser Formel

- den Einfluss der Grösse der Anfangsvorspannung  $F_{R,0}$ ;
- den Einfluss der Betonspannung in der Faser im Bewehrungsschwerpunkt durch die Dauerlast (Biegemoment  $M_d$ );
- den Einfluss des Beton-Schwindens  $\varepsilon_{cs,\infty}$ ;
- den Einfluss des Beton-Kriechens  $\eta_\infty$ ;

II) berichtet werden [7]. Es handelt sich hierbei um einen teilweise vorgespannten T-Träger mit einer Spannweite von 16,2 m.

Für unterschiedliche Querschnitte an Spannstahl und schlaffer Bewehrung wurden Berechnungen durchgeführt. Dazu wurde davon ausgegangen,

- dass die Stahlspannung  $\sigma_{po}$  beim Vorspannen dem zulässigen Wert entspricht;
- dass bei  $t = 0$  gleichzeitig die ständige Belastung vorhanden ist;
- dass der Relaxationsverlust des Spannstahles bei  $t = 0$  vollständig eintritt.

Mit der gewählten Berechnungsmethode – hier nach Dischinger – wurden für jeden Vorspanngrad  $\xi$  unter verschiedenen Belastungen bis zur maximalen Belastung im Gebrauchszustand für  $t = \infty$  die Betonspannungen und die Stahlspannungen im Spannstahl und im Betonstahl berechnet. Sofern in der Zugzone die Zugfestigkeit des Betons überschritten wurde, erfolgten die Berechnungen für den Zustand II.

Bild 3 zeigt den Zusammenhang zwischen Dekompressionsmoment  $M_20$  und Vorspanngrad  $\xi$  für den Querschnitt in der Mitte der Spannweite. Aus diesem Bild geht hervor, dass die genaue Berechnung der Spannungsumlagerung zu einem niedrigeren Wert des Dekompressionsmoments führt als die vereinfachte Bemessung. Das gilt auch für volle Vorspannung ( $\xi = 1$ ).

Der Spannstahl wurde mit der Annahme  $M_20 = M_{max}$  (772 kNm) bemessen. Es zeigt sich, dass  $M_20$  im Querschnitt in Spannweitenmitte einen niedrigeren Wert hat, nämlich:

Fall 1	737 kNm
Fall 2	723 kNm
Fall 3	709 kNm

Das bedeutet, dass die Stahlspannungen  $\sigma_{p\infty}$  niedriger sind als  $1209 \text{ N/mm}^2$  ( $0,65 f_{pk}$ ). Von diesem Wert  $\sigma_{p\infty}$  wurde bei der Bemessung ausgegangen. Nach den Niederländischen Vorschriften ist  $\sigma_{po} = 1395 \text{ N/mm}^2$ .

Bild 4 zeigt den Zusammenhang zwischen der Stahlspannung  $\sigma_p$  im Spannstahl und dem Vorspanngrad. Es müssen nur die Werte für  $\xi > 0,4$  betrachtet werden. Man sieht, dass unter ständiger Belastung bei  $\xi = 0,54$  das Biegerissmoment erreicht wird. Wird zur Zeit  $t = \infty$  die Belastung des Trägers bis zum Maximalwert erhöht, dann beträgt das Biegerissmoment in der Mitte der Spannweite 772 kNm. Bei Vorspanngraden unter  $\xi = 0,87$  tritt Zustand II ein. Betrachtet man z. B. den Fall  $\xi = 0,6$ , dann erkennt man, dass, bei vollständig wirkendem Verbund zwischen Spannstahl und Be-

ton, unter Vollbelastung der Spannstahl wieder die Anfangsspannung erreicht. Zeitabhängige Einflüsse haben in diesem Bereich wenig Bedeutung.

Als Ergebnis ist festzuhalten, dass der Wert der maximalen Stahlspannung über dem zulässigen Wert liegt. Man muss darum dieses Problem in der Zukunft noch genauer untersuchen. Dazu kann schon jetzt gesagt werden, dass teilweise Vorspannung in Kombination mit sofortigem Verbund nicht so sinnvoll erscheint.

Bei Spanngliedern ist der Verbund zwischen Spannglied und Beton niedriger als zwischen Bewehrungsstahl und Beton. Das bedeutet, dass die Spannungszunahme im Spannstahl kleiner ist als im Bewehrungsstahl. Dieser Einfluss des Verbundes muss dann näher in Betracht gezogen werden.

Bild 5 zeigt zum Schluss den Zusammenhang zwischen Stahlspannungszunahme und Vorspanngrad für zwei Belastungsfälle. Betrachtet man wieder den Vorspanngrad 0,6, dann sieht man, welchen Einfluss Kriechen und Schwinden des Betons auf die Stahlspannungszunahme haben. Wenn man mit diesem Einfluss rechnet, kann man sehr gut mit schlaffer Bewehrung die Rissbreiten innerhalb bestimmter Grenzen halten.

Abschliessend muss noch darauf aufmerksam gemacht werden, dass unter ungefähr  $\kappa = 0,4$  die Betonzugzone unter einer Belastung von  $q = 0,4 q_{\max}$  schon gerissen ist. Für Werte von  $\kappa < 0,4$  sind die Bilder nicht völlig gültig.

## Zusammenfassung

In diesem Aufsatz wurde gezeigt, dass die Spannungsumlagerung in bewehrten Betonkonstruktionen – durch Kriechen

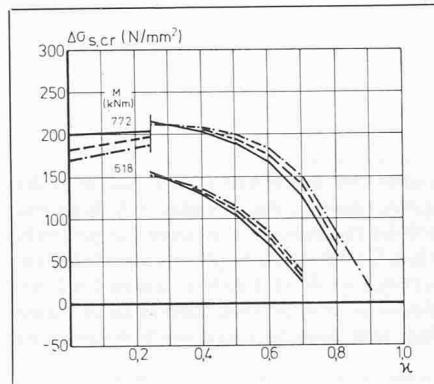


Bild 5. Zusammenhang zwischen dem Zuwachs der Spannung im Bewehrungsstahl und im Spannstahl, durch Rissbildung bis Vollbelastung zur Zeit  $t = \infty$ , und dem Vorspanngrad

und Schwinden des Betons – oft einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf deren Verhalten hat. Am Beispiel einer auf hohen Druck belasteten Stütze mit normaler Bewehrung wurde gezeigt, dass die Bewehrung einen wesentlichen höheren Anteil der Belastung trägt als in einer linear-elastischen Berechnung angenommen wird. Biegeträger und Platten in schlaff armierten, nicht vorgespanntem Beton zeigen mit der Zeit oft einen erheblichen Zuwachs der Durchbiegung. Dieser Zuwachs wird hauptsächlich verursacht durch eine starke Verkürzung der Druckzone mit der Zeit. Im Zustand II findet in der Zugzone kaum eine Spannungsumlagerung statt, weil dort die Kriecheinflüsse mehr oder weniger durch das Schwinden des Betons verringert werden.

In der vorgedrückten Zugzone von (teilweise) vorgespannten Trägern findet – wie in Stützen – oft eine grosse Spannungsumlagerung durch Kriechen und Schwinden des Betons im Zustand I statt. Durch Rissbildung in der Zugzone wird die Bedeutung dieser Umlagerung jedoch wesentlich abgemindert. Das heisst nicht, dass das Biegerissmoment

## Literatur

- [1] Dischinger, F. (1937, 1939): „Elastische und plastische Verformungen der Eisenbetontragwerke“. Bauingenieur 18. und 20. Jg.
- [2] Bruggeling, A.S.G.: e.a. (1978): „Partially prestressed concrete. Theory and experiments“. HERON, vol. 23, No. 1
- [3] Bachmann, H., Flückiger, P. (1976): „5 Jahresresultate der Langzeitversuche an teilweise vorgespannten Leichtbetonbalken. Bericht des Instituts für Baustatik und Konstruktion der ETH Zürich Nr. 6504-7
- [4] Dijk, H.H.G. (1982): „Gedeeltelijk vorgespannen beton; een model, een computerprogram, een onderzoek“. Diplomarbeit
- [5] Bachmann, H. (1980): „Zehn Thesen zur teilweisen Vorspannung“. Schweizer Ingenieur und Architekt, Heft 38
- [6] Bruggeling, A.S.G. (1982): „Teilweise Vorspannung“. Bericht THD-TNO zum 13. Forschungskolloquium des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton in Delft
- [7] Bruggeling, A.S.G. e.a.: „Towards a simple calculation method for partially prestressed concrete“. Report of the Concrete Structures Group – Delft University of Technology (wird voraussichtlich Anfang 1983 erscheinen)

davon unbetroffen bleibt, die Rissbreite im Zustand II wird jedoch nicht wesentlich durch Unterschiede im Kriech- und Schwindverhalten beeinflusst. Darum ist es gerechtfertigt, auch teilweise vorgespannte Betonkonstruktionen mit einfachen Berechnungsmethoden zu bemessen.

Adresse des Verfassers: Prof. ir. Dr.-Ing. E.h. A.S.G. Bruggeling, Technische Hogeschool Delft, Afdeling der Civiele Techniek, Stevinweg 1, NL – 2628 CN Delft.