Zeitschrift: Schweizer Ingenieur und Architekt

Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine

Band: 101 (1983)

Heft: 49

Artikel: 25 Jahre Mathematikausbildung am Zentralschweizerischen Technikum Luzern (ZTL)

Autor: Holenweg, Werner

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-75246

25 Jahre Zentralschweizerisches Technikum Luzern

Anlässlich der diesjährigen Diplomfeier gedachte das Zentralschweizerische Technikum Luzern (ZTL) seines 25jährigen Bestehens. Der Präsident des Technikumsrates, Regierungsrat Dr. *W. Gut*, dankte allen, die diese Schule aufgebaut haben. Sie hätten dadurch Wesentliches zum luzernischen und innerschweizerischen Bildungswesen beigetragen, dem auch wirtschafts- und staatspolitische Bedeutung zukomme. Für die Zukunft stellte er fest, dass die Lehrpläne regelmässig und sorgfältig den sich wandelnden Ausbildungszielen und -inhalten anzupassen seien. Die Methode des Lehrens und das professionelle Vorbild des Dozenten hätten sich noch stärker als bisher auf die Entfaltung schöpferischer Kapazität auszurichten. Er wünschte der Schule, dass sie neben der technischen Ausbildung den Absolventen auch in ethischen Fragen genügen werde. Auf Anregung des Direktors des ZTL, Prof. *J. Ottrubay*, haben die Dozenten verschiedene Fachartikel veröffentlicht, worin sie auch die Ausbildung an der Ingenieurschule behandeln. In dieser Zeitschrift sind bereits zwei erschienen - zur Heizungs-, Lüftungs- und Klimatechnik in Heft 43/83 und zur Mechanik in Heft 48/83. Mit drei weiteren Artikeln beschliessen wir heute diese Reihe.

B.M.

25 Jahre Mathematikausbildung am Zentralschweizerischen Technikum Luzern (ZTL)

Von Werner Holenweg, Kastanienbaum

Mathematik gehört zur Denkschulung des Ingenieurs. Mit ihrer Sprache kann er technische Probleme formulieren und sie mit ihren Algorithmen theoretisch lösen. Die Erkenntnisse in der Mathematik, aber auch die sich wandelnden Aufgaben der Technik, fordern vom Mathematikdozenten an der Ingenieurschule dauernd eine Stoffauswahl. Der Autor zeigt, wie es in den vergangenen 25 Jahren geschehen ist und welche Auswirkungen die ständig wachsenden Ansprüche heute haben.

Hat sich die Mathematik, mit welcher der Student einer Ingenieurschule HTL in den letzten 25 Jahren konfrontiert wurde, verändert? - Die folgenden Ausführungen entsprechen meiner persönlichen Ansicht, sind durch Erfahrungen aus langjähriger Lehrtätigkeit entstanden und stellen keinen Anspruch auf Vollständigkeit.

Mathematik und Technik

Wir fragen vorerst allgemeiner: Hat sich die *Mathematik*, die in der Technik Verwendung findet, *geändert*? Ist diese Mathematik, was wenigstens ihre Grundlagen betrifft, nicht immer dieselbe geblieben?

Betrachtet man die historische Entwicklung der mathematischen Grundlagenforschung, stellt man seit Mitte des 19. Jahrhunderts eine gedrängte Umwälzung fest. Die ursprünglich geometrische Betrachtungs- und Schlussweise wechselte zur logisch-mengentheoretischen Evidenz; dem anfänglichen Triumph der Mengenlehre - es traten schon bald unüberwindliche Hindernisse auf - folgte die mengentheoretische Ernüchterung; sie öffnete den Weg zum *modernen Formalismus* [1].

Dieser Entwicklung steht ein zweiter wichtiger Aspekt gegenüber. Wohl bis Mitte unseres Jahrhunderts haben neue mathematische Erkenntnisse nur mühsam Einzug in technischen Anwendungen gehalten.

Beispielsweise: Noch heute geistern «unendlich kleine Grössen» im Sinne von *Leibniz* und *Cavalieri*, sicher dank ihrer Anschaulichkeit, in gewisser Ingenieurliteratur herum, und dies, obschon bereits 1734 *G. Berkeley* auf damit verbundene dunkle Annahmen in der Analysis hinwies. Er nannte dabei das «unendlich Kleine» - als anglikanischer Bischof war er wohl dazu befähigt - «ghosts of departed quantities» (Geister abgeschiedener Grössen). Die heute gelehrte Analysis fusst auf der ε-δ-Technik von *Cauchy* und *Weierstrass* und stammt aus dem 19. Jahrhundert. Bekanntlich hat ihre Exaktheit die alte Anschaulichkeit verdrängt.

Jetzt ist eine sowohl anschauliche wie auch exakte Analysis im Aufbau begriffen. Die Entdeckung nichtarchimedisch geordneter Körper gestattete *A. Robinson* vor etwas mehr als 20 Jahren das «Infinitesimale» als Grundelement der Analysis einzuführen; gleichzeitig behob er die früheren Unklarheiten. Es begann die Entwicklung der «non standard Analysis».

In den letzten Jahren standen dank elektronischer Anlagen, die dauernd weiterentwickelt wurden (und weiterhin werden), immer *umfangreichere Berechnungshilfen* zur Verfügung. Bei diesen Hilfen benützt man Programme, die sich in den meisten Fällen auf neue mathematische Methoden stützen. Demnach hat sich die Anwendung moderner Mathematik in der Technik beschleunigt.

Rechenprogramme sind käuflich; sie stehen zur Verfügung. Zur Lösung eines technischen Problems genügt es, das entsprechende Programm zu benützen. Also beschränkt sich die Anwendung von Mathematik in der Technik auf den *Umgang mit solchen Programmen*. Ist damit die Bedeutung der technischen Mathematik umschrieben? Vor allem der folgende Grund spricht dagegen.

Jedes Rechenprogramm basiert auf einem *Modell*; dieses Modell stützt sich auf *Annahmen;* es enthält Randbedingungen. Werden Randbedingungen verletzt, lässt sich in den meisten Fällen der Rechenprozess trotzdem durchführen, und man erhält Resultate. Die Verwendung solcher Resultate ist aber gefährlich.

Das Benützen von Applikationsprogrammen ohne genügende Berücksichtigung der Annahmen und ohne Überprüfung der Resultate im Umfeld des zu lösenden praktischen Problems bewirkt zum Beispiel im Bauwesen eine merkliche Zunahme der Bauschäden.

Nur den Umgang mit Computern zu kennen («black-box»-Verfahren), macht daher noch keinen Ingenieur aus. Von ihm wird doch erwartet, dass er die verwendeten Lösungsmethoden wenigstens überblickt, die Randbedingungen versteht und ihren Einfluss kennt, die erhaltenen Resultate überprüft.

Immer raffiniertere Computerprogramme verwenden zunehmend *moderne Mathematik;* zur Anwendung gelangt vor allem die *angewandte Mathematik*. Was tut angewandte Mathematik? Ihre Rolle besteht im Aufstellen mathematischer Modelle; im Prüfen, ob diese Modelle sinnvoll sind und im Ziehen von quantitativen Schlüssen aus den Modellen. Der technisch wichtigste Anwendungsteil, das Ziehen der Schlüsse, basiert auf der Kunst des planmässigen Rechnens, der algorithmischen Mathematik. Neben Grundkenntnissen der Informatik braucht daher der heutige Ingenieur einiges Wissen und Können in angewandter Mathematik. Soll er die Rechenprozesse überblicken, so muss er die wesentlichen Schritte der Algorithmen verstehen.

Beispiele:

a) Bereits sind auf dem Markt Taschenrechner erhältlich, die das Lösen *linearer Gleichungssysteme mit mehreren Variablen* auf einfache Art gestatten. Der Rechner invertiert die Koeffizientenmatrix des Systems. Um den Rechenprozess verstehen zu können, benötigt man Kenntnisse in linearer Algebra (Rechnen mit Matrizen; Existenz und Eindeutigkeit von Lösungen linearer Gleichungssysteme).

b) Für wichtige *partielle Differentialgleichungen* der Technik existieren Lösungsprogramme. Das Verständnis der darin benützten Methoden setzt zum Beispiel grundlegende Kenntnisse über Funktionen mit mehreren Variablen und der Differentialrechnung solcher Funktionen voraus.

Das Überblicken von Algorithmen, das Erfassen von Randbedingungen und das Überprüfen erhaltener Resultate verlangt fundierte mathematische Grundlagenkenntnisse. Dabei zählen heute Gebiete zu den Grundlagen, mit denen sich vor 25 Jahren nur Spezialisten beschäftigten.

Die Rolle der Mathematikausbildung

Denkschulung

Prüft man die Stundentafeln einer Ingenieurschule HTL, so stellt man rasch fest, dass Mathematik als eines der *wichtigsten Grundlagenfächer* betrachtet wird. Die Bedeutung der Mathematik in technischen Anwendungen ist unbestritten; dass diese Bedeutung wächst, entnimmt man den folgenden beiden Artikeln meiner Kollegen.

Unter Ausbildung versteht man zu oft nur schulische Wissensanhäufung. Das wandelnde Lexikon ist Vorbild; denken wir nur an all die so populären Quizsendungen im Fernsehen. Mir scheint, solches Wissen macht den Kopf schwer. Der Blick wird getrübt, und statt die Umgebung, die Umwelt zu erfassen, erkennt man nur seine eigenen Schuhspitzen. Schulisch ausbilden heisst für mich: *Vermitteln von Werten*, welche für die ganze Lebensdauer gültig bleiben; Ermöglichen des *Einstieges ins Erwerbsleben*, in den Alltag der heutigen Gesellschaft (mit dem Wissen vorhandener Problematik); sicherstellen, dass eine *periodische Weiterbildung* mit Erfolg bestanden werden kann. Damit lauten für mich die Ziele der Mathematikausbildung an einer HTL (die angegebene Reihenfolge ist weder Rangierung noch Gewichtung):

a) Beitrag zur Allgemeinbildung im Sinne von Denkschulung.

b) Kenntnisse der grundlegenden mathematischen Methoden, die im Fachgebiet verwendet werden.

c) Fähigkeit, Fachliteratur vom mathematischen Gesichtspunkt aus zu verstehen.

Die wichtigsten mathematischen Methoden eines Fachgebietes lassen sich jederzeit angeben. Auch die Umschreibung des mathematischen Wissens, welches das Lesen von Fachliteratur erlaubt, ist (zeitabhängig) möglich. Was bedeutet hingegen *Denkschulung*?

Mathematische Ergebnisse werden mit Hilfe einer *fachspezifischen Sprache* dargestellt und hergeleitet. Diese Fachsprache ist notwendig, da unsere Umgangssprache in den meisten Fällen zu wenig exakte Formulierungen zulässt. Will man sich also mathematische Kenntnisse aneignen, so hat man ihre Fachsprache zu erlernen. Dies geschieht grösstenteils durch Memorieren. Die Aufnahme von Herleitungen und Ergebnissen kann auf zwei Arten erfolgen:

Informativ: Man lernt Überlegungen und Ergebnisse auswendig und häuft damit sein lexikographisches Wissen;

funktionell: Man merkt sich die Methoden (Überlegungen, Vorgehen beim Schliessen) und betreibt dabei Denkschulung.

Überlegungen und Schliessen zeigen in verschiedensten (nicht nur mathematischen) Wissensgebieten enge Verwandschaft. Denkschulung erfüllt damit weitgehend die Forderung nach *Allgemeingültigkeit*. Nur: *Wie lernt* und *wie lehrt* man «Denken»? – Natürlich gibt es Theorien über das Denken. Die Nützlichkeit solcher Theorien soll in keiner Weise angezweifelt werden. Ob aber der Student einer HTL durch Behandeln einer derartigen Theorie, d.h. durch Auswendiglernen wie man denken sollte, das Denken wirklich erlernt, ist zweifelhaft. Die einzige Möglichkeit, Denken zu schulen, besteht in der fundierten Behandlung verschiedener Wissensgebiete und im Aufzeigen ihrer Zusammenhänge. Schulung heisst hier nicht nur Bemühen des Lehrers, sondern auch des Studenten.

Verstehen der Algorithmen

Die in technischen Fachgebieten benützten mathematischen Methoden stellen in natürlicher Weise *Forderungen an die Mathematikausbildung;* es sind dies, wie wir gesehen haben, Forderungen nach angewandter, vor allem algorithmischer Mathematik. Der Entwicklung entsprechend (Grundlagenforschung) wird solche Mathematik formal dargestellt. Der Erfolg der heutigen formal mathematischen Betrachtungsweise ist erstaunlich. Nun glaubte man bis vor kurzem (Anstoss gab die französische Schule), dass der Zugang zur Mathematik von Beginn an formal möglich sei, und man verzichtete z.B. auf die Behandlung geometrischer Methoden. Ein solches Vorgehen würde direkt und mit zeitlich geringerem Aufwand zur modernen Mathematik und ihren Anwendungen führen. Die Resultate sind ernüchternd. Diese Art Ausbildung fördert (von wenigen Ausnahmen abgesehen) rezepthaftes Verhalten; das innere Verständnis fehlt, und die Phantasie für Wieder- oder gar Weiterentwicklung geht verloren.

So hat zum Beispiel die «Darstellende Geometrie» nichts mit formalen Methoden zu tun. Auch da, wo sie noch wichtig wäre, spielt sie dank CAD (computer aided design) keine Rolle mehr. Geometrisch räumliches Vorstellungsvermögen wird jedoch oft als Selbstverständlichkeit vorausgesetzt.

Die Geometrie, wie auch grafische Methoden als Anwendungen, haben in Algorithmen kaum mehr Bedeutung. Viele dieser Algorithmen entstanden historisch aus grafischen Methoden; viele der formalen Methoden entwickelten sich aus geometrischen Überlegungen; also: Ohne Geometrie – kein Verständnis.

Der Unterricht an einer HTL hat damit Themen zu umfassen, die den *Zugang zu den geforderten Algorithmen* ermöglichen. Diese Themen bauen oft auf einem grösseren Grundwissen auf.

Soll (zum Beispiel) die für alle technischen Anwendungen so wichtige Analysis anschaulich und exakt behandelt werden, so benötigt man den Begriff des nichtarchimedisch geordneten Körpers und die Fähigkeit, in einem solchen Körper rechnen zu können.

Die Mathematikausbildung an einer HTL lässt sich demnach in *drei Bereiche* gliedern:

I) Behandlung des Grundwissens.

II) Besprechung der Themen, die zu den geforderten Algorithmen führen.

III) Diskussion der algorithmischen Methoden.

Diese drei Bereiche werden nicht etwa zeitlich getrennt behandelt; man mischt sie vielmehr gemäss vorhandenen schulischen Bedürfnissen und didaktischen Überlegungen.

Die Entwicklung der Mathematikausbildung

Zu Beginn meiner Lehrtätigkeit am ZTL (1960) lag das Hauptgewicht der Mathematikausbildung auf der Behandlung von *Grundwissen.* Die wenigen, meistens grafischen Methoden konnten eingehend erklärt und diskutiert werden. Schwierigkeiten bereiteten die mühevollen Berechnungen sowie Konvergenz- und Fehlerbetrachtungen.

Der beschriebene Wandel der technischen Mathematik blieb nicht ohne Folgen: *Neue Algorithmen* mussten diskutiert, spezielle Themen ausgebaut oder neu behandelt und Grundwissen ergänzt werden.

Beispiel: Lokales Linearisieren, eine oft verwendete Methode in Algorithmen, führt unter anderem auf das Lösen linearer Gleichungssysteme. Solche Systeme werden mit Hilfe der Matrizenrechnung gelöst; Matrizenrechnung basiert auf linearer Algebra. Diese wiederum kann rein formal behandelt werden (Herleitung aller Aussagen aus einem System von Grundgesetzen oder Axiomen). Der erste Zugang und ein solcher ist auf der HTL-Stufe wohl nur möglich, sollte jedoch geometrisch (über die Vektorrechnung im dreidimensionalen euklidischen Raum) erfolgen. Nur dann sind Motivation und Verständnis gewährleistet.

Wie war es in der Mathematikausbildung möglich, die jeweils neuen Forderungen zu erfüllen? - Mehr Ausbildungszeit stand in den 25 Jahren ZTL nicht zur Verfügung. Also musste eine *Umlagerung des Ausbildungsstoffes* innerhalb der Mathematik erfolgen. Man reduzierte das Grundwissen auf unbedingt notwendige Kenntnisse; weggelassen wurden Teile der ebenen analytischen Geometrie, Teile der darstellenden Geometrie und gewisse grafische Methoden (wie die Nomographie); man verzichtete auf die Handhabung von Tabellen, die vor allem bei Kreisfunktionen und dem Logarithmieren eine grosse Rolle spielten; die Arithmetik konnte durch das Benützen von Taschenrechnern vereinfacht werden usw. Mit Hilfe einer *einheitlichen Sprache* (ausgehend von der Mengensprache) konnte ebenfalls etwas Zeit gewonnen werden. Schliesslich *erhöhte man die Anforderungen,* die für den Eintritt in die Schule verlangt werden (Potenzieren, Radizieren; Trigonometrie des rechtwinkligen Dreiecks).

Damit gelang es bis heute, dem Studenten das gewünschte mathematische Rüstzeug *zu vermitteln;* wohlverstanden, vermitteln im Sinne einer Ausbildung und nicht nur einer Anhäufung von Wissen.

Ausblick

Die rasante Entwicklung auf dem elektronischen Sektor stimmt hingegen schon für die nahe Zukunft nachdenklich. Unter dem *Ingenieur* versteht man doch eine Person, welche die Behandlungsmethoden der Technik nicht nur durchführen, sondern *auch verstehen* kann; sie hat zudem den Einfluss der Methoden auf die Umwelt zu erkennen.

Nun sind es gerade diese Behandlungsmethoden, die auch in der Mathematik einen *minimalen Schwellwert* festlegen, der erreicht werden muss, damit ein Ingenieur den obigen Bedingungen genügen kann. Ein weiteres Steigen des mathematischen Schwellwertes stellt *ernsthafte Probleme;* folgende Gründe sind dafür verantwortlich:

- Eine *verlängerte Mathematikausbildung* scheint momentan nicht realisierbar. Da der Student schon heute von der zeitlichen Belastung her eher überfordert ist, können im vorhandenen Ausbildungsprogramm nicht weitere Unterrichtsstunden eingebaut werden. Eine Verschiebung der Ausbildungszeit von nicht technischen Grundlagefächern (Sprachen, Geschichte usw.) zugunsten der Mathematik erachte ich als falsch. Über eine *Verlängerung des HTL-Studiums* wird, offenbar aus politischen Gründen, nicht gesprochen; dass diese Verlängerung auf der Hochschulstufe stattgefunden hat, wird ignoriert.
- Eine weitere *Umlagerung innerhalb der Mathematik* ist nur möglich, wenn der Einbau neuer Gebiete das Weglassen alter gestattet. Dabei darf das heute schon minimale Grundwissen nicht weiter abgebaut werden.
- Soll der *«Schwarze Peter» den Berufsschulen* zugeschoben werden? Man könnte ja die mathematischen Aufnahmebedingungen einer HTL erhöhen. Unsere Ausbildung baut heute auf handwerklichem Können und Wissen auf. Darauf darf nicht verzichtet werden. Ein HTL-Absolvent hat, dank seinem handwerklichen Hintergrund und der eng damit verbundenen theoretischen Ausbildung, auch neben dem Hochschulingenieur seine Bedeutung. Als «Pseudo-Akademiker» würde er diese verlieren.

Steigt der mathematische Schwellwert weiterhin, kann er bald nur durch *grösseres Stoffangebot während der Ausbildungszeit* erreicht werden. Ob dies ohne Studienverlängerung möglich sein wird, ist fraglich. Auch der Dozent steht ständig wachsenden Ansprüchen gegenüber; er wird diesen in Zukunft wohl nur genügen können, wenn entweder seine Pflichtstundenzahl reduziert (sie hat sich in den 25 Jahren ZTL nicht verändert) oder ihm periodisch ein Weiterbildungsurlaub gewährt wird.

Literatur

[1] *H. Bachmann:* «Der Weg der mathematischen Grundlagenforschung», Bern, Peter Lang Verlag, 1983

Adresse des Verfassers: Prof. Dr. *W. Holenweg,* Althausweid, 6047 Kastanienbaum.