

**Zeitschrift:** Schweizer Ingenieur und Architekt  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 101 (1983)  
**Heft:** 27/28

**Artikel:** Etude analytique et par éléments finis du comportement sismique des ponts tournants de grandes dimensions  
**Autor:** Mévillot, Jean-Claude  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-75172>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 08.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

où  $J$  s'appelle l'indice de performance et  $\alpha$  est un paramètre pondérant non déterminé. La forme quadratique particulière de la fonction à intégrer dans (10) est choisie (i) le couple fourni par le moteur pas à pas a rapport à l'accélération angulaire  $\ddot{\psi}$  du disque et (ii) le terme  $\dot{\phi}^2$  doit être inclus afin d'être compatible avec les huit conditions aux limites dans (2) à (5) – donc  $\alpha \neq 0$ . Le choix d'une forme quadratique garantit également un système d'équations différentielles linéaires. Le but est de déterminer la fonction de contrôle  $\phi(\tau)$  qui minimise la valeur de l'indice de performance  $J$  dans (10) tout en respectant une contrainte sous la forme d'une équation différentielle (1).

Sur la base du calcul des variations, on peut introduire le fonctionnel étendu

$$(11) \quad J^* = J + \int_0^{\tau_1} \lambda(\tau) [\ddot{\psi} + 2\zeta\dot{\psi} + \psi - 2\zeta\dot{\phi} - \phi] d\tau$$

où  $\lambda(\tau)$  est un multiplicateur de Lagrange. La condition nécessaire pour l'existence d'un extrémum de  $J^*$  est  $\delta J^* = 0$ . Après avoir effectué cette variation et éliminé les variables  $\phi$  et  $\lambda$  des équations résultantes, on trouve que  $\psi(\tau)$  doit satisfaire à l'équation différentielle du huitième ordre suivant:

$$(12) \quad D^4 [\alpha D^4 - 2[2\zeta^2(1+\alpha) - \alpha] D^2 + (1+\alpha)] \psi(\tau) = 0, \quad D = d/d\tau$$

Une fois que  $\psi(\tau)$  est connue, la fonction  $\phi(\tau)$  peut être déterminée de (1) ou, plus pratiquement, de sa forme intégrée

$$(13) \quad \phi(\tau) = (\frac{1}{2}\zeta) \cdot \left[ \dot{\psi}(\tau) + (\frac{1}{4}\zeta^2) \int_0^{\tau} e^{(x-\tau)/2\zeta} \psi(x) dx \right]$$

## Processus de contrôle optimal

L'équation différentielle (12) avec (13) et les conditions aux limites dans (2) à (5) a été résolue pour le cas de  $\zeta = 0,21$ ,  $\psi_1 = 2$  radians et  $\alpha = 0,05$  (à cause de sa longueur, la solution ne sera pas reproduite ici). Cette valeur relativement petite de  $\alpha$  est choisie afin de souligner l'importance du terme  $\ddot{\psi}^2$  dans (10).

Une inspection de quelques graphiques de l'accélération du disque  $\ddot{\psi}(\tau)$  en fonction de  $\tau$  pour les cas optimal et non optimal avec plusieurs valeurs de  $\tau_1$  révèle que le disque est clairement moins accéléré par le contrôle optimal (voir, par exemple, la fig. 3). Quand la fonction de contrôle optimal fut programmée dans le microprocesseur et des essais au laboratoire furent exécutés, le moteur pas à pas réussit à exécuter

le mouvement de contrôle correct même dans le cas où  $\tau_1 = 5$ . On se rappelle que le moteur n'avait pas réussi avec cette valeur de  $\tau_1$  quand la fonction de contrôle non optimal dans (6) fut utilisée.

## Conclusion

On a étudié la possibilité de réaliser le contrôle à boucle ouverte du mouvement d'un pendule de torsion muni d'un arbre viscoélastique. On a montré que même avec la présence d'un fort

## Bibliographie

- [1] Schmidtbauer B., et Rönnbäck, S. (1981): «Computer assisted manual control of cargo handling with ship cranes». Proc. First European Ann. Conf. Human Decision Making and Manual Control, pp. 287-296, Delft

amortissement interne, il est possible de déterminer des fonctions de contrôle optimal et non optimal applicables.

Adresse des auteurs: Institut Cerac SA, chemin des Larges-Pièces, 1024 Ecublens.

*Angewandte Mechanik in Industrie und Hochschule, Schluss*

# Etude analytique et par éléments finis du comportement sismique des ponts tournants de grandes dimensions

par Jean-Claude Mévillot, Vevey

Durant les deux dernières décennies, les méthodes de calcul numérique ont subi une évolution remarquable en parallèle avec les progrès extraordinaires réalisés dans le développement des ordinateurs, surtout en ce qui concerne la capacité de mémorisation et la rapidité de traitement des informations.

La méthode des éléments finis permet notamment d'étudier le comportement dynamique de structures importantes, telles que celles des gros engins de levage en particulier.

Dans le cas d'un séisme, l'excitation de la structure est provoquée par le mouvement du sol transmis à ses supports. Comme celui-ci ne peut pas être décrit de façon déterministe en raison de sa nature purement aléatoire, il faut avoir recours à une démarche probabiliste.

Le présent exposé a trait précisément à la méthode dite du spectre de réponse dont la portée est tout à fait générale. Un exemple concret en montre une application à l'étude du comportement sismique de ponts tournants de 380 tonnes.

Die numerischen Berechnungsmethoden sind in den zwei letzten Jahrzehnten durch eine bemerkenswerte Entwicklung gekennzeichnet, die parallel zu den ausserordentlichen Fortschritten der Computer-Technik verläuft, vor allem was Speichervermögen und Ausführungsgeschwindigkeit betrifft. Die Methode der finiten Elemente erlaubt u. a. die Untersuchung des dynamischen Verhaltens von bedeutenden Fachwerken, wie bei grossen Lasthebemaschinen.

Im Falle eines Erdbebens wird die Erregung des Gebildes durch die Bewegung des Bodens, die an ihre Träger übermittelt wird, verursacht. Nachdem diese Bewegung wegen ihrer rein willkürlichen Natur auf deterministische Art nicht beschrieben werden kann, muss auf eine probabilistische Vorgangsweise zurückgegriffen werden.

Der vorliegende Aufsatz beschreibt die Methode des sogenannten Antwortspektrums, deren Bereich ganz allgemein gültig ist. Ein konkretes Beispiel veranschaulicht die Anwendung dieser Methode an die Erdbebenverhaltens-Untersuchung von 380-Tonnen-Drehkränen.

During the last two decades, the methods of calculation have undergone a remarkable evolution, in parallel with the extraordinary progress achieved in the development of computers, more particularly as regards the latter's memory storage capacity and their speed of operation.

The method of finite elements can be used in particular for the study of the dynamic behaviour of large structures such as those of heavy lifting equipment.

In the case of an earthquake, the excitation of the structure is caused by ground movements which are transmitted to its supports. As these movements cannot be defined in a deterministic way, due to their purely random nature, the study must resort to a probabilistic analysis.

This paper covers the so-called method of response spectra which is of quite general bearing. A practical example is given of its application to the seismic behaviour of 380 ton capacity rotating bridge cranes.

## Introduction

Jusqu'à ces dernières années, l'inclusion dans les études de résistance du comportement dynamique des structures, telles que celles des engins de levage en parti-

culier, ne consistait qu'en une extension des calculs statiques courants, moyennant une majoration adéquate de certaines charges et une révision des coefficients de sécurité usuels. L'avènement récent des centrales nucléaires, avec tous les risques nouveaux que cela im-

plique, a nécessité une approche plus réaliste du problème.

L'apparition possible de sollicitations dynamiques importantes dans les éléments structuraux sis à l'intérieur d'enceintes contenant un réacteur résulterait principalement de la manifestation de *séismes*. Les charges fluctuantes induites par le mouvement du sol présenteraient alors un caractère transitoire fortement impulsif et de type essentiellement aléatoire.

Pour parer à ces éventualités, l'ingénieur est amené, dans ses réalisations, à repenser fondamentalement certaines conceptions constructives, en particulier:

- l'aptitude d'une structure à résister à des charges oscillantes, aussi bien horizontales que verticales, dépendant des conditions sismiques et des caractéristiques géologiques locales;
- le fonctionnement multilatéral des liaisons, afin d'éviter tout déplacement indésirable tel que, par exemple, un décollement vertical plausible au droit d'un appui qui, combiné à une translation horizontale, provoquerait la *chute partielle ou totale de la structure*.

Parallèlement aux progrès extraordinaires obtenus dans le développement des ordinateurs, surtout en ce qui concerne leur capacité de traitement et de mémorisation des informations, les méthodes de calcul numérique ont subi une évolution remarquable. Mis à la disposition de l'ingénieur, ces nouveaux moyens constituent un outil extrêmement précieux, lui permettant notamment de prendre en compte des phénomènes aussi complexes que les séismes dans l'étude du comportement et, rétroactivement, dans la conception de ses ouvrages.

## Description d'un pont tournant

Les bâtiments «réacteurs» des centrales nucléaires sont, dans la plupart des cas, composés «grosso modo» d'un tronc de cylindre à axe vertical coiffé d'un dôme de forme à peu près hémisphérique. Il va de soi que, pour ce type de géométrie, il est judicieux de choisir un engin de levage général dont le crochet peut balayer une surface circulaire maximale, tout en parcourant la hauteur indispensable aux diverses opérations de manutention. Or, en mathématiques, la façon la plus rationnelle de décrire une telle portion de l'espace est obtenue en utilisant un *système de coordonnées cylindriques*. Pratiquement, le cheminement suivant la coordonnée axiale est assuré par le mouvement de levage propre-

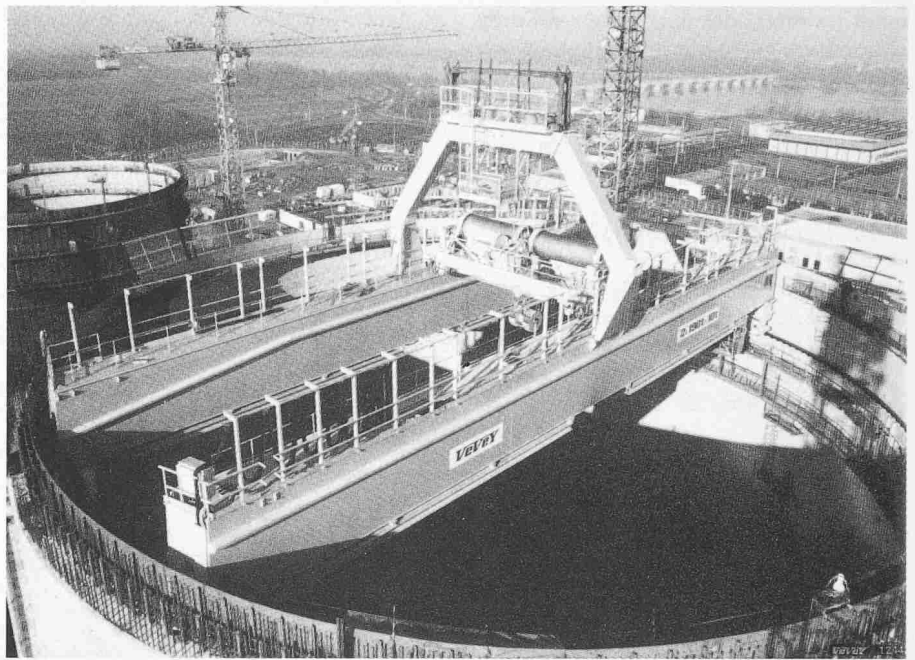


Fig. 1. Pont polaire de 380 tonnes en cours de montage

ment dit, les coordonnées circonférentielle et radiale étant respectivement matérialisées par la rotation d'un pont diamétral le long duquel se déplace un chariot supportant le palan ou le treuil. En terminologie appropriée, on attribue fréquemment la dénomination de *pont polaire* à ce type d'engin de levage.

La structure du pont qui fait l'objet du présent article comporte essentiellement deux poutres horizontales parallèles de 34,5 m de long, de 9,4 m d'entre-axe, reliées à la partie inférieure de leurs extrémités par deux traverses. La disposition des poutres longitudinales rectilignes et des poutres transversales légèrement courbes, épousant la rondeur de l'enceinte, est symétrique par rapport à l'axe vertical du bâtiment.

En période de fonctionnement normal du pont, le réacteur est à l'arrêt. Les traverses reposent chacune sur deux bogies à deux galets en série roulant le long d'une voie circulaire qui s'appuie elle-même sur la charpente du bâtiment par l'intermédiaire de 36 consoles. Au centre du pont, un arceau enjambant les poutres est destiné en particulier à diverses opérations de montage ou de démontage d'un chariot supplémentaire amovible, utilisé uniquement durant la phase «chantier» de la centrale. Enfin, toute la panoplie habituelle de dispositifs servant à des manutentions diverses, ou permettant l'accès à certains postes de commande ou de contrôle, habille le pont, lui conférant l'aspect quasi définitif visible sur la photographie de la figure 1.

En position de parage, c'est-à-dire en phase d'exploitation nucléaire du réacteur, le pont, dans la version examinée

ici, est fixé à la voie de roulement par l'intermédiaire de huit béquilles attachées aux traverses, de part et d'autre des quatre bogies déchargés alors de leur fonction de soutien par des mécanismes adéquats. Le chariot est immobilisé à une extrémité des poutres et est maintenu, ainsi que certaines parties de la structure, par des éléments de fixation appropriés pour éviter tout risque de ripage et, conséquemment, une chute éventuelle pouvant causer des dommages préjudiciables à la bonne marche de la centrale. C'est à cette configuration particulière que se rapportent les considérations en cours.

## Charges sismiques

Parmi les différents cas de charge qui peuvent solliciter la structure du pont, celui occasionné par une manifestation sismique est *induit* dans le système par le mouvement de son support, c'est-à-dire la partie annulaire de l'enceinte située dans le plan horizontal se trouvant au niveau supérieur des consoles soutenant la voie de roulement circulaire.

Les nombreux calculs effectués par des organismes agréés montrent que, en règle générale, le mouvement du support peut être assimilé de façon très satisfaisante à la *translation* d'un corps solide rigide, décomposable suivant la direction verticale et deux directions horizontales orthogonales: par exemple une longitudinale, correspondant à l'orientation des axes des poutres, et une transversale. Cette constatation autorise à admettre un support unique pour toute la structure, ce qui simplifie grande-

ment les méthodes d'investigation dont la conduite se fonde généralement sur deux idées directrices distinctes:

- l'une, conforme à la *doctrine déterministe*, nécessite la connaissance exacte, au cours du temps, du mouvement des appuis de la structure, donné ordinairement sous forme d'*accélérogrammes*;
- l'autre se base sur des *considérations probabilistes* et fait usage de *données statistiques* relatives aux charges brusques et fortuites, telles qu'elles se présentent lors de tremblements de terre.

En raison de la nature purement aléatoire des secousses telluriques dont les effets diffèrent d'un séisme à l'autre, même pour un site donné, cette dernière approche paraît la plus adéquate et est seule examinée ici.

En vertu de considérations géologiques et sismiques relatives au lieu d'implantation d'une centrale nucléaire, deux catégories de séismes sont en principe retenues par les instances de sûreté:

- la première, appelée *séisme normal admissible*, ou OBE (*Operating Basis Earthquake*), désigne un tremblement de terre probable durant la période d'exploitation de la centrale, celle-ci devant continuer à fonctionner dans des conditions quasi-normales après l'incident;
- la seconde, dénommée *séisme majoré de sécurité* ou SSE (*Safe Shutdown Earthquake*), provoquerait un ébranlement maximal du sol, nécessitant l'arrêt d'urgence de la réaction nucléaire et, par conséquent, le respect de règles de sécurité strictement définies pour l'ensemble de l'installation. Cette deuxième éventualité rendrait inopérant tout engin de levage, mais ne devrait en aucun cas permettre sa ruine.

Dans le présent article, seul ce dernier cas est pris en considération.

## Etude analytique

Pour comprendre la *méthode dite du spectre de réponse*, employée à bon escient dans les études de comportement sismique des structures, il est utile de se remémorer quelques notions théoriques propres aux phénomènes vibratoires.

### Oscillateur simple

Le modèle physique le plus simple permettant de réaliser un mouvement vibratoire «naturel» consiste à relier une masse  $m$  à un support par l'intermédiaire d'un ressort de constante élastique  $k$  et, en parallèle, d'un frein à ca-

ractère visqueux, de constante d'amortissement  $c$ . Cet ensemble constitue un *oscillateur à un degré de liberté*. Le comportement mécanique de la masse peut alors être décrit par l'équation différentielle ordinaire:

$$(1) \quad \ddot{x}(t) + 2\zeta\omega\dot{x}(t) + \omega^2 x(t) = -\ddot{x}_s(t),$$

dans laquelle les symboles  $\ddot{x}$ ,  $\dot{x}$  et  $x$  représentent respectivement l'*accélération*, la *vitesse* et le *déplacement* de cette masse relativement au support dont l'accélération absolue  $\ddot{x}_s$  doit être connue en fonction du temps  $t$ . Les deux paramètres apparaissant ont pour expressions:

$$(2) \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$(3) \quad \zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}},$$

désignant successivement la *pulsation propre* ( $\ddot{x}_s = 0$ ) du mouvement oscillatoire non amorti ( $\zeta = 0$ ) et le *taux d'amortissement critique* du mouvement réel.

Si l'on admet que, au moment de l'apparition d'un séisme, l'oscillateur est au repos, ce qui sera supposé être le cas dans les considérations qui suivent, le déplacement résultant de la masse correspond alors à une solution particulière de l'équation (1), qui s'écrit:

$$(4) \quad x(t) = -\frac{1}{\omega\sqrt{1-\zeta^2}} \int_0^t \ddot{x}_s(\tau) e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \cdot \sin[\sqrt{1-\zeta^2}\omega(t-\tau)] d\tau$$

Cette relation est habituellement connue sous le nom d'*intégrale de Duhamel*.

### Système à plusieurs degrés de liberté

Les structures réelles ne sont généralement pas réductibles à un oscillateur simple du fait du nombre élevé de degrés de liberté, théoriquement infini, nécessaire pour décrire leur comportement dynamique. En pratique cependant, un nombre fini de ces degrés, à évaluer de cas en cas, suffit pour analyser un système, même complexe, avec une précision très satisfaisante.

Une structure quelconque peut être assimilée à un ensemble d'*éléments* reliés entre eux en des points géométriques appelés *nœuds* auxquels sont associés des *degrés de liberté* dont le nombre peut varier entre 0 et 6 (3 degrés de translation, 3 de rotation).

Le mouvement propre à chaque degré de liberté dépend des propriétés méca-

niques de tous les éléments, des conditions d'appui de la structure et de la charge appliquée. Il est donc possible, en admettant des *lois d'interaction linéaires*, d'établir une relation entre le mouvement concernant le degré de liberté  $i$  et celui se rapportant aux  $N$  degrés de l'ensemble. Pour décrire le comportement de toute la structure, il faut alors disposer de  $N$  équations de ce type pour les  $N$  degrés de liberté retenus, ce qui peut être condensé avantageusement par la *forme matricielle*:

$$(5) \quad [m]\{\ddot{x}(t)\} + [c]\{\dot{x}(t)\} + [k]\{x(t)\} = -[m]\{\delta\}\ddot{x}_s(t).$$

$[m]$ ,  $[c]$  et  $[k]$  représentent respectivement les matrices de *masse*, d'*amortissement* et de *rigidité* du système.  $\{\ddot{x}\}$ ,  $\{\dot{x}\}$  et  $\{x\}$  symbolisent des matrices colonnes dont les éléments sont l'*accélération*, la *vitesse* et le *déplacement* correspondant à chaque degré de liberté de l'ensemble, ces grandeurs étant relatives à un repère lié à la position instantanée  $\{x_s\} = \{\delta\} x_s$  du support dont le mouvement est une translation, comme déjà précisé au chapitre précédent.  $\{\delta\}$  désigne la matrice colonne d'un vecteur dont les composantes sont soit *unitaires*, soit *nulles*, selon qu'elles se rapportent à un degré excité ou non.

L'étude des *oscillations naturelles* du système (fig. 4) en faisant abstraction des irréversibilités génératrices de l'amortissement permet d'introduire la notion importante de *transformation modale* traduite par la relation:

$$(6) \quad \{x(t)\} = [\Phi]\{X(t)\},$$

dans laquelle  $[\Phi]$  désigne la matrice dont les  $N$  colonnes contiennent respectivement les  $N$  *déformées propres normalisées*  $\{\varphi_n\}$  associées aux  $N$  *pulsations propres*  $\omega_n$  et  $X$  définit une nouvelle *variable dite modale*.

En admettant que les conditions d'orthogonalité entre les vecteurs représentant les modes vibratoires soient satisfaites par rapport à la matrice d'amortissement, il devient possible d'écrire l'équation (5) sous la forme:

$$(7) \quad \ddot{X}_n(t) + 2\zeta_n\omega_n\dot{X}_n(t) + \omega_n^2 X_n(t) = -\Psi_n\ddot{x}_s(t),$$

dans laquelle

$$(8) \quad \omega_n = \sqrt{\frac{K_n}{M_n}}$$

représente la *pulsation propre* de l'oscillation non amortie du mode  $n$ , et

$$(9) \quad \zeta_n = \frac{C_n}{2\sqrt{K_n M_n}}$$

le *taux d'amortissement critique* relatif à ce mode.

La grandeur

$$(10) \Psi_n = \frac{[\varphi_n]^T [m] [\delta]}{[\varphi_n]^T [m] [\varphi_n]}$$

caractérise l'importance de l'excitation  $\ddot{x}_s$  pour le mode considéré et est dénommée en conséquence *facteur de participation* du mode  $n$ .

Les grandeurs scalaires:

$$(11) M_n = [\varphi_n]^T [m] [\varphi_n],$$

$$(12) C_n = [\varphi_n]^T [c] [\varphi_n],$$

$$(13) K_n = [\varphi_n]^T [k] [\varphi_n]$$

sont appelées respectivement *masse généralisée* (ou *modale*), *amortissement généralisé* et *rigidité généralisée*, toutes trois relatives au mode d'oscillation propre  $n$ .

La comparaison de l'équation (7) à l'équation (1) concernant l'oscillateur à un degré de liberté, et dont on connaît la solution (4), permet, pour chaque mode vibratoire propre, de déduire pour le *déplacement généralisé* la relation:

$$(14) X_n(t) = -\frac{\Psi_n}{\omega_n \sqrt{1-\zeta_n^2}} \int_0^t \ddot{x}_s(\tau) e^{-\zeta_n \omega_n (t-\tau)} \cdot \sin[\sqrt{1-\zeta_n^2} \omega_n (t-\tau)] d\tau,$$

qui représente, pour le mode  $n$ , la *réponse en variable modale* du système à une excitation arbitraire donnée par l'accélération du support  $\ddot{x}_s$ . La *réponse* homologue en *coordonnées physiques* découle de l'expression (6) et s'écrit:

$$(15) [x_n(t)] = [\varphi_n] X_n(t).$$

### Méthode du spectre de réponse

Lorsque, pour un site donné, l'on dispose de courbes d'accélération du support en fonction du temps  $\ddot{x}_s$ , représentatives de séismes probables, *accélérogrammes* déterminés expérimentalement ou générés artificiellement, il est possible de calculer, au facteur de participation près, la réponse modale instantanée  $X_n/\Psi_n$  par la relation (14), pour des valeurs fixes des paramètres  $\omega_n$  et  $\zeta_n$ .

La *méthode du spectre de réponse* consiste à ne conserver que la *valeur absolue maximale* de la fonction  $X_n/\Psi_n$  qui ne dépend plus alors que des deux paramètres précités et s'écrit:

$$(16) S_n(\omega_n, \zeta_n) \equiv \frac{|X_n(t)|_{\max}}{|\Psi_n|}.$$

$S_n$  représente donc le *module maximal du déplacement généralisé* d'un système vibrant exclusivement selon le mode  $n$ , sous l'action excitatrice induite par l'ac-

célération du support  $\ddot{x}_s$ , et pour un coefficient de participation unitaire.

On définit également les grandeurs:

$$(17) \dot{S}_n(\omega_n, \zeta_n) \equiv \omega_n S_n$$

et

$$(18) \ddot{S}_n(\omega_n, \zeta_n) \equiv \omega_n \dot{S}_n = \omega_n^2 S_n,$$

dénommées respectivement *pseudovitesse* et *pseudoaccélération spectrales*, qui ne sont pas la vitesse et l'accélération maximales vraies par rapport au support. Cependant, pour de faibles taux d'amortissement critique tels que ceux rencontrés généralement dans les structures, la pseudovitesse (17) diffère peu du module maximal de la vitesse *relative*, tandis que la pseudoaccélération (18) s'apparente au module maximal de l'accélération *absolue* d'un oscillateur simple de caractéristiques  $\omega_n$  et  $\zeta_n$ . Ces *pseudoréponses* présentent l'avantage pratique indéniable d'être liées très simplement au déplacement spectral  $S_n$ .

Comme le montre la figure 2, les trois grandeurs  $S_n$ ,  $\dot{S}_n$  et  $\ddot{S}_n$  peuvent être représentées sous forme spectrale par une même courbe dans un diagramme quadrilogarithmique en fonction de la fréquence propre de l'oscillation non amortie, courbe caractérisée par une valeur figée du coefficient d'amortissement  $\zeta$  considéré alors comme seul paramètre. Exprimé différemment, cet unique diagramme contient à la fois les trois types de spectres de réponse.

Un *spectre de réponse* est donc une *courbe enveloppe* donnant la *réponse maximale*, en *déplacement*, *vitesse* ou *accélération*, d'un *oscillateur simple amorti* - en fonction de sa *fréquence propre* et pour un *taux d'amortissement critique fixe* - à un *mouvement vibratoire imposé* au niveau de son support.

Les secousses telluriques présentant un caractère purement aléatoire, il n'est pas rationnel d'additionner simplement les réponses dues aux actions extérieures agissant suivant divers degrés de liberté. En outre, la méthode du spectre de réponse ne fait pas intervenir de relation de phase entre les différents modes vibratoires. La composition des réponses nécessite donc le recours à des considérations probabilistes.

La *loi de combinaison* la plus usitée, et d'autant mieux justifiée que l'indépendance statistique se vérifie entre les composantes, consiste à prendre la racine carrée de la double somme des carrés des effets sismiques relatifs à chaque degré excité pris individuellement d'une part et, d'autre part, des carrés des effets sismiques relatifs à chaque mode d'oscillation propre. La valeur ainsi définie

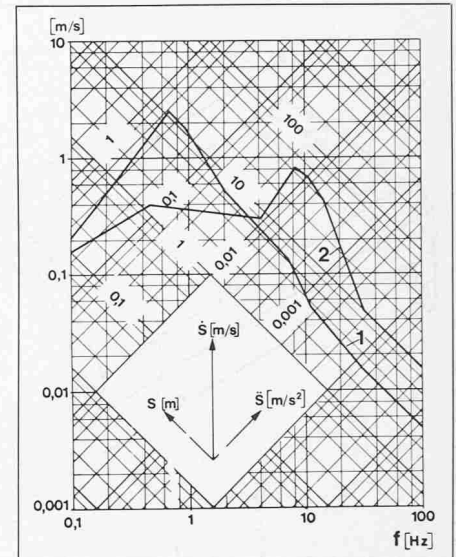


Fig. 2. Diagramme quadrilogarithmique montrant à la fois, en fonction de la fréquence  $f$  et pour un coefficient d'amortissement  $\zeta$  fixé à 5%, le déplacement  $S$ , la pseudovitesse  $\dot{S}$  et la pseudoaccélération  $\ddot{S}$  sous forme de deux spectres de réponse correspondant à un séisme horizontal 1 et vertical 2

est connue sous la dénomination de *norme euclidienne*. La réponse la plus probable pour le *déplacement* du degré de liberté  $i$ , représentant à la fois les *combinaisons directionnelle et modale*, se présente finalement sous la forme:

$$(19) \dot{x}^i = \sqrt{\sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^L (\varphi_n^i \Psi_{nl} S_{nl})^2}.$$

On constate en pratique que les réponses modales correspondant aux fréquences élevées s'amenuisent considérablement, si bien qu'il est rarement nécessaire de tenir compte des  $N$  modes propres du système. Seul un nombre  $M < N$ , à estimer en fonction de la précision souhaitée, est à conserver pour l'obtention de la combinaison modale définitive de chaque type de réponse qui conduit à la détermination, par les procédés habituels, des diverses grandeurs intervenant dans les calculs de résistance de la structure.

### Calcul du pont

#### Modélisation de la structure

Parmi les nombreux programmes de calcul fondés sur la *méthode* actuellement bien connue des *éléments finis*, et mis à la disposition de l'ingénieur par des instituts de service spécialisés, le Nastran a été retenu pour cette étude particulière en raison de sa souplesse d'emploi élevée et de ses excellentes aptitudes à résoudre les problèmes dynamiques de grande envergure.

La structure du pont a été décomposée en 47 éléments de poutre (fig. 3); en

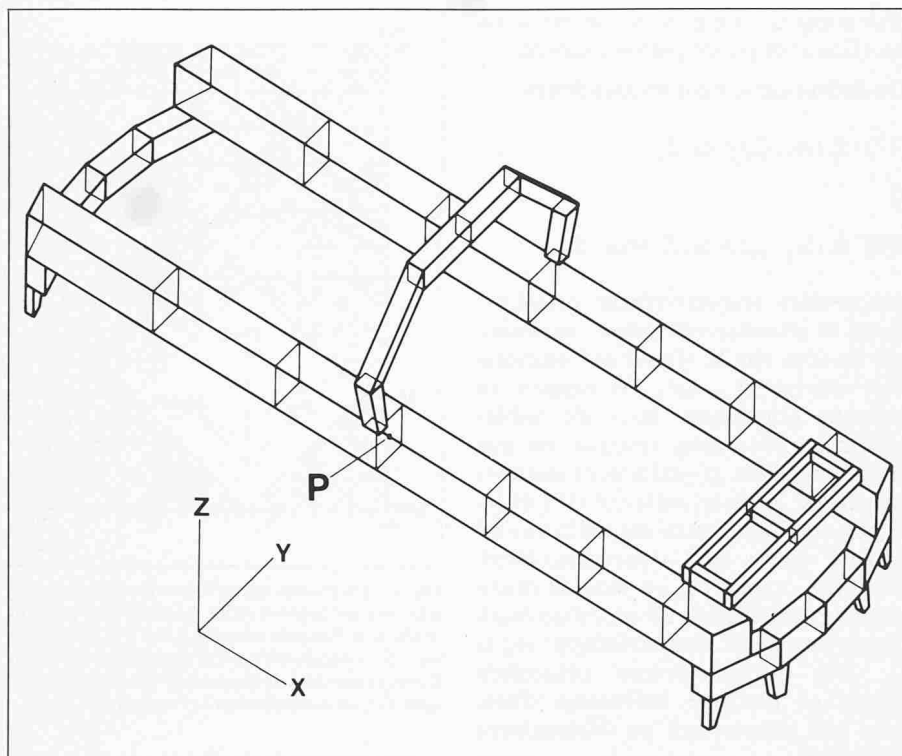
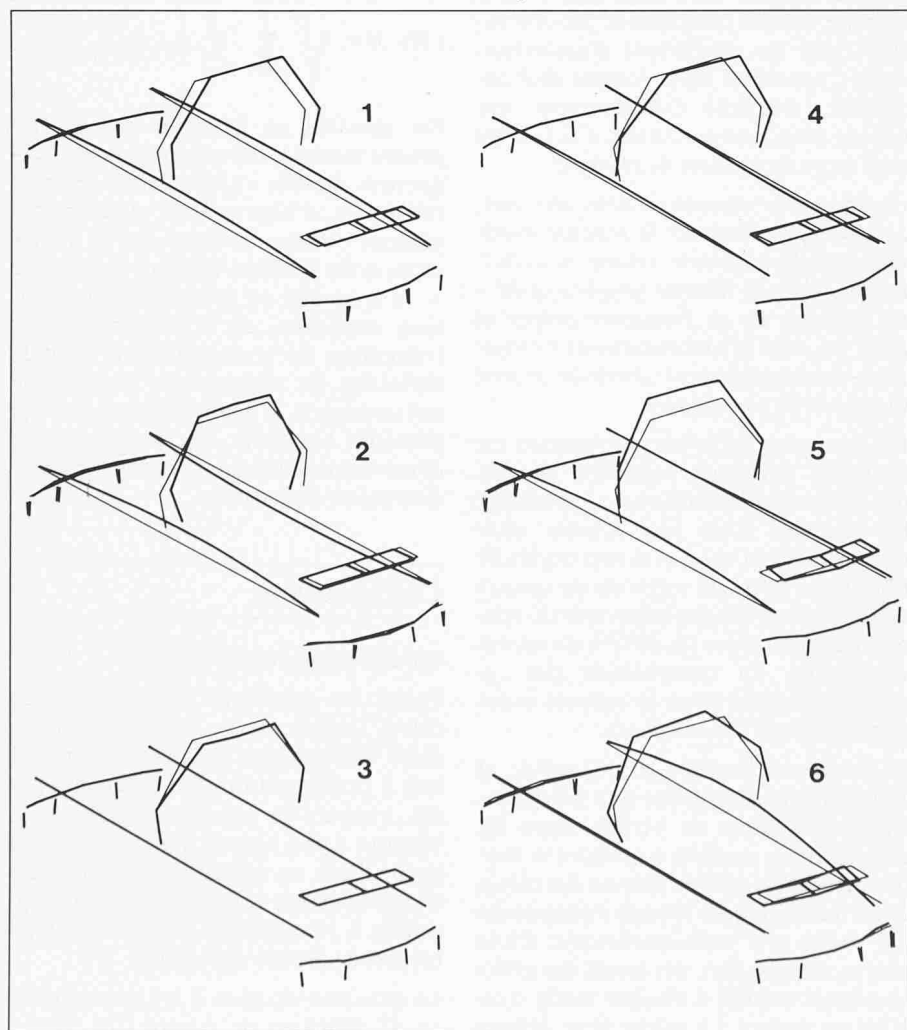


Fig. 3. Illustration schématique du pont montrant sa modélisation en éléments finis. P désigne le nœud auquel se rapportent les considérations du paragraphe «Réponses modales en un point»

Fig. 4. Déformées correspondant aux 6 premiers modes d'oscillation propres du pont dont le squelette en position d'équilibre est représenté en trait fin. L'échelle des déplacements est arbitraire



outre, 18 éléments de couplage rigide permettent de tenir compte des discontinuités d'axe entre certaines poutres, 6 éléments élastiques simples et 2 matrices de flexibilité servent à prendre en considération la souplesse mécanique entre voie de roulement et support, ce dernier subissant les excitations correspondant aux spectres de réponse dus aux diverses catégories de séismes. La connexion de tous ces éléments se fait en 59 nœuds comportant chacun 6 degrés de liberté, soit au total 354.

Le squelette de la structure est constitué par la réunion des axes des poutres auxquelles sont associées diverses propriétés telles que: caractéristiques géométriques des sections transversales, masse volumique et constantes d'élasticité du matériau, masses additionnelles non calculables automatiquement par la géométrie simplifiée des poutres (raideurs, câbles électriques, appareils de toutes sortes). Dans la configuration examinée, la masse totale de la structure se monte à environ 240 000 kg.

### Réponses modales en un point

Pour illustrer les diverses phases concernées par la méthode du spectre de réponse exposée ci-avant, les grandeurs essentielles se rapportant au déplacement vertical du centre de la poutre la plus lourde (point P de la figure 3) ont été représentées graphiquement dans la figure 5, pour le séisme vertical seul ( $l = 3$ ). On y a reporté notamment, en fonction des fréquences propres d'oscillation du pont:

- la composante de translation verticale  $|\varphi_n|$  du vecteur propre normalisé par rapport à une masse généralisée unitaire  $M_n = 1$  (11),
- le facteur de participation  $|\psi_n|$  (10) relatif à la direction  $z$  d'excitation du support,
- la réponse modale maximale en coordonnée généralisée  $|X_{n3}|_{\max}$  (16) puis physique  $\hat{x}_{n3}$  (15) du déplacement.

Ces diagrammes successifs font ressortir les diverses étapes de calcul décrites dans le chapitre précédent et permettent d'apprécier plus explicitement les apports des différents modes qui s'ameublissent au fur et à mesure que les fréquences croissent, ce qui justifie *a posteriori* de se limiter à la recherche d'un nombre relativement restreint de valeurs propres.

Les réponses en déplacement, vitesse et accélération se rapportant aux 354 degrés de liberté de la structure, nécessaires pour le calcul des efforts et des tensions régnant au sein de la matière, s'obtiendraient selon le même schéma. Leur détermination n'entre cependant pas en considération dans le cadre de

cet article dont le contexte a été intentionnellement réduit à un exposé descriptif de la méthode du spectre de réponse.

## Conclusion

L'application de la *méthode du spectre de réponse* à l'étude du comportement des structures sous charges dynamiques d'essence sismique permet de mettre en évidence le rôle des modes de vibration propres et de juger du degré d'exactitude obtenu en tronquant les modes de fréquences supérieures à une valeur judicieusement déterminée, ce qui conduit à une réduction considérable du coût des calculs par ordinateur.

Une limitation imputable à cette méthode réside dans l'obligation d'admettre des *lois* de déformation et de dissipation *linéaires* de la matière. Il n'est donc pas possible, par cette démarche, d'estimer quantitativement les dommages causés à une structure par des secousses particulièrement violentes. De telles recherches pourraient être entreprises en tenant compte de lois de comportement physique mieux définies et à partir d'un accélérogramme relatif à l'ébranlement réel des supports, ce qui ne pourrait évidemment être fait qu'après coup et serait un non-sens pour le constructeur projeteur.

Néanmoins, la méthode du spectre de réponse, telle qu'elle a été utilisée ici pour un ouvrage spécifique, permet, de par sa définition, d'inclure de façon relativement simple dans l'examen de la tenue sismique d'un pont polaire les *réponses maximales* de tous les modes conservés (selon l'importance de leur coefficient de participation) et d'en déduire des résultats statistiques pouvant conditionner le dimensionnement de la structure, tant que cette dernière travaille dans le domaine élastique, ce qui peut être vérifié ultérieurement en examinant le niveau de tension obtenu.

Fig. 5. Illustration, sous forme spectrale, des valeurs du tableau correspondant au séisme vertical seul ( $I = 3$ ) et concernant le déplacement vertical du centre de la poutre la plus lourde (point P de la figure 3):

- a) déplacements propres  $|\varphi_n|$  normalisés par rapport à une masse généralisée unitaire  $M_n = 1$  (11),
- b) facteurs de participation  $|\psi_{n3}|$  (10) relatifs à la direction  $z$  d'excitation des supports,
- c) réponses maximales en coordonnées généralisées  $|X_{n3}|_{\max}$  (16),
- d) réponses maximales en coordonnées physiques  $\dot{x}_{n3}$  (15).

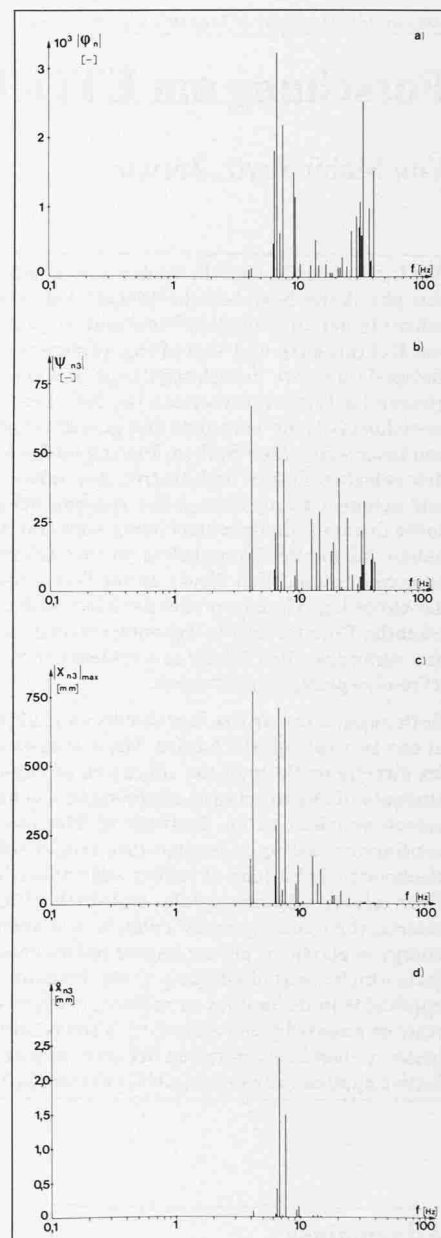
La représentation graphique met en évidence l'ameusement des réponses associées aux modes de fréquences élevées

## Remarque

Dans les *centrales nucléaires dites «à neutrons rapides»*, l'engin de levage est amené à fonctionner durant la phase d'exploitation du réacteur. Il ne peut dès lors être fixé de façon quasi-permanente à son support, et la méthode d'investigation décrite dans cet article n'est plus applicable.

La possibilité, en cas de séisme, d'un mouvement relatif de la structure par rapport à l'enceinte, avec dissipation d'énergie cinétique par frottement, nécessite le recours à une démarche déterministe pour l'étude du comportement de l'engin en fonction du temps. Des accélérogrammes «plausibles» permettent, par des procédés d'intégration numériques, d'obtenir des informations utiles, notamment quant à une *dérive* éventuelle de la structure. Pour éviter des déplacements jugés excessifs, il faut prévoir des dispositifs de liaison (élastique ou rigide) automatiques entrant en jeu dès que le niveau d'accélération d'un tremblement de terre atteint un seuil préalablement fixé.

Un *système parasismique global* a été développé par les Ateliers de Constructions Mécaniques de Vevey et est actuellement en cours d'homologation. La description de ce système, pour lequel des demandes de brevets ont été formulées, est prévue dans un article à paraître dans le Bulletin Technique des Ateliers de Constructions Mécaniques de Vevey.



Adresse de l'auteur: J.-C. Mévillat, Ing. méc. dipl. EPFZ, Dr ès sc. techn. EPFL, Ateliers de Constructions Mécaniques de Vevey S.A., 1800 Vevey.