Zeitschrift: Schweizer Ingenieur und Architekt
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 101 (1983)
Heft: 23

Artikel: Thermische Ausbreitung im Grundwasserleiter
Autor: Stauffer, Fritz
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-75156

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 07.01.2026

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Thermische Beeinflussung von Grundwasser

Von Werner Hänggi, Basel

Das Grundwasser, das in erster Linie als *Trinkwasser* zur Verfügung stehen soll, wird heute bewusst oder unbewusst oft *in seiner natürlichen Temperatur verändert.* Als bewusste Beeinflussung ist z. B. der Gebrauch des Grundwassers als *Kühlwasser* anzusehen, falls dieses dann im erwärmten Zustand dem Grundwasserleiter wieder zugeführt wird. Aber auch der umgekehrte Vorgang ist heute sehr aktuell, nämlich der teilweise Entzug der Wärme durch *Wärmepumpen* und die Rückgabe des abgekühlten Wassers an den Grundwasserleiter. Unbewusst bzw. unbeabsichtigt wird die Temperatur des Grundwassers verändert durch in das Grundwasser reichende *Bauten,* die entweder geheizt oder gekühlt (Kühlhäuser usw.) werden. Das gleiche geschieht aber auch durch *Leitungen* im Grundwasser, insbesondere solche für *Abwasser* und vor allem für *Fernheizungen.* Eine weitere Veränderung der Temperatur des Grundwassers erfolgt durch den Betrieb von *Grundwasser-Anreicherungsanlagen* bei Verwendung von Oberflächenwasser.

Was ereignet sich nun aber, wenn die Grundwassertemperatur verändert wird? Wie breitet sich die Temperatur-Veränderung in einem fliessenden Grundwasser aus? Wird dabei der *Chemismus* verändert, oder werden im Grundwasser ablaufende *biologische Vorgänge* beeinflusst? Wie stellen sich die *rechtlichen* Probleme für den Unterlieger, der das Grundwasser, in das Wasser mit anderer Temperatur eingeleitet wurde, ebenfalls nutzt? Wie wird die *Rückgabe* von Wasser mit anderer Temperatur an den Grundwasserträger technisch am besten bewerkstelligt?

Auf viele dieser Fragen gibt es *keine eindeutige Antwort,* da diese Vorgänge noch wenig erforscht sind. Die SIA-Kommission für Wasserwissenschaft und Wassertechnik hat deshalb eine Arbeitsgruppe gebildet. Diese hat die einschlägige Literatur studiert und die vorhandenen Daten zusammengetragen bzw. aufgezeigt, wo noch keine gültige Antwort möglich ist. Teilweise werden auch neue Erkenntnisse erarbeitet. Die einzelnen Mitglieder dieser Arbeitsgruppe haben sich bereit erklärt, jeweils ein einzelnes Teilgebiet darzustellen. Diese Abhandlungen sollen in loser Folge in dieser Zeitschrift veröffentlicht werden. Das *Trinkwasser ist unser wichtigstes Lebensmittel* und stammt im erheblichen Masse aus dem Grundwasser. Die angesprochenen Fragen sind deshalb von grosser Bedeutung.

Adresse des Verfassers: *W. Hänggi,* dipl. Ing. ETH, Direktor, A. Aegerter + Dr. O. Bosshardt AG, Altpräsident der SIA-Kommission für Wasserwissenschaft und Wassertechnik, Malzgasse 32, 4052 Basel.

Thermische Ausbreitung im Grundwasserleiter

Von Fritz Stauffer, Zürich

Im Zusammenhang mit der Diskussion über die thermische Nutzung und Belastung des Grundwassers stellt sich unweigerlich die Frage nach der thermischen Ausbreitung im Grundwasserleiter. Beispiele für die thermische Beeinflussung sind: die Verwendung von Grundwasser als Wärmequelle für den Betrieb von Wärmepumpen mit Rückführung des abgekühlten Wassers; die Einleitung von Kühlwasser in den Grundwasserleiter; die Erwärmung des Grundwassers durch Leitungen oder Bauten; die Speicherung von Wärme im Untergrund und ihre Rückgewinnung.

In allen diesen Fällen ist man an der räumlichen und zeitlichen Verteilung der Temperatur im Grundwasserleiter interessiert. Im Hinblick auf die Simulation solcher Vorgänge werden im folgenden Ansätze für die mathematische Beschreibung der thermischen Ausbreitung angegeben. Hauptaugenmerk ist dabei die Ausbreitung im ausgedehnten Grundwasserleiter. Die charakteristischen Parameter der thermischen Ausbreitung, welche für einen Grundwasserleiter zu bestimmen sind, werden zusammengestellt. Für einige einfache Ausbreitungsprobleme sind analytische Lösungen angegeben. Diese können für die Abschätzung von Ausbreitungsvorgängen dienlich sein. Sie können aber auch zur Bestimmung oder Schätzung der Parameter herangezogen werden. Hauptsächlich bieten sie aber einen Einblick in das thermische Ausbreitungsverhalten.

Gleichung der thermischen Ausbreitung im homogenen Medium

Bei der Behandlung der thermischen Ausbreitung wird vorausgesetzt, dass die Verteilung der Fliessgeschwindigkeit im betrachteten Grundwasserleiter bekannt ist. Für die Energiebilanz soll der Transport von Energie durch Konduktion und Konvektion berücksichtigt werden. Bei der *Konduktion* erfolgt der Energietransport durch Wärmeleitung in den festen Bodenteilchen, sowie durch *Wärmediffusion* im Wasser. Bei der *Konvektion* wird der Energietransport durch die Bewegung des Wassers vollzogen. Die erwähnten drei Transportarten können als Energieflüsse durch eine Einheitsfläche dargestellt werden. Gemäss dem Diffusionsgesetz (*Fourier*) lautet der Fluss J_s infolge Wärmeleitung in einem Festkörper

$$(1) \qquad J_s = -\lambda_s \cdot \frac{dT}{dN}$$

wobei λ_s : Koeffizient der Wärmeleitung im Festkörper
T : Temperatur
N : Flächennormale
$\frac{dT}{dN}$: Temperaturgradient

und der Energiefluss J_f infolge Wärmediffusion in einer Flüssigkeit

$$J_f = -\lambda_f \cdot \frac{dT}{dN}$$

mit λ_f : Koeffizient der Wärmeleitung der Flüssigkeit.

Der Energiefluss infolge Konvektion in einer Flüssigkeit lautet:

$$(2) \qquad J_k = v \cdot \rho_f \cdot c_f \cdot (T - T_0)$$

wobei v : Geschwindigkeit der Flüssigkeit
ρ_f : Dichte der Flüssigkeit
c_f : spezifische Wärmekapazität der Flüssigkeit
T_0 : Referenztemperatur (z. B. Umgebungstemperatur oder Anfangstemperatur

Die Energiebilanz im porösen Medium wird auf ein endliches repräsentatives Elementarvolumen (REV) bezogen. Dieses gedachte Volumen umfasst so viele Poren und Bodenteilchen, dass stabile Mittelwerte erhalten werden. Die Variablen und Koeffizienten werden auf den Mittelpunkt dieses REV bezogen. Das Resultat der Mittelungsprozedur über das REV lautet [1] für homogene gesättigte Medien, ohne Berücksichtigung von thermischen Quellen und Senken:

(3)

$$C_m \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = C_m \cdot D \cdot \nabla^2 T - C_f \cdot \nabla \cdot (\vec{q} \cdot T)$$

wobei $C_m = C_s \cdot (1-n) + C_f \cdot n$
$C_f = c_f \cdot \rho_f$
$C_s = c_s \cdot \rho_s$
C_f, C_s : Wärmekapazität je Einheitsvolumen
C_m : Wärmekapazität je Einheitsvolumen des mit Flüssigkeit gesättigten Bodens
c_s : spezifische Wärmekapazität der Bodenteilchen
ρ_s : Dichte der Bodenteilchen
n : Porosität
D : thermischer Diffusionskoeffizient
q : spezifischer Durchfluss ($q = \bar{v} \cdot n$)

Die Temperatur T ist hier die mittlere Temperatur im REV. Der erste Term der Bilanzgleichung stellt die Energieänderung je Zeiteinheit im REV dar. Der zweite Term enthält die Energieänderung im REV infolge Wärmekonduktion in Flüssigkeit und Bodenteilchen und – als Folge der Mittelungsprozedur – hydrodynamischer Wärmedispersion. Der in diesem Term enthaltene Koeffizient D wird fortan thermischer Diffusionskoeffizient genannt. Beim letzten Term wird die Konvektion durch den gemittelten Durchfluss erfasst. Die Division durch C_m ergibt:

$$(4) \quad \frac{\partial T}{\partial t} = D \cdot \nabla^2 T - \gamma \cdot \nabla \cdot (\vec{q} \cdot T)$$

wobei $\gamma = \dfrac{C_f}{C_m}$

Für den eindimensionalen Strömungsfall reduziert sich Gleichung (4) zu

$$(5) \quad \frac{\partial T}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \gamma \cdot q \cdot \frac{\partial T}{\partial x}$$

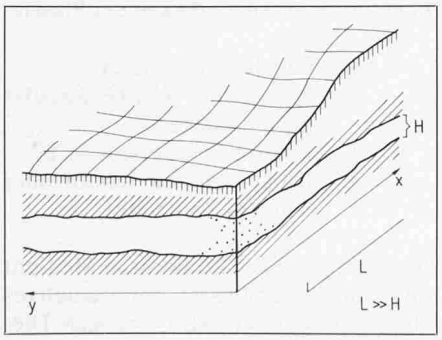
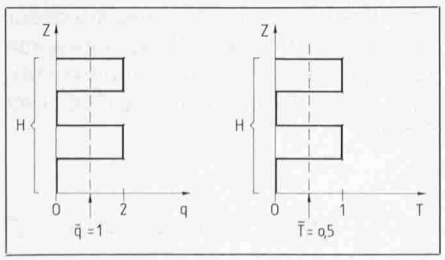


Bild 1. Gespannter Grundwasserleiter

Bild 2. Beispiel einer vereinfachten Durchfluss- und Temperaturverteilung in einem geschichteten Grundwasserleiter



Für nicht durchflossene Schichten (Stauer- und Deckschicht) wird Gleichung (4)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D_0 \cdot \nabla^2 T$$

wobei D_0 : thermischer Difussionskoeffizient von Stauer- bzw. Deckschicht

Gleichung der ebenen thermischen Ausbreitung im ausgedehnten Grundwasserleiter

Der ausgedehnte Grundwasserleiter ist dadurch charakterisiert, dass die horizontale Ausdehnung wesentlich grösser ist als die vertikale Mächtigkeit H des durchströmten Bereichs. Der Grundwasserleiter kann *gespannt* sein (Beispiel in Bild 1) oder eine *freie Oberfläche* aufweisen.

Analog zur Hydraulik ist man bei der thermischen Ausbreitung im ausgedehnten Grundwasserleiter hauptsächlich am Mittelwert über das Vertikalprofil interessiert. Das betrachtete Kontrollvolumen wird dann zum Vertikalzylinder, der aus dem mit Wasser durchströmten Bereich herausgeschnitten wird. Für die Energiebilanz in diesem Kontrollvolumen wird von Gleichung (3) ausgegangen, die über die Mächtigkeit H vertikal integriert wird. Die Integration ergibt für konstante Mächtigkeit H:

$$(6) \quad H \cdot \overline{C_m \cdot \frac{\partial T}{\partial t}} = H \cdot \overline{C_m \cdot D \cdot \nabla^2 T} - H \cdot \overline{C_f \cdot \nabla \cdot (\vec{q} \cdot T)} - F_0 + F_u$$

wobei $\overline{}$: Mittel über Mächtigkeit H

Interne thermische Quellen und Senken werden wiederum ausser Betracht gelassen. F_u (x, y, t) und F_0 (x, y, t) sind die vertikalen Energieflüsse durch Grund- und Deckfläche des Zylinders. Sie sind analog zu Gleichung (1) anzusetzen:

$$(7) \quad F = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z}$$

wobei λ : Wärmeleitfähigkeit von Stauer- bzw. Deckschicht.

Für konstante Koeffizienten C_m, C_f und D reduziert sich Gleichung (6) zu

$$(8) \quad \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = D \cdot \nabla^2 \bar{T} - \gamma \cdot \nabla \cdot (\overline{\vec{q} \cdot T}) - \frac{F_0}{C_m \cdot H} + \frac{F_u}{C_m \cdot H}$$

mit $\bar{T}$ (x, y, t). Für $q(z) = \bar{q}$ = konstant wird zudem die Gleichung

$$(9) \quad \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = D \cdot \nabla^2 \bar{T} - \gamma \cdot \vec{q} \cdot \nabla \bar{T}) - \frac{F_0}{H \cdot C_m} + \frac{F_u}{H \cdot C_m}$$

erhalten, welche bis auf die beiden Oberflächenflüsse analog zu Gleichung (3) ist.

Hier zeigen sich *Vor- und Nachteile der Mittelung über das Vertikalprofil.* Man bekommt zwar eine Gleichung, die nur noch in der Ebene zu lösen ist anstatt im Raum, tauscht dafür aber die beiden Energieflüsse F_u und F_0 ein, die im allgemeinen schwierig zu ermitteln sind. Gleichung (6) bringt also grosse Vorteile, wenn für F_u und F_0 geeignete Näherungswerte (eventuell Vernachlässigung, wenn dies angebracht ist) oder Näherungsfunktionen gefunden werden.

Das Mittel im konvektiven Fluss $\overline{q \cdot T}$ in Gleichung (8) kann ausgedrückt werden durch

$$\overline{q \cdot T} = \bar{q} \cdot \bar{T} + \overline{q' \cdot T'}$$

$$\overline{q' \cdot T'} = \frac{J_{qT}}{C_f}$$

wobei $q(z) = \bar{q} + q'(z)$
$T(z) = \bar{T} + T'(z)$

Der Term J_{qT} wird *makrodispersiver Fluss* genannt [1]. Er ist eine Folge der Mittelungsprozedur über das Vertikalprofil. Er tritt nicht auf, wenn $q(z)$ = konstant oder $T(z)$ = konstant, d. h. im homogenen oder gleichmässig durchmischten Profil ist er nicht vorhanden. Die Bedeutung von J_{qT} soll an einem einfachen Beispiel demonstriert werden. Dazu werden die q- und T- Profile gemäss Bild 2 betrachtet.

Gesamtfluss:	$\overline{q \cdot T} = 1$
Konvektiver Fluss aus Mittelwerten:	$\bar{q} \cdot \bar{T} = 0{,}5$
Makrodispersion:	$\overline{q' \cdot T'} = 0{,}5$

Die Berechnung des Gesamtflusses nur mit den Mittelwerten hätte hier ein falsches Bild ergeben. Beim inhomogenen (z. B. geschichteten) Grundwasserleiter ist daher mit einem beträchtlichen makrodispersiven Fluss J_{qT} zu rechnen.

Da die Wirkung von J_{qT} im homogenen Grundwasserleiter im allgemeinen einer Diffusion ähnlich ist, kann J_{qT} näherungsweise durch

$$(10) \quad J_{qT} = C_f \cdot \overline{q' \cdot T'} = -D_{qT} \cdot \nabla \bar{T}$$

angesetzt werden [1]. Infolge Abhängigkeit von J_{qT} vom Geschwindigkeitsfeld ist zu vermuten, dass der Koeffizient D_{qT} von der Grösse und der Richtung der Geschwindigkeit abhängig wird. Im allgemeinen Fall wird er daher zum Tensor zweiter Ordnung. Die Struktur von Ansatz (10) erlaubt es, die Bilanzgleichung (8) zu modifizieren:

$$(11) \quad \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = D^* \cdot \nabla^2 \bar{T} - \gamma \cdot \nabla \cdot (\vec{q} \cdot \bar{T})$$

$$- \frac{F_0}{C_m \cdot H} + \frac{F_u}{C_m \cdot H}$$

wobei $D^* = D + D_{qT}$ und $\overline{T} = \overline{T}(x, y, t)$

Damit wird, bis auf den Koeffizienten D^*, dieselbe Form erhalten wie im homogenen Fall (Gleichung (8)). Wenn keine Inhomogenitäten vorhanden sind, wird $D^* = D$.

Charakteristische Grössen der thermischen Ausbreitung

Die charakteristischen Grössen der thermischen Ausbreitung sind gemäss Gleichungen (4), (8) und (11):

- der spezifische Durchfluss $q(x, y, z, t)$ bzw. $q(x, y, t)$ (Fliessfeld),
- der Faktor $\gamma = C_f/C_m$,
- der thermische Diffusionskoeffizient D^* bzw. D,
- die Wärmeleitfähigkeit λ und der thermische Diffusionskoeffizient von Stauer- und Deckschicht D_0.

Der *spezifische Durchfluss q* (Fliessfeld) wird durch die thermische Ausbreitung beeinflusst. Die Vernachlässigung dieses Einflusses ist einerseits bei kleinen Temperaturunterschieden möglich. Andererseits ist die Vernachlässigung auch dann sinnvoll, wenn Grundwasserleiter geringer Mächtigkeit betrachtet werden. In diesen Fällen kann q vom unbeeinflussten Fall in guter Näherung übernommen werden.

Der *Faktor* $\gamma = C_f/C_m$ beträgt für die üblichen Grundwasserleiter etwa $\gamma = 1{,}4$ [12].

Der *thermische Diffusionskoeffizient D für homogenes Material* kann im Labor mittels Bodenproben experimentell bestimmt werden [3, 12]. Die Grössenordnung seines Wertes beträgt $10^{-6}\ m^2 \cdot s^{-1}$. Über Grösse und Struktur des *thermischen Diffusionskoeffizienten* D^* von inhomogenen (z. B. geschichteten) Grundwasserleitern ist noch wenig bekannt. Es scheint, dass die Werte von D^* als Folge der Makrodispersion um mehrere Grössenordnungen grösser sein können als die typischen Werte von D. Für die Untersuchung von D^* wird es unerlässlich sein, Feldexperimente durchzuführen. Zur Formulierung von standardisierten Bestimmungsmethoden sind aber noch weitere Arbeiten notwendig. Sofern es die Bedingungen eines Ausbreitungsproblems erlauben, kann die Bestimmung von D^* mit Hilfe von analytischen Modellen erfolgen.

Zur geforderten Genauigkeit der Werte von D bzw. D^* ist zu sagen, dass es in vielen Fällen genügt, die Grössenordnung des Wertes anzugeben, ohne dass das Ergebnis der Simulation stark beeinflusst wird. Die Beurteilung kann mittels der erwähnten analytischen Modelle erfolgen. In gewissen Fällen, z. B. im Nahbereich eines thermischen Doppelbrunnensystems, kann es sogar vertretbar sein, die thermische Diffusion und Disperion zu vernachlässigen (D bzw. $D^* = 0$), was die Berechnung sehr stark vereinfacht [7, 9]. Die thermische Ausbreitung erfolgt dann als Approximation nur über die Konvektion der mittleren Strömung entlang Stromlinien. Insbesondere sei auf die Arbeit von *Nemecek* [9] hingewiesen, in der die thermische Diffusion und Dispersion überhaupt als praktisch vernachlässigbar bezeichnet wird. Diese Annahme scheint für inhomogene ausgedehnte Grundwasserleiter, wie sie in der Schweiz oft vorkommen, nicht zuzutreffen.

Das Ausbreitungsproblem

Das Problem der Simulation von Ausbreitungsvorgängen umfasst die Lösung von Differenzialgleichung (4) für die räumliche Ausbreitung und von Gleichung (8), bzw. (11), für die ebene Ausbreitung im ausgedehnten Grundwasserleiter, unter Berücksichtigung von Anfangsbedingungen $q(t = 0)$ und $T(t = 0)$, sowie den jeweils herrschenden Randbedingungen. Der Lösungsbereich für die thermische Ausbreitung muss dabei nicht unbedingt mit dem hydraulischen Strömungsbereich identisch sein. Die wichtigsten *thermischen Randbedingungen* sind:

- vorgegebene Temperatur auf dem Rand,
- vorgegebener Wärmefluss durch den Rand.

Als thermische Randbedingung kann man in erster Näherung die Erdoberfläche als Isotherme annehmen (mittlere Temperatur), sofern die Deckschicht des Grundwasserleiters eine gewisse Mächtigkeit (Grössenordung 5 m) nicht unterschreitet. Für sehr oberflächennahe Grundwasserleiter muss der Wärmeübergang an der Oberfläche genauer bestimmt werden (Wärmestrahlungsbilanz des Bodens, Jahresschwankung der Temperatur, Einfluss von Sickerwasser, usw.).

Lösungsmethoden

Unter vereinfachenden Annahmen sind *analytische* Lösungen des Ausbreitungsproblems möglich. Diese Annahmen be-

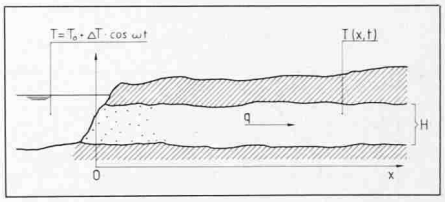


Bild 3. Grundwasserleiter, durch Oberflächengewässer gespiesen

treffen Vereinfachungen in der Geometrie des Lösungsbereichs, in den Koeffizienten, sowie in den Anfangs- und Randbedingungen. Analytische Lösungen können für die Abschätzung von Ausbreitungsvorgängen dienlich sein. Sie können auch zur Bestimmung oder Schätzung der Koeffizienten herangezogen werden. Hauptsächlich bieten sie aber einen Einblick in das Verhalten der thermischen Ausbreitung.

Im allgemeinen Fall sind für die Behandlung des Ausbreitungsproblems numerische Lösungsverfahren (Methode der *finiten Differenzen*, z. B. [11], Methode der *finiten Elemente*, z. B. [8] anzuwenden.

Analytische Lösungen des thermischen Ausbreitungsproblems

Eindimensionale Ausbreitung mit harmonisch schwankender thermischer Randbedingung

Ein ebener, eindimensionaler, unbegrenzter Grundwasserleiter mit konstanter Fliessgeschwindigkeit wird durch ein Oberflächengewässer gespiesen (Bsp. Bild 3), dessen Temperatur einer harmonischen Schwankung (z. B. Jahresschwankung) gemäss dem Ansatz

$$(12) \quad T(x = 0, t) - T_0 = \Delta T \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

unterworfen ist.

Der Vorgang wird in diesem Fall durch Gleichung (11) beschrieben, wobei die Flüsse F_u und F_0 durch die Oberfläche vernachlässigt werden:

$$(13) \quad \frac{\partial T}{\partial t} = D^* \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \gamma \cdot q \cdot \frac{\partial T}{\partial x}$$

mit $T = \overline{T}(x)$

Die Koeffizienten werden als Konstanten angenommen. Die Lösung hat (nach [4]) die Form:

$$(14) \quad T(x, t) = T_0 + \Delta T \cdot \exp(-ax) \cdot \cos(-bx + \omega t)$$

wobei a: Dämpfungskoeffizient
b: Wellenzahl
ω: Kreisfrequenz

Die Koeffizienten a, b und ω sind positive Konstanten. Zwischen den Koeffi-

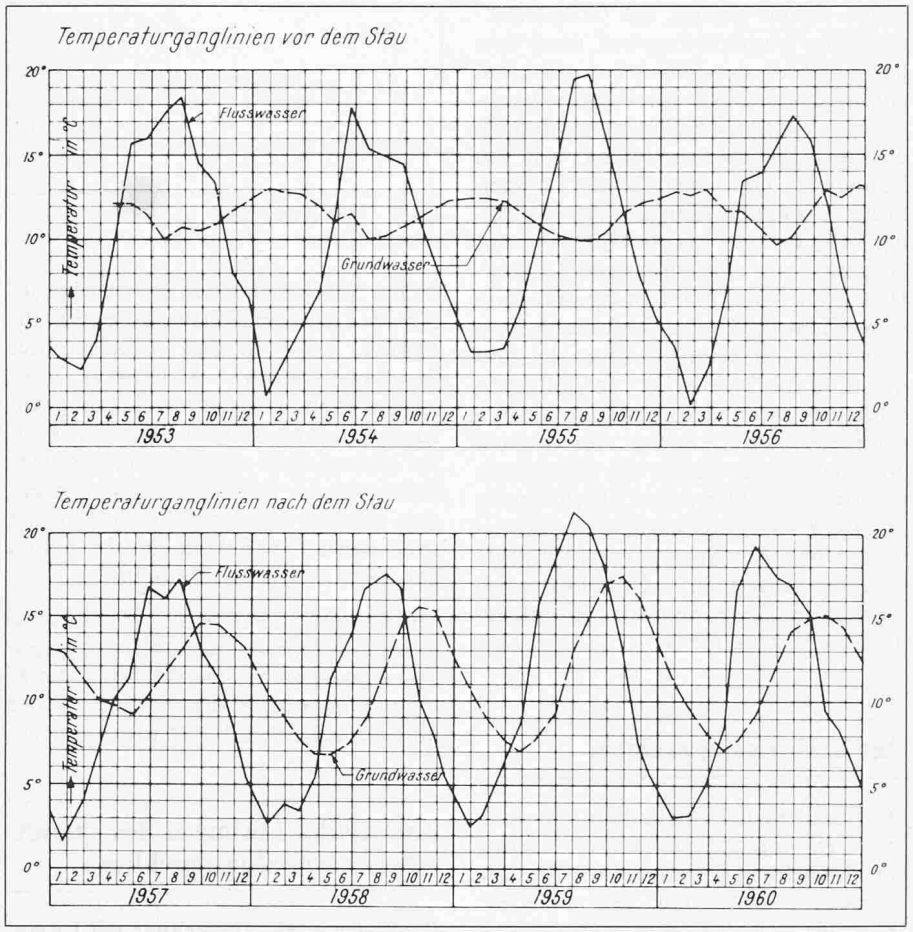


Bild 4. Flusswasser- und Grundwassertemperaturen (nach [10])

zienten sind folgende Beziehungen zu erfüllen:

$$(15)\quad a \cdot \gamma \cdot q + a^2 \cdot D^* - b^2 \cdot D^* = 0$$

und

$$\omega - b \cdot \gamma \cdot q - 2 \cdot a \cdot b \cdot D^* = 0$$

was durch Einsetzen von Ansatz (14) in die Differentialgleichung (13) überprüft werden kann. Aus den Gleichungen (15) lassen sich bei bekannten Koeffizienten a, b und ω die Parameter D^* und $\gamma \cdot q$ bestimmen:

$$(16)\quad D^* = \frac{a \cdot \omega}{b \cdot (b^2 + a^2)}$$

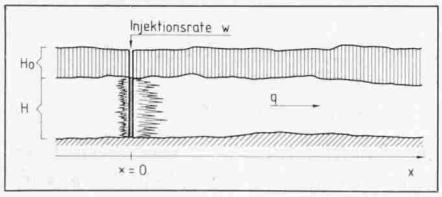
$$\gamma \cdot q = \frac{\omega \cdot (b^2 - a^2)}{b \cdot (b^2 + a^2)}$$

Für den Fall, dass $a \ll b$ (schwache Dämpfung), werden D^* und γq näherungsweise

$$D^* \simeq \frac{a \cdot \omega}{b^3} \qquad \text{für } a \ll b$$

$$\gamma \cdot q \simeq \frac{\omega}{b}$$

Bild 5. Kontinuierliche thermische Injektion in einem Querschnitt eines Grundwasserleiters



Aus der Temperaturganglinie in einer Bohrung lassen sich also mit diesem Modell zusammen mit der Ganglinie der Temperatur im Oberflächengewässer für die angegebenen Bedingungen die Koeffizienten D^* und γq bestimmen oder schätzen.

Beispiel

Temperaturganglinie für eine Bohrung in einem etwa gleichförmigen Grundwasserstrom, rund 500 m von einem Fluss entfernt (nach [10] Bild 4).

Situation vor dem Stau:

Aus der Zeitverzögerung $\Delta t \simeq$ sieben Monate der Ganglinie in der Bohrung gegenüber der im Fluss lässt sich b berechnen, zu

$$b = \frac{\Delta t \cdot \omega}{x} = 7{,}3 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^{-1}$$

mit $\omega = \dfrac{2 \cdot \pi}{12}\ \mathrm{Monat}^{-1}$

und $x = 500$ m

Die Amplitude bei $x = 0$ beträgt $\Delta T_0 \triangleq 8°$, die bei $x = 500$ m $\Delta T_1 \triangleq 1{,}5°$. Damit wird a

$$a = -\ln\left(\frac{\Delta T_1}{\Delta T_0}\right) \cdot \frac{1}{x} \simeq 3{,}3 \cdot 10^{-3} \cdot \mathrm{m}^{-1}$$

und die Koeffizienten D^* und γq mit Formel (16)

$$D^* \cong 1{,}4 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

vor dem Stau

$$\gamma q \cong 1{,}8 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

Für die Situation nach dem Stau ergibt sich mit $\Delta t \cong$ drei Monate und $\Delta T_1 / \Delta T_0 \cong 5/8$

$$D^* \cong 5{,}5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

nach dem Stau

$$\gamma q \cong 5{,}3 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

Interessanterweise ist in diesem Beispiel der Koeffizient D^* für dasselbe Gebiet nicht konstant, sondern etwa proportional zur Fliessgeschwindigkeit. Ob das Modell, das dieser Berechnung zugrundeliegt, den natürlichen Vorgang genügend gut simuliert, müsste noch genauer abgeklärt werden.

Kontinuierliche thermische Injektion mit ein-dimensionaler Ausbreitung

Das instationäre Verhalten der thermischen Ausbreitung soll an einem einfachen Beispiel dargestellt werden. Es wird ein eindimensionaler, beidseitig unbegrenzter Grundwasserstrom mit konstanter Fliessgeschwindigkeit und konstanter Anfangstemperatur betrachtet. In einem Querschnaitt (bei $x = 0$) senkrecht zur Strömungsrichtung wird vom Zeitpunkt $t = 0$ an kontinuierlich und mit konstanter Rate dem Grundwasser Wärme abgegeben bzw. entzogen (Bild 5). Dieser Querschnitt steht stellvertretend für eine Reihe von Wärmeaustauschern im Grundwasser, die über das gesamte Vertikalprofil wirksam sind. Weiter wird angenommen, dass die Deckschicht bzw. Stauerschicht als Isolator betrachtet werden können. Die Oberflächenflüsse in Gleichung (11) F_u und F_0 werden also vernachlässigt. Dies stellt eine Einschränkung dar, die zur Folge hat, dass nur die Anfangsphase der Ausbreitung in guter Näherung dargestellt wird. Die kontinuierliche Injektion von Wärme oder Kälte bewirkt nun, dass im Grundwasser eine Temperaturänderung erfolgt, die im Maximum ΔT beträgt. Bei gegebener thermischer Injektionsrate w (Energie je Zeiteinheit und Einheitsbreite) wird

$$\Delta T = \frac{w}{C_f \cdot q \cdot H}$$

Für die Lösung wird wiederum von Gleichung (11) ausgegangen. Die Koeffizienten werden als Konstanten betrachtet. Für die erwähnten Anfangs- und Randbedingungen ergibt die analytische Lösung (nach [2])

$$(17)\quad T(x,t) = T_0 + \Delta T \frac{\gamma \cdot q}{\sqrt{4 \cdot \pi \cdot D^*}} \cdot \exp\left(\frac{\gamma \cdot q \cdot x}{2 \cdot D^*}\right) \cdot \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t}}$$

$$\cdot \exp\left(-\frac{a}{\tau} - b \cdot \tau\right) \cdot d\tau$$

wobei $a = \dfrac{x^2}{4 \cdot D^*}$ $\quad b = \dfrac{\gamma^2 \cdot q^2}{4 \cdot D^*}$

Das Integral in diesem Ausdruck muss für vorgewähltes x und t numerisch bestimmt werden. Die Lösung ist in Bild 6 als Temperaturprofil $T(x)$ für verschiedene Zeitpunkte in dimensionsloser Form dargestellt. Die dimensionslose Länge x' ist dabei als

$$x' = \frac{\gamma \cdot q \cdot x}{D^*}$$

und die dimensionslose Zeit t' als

$$t' = \frac{\gamma^2 \cdot q^2 \cdot t}{D^*}$$

definiert.

Im Diagramm kommt für kleine Zeiten ($t' < 1$) in der fast symmetrischen Temperaturverteilung der dominierende Einfluss der Wärmeleitung und Dispersion zum Ausdruck. In Gleichung (11) sind diese im Term

$$D^* \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

enthalten. Für grosse Zeiten ($t' > 100$) wird die Ausbreitung hingegen durch den konvektiven Term

$$\gamma \cdot q \cdot \frac{\partial T}{\partial x}$$

massgeblich bestimmt, der eine asymmetrische Parallelverschiebung des Temperaturprofils bewirkt. Die Temperaturprofile werden für grosse Zeiten durch die Gleichung

$$(18) \quad T(x,t) = T_0 + \Delta T \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x' - t'}{2\sqrt{t'}}\right)\right)$$

mit $\operatorname{erf} y = \phi\,(y \cdot \sqrt{2})$
$\phi\,()$: Wahrscheinlichkeitsintegral, tabelliert z. B. in [5]

gut approximiert. Für den Bereich mit negativem x' ist die thermische Ausbreitung stromaufwärts ersichtlich. Das Diagramm kann für die Abschätzung der Ausbreitung einer quasi eindimensionalen Wärme- bzw. Kältefahne benutzt werden.

Weiter ist aus dem Diagramm ersichtlich, dass sich die Front der Wärme- bzw. Kältefahne etwa mit der Geschwindigkeit v_t

$$v_t = \gamma \cdot q$$

bewegt. Verglichen mit der mittleren Geschwindigkeit der Flüssigkeit v_f

$$v_f = \frac{q}{n}$$

wird also $v_t = \gamma \cdot n \cdot v_f$

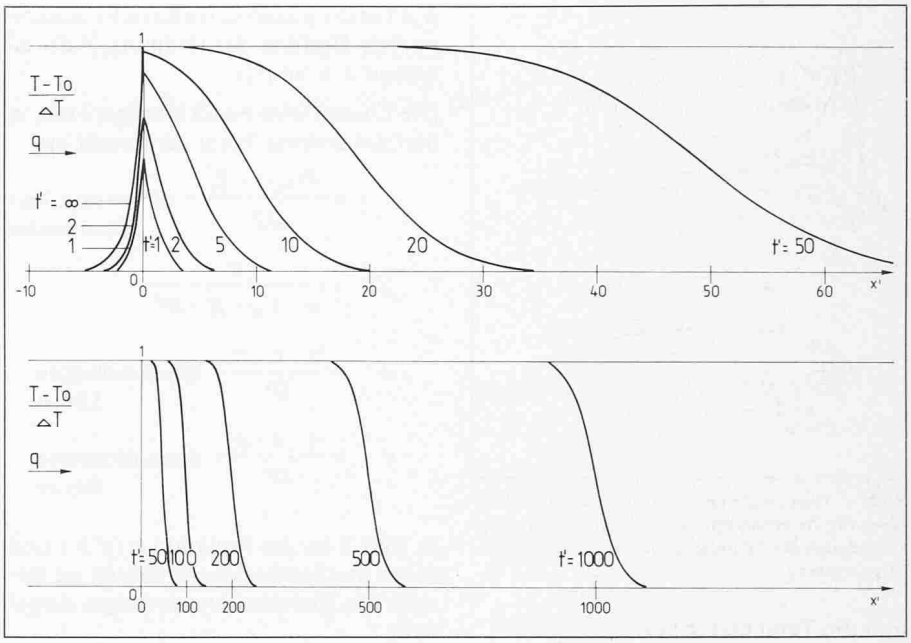


Bild 6. Temperaturverteilung in dimensionsloser Form bei eindimensionaler Ausbreitung infolge kontinuierlicher thermischer Injektion

Beispiel

Für $\gamma = 1{,}4$ und $n = 0{,}25$ wird $v_t/v_f = 0{,}35$, d. h. das Wasser bewegt sich hier also etwa dreimal so schnell wie die Wärme.

Eindimensionale stationäre Ausbreitung

Es wird wiederum ein eindimensionaler, seitlich unbegrenzter Grundwasserstrom mit konstanter Fliessgeschwindigkeit betrachtet (Bild 5). Für die stationäre kontinuierliche thermische Injektion soll nun aber der Wärmefluss durch die Deckschicht näherungsweise mitberücksichtigt werden. Es wird dabei angenommen, dass sich in der Deckschicht ein vertikaler stationärer Wärmefluss einstellt. Voraussetzung dazu ist, dass die Erdoberfläche als Isotherme betrachtet werden kann und die Temperatur an der Oberkante des durchströmten Bereichs gleich der mittleren Temperatur $T = \overline{T}$ des Vertikalprofils ist. Wird die Temperatur an der Erdoberfläche gleich der Anfangstemperatur T_0 des Grundwassers gewählt, lautet die thermische Bilanzgleichung für den stationären Zustand

$$(19) \quad D^* \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \gamma \cdot q \cdot \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{F_o}{C_m \cdot H} = 0$$

mit $\quad F_0 = \dfrac{\lambda_o \cdot (T - T_o)}{H_o}$

und $\quad T(x) = \overline{T}(x)$

Der Anfangszustand vor der Beeinflussung ist: $T(x) = T_0$. Die Randbedingungen sind bei $x = 0$: kontinuierliche Injektion; für $x \to \infty$: $T \to 0$. Die Lösung lautet für konstante Koeffizienten und $x \geqq 0$

$$(20) \quad T(x) = T_0 + \Delta T \cdot \frac{1}{\chi} \cdot \exp\left(\frac{\gamma \cdot q \cdot x}{2 \cdot D^*}(1 - \chi)\right)$$

mit $\quad \chi = \left(1 + \dfrac{4 \cdot D^* \cdot \lambda_o}{C_f \cdot H \cdot H_o \cdot \gamma \cdot q^2}\right)^{1/2}$

Für $\lambda_0 = 0$, d. h. bei Vernachlässigung des vertikalen Wärmeflusses F_0, wird für $x \geq 0$: $T = T_0 + \Delta T =$ konstant.

Eine Vereinfachung lässt sich in Gleichung (20) einführen, falls der Ausdruck

$$\frac{4 \cdot D^* \cdot \lambda_o}{C_f \cdot H \cdot H_o \cdot \gamma \cdot q^2}$$

klein ist, was häufig zutrifft. In diesem Fall wird in Gleichung (20) $1/\chi \simeq 1$

und $(1 - \chi) \simeq \dfrac{2 \cdot D^* \cdot \lambda_o}{C_f \cdot H \cdot H_o \cdot \gamma \cdot q^2}$

und $\quad T(x) \simeq T_0 + \Delta T \cdot \exp\left(-\dfrac{x \cdot \lambda_o}{C_f \cdot q \cdot H \cdot H_o}\right)$

Es ist dabei zu beachten, dass die Temperaturverteilung in diesem Fall unabhängig von D^* wird. Aus dem stationären Temperaturprofil $T(x)$ lässt sich damit also der Koeffizient D^* nicht ermitteln.

Beispiel

Für die Parameter

$D^* = 3\ \mathrm{m^2 \cdot d^{-1}}$
$H = 10\ \mathrm{m}$
$q = 1\ \mathrm{m \cdot d^{-1}}$
$\gamma = 1{,}4$
$\lambda_0 = 0{,}0015\ \mathrm{kJ \cdot m^{-1} \cdot K^{-1} \cdot s^{-1}}$
$C_f = 4200\ \mathrm{kJ \cdot m^{-3} \cdot K^{-1}}$
$H_0 = 5\ \mathrm{m}$

wird $\quad \dfrac{4 \cdot D^* \cdot \lambda_o}{C_f \cdot H_o \cdot H \cdot \gamma \cdot q^2} \cong 0{,}005 \ll 1$

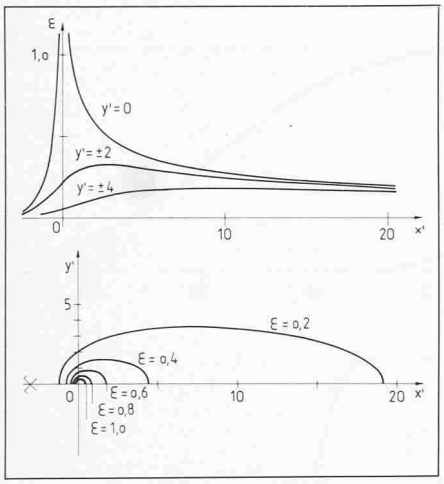


Bild 7. Temperaturverteilung in dimensionsloser Form für die ebene stationäre Ausbreitung infolge kontinuierlicher thermischer Injektion im Koordinatenursprung

und die Temperatur bei $x = 100$ m

$T \simeq T_0 + \Delta T \cdot 0{,}94$

oder für $\dfrac{T - T_0}{\Delta T} = 0{,}5$

was einer Abkühlung bzw. Erwärmung auf die Hälfte entspricht, wird $x \simeq 1{,}1$ km (Halbwertstrecke).

Ebene stationäre Ausbreitung

In einem ebenen unbegrenzten Grundwasserleiter mit konstanter Fliessgeschwindigkeit werde beim Punkt x = 0, y = 0 mit konstanter Rate w Wärme injiziert, bzw. entzogen. Die vertikalen Energieflüsse F_u und F_0 durch Stauer- und Deckschicht sollen vernachlässigt werden. Die mittlere Fliessrichtung sei identisch mit der x-Achse. Die Differentialgleichung (11) wird damit zu

$$(21) \quad D^* \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) - \gamma \cdot q \cdot \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

für konstante Koeffizienten D^*, γ und q.

Die Randbedingungen sind:

für x = 0, y = 0: Injektionsrate w (Energie/Zeiteinheit)

und $\lim\limits_{\sqrt{x^2 + y^2} \to \infty} T = T_0$

Die Lösung lautet (nach [6])

$$T(x,y) = T_0 + \frac{w}{2 \cdot \pi \cdot D^* \cdot C_m \cdot H} \cdot \exp\left(\frac{\gamma \cdot q \cdot x}{2 \cdot D^*}\right) \cdot K_0\left(\frac{\gamma \cdot q \cdot \sqrt{x^2 + y^2}}{2 \cdot D^*}\right)$$

K_0 ( ) ist die modifizierte Bessel-Funktion zweiter Gattung der Ordnung Null (tabelliert z. b. in [5]).

Die Lösung wird zweckmässigerweise in dimensionsloser Form dargestellt mit

$$\varepsilon = \frac{T(x,y) - T_0}{\Delta T} = \text{dimensionslose Temperatur}$$

$$\Delta T = \frac{w}{\pi \cdot C_m \cdot H \cdot D^*}$$

$$x' = \frac{\gamma \cdot q \cdot x}{D^*} = \text{dimensionslose Länge}$$

$$y' = \frac{\gamma \cdot q \cdot y}{D^*} = \text{dimensionslose Breite}$$

In Bild 7 ist die Funktion ε (x',y') und damit die Temperaturverteilung im Bereich des Koordinatenursprunges dargestellt.

Schlussfolgerung

Aus der Differentialgleichung für die Beschreibung der thermischen Ausbreitung im Grundwasserleiter folgen die charakteristischen Parameter, die zu bestimmen sind. Es sind dies der thermische Diffusionskoeffizient D bzw. D^*, der spezifische Durchfluss q (Fliessfeld), sowie das Verhältnis der Wärmekapazitäten γ. Beim thermischen Diffusionskoeffizienten ist es von Bedeutung, für welche Situation er bestimmt wird. Beim ausgedehnten Grundwasserleiter interessiert man sich häufig für den Mittelwert der Temperatur im durchflossenen Vertikalprofil. Inhomogenitäten (z. B. Schichtung) scheinen nun aber zu bewirken, dass der Koeffizient D^* in solchen Fällen einen wesentlich höheren Wert annehmen kann als bei homogenen Profilen oder bei kleinen Bodenproben (Koeffizient D). Um diesbezüglich quantitative Angaben machen zu können, fehlen aber weitere Erfahrungen. Zur Bestimmung des Koeffizienten können analytische Lösungen des Ausbreitungsproblems herangezogen werden. Für einige einfache Situationen sind solche Lösungen angegeben. Sofern es die Bedingungen erlauben, kann damit D^* mit Hilfe von Messreihen bestimmt werden. Dazu können bestehende Messungen entsprechend ausgewertet und neue Feldmessungen entsprechend angeordnet und analysiert werden. Bei vorgegebenen Koeffizienten können die analytischen Lösungen auch für die Abschätzung von thermischen Ausbreitungsvorgängen im Grundwasserleiter dienlich sein.

Literatur

[1] *Bear, J.:* «Relations between microscopic and macroscopic descriptions in porous media». Proc. Symp. IAHR, Saloniki, 1978

[2] *Bear, J.:* «Hydraulics of groundwater». McGraw Hill, 1979

[3] *Bovet, D., Cotton, L., Menjoz, A.* et *Recordon, E.:* «Recherches expérimentales sur les propriétés thermiques et hydrauliques des sols», Bull. Soc. Vaud. Sc. Nat., Nr. 350, Vol. 73, 1976

[4] *Bovet, D.:* «Etude théorique et expérimentale de la propagation convective d'une onde thermique». Proc. Symp. AIRH, Toulouse, 1980

[5] *Bronstein, I.* und *Semendjajew, K.:* «Taschenbuch der Mathematik». Deutsch, Zürich, 1973

[6] *Carslaw, H.S.* and *Jaeger, J.C.:* «Conduction of heat in solids». Oxford Univ. Press, 1959

[7] *Kobus, H.* und *Mehlhorn, H.:* «Beeinflussung von Grundwassertemperaturen durch Wärmepumpen», Gwf Wasser Abwasser, 121, 261–268, 1980

[8] *Mathey, B., Menjoz, A., Saugy, B.:* «Modification du champ des températures de la nappe souterraine sous une raffinerie de pétrole». Congrès de l'ass. int. des hydrogéol., Montpellier, 1974

[9] *Nemecek, E.P.:* «Die Beeinflussung des Grundwassers durch Wärmepumpen und Kühlwasser». Oester. Wasserwirtsch. 32, 214–227, 1980

[10] *Trüeb, E.:* «Die Bedeutung des Grundwassers für die Versorgung der Schweiz». DVGW-Schriftenreihe Wasser, Nr. 10, 1976

[11] *Werner, D.* und *Balke, K.D.:* «Die Wärmeausbreitung in der Umgebung eines Kühlwasser-Sickerbrunnens», Gwf Wasser Abwasser 118, H. 11, 1977

[12] Rapports scientifiques et techniques sur le comportement des nappes souterraines. IPEN et Lab. Géotechn., EPF Lausanne, Centre d'hydrogéologie de l'Université de Neuchâtel, 1979

Adresse des Verfassers:

Dr. *F. Stauffer*, dipl. Ing. ETH, Institut für Hydromechanik und Wasserwirtschaft, ETH-Hönggerberg, 8093 Zürich.