

**Zeitschrift:** Schweizer Ingenieur und Architekt  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 101 (1983)  
**Heft:** 18

**Artikel:** Berechnung von thermomechanischen Vorgängen bei der Wärmebehandlung von Stahlkörpern  
**Autor:** Fischer, Dieter / Rammerstorfer, Franz G.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-75128>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 30.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Berechnung von thermomechanischen Vorgängen bei der Wärmebehandlung von Stahlkörpern

Von Dieter F. Fischer und Franz G. Rammerstorfer, Linz

**Während des Erstarrungsprozesses von zunächst flüssigem Stahl (z. B. im Stranggiessverfahren) und bei der Wärmebehandlung (wie Härteln, Vergüten ...) von Werkstücken treten Wärme- und Phasenumwandlungsspannungen auf, deren Kenntnis für die Steuerung der Prozesse von grosser Bedeutung ist. Sowohl die Berechnung der instationären Temperaturfelder als auch die Spannungsanalyse sind hochgradig nichtlinear. Die thermomechanische Koppelung kann jedoch i. a. vernachlässigt werden. Phänomene, welche der nichtisothermen Hochtemperaturplastizität zuzuordnen sind wie Kriechen, Relaxieren, Umwandlungsplastizität und Verfestigung mit Gedächtnis, erfordern eine möglichst realistische Erfassung der Materialgesetze. Parameterstudien zeigen die Empfindlichkeit gegenüber Annahmen im Materialgesetz auf.**

Lors du processus de solidification d'acier qui avait été liquide (p. ex. dans la coulée continue) et lors du traitement thermique (p. ex. trempe, revenu...) de pièces apparaissent des contraintes de transformation de phase et de chaleur, dont la connaissance est d'une grande importance pour la commande des processus. Le calcul des champs de température instationnaires ainsi que l'analyse des contraintes sont non linéaires à haut degré. Cependant, le couplage thermomécanique peut être négligé, en général. Des phénomènes qui doivent être attribués à la plasticité de haute température non isothermique, comme p. ex. fluage, relaxation, plasticité de transformation et consolidation avec mémoire, demandent un recensement hautement réaliste des lois des matériaux. Des études paramétriques démontrent la sensibilité vis-à-vis de suppositions de la loi des matériaux.

During the solidification of liquid steel (as for example in the continuous casting process) and during the heat treatment (as e.g. hardening or tempering) of steel bodies, thermal stresses and stresses due to volume changes caused by phase transitions arise. The knowledge of these stresses is a prerequisite for a proper control of the individual processes. Both, the transient temperature field calculation and the stress analysis are highly non-linear. The thermo-mechanical coupling may usually be neglected. Phenomena related to high-temperature-plasticity, as for example creep, relaxation, transformation plasticity and temperature dependent plastic hardening require a careful and as most as possible realistic modelling of the material law. Parametric studies show how sensitive the results are with respect to the correct representation of the material behaviour.

## Einleitung

Bei der Stahlerzeugung und Stahlverarbeitung treten eine Vielzahl von Problemen auf, die der *Hochtemperaturplastizität* [1] zuzuordnen sind. So ist zum Beispiel das Erstarren des flüssigen Stahles in Kokillen oder im Stranggiessverfahren mit ungleichmässigen Schrumpfungen, Phasenumwandlungen und Verformungen durch die hydromechanischen Kräfte seitens des flüssigen Stahles verbunden, die zu Beanspruchungen führen, die – wegen der hohen Temperaturen – nur bei Betrachtung des Stahls als *thermo-visko-elasto-plastisches Kontinuum* erfasst werden können. Diese Beanspruchungen bedingen Verzerrungen und Spannungen, die bei ungeeigneter Prozessführung die Qualität des Produktes beeinträchtigen können.

\* Vgl. Schweizer Ingenieur und Architekt, Heft 51/52: 1117–1121, 1982; Heft 1/2: 2–7; Heft 4: 42–46, 47–50; Heft 9: 275–278, 279–281; Heft 15: 409–412, 413–416, 1983; Heft 18: 485–490, 1983.

Ähnliche Verhältnisse liegen beim Schweißen und bei der Wärmebehandlung (Härten, Vergüten usw.) von Stahlkörpern vor, wo es gilt, den Verzug des Stahlteiles klein zu halten und Massnahmen zu setzen, die einen Bruch des Bauteiles während der Wärmebehandlung trotz Erzielung der metallurgisch geforderten Verhältnisse verhindern. Wesentlich ist auch die Kenntnis der nach der Wärmebehandlung im Bauteil verbleibenden *Eigenspannungen*, die bei günstiger Konfiguration (je nach Verwendungszweck des Bauteiles) das Bauteilverhalten wesentlich verbessern [2, 3], andererseits – bei ungünstiger Konfiguration – die Lebensdauer stark beeinträchtigen können.

Die Berechnung des *instationären Temperaturfeldes* sowie der *Spannungen* und *Deformationen* während solcher Prozesse erfordert neben der Kenntnis des formalen Aufbaues des Materialgesetzes auch die sich oft sehr schwierig gestaltende Erfassung der von Temperatur, Zeit, Vorgeschichte usw. abhängigen Stoffwerte.

## Grundzüge einer numerischen Behandlung

### Berechnung des instationären Temperaturfeldes

Die Berechnung der instationären Temperaturfelder in oben skizzierten Prozessen führt stets auf *nichtlineare* Probleme (wegen nichtlinearer Randbedingungen, wie Strahlung, und wegen der starken Temperaturabhängigkeit der thermischen Stoffwerte), die vorteilhaft nur mit numerischen Verfahren gelöst werden. Aus der Vielzahl solcher Verfahren kommen bei den im folgenden untersuchten Problemen die *Lumped-Parameter-Methode* [4, 5] und die Methode der Finiten Elemente [6] zur Anwendung.

Die Wärmefreisetzung bzw. -aufnahme beim Erstarren bzw. Schmelzen sowie die Wärmetönung bei Phasenumwandlungen im festen Zustand werden in vorliegenden Untersuchungen durch eine Modifikation der Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme  $c_p(T)$  berücksichtigt; siehe z. B. Bild 2.

### Die Spannungsanalyse

Auch in der *Spannungsberechnung* eignen sich für die hier behandelten Problemstellungen analytische Methoden kaum, da starke Nichtlinearitäten im Materialverhalten wie *temperaturabhängige Plastizität* und *nichtlineares Kriechen* vorliegen und auch die Geometrie der betrachteten Körper oft recht komplex ist. Die Methode der Finiten Elemente (zum Beispiel in der Form von nichtlinearen Mehrzweckprogrammen wie ADINA [6]) eignet sich zur industriellen Behandlung der gestellten Aufgaben [7].

Das Material wird als *isotrop* und *homogen* vorausgesetzt. Es werden *kleine Verzerrungen* angenommen (linearisierte Verschiebungs-Verzerrungs-Beziehungen). Alle Stoffwerte sind *temperaturabhängig*. Der im folgenden kurz zusammengefasste Algorithmus und das Materialmodell sind in [5, 7, 8] genauer beschrieben.

Eine wesentliche Annahme in der verwendeten Methode liegt in der Aufspaltbarkeit des Gesamtverzerrungstensors  $'\epsilon_{ij}$  in die Anteile aus elastischen ( $'\epsilon_{ij}^E$ ), plastischen ( $'\epsilon_{ij}^P$ ), thermischen ( $'\epsilon_{ij}^{TH}$ ) und Kriech- ( $'\epsilon_{ij}^C$ ) Verzerrungen:

$$(1) \quad '\epsilon_{ij} = '\epsilon_{ij}^E + '\epsilon_{ij}^P + '\epsilon_{ij}^{TH} + '\epsilon_{ij}^C;$$

ein Vorgehen, das eine Näherung darstellt (siehe z. B. [9]). Unter dieser Annahme gilt für den Spannungstensor

$$(2) \quad 'C_{ijkl} = 'C_{ijkl}(''\epsilon_{kl} - '\epsilon_{kl}^P - '\epsilon_{kl}^{TH} - '\epsilon_{kl}^C),$$

mit  $'C_{ijkl}$ , dem für die Temperatur  $'T$  gültigen elastischen Materialtensor, der durch den E-Modul  $E('T)$  und die Poissonsche Konstante  $v('T)$  bestimmt ist.

Für die weiteren Anteile des Verzerrungstensors gilt:

$$(3) \quad 'e_{ij}^{TH} = 'a_m ('T - T_{ref}) \delta_{ij}$$

mit dem aus dem temperaturabhängigen, linearen Wärmedehnungskoeffizienten  $\alpha(T)$  gebildeten mittleren Wärmedehnungskoeffizienten

$$(4) \quad 'a_m = \frac{1}{'T - T_{ref}} \int_0^T \alpha(\Theta) d\Theta$$

und der Referenztemperatur  $T_{ref}$  (für den wärmespannungsfreien Zustand). Volumenänderungen, die durch Phasenumwandlungen bedingt sind, lassen sich durch Modifikation des  $\alpha(T)$ -Verlaufes berücksichtigen, wie im später folgenden Kapitel über «Spannungen beim Härteln eines Stahlzyinders», Bild 14, gezeigt wird.

Die Kriechverzerrungen  $'\epsilon_{ij}^C$  werden unter Zugrundelegung eines experimentell bestimmmbaren einachsigen Kriechgesetzes, zum Beispiel der Form

$$(5) \quad 'e^C = 'a_0 'a_1 t^{a_2}$$

mit  $'a_0 = a_0('T)$ , berechnet.

Das einachsige Kriechgesetz, dessen Parameter  $a_0, a_1, a_2$  durch Regressionsanalysen aus Ergebnissen einer Vielzahl von Hochtemperatur-Kriechversuchen bestimmt werden, kann unter Verwendung einer geeigneten Fliessregel [5, 7, 8] auch für mehrachsige Spannungszustände verwendet werden. Es werden dabei *Verzerrungsverfestigung* für veränderliche Spannungszustände und das Oak-Ridge-National-Laboratory-Verfestigungsgesetz für zyklisches Verhalten angenommen [8]. Für die plastischen Verzerrungsanteile  $'\epsilon_{ij}^P$  wird die Gültigkeit der klassischen inkrementellen Plastizitätstheorie (siehe z. B. [10]) angenommen mit der allgemeinen Form der Fliessfläche

$$(6) \quad 'F = 'F ('e_{ij}, 'k_{ij}, 'sigma_F) = 0,$$

mit den von der Vorgeschichte der plastischen Verzerrungen (Verfestigung) und der Temperatur abhängigen Größen  $'k_{ij}$ , die Lage der Fliessfläche im Spannungsraum beschreibend (Fliessflächenverschiebungstensor), und  $'sigma_F$ , die Größe der Fliessfläche beschreibend (aktuelle Fliessspannung).

Für Zustände mit  $'F < 0$  ist das Materialverhalten elastisch; elastoplastische Zustände sind durch  $'F = 0$  gekennzeichnet. Ferner wird die Gültigkeit der Normalitätsregel vorausgesetzt

$$(7) \quad 'dot{\epsilon}_{ij}^P = 'Lambda \frac{\partial 'F}{\partial 'sigma_{ij}},$$

welche die Berechnung der plastischen Verzerrungssinkemente gestattet. Die positive skalare Größe  $'Lambda$  wird als folgende Funktion berechnet [8]:

$$(8) \quad 'Lambda = Lambda \left( 'sigma_{ij}, 'dot{\epsilon}_{ij}, 'dot{\epsilon}_{ij}^C, 'dot{\epsilon}_{ij}^{TH}, 'C_{ijkl}, 'C_{ijkl}, 'sigma_F, \frac{\partial 'sigma_F}{\partial 'W_P}, \frac{\partial 'sigma_F}{\partial 'T} \right).$$

Pseudo-Plastizitätseffekte, wie die Umwandlungsplastizität [11], werden durch Modifikation der Temperaturabhängigkeit der Anfangsfliessspannung  $^0sigma_F(T)$  berücksichtigt, wie erstmals in [12] vorgeschlagen; siehe späteres Kapitel über «Spannungen beim Härteln...», Bild 14.

#### Das inkrementell-iterative Verfahren

Die Grundbeziehung (als erste Näherung) für das Inkrement (Zeitschritt von  $t$  auf  $t + \Delta t$ ) lautet:

$$(9) \quad 'K Delta u = 'R - 'F$$

mit  $'K$  der zur Zeit  $t$  aktuellen (mit den im vorhergehenden Inkrement berechneten Zustandsgrößen bestimmten) Tangentensteifigkeitsmatrix und  $\Delta u$  der ersten Näherung für das unbekannte Inkrement des Verschiebungsvektors.  $'R$  ist der zur Zeit  $t + \Delta t$  vorliegende Vektor der äusseren Kräfte, und  $'F$  ist der Vektor der Knotenpunktskräfte, aus den zur Zeit  $t$  berechneten Spannungen bestimmt. Die erste Näherung  $\Delta u$  kann nun iterativ verbessert werden; eine Vielzahl effizienter Iterationsalgorithmen wurde in jüngster Zeit entwickelt [13]. Eines der einfachsten ist das modifizierte Newton-Raphson-Verfahren mit folgender Iterationsvorschrift:

$$(10) \quad 'K [\Delta (\Delta u)]^i = 'R - 'F^{i-1}; \\ i = 1, 2, \dots$$

aus der sich die  $i$ -te Näherung für das Verschiebungssinkement mit

$$(11) \quad (\Delta u)^i = (\Delta u)^{i-1} + [\Delta (\Delta u)]^i$$

ergibt.

Die Anwendung der oben skizzierten Berechnungsverfahren wird im folgenden an einigen charakteristischen industriellen Problemstellungen demonstriert.

schriftes der Erstarrung sowie der Entwicklung von Spannungen und Deformationen in der Strangschale. Für eine richtige Auslegung der konstruktiven Parameter einer Stranggiessanlage, zum Erzielen einer hohen Qualität der stranggegossenen Brammen und für den Betrieb der Anlage, ist eine möglichst genaue Kenntnis der thermischen und mechanischen Vorgänge im Strang notwendig.

Die erstarrte Schale des Stranges wird während des Überlaufens der Stützrollen durch das instationäre Temperaturfeld, den Druck des flüssigen Metalles und den Transportzug beansprucht (siehe Bild 4). Diese Beanspruchungen führen zu zeitlich veränderlichen Spannungs- und Deformationsverteilungen über den Strangquerschnitt. Es treten zusätzlich zu elastischen und plastischen Verzerrungen wegen der hohen Temperaturen nicht zu vernachlässigende zeitabhängige Kriechverzerrungen auf.

Ein Kriterium, das bezüglich der Ausbildung von Innenrissen Auskunft gibt, besagt, dass die Dehnung und die Dehnungsgeschwindigkeit, die das Material im Bereich der Erstarrungsfront erfährt, ein Mass für die *Innenrissgefahr* darstellt. Ferner werden auch *kritische Spannungszustände* für die Innenrissbildung als ursächlich erkannt. In früheren Arbeiten der Autoren [5, 15] ist eine Methode zur Berechnung der Deformations- und Spannungszustände unter Berücksichtigung möglichst aller massgeblichen Einflussgrößen ausführlich dargestellt.

#### Berechnung des instationären Temperaturfeldes

Um das *Schalenwachstum* und die *thermische Belastung* festzustellen, ist eine Berechnung der instationären Temperaturverhältnisse notwendig. Ausgehend von einem vorgegebenen Oberflächentemperaturverlauf über die Stranglänge, wird mittels eines *Lumped-Parameter-Modells* (siehe vorangegangenes Kapitel über «Grundzüge einer numerischen Behandlung») der instationäre Temperaturverlauf im Innern des Stranges berechnet. In der Mitte des Brammenquerschnittes, der in der Analyse vom Verlassen der Kokille auf seinem Weg bis zur Durcherstarrung verfolgt wird, ist es zulässig, eine *eindimensionale Analyse*  $T(z, t)$  durchzuführen und dabei den Wärmefluss in Brammenquer- und Längsrichtung zu vernachlässigen. Dabei wird der Strang von aussen bis zur Mitte entsprechend Bild 1 in viele Rechteckbereiche (Elemente) unterteilt. In Bild 2 sind beispielhaft die thermischen Stoffwerte und im Bild 3 das Ergebnis einer derar-

#### Berechnung der Ausbauchung der erstarrenden Schale beim Stranggiessen von Stahl

Der Giessprozess beim Brammengießen von Stahl in Stranggiessanlagen ist sehr empfindlich bezüglich des Fort-

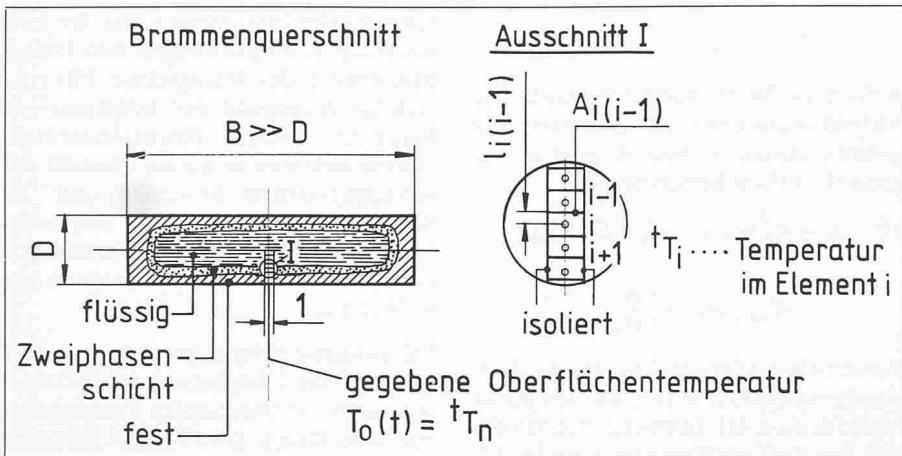


Bild 1. Modellbildung für die Temperaturfeldberechnung während des Durchlaufens der Stranggiessanlage

tigen Temperaturfeldberechnung dargestellt.

Aus dem berechneten Temperaturverlauf lässt sich das *Strangschalenwachstum* ermitteln, wenn man die Schnittpunkte der Temperaturkurven  $T(z)$  mit  $T = T_{sol}$  bzw.  $T = T_{liqu}$  betrachtet.  $T_{sol}$  ist jene Temperatur, bei der der Stahl vollständig erstarrt ist; bei  $T_{liqu}$  ist der Stahl vollständig flüssig.

#### Berechnung von Deformationen und Spannungen in der Strangschale

Das dreidimensionale Problem wird auf ein zweidimensionales reduziert. Es wird ein Streifen des auf seiner Fahrt über die Stützrollen beobachteten Querschnittes entsprechend Bild 4 unter der Annahme eines ebenen Verzerrungszustandes mit  $\varepsilon_{xx} = 0$  (keine Dehnungen in Strangquerrichtung) den Berechnungen zugrunde gelegt. Da breite Brammen untersucht werden, sind diese kinematischen Voraussetzungen zur Bestimmung der Zustände in der Brammenmitte sinnvoll (Bild 4): Es darf angenommen werden, dass die Randeffekte bis zur Mitte hin abgeklungen und wegen der grossen Breite der untersuchten Brammen die Dehnungen in Querrichtung behindert sind. Ferner wird vorausgesetzt, dass die Verzerrungen  $\varepsilon_{yy}$  (Dehnungen in Stranglängsrich-

tung) linear über die Schalendicke verlaufen, was der Annahme der Gültigkeit der *Kirchhoffschen Hypothese der Plattenbiegung* für die Strangschale entspricht. Entsprechend den beschriebenen kinematischen Annahmen wird ein *zweidimensionales Finite-Element-Modell* aus isoparametrischen Rechteckelementen aufgebaut (siehe Bild 4). Das Finite-Element-Netz erstreckt sich über die Dicke der erstarrten Schale, und ein Element ragt in den Zweiphasenbereich bis zu jener Schicht, in der die Dehnungen hinsichtlich der Gefahr der Innenrissbildung zu bestimmen sind (Stelle A in Bild 4).

Im Bild 5 sind  $E$ -Modul und Anfangsfliessgrenze für einen speziellen Stahl in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur dargestellt. Der lineare Wärmedehnungskoeffizient  $\alpha$  wird mit  $1,8 \cdot 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$  angenommen,  $v = 0,3$ .

Das Kriechgesetz kann entsprechend Gleichung (5) formuliert werden, wobei die Parameter  $a_0(T)$ ,  $a_1$  und  $a_2$  experimentell bestimmbar sind. Für Zonen nahe der Kokille (im «jungen» Strang) ist primäres Kriechen, in einiger Entfernung von der Kokille (im «alten» Strang) sekundäres Kriechen relevant. Beide Fälle werden im folgenden dargestellt. Für den untersuchten Stahl gelten folgende Kriechgesetze:

junger Strang (primäres Kriechen):

$$(12) \dot{\varepsilon}^C = 7,9595 \cdot 10^6 (T_{sol} - T)^{-5,328} \sigma^{3,199} t^{-0,5},$$

alter Strang (sekundäres Kriechen):

$$(13) \dot{\varepsilon}^C = 1,215 \cdot 10^7 (T_{sol} - T)^{-5,932} \sigma^{3,313} (t \text{ in } \text{s}^{-1}, T \text{ in } \text{ }^{\circ}\text{C}, \sigma \text{ in } \text{N/mm}^2 \text{ und } t \text{ in } \text{s}).$$

In der inkrementellen Analyse wird Verzerrungsverfestigung angenommen.

Die Strangschale ist vorwiegend durch den ferrostatischen Druck und durch das instationäre Temperaturfeld belastet, wobei Vergleichsrechnungen in [15] zeigen, dass bei günstigen Kühlbedingungen die Wärmespannungen wegen des hohen Kriechvermögens nur geringe Werte erreichen (*Spannungsrelaxation*).

Der *ferrostatische Druck* verursacht in Verbindung mit der Strangbewegung für eine bestimmte, mit dem Strang mitbewegte Stelle (die durch das Modell charakterisiert ist) eine *zyklische Biegebeanspruchung* (siehe Bild 4). Zusätzlich wird der Strang durch eine axial wirkende Ausziehkraft  $P$  (zur Überwindung der Rollenwiderstände) beansprucht.

Das zeitlich veränderliche Biegemoment  $M_B(t)$  wird durch die folgende Beziehung näherungsweise festgelegt:

$$(14) M_B(t^*) = \frac{p a^2}{12} (1 - 6\xi + 6\xi^2)$$

mit  $\xi = vt_n/a$ , wobei  $t_n = t^* - n(a/v)$  ( $n \dots$  ganzzahliger Anteil des Quotienten  $a/(vt^*)$ ) und  $t^* = t - t_l$  (siehe Bild 4).  $p$  ist der vom Abstand zum Giessspiegel  $H(t)$  abhängige ferrostatische Druck (er wird aus  $p = \rho g H(t)$  berechnet),  $a$  ist der Rollenabstand im betrachteten Anlagenbereich,  $v$  ist die Giessgeschwindigkeit.

Für die *Qualität* des stranggegossenen Stahls ist es wesentlich, dass die Bramme frei von Innenrissen, die durch zu grosse Dehnungen an der Erstarrungsfront,  $\varepsilon_{krit}(t)$ , verursacht werden, ist.

Bild 2. Thermische Stoffwerte eines untersuchten Stahles

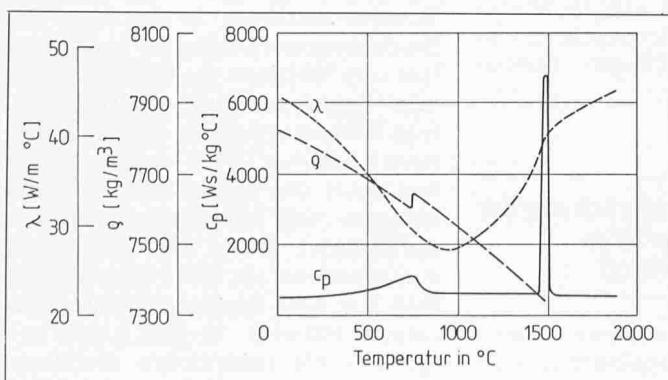
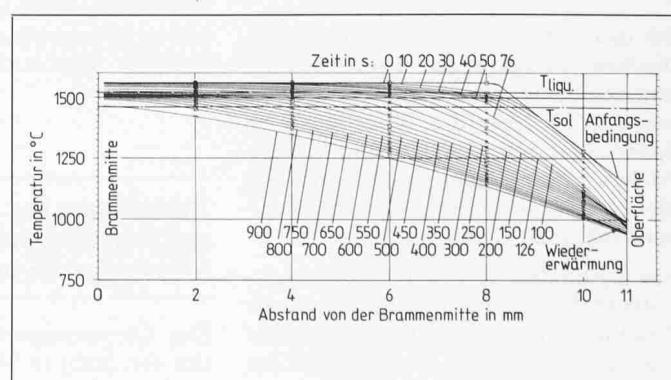


Bild 3. Instationäres Temperaturfeld (Zeit, beginnend ab dem Verlassen der Kokille, als Parameter)



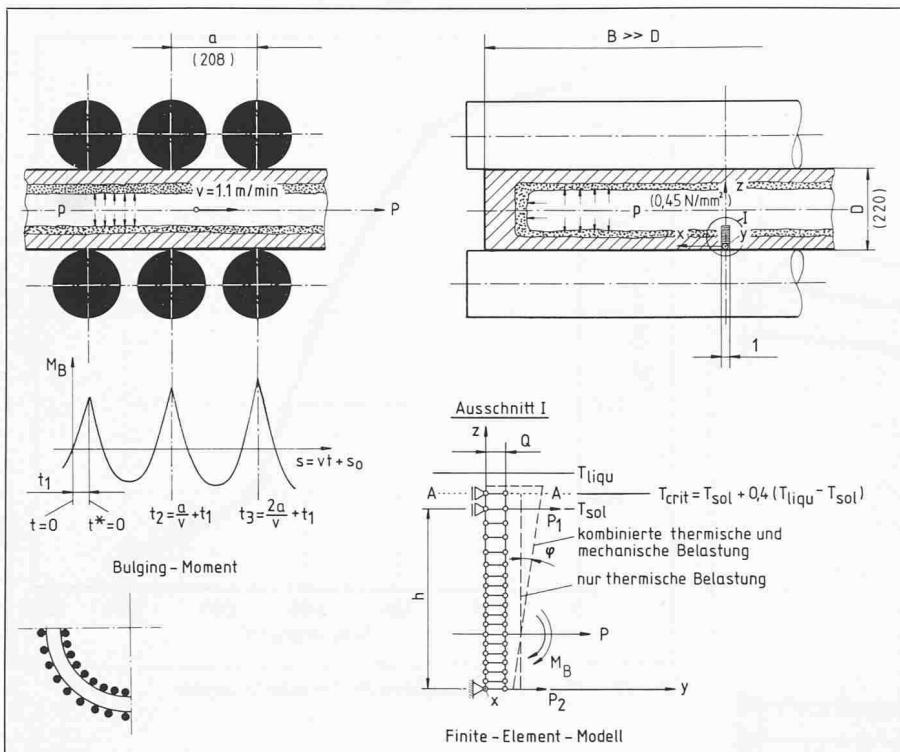


Bild 4. Schematische Darstellung der Belastung und Führung des Stranges in der Stranggiessanlage, Modellbildung

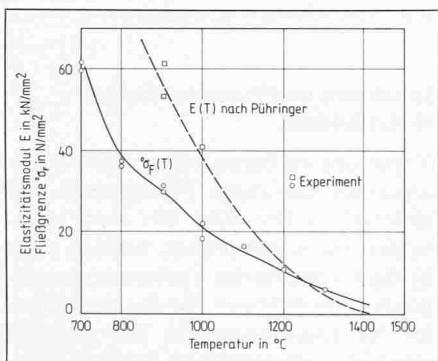


Bild 5. Der Elastizitätsmodul und die Fließgrenze in Abhängigkeit von der Temperatur

Bild 6. Zeitverlauf der Dehnung in der kritischen Höhe der Zweiphasenschicht bei  $T = T_{krit}$ , berechnet für die Fälle

- a)  $\alpha = 0$ , d. h. ohne Berücksichtigung der Wärmespannungen;
- b) günstiger (monotoner) Kühlungsverlauf;
- c) ungünstiger Kühlungsverlauf (mit Wiedererwärmung der Strangoberfläche)

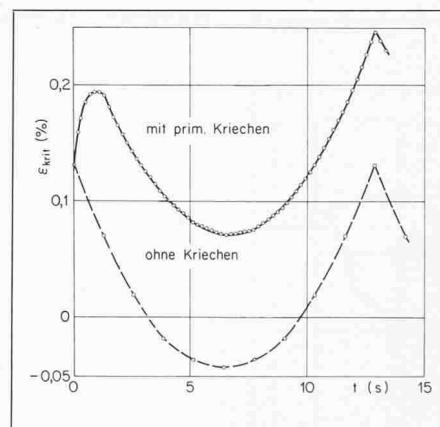
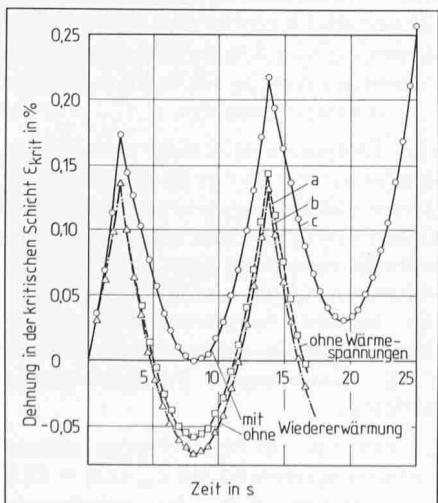


Bild 7. Zeitverlauf der Dehnung in der kritischen Schicht einer Strangschale im kokillennahen Bereich

Diese Dehnungen röhren vorwiegend von den oben beschriebenen mechanischen Belastungen her.

Im Bild 6 sind Zeitverläufe der Längsdehnung  $\epsilon_{krit}$  an der Erstarrungsfront eines «alten» Stranges dargestellt. Bedingt durch das viskose Materialverhalten akkumulieren diese Dehnungen. Wenn die akkumulierten Dehnungen eines erstarrenden Bereiches ein kritisches Mass überschreiten bevor ein gewisser Erstarrungsgrad erreicht wird, treten Innenrisse auf [5].

Bild 7 zeigt das Dehnungsverhalten an der Erstarrungsfront des «jungen» Stranges (im Kokillennahen Bereich, wo primäres Kriechen massgeblich ist). Hier ist interessant zu beobachten, dass trotz abnehmenden Verlaufs des Bulging-Momentes die Dehnung an der Erstarrungsfront zunächst – wegen der starken Viskositätseffekte – noch zunimmt.

Durch zweimalige Integration des mit dem beschriebenen Modell berechneten Krümmungsverlaufes der Strangscheide zwischen zwei Stützrollen erhält man (siehe [5]) den Ausbauchungsverlauf der Strangoberfläche, wie für ein spezielles Beispiel im Bild 8 dargestellt ist.

### Berechnung der Eigenspannungen in einer Francis-Turbinenschaufel

Die Schaufel eines Francis-Laufrades wird aus einer ebenen Scheibe veränderlicher Dicke (siehe Skizze in Bild 9) durch Pressen in einem Gesenk zu einer doppelt gekrümmten Schale geformt. Dazu wird die Scheibe auf nahezu 1000 °C erwärmt, im Gesenk relativ rasch geformt und im angepressten Zustand gehalten, bis die Schaufel auf unter 300 °C abgekühlt ist; anschliessend wird das Gesenk geöffnet und die geformte Schaufel an ruhender Luft abgekühlt. Während dieses Prozesses werden in der Schaufel Spannungen induziert, die zu örtlichem Fliessen auch noch nach dem Umformen führen. Die Folge sind Restspannungen in der fertigen Schaufel.

Unter Zugrundelegung der entsprechend dem vorangegangenen Kapitel über «Grundzüge einer numerischen Behandlung» berechneten (und mit Messungen verglichenen) instationären Temperaturfelder wird an einem stark vereinfachten Modell dieser Restspannungszustand in einer nichtlinearen thermo-elasto-plastischen Analyse ermittelt. Dabei kann der Mechanismus, der zur Erzeugung der Eigenspannungen führt, genau verfolgt werden.

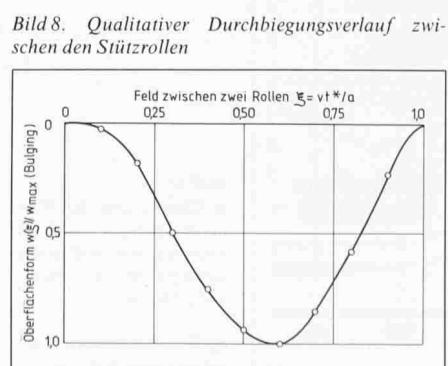


Bild 8. Qualitativer Durchbiegungsverlauf zwischen den Stützrollen

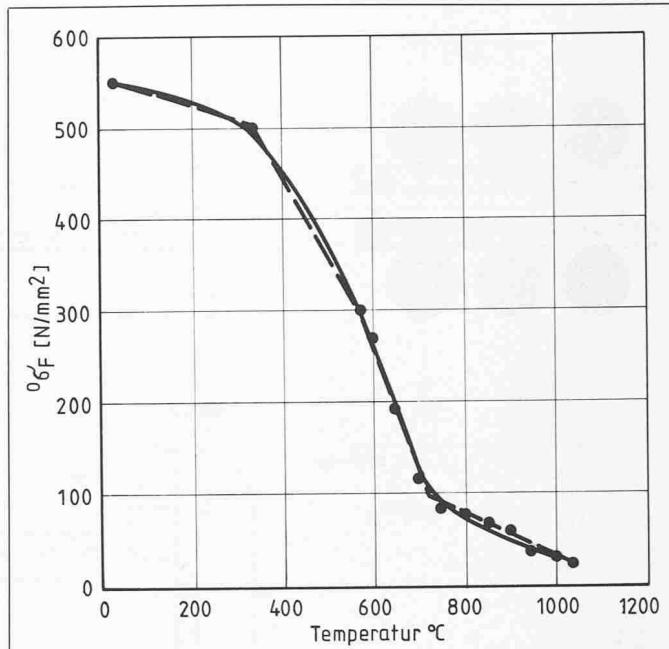
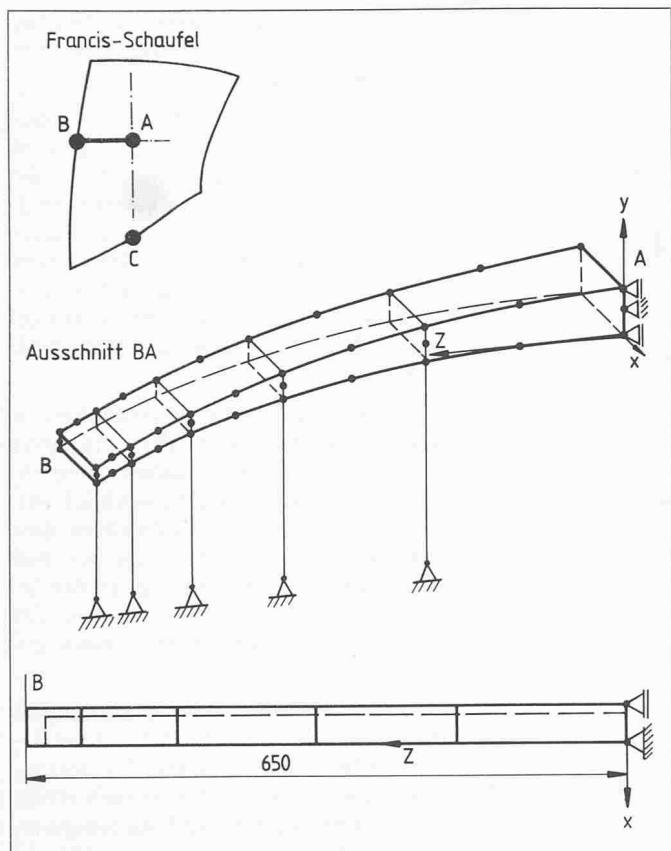


Bild 10. Temperaturabhängigkeit der Anfangsfließgrenze

Bild 9 (links). FE-Modell für die Francis-Schaufel-Berechnung

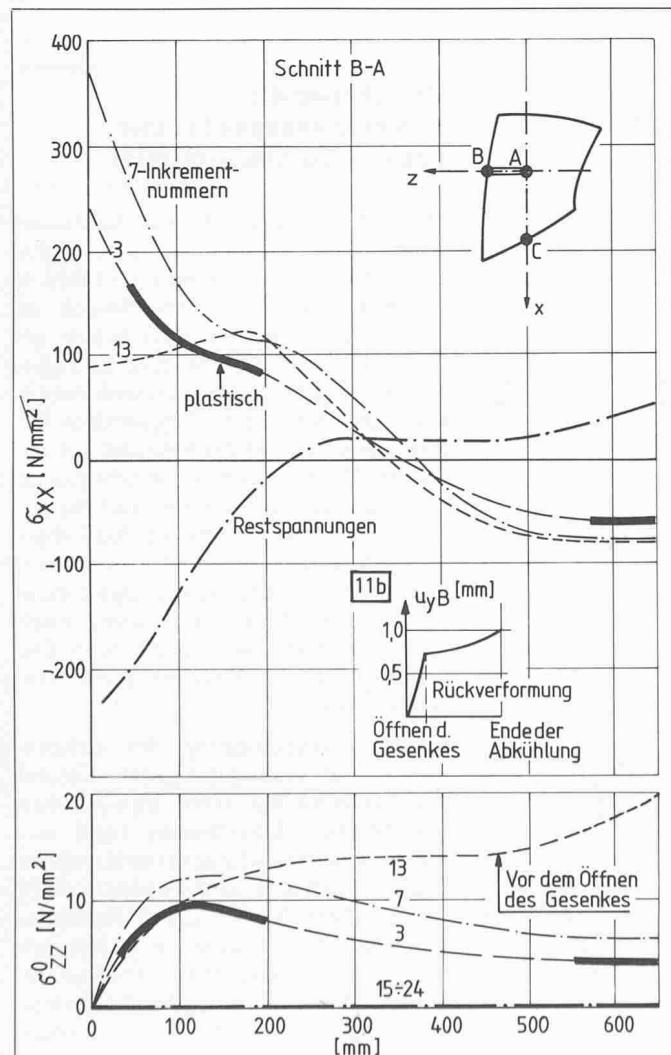


Bild 11.  
a) Entwicklung der Wärmespannungen und Restspannungszustand in der warmgeformten Turbinschaufel

b) Rückverformung der gekrümmten Schaufel

#### Annahmen und Voraussetzungen – Modellbildung

Wegen der im Bereich über 900 °C vorliegenden niedrigen Fließgrenze des Materials (siehe Bild 10) darf näherungsweise angenommen werden, dass die durch das rasche Verformen entstehenden Spannungen für das Ausbilden der Restspannungen in der fertigen Schaufel vernachlässigt werden können. Es werden nur die durch das Abkühlen geweckten Wärmespannungen als Ursache für den Restspannungszustand herangezogen.

Der in Bild 9 mit «Ausschnitt BA» bezeichnete Schaufelausschnitt wird unter Beachtung der Schaufelkrümmung als dreidimensionales Kontinuum mittels 3/D-Elementen modelliert. Das Öffnen des Gesenkes wird durch Elimination der von den Stabelementen herührenden Anteile aus der Gesamtsteifigkeitsmatrix simuliert.

Das Temperaturfeld zeigt erwartungsgemäß aussen (Punkt B) wesentlich raschere Abkühlung als innen (Punkt A). Damit verbunden sind nicht nur erhebliche Wärmespannungen, die zum Plastifizieren führen, sondern auch wegen der starken Temperaturabhängigkeit der Anfangsfließgrenze (siehe Bild 10) stark ortsabhängige Festigkeitseigenschaften.

Es wird ein verallgemeinerter ebener Verzerrungszustand mit  $\epsilon_{xx}(z,t) = C(t)$  vorausgesetzt, d. h. der gekrümmte

Streifen AB ändert zwar seine Breite während des Abkühlens, seine Begrenzungsflächen bleiben jedoch stets parallel.

### Darstellung der Ergebnisse

In Bild 11 sind die Spannungen für mehrere ausgewählte Rechenschritte dargestellt. Die den Kurven zugeordneten Inkrementnummern zeigen den Fortschritt des Abkühlvorganges an. Nach dem Inkrement 13 ist das Gesenk geöffnet, und die Schaufel kühlt an ruhender Luft aus.

Man erkennt, dass die noch relativ warme Schaufel in den Randbereichen und in der Schaufelmitte plastiziert und dass sich aber bereits – wegen der schnell anwachsenden Fliessgrenze bei fallenden Temperaturen – ab Temperaturschritt 7 rein elastisches Verhalten einstellt. Die Spannungen  $\sigma_{xx}$  wachsen am Schaufelrand am Anfang stark an (Zugspannungen parallel zum Schaufelrand), nehmen mit fortschreitender Abkühlung wieder ab und wechseln sogar das Vorzeichen. Schliesslich bleibt ein Restspannungszustand in der Schaufel, der starke Druckspannungen im Bereich der Stelle B parallel zum Rand aufweist.

Die dem Biegemoment  $M_x(z)$  (bezüglich x-Achse) entsprechenden Spannungen  $\sigma_{zz}(y, z)$  sind für die Oberseite als  $\sigma_{zz}^0(z)$  dargestellt; an der Unterseite haben diese Normalspannungskomponenten gleichen Betrag, jedoch entgegengesetztes Vorzeichen:  $\sigma_{zz}^u(z) = -\sigma_{zz}^0(z)$ . Diese Biegespannungen sind im Restspannungszustand verschwindend klein (aus Gleichgewichtsgründen müssen sie Null sein).

Im Bild 11 ist auch die y-Verschiebung  $u_y^B$  des Streifenendes (Stelle B) in Abhängigkeit vom Fortschritt der Abkühlung ab dem Öffnen des Gesenkes dargestellt. Diese Verschiebung ist ein Mass für die nach dem Gesenköffnen bis zur vollständigen Abkühlung zu erwartende Krümmungsänderung der geformten Schaufel; ein wesentliches Ergebnis für die Gesenkgestaltung, da Abweichungen der fertigen Schaufel von der Soll-Form einen Wirkungsgradverlust der Turbine bedingen [14].

### Spannungen beim Härteln eines Stahlzyinders

Die Kenntnis der beim Härteln in einem Werkstück auftretenden Wärme- und Umwandlungsspannungen ist im Eisenhüttenwesen und im Maschinenbau von grosser praktischer Bedeutung, weil erst dadurch eine Beurteilung der Gefahr der Zerstörung beim Härteln

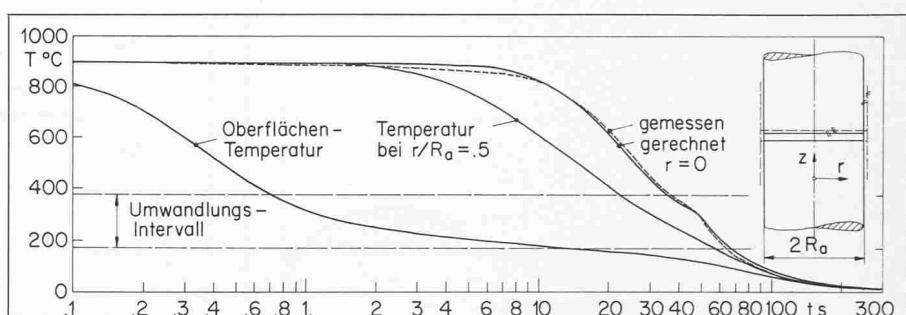


Bild 12. Temperatur-Zeitverlauf im Kern, für einen Zwischenpunkt und an der Zylinderoberfläche

(Bruch oder Verzug) und gezielte Massnahmen zu deren Abhilfe möglich werden. Die Ermittlung des Restspannungszustandes, d.h. der Eigenspannungen im abgekühlten Werkstück, ist vielfach notwendig, um Aufschluss über die bei Betriebsbelastung zu erwartenden Spannungsverteilungen zu erhalten. Dem kommt besonders bei Prognosen über die Lebensdauer eines wärmbehandelten Bauteiles grosse Bedeutung zu. Am Beispiel des Abschreckens eines langen Zylinders (50 mm Durchmesser) aus Nickel-Stahl (11,6% Ni), der vom austenitischen Zustand (bei 900 °C) durch Abschrecken in Eiswasser vollständig in Nickel-Martensit umwandelt, wird die Berechnung der Spannungszustände erläutert.

Der Einfachheit wegen wird ein von den Zylinderenden ausreichend weit entfernter Querschnitt betrachtet, so dass die Aufgabe als ein eindimensionales Problem behandelt werden kann (rotationssymmetrisches Temperaturfeld,  $T(r)$ , ohne axialen Wärmefluss;  $\epsilon_{zz}(r) = \text{konst}$ ), d.h. Annahme eines verallgemeinerten ebenen Verzerrungszustandes. Der mit dem oben beschriebenen Verfahren berechnete Temperatur-Zeit-Verlauf ist für ausgewählte Punkte über den Radius im Bild 12 dargestellt. Darin ist zum Vergleich auch der ge-

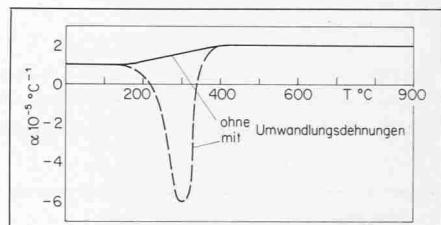


Bild 13. Temperaturabhängigkeit des Wärmekoeffizienten - Modifikation für Umwandlungsdehnungen

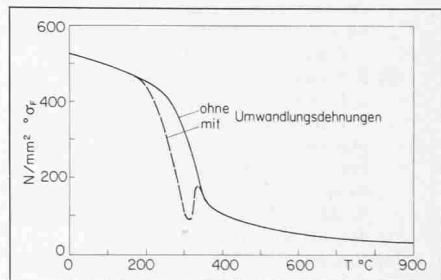


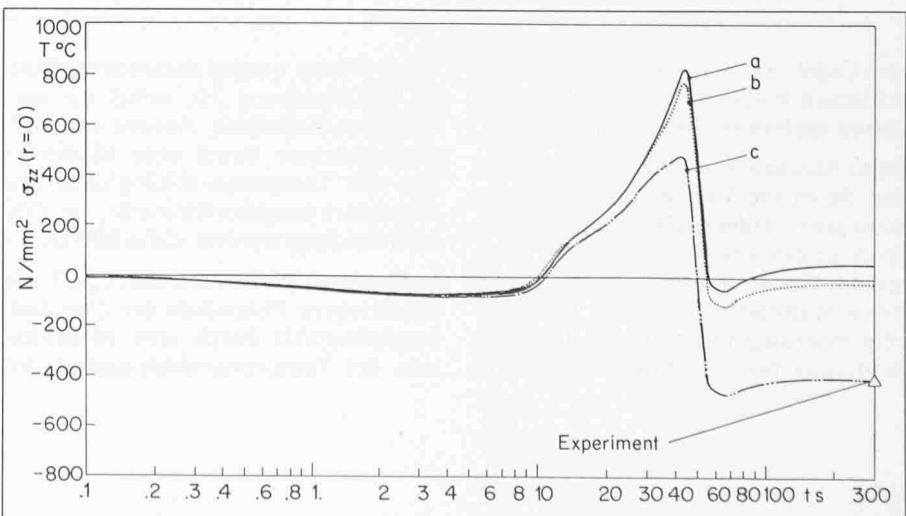
Bild 14. Temperaturabhängigkeit der Anfangsfliessgrenze - Modifikation zur Berücksichtigung der Umwandlungsplastizität

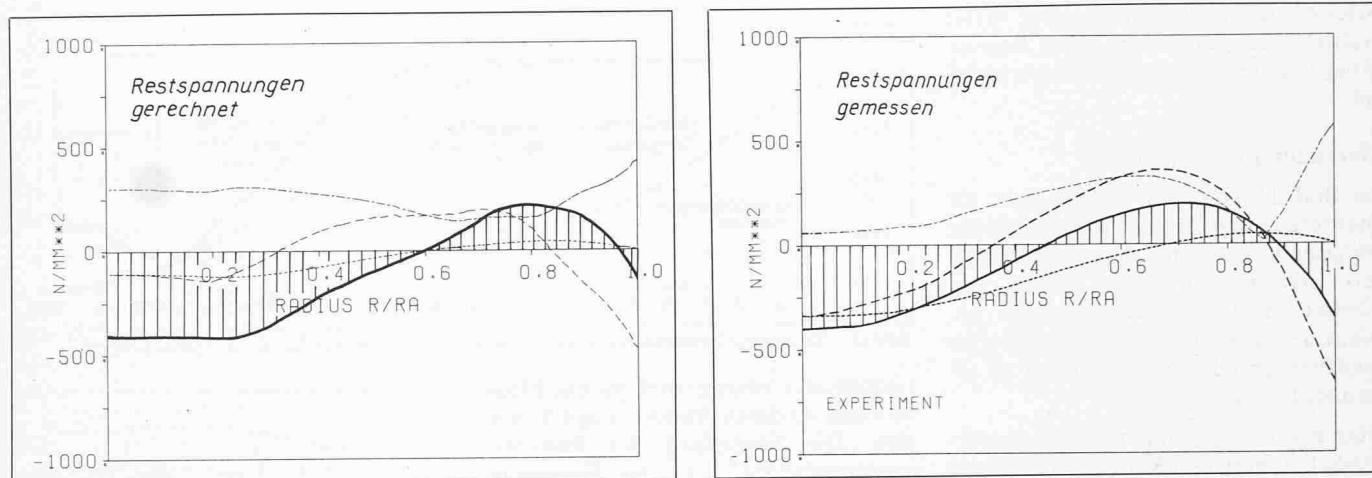
messene Temperaturverlauf im Kern des Zylinders eingetragen; gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Experiment kann festgestellt werden.

Aus dem im Bild 12 eingezeichneten Temperaturintervall, in dem der Phasenübergang von Austenit in Martensit

Bild 15. Entwicklung der axialen Normalspannung  $\sigma_{zz}(r = 0)$  im Zylinderkern während des Abschreckvorganges

- ohne Berücksichtigung der Umwandlungsplastizität und des Kriechens
- mit Kriechen
- mit Berücksichtigung der Umwandlungsplastizität



Bild 16. Restspannungszustand (berechnet und gemessen) —  $\sigma_{zz}$ ; - - -  $\sigma_{\phi\phi}$ ; ··· ···  $\sigma_{rr}$ ; - - -  $\sigma_v$  (v. Mises); —  $T$  ( $^{\circ}\text{C}$ )

## Literatur

- [1] Ilshner, B. (1973): «Hochtemperatur-Plastizität». Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York
- [2] Rammerstorfer, F.G. (1977): «Increase of the first natural frequency and buckling load of plates by optimal fields of initial stresses». Acta Mechanica 27, 217-238
- [3] Rammerstorfer, F.G., Fischer, D.F., Till, E.T., Mitter, W., und Gründler, O. (1983): The influence of creep and transformation plasticity in the analysis of stresses due to heat-treatment». Numerical Methods in Heat Transfer, 2nd Edition (R.W. Lewis, K. Morgan, B.A. Schrefler, Edts.), John Wiley & Sons, Chichester
- [4] Razelos, P. (1973): «Methods of obtaining approximate solutions». Handbook of Heat Transfer (W.M. Rohsenow, J.P. Hartnett, Edts.), McGraw Hill
- [5] Rammerstorfer, F.G., Fischer, D.F., Jaquemar, Ch., Kreulitsch, H., Scheinecker, A., Stulik, J. und Niedermayr, A. (1980): «Verfahren zur Berechnung der thermischen und thermo-visko-elasto-plastischen Vorgänge beim Stranggiessen von Stahl». Arch. Eisenhüttenwesen 51, 61-66
- [6] Bathe, K.J. (1978): «ADINA: a finite element program for automatic dynamic incremental nonlinear analysis». M.I.T. Rep. AVL 82448-1, May 1975 (revised 1978)
- [7] Rammerstorfer, F.G., Fischer, D.F., Mitter, W., Bathe, K.J. und Snyder, M.D. (1981): «On thermo-elastic-plastic analysis of heat-treatment processes including creep and phase changes», Computers & Structures 13, 771-779

- [8] Snyder, M.D. und Bathe, K.J.: «A solution procedure for thermo-elastic-plastic and creep problems». J. Nucl. Engng. Des.
- [9] Lehmann, T. (1982): «Some remarks on the decomposition of deformations and mechanical work». Int. J. Engng. Sc. 20, 281-288
- [10] Reckling, K.-A. (1967): «Plastizitätstheorie und ihre Anwendung auf Festigkeitsprobleme». Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York
- [11] Padmanabhan, K.A. und Davies, G.J. (1980): «Superplasticity». Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York
- [12] Rammerstorfer, F.G., Fischer, D.F., Steiner, H., Mitter, W. und Schatzmayr, G. (1980): «Zur Bestimmung der Eigenspannungen in Bauteilen bei Wärmebehandlung mit Phasenumwandlung». Eigenspannungen - Deutsche Gesellschaft für Metallkunde E.V.
- [13] Hinton, E., Owen, D.R.J. und Taylor, C. (1982, Ed.): «Recent advances in non-linear computational mechanics». Pineridge Press Ltd., Swansea
- [14] Mayrhofer, M., Ponschab, H. und Schütz, H. (1981): «Erfahrungen bei der Verarbeitung schweißbarer, hochlegierter martensitischer Cr-Ni-Stähle». Berg- und Hüttenmännische Monatshefte 126, 173-178
- [15] Rammerstorfer, F.G., Fischer, D.F., Jaquemar, Ch., Kreulitsch, H., Scheinecker, A., Stulik, J. und Niedermayr, A. (1980): «Die thermischen und thermo-visko-elasto-plastischen Vorgänge beim Stranggiessen von Stahl». Arch. Eisenhüttenwesen 51, 67-72

stattfindet, ist erkennbar, in welcher zeitlichen Folge die Umwandlung von aussen nach innen fortschreitet.

Beim Abschrecken treten zusätzlich zu den durch die Temperaturänderungen bedingten *Volumenänderungen* (bzw. Spannungen und Verzerrungen) auch mit der Phasenumwandlung von Austenit in Martensit verbundene Volumenvergrösserungen (bzw. durch deren Behinderung bedingte Spannungen) auf.

Beide Effekte werden zusammengefasst in  $\epsilon_{ij}^{TH}$ (Gleichung 3)), wobei die umwandlungsbedingten Anteile im Verzerrungstensor durch eine Modifikation der Temperaturabhängigkeit des Wärmedehnungskoeffizienten,  $\alpha(T)$ , berücksichtigt werden; siehe Bild 13.

In ähnlicher Weise wird das in [3, 7, 11] beschriebene Phänomen der *Umwandlungsplastizität* durch eine Modifikation der Temperaturabhängigkeit der

Anfangsfließgrenze,  ${}^0\sigma_F(T)$ , in Rechnung gestellt; siehe Bild 14. In [3] wird gezeigt, dass die während der Wärmebehandlung auftretende zyklische Plastizierung die Berücksichtigung des Bauschinger-Effektes erfordert.

Bild 15 zeigt die Entwicklung der axialen Normalspannung im Kern des Zylinders,  $\sigma_z(r=0)$ , während des Abschreckens. Der Vergleich mit den gemessenen Restspannungen zeigt, dass die Umwandlungsplastizität unbedingt berücksichtigt werden muss, während - wegen der kurzen Abschreckzeit - Kriecheffekte von eher untergeordneter Bedeutung sind, solange der Bauteil klein und die Wärmebehandlungszeit kurz ist. Der Vergleich zwischen berechneten und gemessenen Restspannungszustand ist in Bild 16 dargestellt und zeigt gute Übereinstimmung.

## Zusammenfassung

Es wird gezeigt, dass im Stahlerzeugungs- und -verarbeitungsbetrieb auftretende Probleme der Hochtemperaturplastizität mit modernen numerischen Verfahren grossteils behandelt werden können. Das Hauptgewicht der Problematik liegt in einer realistischen Formulierung des Materialgesetzes und in der - vielfach nur mit grossem experimentellem Aufwand möglichen - Bestimmung der Stoffwerte.

Adresse der Verfasser: Univ.-Doz. Dipl.-Ing. Dr. D.F. Fischer, Univ.-Doz. Dipl.-Ing. Dr. F.G. Rammerstorfer, Voest-Alpine AG, FAT, Postfach 2, A-4010 Linz.