

**Zeitschrift:** Schweizer Ingenieur und Architekt  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 101 (1983)  
**Heft:** 7: Prof. Dr. Bruno Thürlimann zum 60. Geburtstag II.

**Artikel:** Zur probabilistischen Erdbebenberechnung von Tragwerken  
**Autor:** Pfaffinger, Dieter D.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-75074>

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

#### Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

#### Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 30.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

Stahlspannung bei Risslast:

$$0,8 \cdot \varepsilon_s^{\text{II}} \cdot s_{Rm} = w_m$$

$$\sigma_s = E_s \cdot \frac{w_m}{0,8 \cdot s_{Rm}} = 260 \text{ N/mm}^2$$

Erforderlicher Bewehrungsgehalt:

$$A_s = \frac{N_R}{\sigma_s} = \frac{A_c \cdot f_{ct}}{\sigma_s}$$

$$\mu \% = 100 \cdot \frac{A_s}{A_c} = 100 \cdot \frac{f_{ct}}{\sigma_s} = 0,77 \%$$

## Schlussbemerkungen

In Stahlbetontragwerken können unter Umständen bereits relativ kleine Temperaturänderungen zur Bildung von Rissen führen. Ein sogenanntes abgeschlossenes Rissbild wird jedoch auch bei grossen Temperaturänderungen normalerweise nicht erreicht, d. h. die Zwängungs-

schnittrkräfte übersteigen die Risschnittkräfte im allgemeinen nur unwesentlich, und die Rissweiten sind – gleiche Bewehrung vorausgesetzt – bei kleinen und grossen Temperaturänderungen etwa gleich gross. Andererseits ist bei einem infolge Lasteinwirkung gebildeten abgeschlossenen Rissbild die Rissausweitung infolge Zwängung aus Temperatur normalerweise klein. Die zur Gewährleistung der Verträglichkeit erforderliche Krümmung verteilt sich auf alle Risse oder mit anderen Worten: Die Zwängungsschnittrkräfte sind wegen der wesentlich geringeren Steifigkeit im gerissenen Zustand relativ klein.

Die Rissweite lässt sich durch zwei Massnahmen günstig beeinflussen:

- Kleine Stahlspannungen unter den Risschnittkräften; dies erfordert aber einen entsprechend hohen Bewehrungsaufwand.
- Kleine Rissabstände, was etwa gleich-

bedeutend ist mit kleinen Stababständen, und demzufolge nur einen relativ kleinen Kostenmehraufwand verursacht.

*Spannbetonbrücken* sind somit in ihrer Gebrauchsfähigkeit im allgemeinen nicht durch Temperaturänderungen gefährdet, sofern die Bewehrung in den kritischen Bereichen relativ engmaschig angeordnet ist und unter den Risschnittkräften nicht zu hohe Spannungen aufweist.

Teilweise vorgespannte Träger mit ausreichender, gut verteilter Bewehrung sind somit im Blick auf das Rissverhalten besser als voll vorgespannte Träger ohne oder nur mit geringer schlaffer Bewehrung.

Adresse des Verfassers: Prof. Dr. C. Menn, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH-Hönggerberg, 8093 Zürich.

# Zur probabilistischen Erdbebenberechnung von Tragwerken

Von Dieter D. Pfaffinger, Zürich

Starke Erdbeben weisen bezüglich ihres Auftretens und bezüglich ihres Verlaufes Zufallscharakter auf. Es wird gezeigt, wie aus dem seismischen Standortrisiko zusammen mit einer probabilistischen Beschreibung der Anregung die Überschreitungswahrscheinlichkeit bestimmter zulässiger Werte der Tragwerksgrössen während der Lebensdauer des Bauwerks ermittelt werden kann. Ein auf der Methode der kleinsten Quadrate beruhendes Verfahren zur Gewinnung der probabilistischen Beschreibung aus den heute meistens verwendeten Bemessungsspektren wird angegeben. Die Ausführungen werden durch ein numerischen Beispiel illustriert.

## Einleitung

Die Behandlung des Lastfalls Erdbeben hat in den vergangenen Jahren stark an Bedeutung gewonnen. Einer der Gründe für diese Entwicklung liegt in dem Bestreben, Menschen und Bauwerke immer besser vor den Auswirkungen starker Beben zu schützen. Dementsprechend nahmen auch die einschlägigen Sicherheitsanforderungen an wichtige Bauten stetig zu. Auf der anderen Seite erlauben die heutigen Kenntnisse seismischer Vorgänge in Verbindung mit modernen Berechnungsmethoden langsam eine *realistischere Abschätzung der zu erwartenden Tragwerksbeanspruchung*.

Erdbeben entsprechen *dynamischen Belastungen mit Zufallscharakter*. Im Ge-

gensatz zu anderen probabilistischen dynamischen Lasten, wie beispielsweise durch Wind oder Wellen, weisen Erdbeben eine sehr viel kleinere Häufigkeit auf. Wegen des daher noch geringen statistischen Materials sind denn auch Prognosen über zu erwartende seismische Anregungen an einem bestimmten Standort nach wie vor mit erheblichen Unsicherheiten behaftet. Aber nicht nur das Eintreten eines Bebens, sondern auch der *Verlauf* des Bebens selbst besitzt Zufallscharakter. Es ist daher sinnvoll, Erdbeben als *stochastische Prozesse* aufzufassen. Eine probabilistische Tragwerksberechnung liefert dann die Wahrscheinlichkeit des Eintretens bestimmter Werte und insbesondere bestimmter Extremwerte der Tragwerksgrössen. Zusammen mit dem seismischen Risiko des Standortes lassen sich damit Aus-

sagen über die *Überschreitungswahrscheinlichkeit* vorgegebener zulässiger Werte der Tragwerksgrössen während der Lebensdauer des Tragwerks machen. Kennt man zudem den *Versagensmechanismus*, so kann die gesamte Tragwerksicherheit abgeschätzt werden. Derartige probabilistische Ergebnisse sind eine wertvolle Ergänzung der Resultate einer konventionellen deterministischen Berechnung.

Im folgenden wird die probabilistische Tragwerksberechnung für ein in wahrscheinlichkeitstheoretischer Form gegebenes seismisches Standortrisiko und für eine als stochastischer Prozess beschriebene Anregung näher behandelt. Dabei werden die Tragwerkseigenschaften als deterministisch und linear-elastisch angenommen. Die Dämpfung wird als proportionale viskose Dämpfung vorausgesetzt. Der stochastische Prozess der Anregung soll stationär und normalverteilt sein. Da man die Erdbebenanregung des Standorts heute meistens über Bemessungsspektren festlegt, wird der stochastische Prozess aus dem Bemessungsspektrum gewonnen. Dank der Annahmen von Linearität und proportionaler Dämpfung kann die probabilistische Berechnung in wenig aufwendiger Form durchgeführt werden. Insbesondere lässt sich die Sensitivität der Lösung bezüglich einzelner Parameter einfach untersuchen.

## Seismisches Standortrisiko

Aus den Daten historischer Beben zusammen mit theoretischen Modellen wurden in verschiedenen Ländern *Erdbeben-Risikokarten* entwickelt (z.B. [3]). Sie erlauben für einen gegebenen Standort die Bestimmung der *mittleren jährlichen Eintretenswahrscheinlichkeit*  $p_E$  von Beben, deren maximale Bodenbeschleunigung  $a$  einen bestimmten Wert  $a_0$  erreicht oder überschreitet:

$$(1) \quad p_E = p_E(a_0)$$

Für die Tragwerksberechnung sind nur die Beben von Interesse, die zu Schäden führen können. Dies ist etwa für horizontale Bodenbeschleunigung ab  $a_0 = 0,05g$  der Fall, wobei  $g$  die Erdbeschleunigung bezeichnet. Dieser Wert entspricht ungefähr der Beschleunigung bei Intensität (MSK) VI oder bei Magnitude 4 (Richter) im Epizentrum. Die Eintretenswahrscheinlichkeit  $p_T$  wenigstens eines derartigen Beben während der Dauer  $T$  (in Jahren) ergibt sich damit aus einer Binomialverteilung zu

$$(2) \quad p_T = 1 - (1-p_E)^t$$

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der maximalen Bodenbeschleunigungen  $a$  wird als eine *Gumbel-Extremwertverteilung* in der Form

$$(3) \quad p(\bar{a}) = \alpha \exp[-\alpha(\bar{a}-u) - e^{-\alpha(\bar{a}-u)}]$$

angenommen, wobei  $\alpha$  und  $u$  Parameter der Verteilung sind und

$$(4) \quad \bar{a} = \frac{a}{g}$$

die auf die Erdbeschleunigung  $g$  bezogene Bodenbeschleunigung bezeichnet.

Für eine dynamische Tragwerksberechnung reicht die maximale Bodenbeschleunigung allein nicht aus. In der Berechnungspraxis definiert man daher normalerweise mit Hilfe von  $a$  ein Bemessungsspektrum. Bemessungsspektren werden als geglättete Mittelwerte oder Extremwerte der Antwortspektren mehrerer Beben gewonnen. Bemessungsspektren berücksichtigen somit in beschränkter Form den Zufallscharakter der seismischen Anregung, erlauben aber keine vollständige probabilistische Berechnung. Wegen der weitverbreiteten Verwendung von Bemessungsspektren besitzen Verfahren zur Gewinnung der probabilistischen Beschreibung der Anregung aus einem Bemessungsspektrum besondere Bedeutung.

## Stochastische Prozesse

Ein stochastischer Prozess besteht aus  $n$  zeitabhängigen Funktionen  $x_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,

...  $n, n \rightarrow \infty$ , denen das gleiche physikalische Phänomen zu Grunde liegt. Für eine feste Zeit  $t$  erhält man eine *stochastische Variable* (Bild 1). Der Prozess wird als *stationär* bezeichnet, wenn alle statistischen Mittelwerte zeitunabhängig sind. Ein stationärer Prozess lässt sich stets auf den Mittelwert  $\mu = 0$  normieren. Sind die Werte  $x_i(t)$  bei festem  $t$  normalverteilt, so spricht man von einem *Gauss'schen Prozess*.

Stationäre Gauss'sche Prozesse mit Mittelwert Null sind durch ihr Leistungsspektrum

$$(5) \quad S_x(\Omega) = E \left[ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2 |X(\Omega)|^2}{T} \right]$$

bezüglich ihrer statistischen Eigenschaften vollständig charakterisiert. Dabei bezeichnen  $E[\cdot]$  den Erwartungswert,  $X(\Omega)$  die Fourier-Transformierten der Funktionen des Prozesses  $x(t)$  und  $T$  die Dauer. Die Varianz  $\sigma_x^2$  erhält man aus

$$(6) \quad \sigma_x^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty S_x(\Omega) d\Omega$$

Man sieht daraus, dass das Leistungsspektrum im wesentlichen den Beitrag der Frequenz  $\Omega$  an die Varianz des Prozesses liefert.

Aus einer Extremwertbetrachtung erhält man für die Wahrscheinlichkeit  $\varphi$ , dass die während einer Dauer  $T$  auftretenden Extrema des Prozesses betragsmäßig die Schranke  $x_m$  (Bild 1) überschreiten, den Ausdruck

$$(7) \quad \varphi = 1 - \exp \left( -2f_x T e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x_m}{\sigma_x} \right)^2} \right)$$

Dabei bedeutet

$$(8) \quad f_x = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\int_0^\infty \Omega^2 S_x(\Omega) d\Omega}{\int_0^\infty S_x(\Omega) d\Omega}}$$

die erwartete Frequenz in Hertz. Der erwartete Extremwert  $|x|_{max}$  lässt sich mit

$$(9) \quad |x|_{max} = \sigma_x \left( \sqrt{2 \ln 2f_x T} + \frac{\gamma}{\sqrt{2 \ln 2f_x T}} \right)$$

abschätzen, wobei  $\gamma = 0,577216$  die *Euler'sche Konstante* bezeichnet.

Die Überlegungen lassen sich dahingehend verfeinern, dass man  $x_m$  nicht als feste Schranke, sondern als eine durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung gegebene Grenze annimmt. Diese Situation tritt beispielsweise beim Vergleich stochastischer Tragwerksbeanspruchungen mit streuenden Tragwerkswiderständen auf. Da die folgenden Ausfüh-

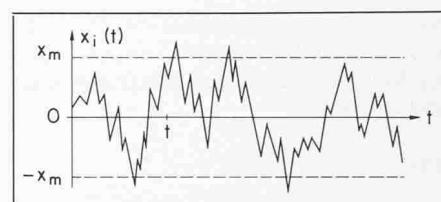


Bild 1. Funktion  $x_i(t)$  eines stochastischen Prozesses

rungen dabei grundsätzlich gültig bleiben, wird im weiteren nur die einfache Beziehung Gl. (7) verwendet.

## Tragwerksberechnung

Die Bewegungsgleichung eines beispielsweise mit finiten Elementen diskretisierten Tragwerks lautet

$$(10) \quad [M] \{ \ddot{q} \} + [C] \{ \dot{q} \} + [K] \{ q \} = \sum_{i=1}^m \{ p_i \} y_i(t)$$

mit der Massenmatrix  $[M]$ , der Dämpfungsmatrix  $[C]$ , der Steifigkeitsmatrix  $[K]$ , dem Vektor  $\{q\}$  der Verschiebungsfreiheitsgrade und den Lastvektoren  $\{p_i\} \cdot y_i(t)$ , wobei die Vektoren  $\{p_i\}$  zeitunabhängig sind. Dazu sind zwei Anfangsbedingungen zu erfüllen.

Für eine gleichmäßige Anregung aller Auflagerpunkte durch eine Bodenbeschleunigung  $\ddot{x}(t)$  reduziert sich die rechte Seite von Gl. (10) auf den einzigen Term

$$(11) \quad \{ p_1 \} y_1(t) = -[M] \{ a \} \ddot{x}(t)$$

mit dem Vektor  $\{a\}$  der Starrkörperverschiebung unter  $x = 1$ . Die Verschiebungen  $\{q\}$  bezeichnen dann Relativverschiebungen. Bei ungleichmäßiger Anregung entsprechen die  $y_i(t)$  den Verschiebungen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der angeregten Auflagerpunkte und die  $\{p_i\}$  den Kräften unter den jeweiligen Einheitsgrößen.

Bei linearen Tragwerken mit proportionaler Dämpfung kann Gl. (10) durch modale Superposition mit der Transformation

$$(12) \quad \{ q \} = \sum_{r=1}^n \{ \bar{q}_r \} \eta_r(t)$$

gelöst werden. Dabei bezeichnen  $\{ \bar{q}_r \}$  den r-ten Eigenvektor des ungedämpften Tragwerks,  $\eta_r(t)$  die entsprechende Normalkoordinate und  $n$  die Anzahl der mitgenommenen Eigenschwingungen. Transformation von Gl. (10) mit Hilfe von Gl. (12) liefert die Einmassenschwingergleichungen

$$(13) \quad m_r \ddot{\eta}_r + c_r \dot{\eta}_r + k_r \eta_r = \sum_{i=1}^m l_{ri} y_i \quad r = 1, \dots, n$$

für die Normalkoordinaten  $\eta_r$ . Die Koeffizienten  $m_r$ ,  $c_r$  und  $k_r$  entstehen durch

Vor- und Nachmultiplikation der entsprechenden Systemmatrizen mit  $\{\bar{q}_r\}$ . Die Koeffizienten  $\ell_{ri}$  der Belastungsseite erhält man aus

$$(14) \quad \ell_{ri} = \{\bar{q}_r\}^T \{p_i\}$$

Die Funktionen  $y_i(t)$  werden nun als stationäre Gauss'sche Prozesse aufgefasst. Sind  $y_i$  und  $y_j$  korreliert, so erhält man die Kovarianz aus dem Kreuzleistungsspektrum

$$(15) \quad S_{ij}^v(\Omega) = E \left[ \left( \lim_{T \rightarrow \infty} \right) \frac{2Y_i(\Omega) \bar{Y}_j(\Omega)}{T} \right]$$

durch Integration analog zu Gl. (6). Dabei bezeichnen  $Y_i(\Omega)$  und  $\bar{Y}_j(\Omega)$  die Fourier-Transformierten von  $y_i(t)$  und  $y_j(t)$ . Für  $i = j$  erhält man das Leistungsspektrum. Aus Gl. (13) und (15) folgt, dass die Kreuzleistungsspektren  $S_{rs}^l(\Omega)$  der modalen Belastungen zweier Gleichungen  $r$  und  $s$  durch

$$(16) \quad S_{rs}^l(\Omega) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \ell_{ri} \ell_{sj} S_{ij}^v(\Omega)$$

gegeben sind. Eine Fourier-Transformation von Gl. (12) und Gl. (13) liefert schliesslich zusammen mit Gl. (16) für die Kreuzleistungsspektren  $S_{ij}^q(\Omega)$  der Verschiebungen  $q_i(t)$  und  $q_j(t)$  den Ausdruck

$$(17) \quad S_{ij}^q(\Omega) = \sum_{r=1}^n \sum_{s=1}^n \bar{q}_{ir} q_{js} H_r(\Omega) \bar{H}_s(\Omega) S_{rs}^l(\Omega)$$

mit

$$(18) \quad H_r(\Omega) = \frac{1}{k_r - m_r \Omega^2 + i c_r \Omega}$$

wobei  $i$  in Gl. (18) die imaginäre Einheit bezeichnet. Damit sind ebenfalls die Leistungsspektren der Verschiebungen  $q_i(t)$  sowie auch die Leistungs- und Kreuzleistungsspektren der zu den Verschiebungen proportionalen Tragwerksgrossen wie Spannungen und Schnittkräfte bekannt. Man beachte, dass diese Beziehungen zwischen den Kreuzleistungsspektren der Anregung und der Tragwerksantwort für den stationären, d.h. eingeschwungenen Zustand des Tragwerks gelten.

Bei seismischer Anregung hängen die Leistungs- und Kreuzleistungsspektren  $S_{ij}^v$  von der maximalen Bodenbeschleunigung  $a$  ab. Man sieht aus Gl. (9) und

Gl. (6), dass  $a$  als Faktor  $a^2$  in die Gleichungen eingeht. Bezieht man alle Anregungen auf eine Bodenbeschleunigung  $a_0 = 1$ , so lässt sich wegen der Linearität der Gleichungen (16) und (17) die Varianz einer bestimmten Tragwerksgrossse  $s$  nach Gl. (6) als

$$(19) \quad \sigma_s^2 = a^2 \sigma_0^2$$

darstellen, während die erwartete Frequenz  $f$  gemäss Gl. (8) von  $a$  unabhängig ist. Die Überschreitungswahrscheinlichkeit  $\varphi$  eines zulässigen Wertes  $s_{zul}$  der Tragwerksgrossse  $s$  wird damit nach Gl. (7) zu

$$(20) \quad \varphi(a) = 1 - \exp \left[ -2f_s T e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{s_{zul}}{a \sigma_0} \right)^2} \right]$$

Der Wert  $\varphi(a)$  ist die bedingte Überschreitungswahrscheinlichkeit von  $s_{zul}$  unter der Bedingung einer seismischen Anregung mit der Bodenbeschleunigung  $a$ . Zusammen mit der Verteilung  $p(a)$  der Bodenbeschleunigung gemäss Gl. (3) und mit der Eintretenswahrscheinlichkeit  $p_T$  nach Gl. (2) eines Bebens mit Schadenspotential erhält man für die gesamte Überschreitungswahrscheinlichkeit  $\Phi$  von  $s_{zul}$  während der Lebensdauer des Tragwerks den Wert

$$(21) \quad \Phi = P_T \int_a p(a) q(a) da$$

wobei die Integration bis zu einer vom Standort abhängigen oberen Grenze der Bodenbeschleunigung durchgeführt wird.

## Bestimmung von Leistungsspektren aus Bemessungsspektren

Mit den Ergebnissen der Risikoanalyse des Standortes wird üblicherweise das Bemessungsspektrum  $S_d(\omega_0, \zeta)$  festgelegt. Um aus dem Bemessungsspektrum ein Leistungsspektrum zur probabilistischen Beschreibung der Belastung zu gewinnen, wird im folgenden angenommen, dass  $S_d(\omega_0, \zeta)$  als Erwartungswert der maximalen Relativverschiebung eines Einmassenschwingers der Kreisfrequenz  $\omega_0$  und der Dämpfungsrate  $\zeta$  unter der seismischen Anregung definiert ist und eine glatte Funktion von  $\omega_0$  und  $\zeta$  darstellt. Statt mit  $S_d(\omega_0, \zeta)$  wird in der Praxis häufig mit dem sogenannten *Pseudo-Geschwindigkeitsspektrum*

$$(22) \quad S_V(\omega_0, \zeta) = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2} S_d(\omega_0, \zeta)$$

gearbeitet.

Die Bewegungsgleichung eines Einmassenschwingers unter der Bodenbeschleunigung  $\ddot{x}(t)$  lautet

$$(23) \quad m\ddot{q} + c\dot{q} + kq = -m\ddot{x}$$

Fasst man  $\ddot{x}(t)$  als stochastischen Prozess mit dem Leistungsspektrum  $S_x(\Omega)$  auf, so erhält man aus Gl. (17) für das Leistungsspektrum  $S_q(\Omega)$  des Prozesses  $q(t)$

$$(24) \quad S_q(\Omega) = \frac{S_x(\Omega)}{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\zeta^2 \omega_0^2 \Omega^2}$$

mit der Eigenkreisfrequenz  $\omega_0$  und der Dämpfungsrate  $\zeta$  des Schwingers. Der erwartete Extremwert von  $q(t)$  ergibt sich dann mit Hilfe von Gl. (9). Gleichsetzen mit dem Bemessungsspektrum liefert zusammen mit Gl. (22) die Beziehung

$$(25) \quad \sigma_q = \sqrt{2 \ln 2 f_q T_q} + \frac{\gamma}{\sqrt{2 \ln 2 f_q T_q}} = \frac{S_V(\omega_0, \zeta)}{\omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}}$$

Die Varianz  $\sigma_q^2$  und die erwartete Frequenz  $f_q$  von  $q(t)$  können mit Hilfe von Gl. (6), Gl. (8) und Gl. (24) durch  $S_x(\Omega)$  ausgedrückt werden.  $T_q$  ist die Dauer des stationären Output Prozesses. Gl. (25) ist eine nichtlineare Integralgleichung zur Bestimmung von  $S_x(\Omega)$ , die im allgemeinen nicht geschlossen gelöst werden kann. Hingegen gelingt eine Näherungslösung durch polynomiale Approximation von  $S_x(\Omega)$  und Anpassung der Koeffizienten nach der Methode der kleinsten Quadrate.

Man ersetzt dazu  $S_x(\Omega)$  wie in Bild 2 gezeigt im Intervall  $0 \leq \Omega \leq \Omega_{max}$  durch Stützwerte  $S_i$  und gegebenenfalls Werte von Ableitungen. Durch stückweise polynomiale Approximation erhält man  $S_x(\Omega)$  in der Form

$$(26) \quad S_x(\Omega) = \sum_{i=1}^n p_i P_i(\Omega)$$

mit den  $n$  Parametern  $p_i$  der Diskretisierung und den Interpolationspolynomen  $P_i(\Omega)$ . Substitution von Gl. (26) in Gl. (24) liefert

$$(27)$$

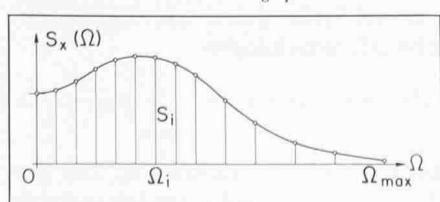
$$S_q(\Omega) = \sum_{i=1}^n p_i \frac{P_i(\Omega)}{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\zeta^2 \omega_0^2 \Omega^2}$$

Dank der polynomialen Form von Gl. (27) können nun die Integrationen zur Bestimmung von  $\sigma_q^2$  und  $f_q$  mit Partialbruchzerlegung analytisch durchgeführt werden. Man erhält

$$(28)$$

$$\sigma_q^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty S_q(\Omega) d\Omega = \frac{1}{2\pi} \sum_i p_i I_i(\omega_0, \zeta)$$

Bild 2. Diskretisiertes Leistungsspektrum



$$(29) \quad f_q = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\int_0^\infty \Omega^2 S_q(\Omega) d\Omega}{\int_0^\infty S_q(\Omega) d\Omega} \right]^{1/2}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{i}{\sum p_i J_i(\omega_0, \zeta)} \right]^{1/2}$$

mit analytischen Integralausdrücken  $I_i$  und  $J_i$ . Damit wird die linke Seite von Gl. (25) eine nichtlineare Funktion der Parameter  $p_i$  und der Dauer  $T_q$ . Aus diesem Grunde muss eine *Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate* iterativ durchgeführt werden.

Man macht dazu eine lineare Entwicklung der linken Seite von Gl. (25) um feste Werte der  $p_i$  und von  $T_q$ . Für jeden Satz von Werten  $\omega_0, \zeta$ , für die das Bezugsspektrum bekannt ist, kann Gl. (25) angeschrieben werden. Die Anzahl der dadurch entstandenen linearen Gleichungen für die Korrekturen soll grösser als die Anzahl der Parameter sein. Eine Ausgleichsrechnung liefert dann die Werte der Korrekturen und damit neue Ausgangswerte der Parameter. Die Iterationen werden solange wiederholt, bis die Korrekturen genügend klein geworden sind.

## Beispiel

Bild 3 zeigt das FE-Modell einer ebenen Rahmenbrücke. Der Elastizitätsmodul  $E$  und die Querdehnungszahl  $\nu$  sind

$$(30) \quad E = 3,2 \cdot 10^{10} \text{ Nm}^{-2}; \nu = 1/6$$

Die numerischen Werte der Massendichte  $\rho$ , der Fläche  $F$  und des Trägheitsmomentes  $I_y$  betragen für die beiden Stützen

$$(31) \quad \rho = 2,5 \cdot 10^3 \text{ kgm}^{-3}; F = 4,0 \text{ m}^2; I_y = 1,833 \text{ m}^4$$

und für den Fahrbahnträger

$$\rho = 3,0 \cdot 10^3 \text{ kgm}^{-3}; F = 4,421 \text{ m}^2; I_y = 3,271 \text{ m}^4$$

Die Dämpfungsrate wird mit  $\zeta = 0,02$  angenommen.

Die Brücke wird an den Auflagerknoten 1, 6 und 21 durch eine horizontale Auflagerbeschleunigung  $\ddot{x}(t)$  mit dem Leistungsspektrum  $S_x(\Omega)$  angeregt. Dabei werden die Auflagerknoten als starr verbunden angenommen. Eine Ausgleichsrechnung für das Pseudogeschwindigkeitsspektrum nach Housner für  $\zeta = 0,02$

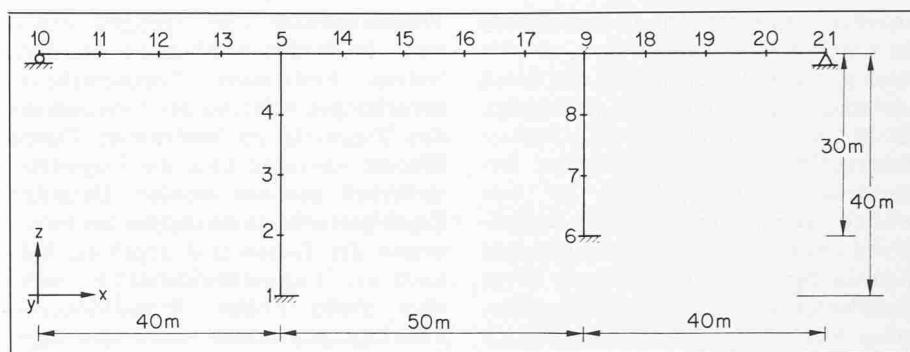


Bild 3. Ebene Rahmenbrücke

(Bild 4) liefert das in Bild 5 dargestellte Leistungsspektrum  $S_x(\Omega)$  sowie eine Dauer von  $T_q = 5s$  für den stationären Output-Prozess.  $S_x(\Omega)$  wurde dann auf einen erwarteten Extremwert der Bodenbeschleunigung von Eins skaliert.

Für die probabilistische Berechnung wurden die Eigenfrequenzen der Brücke zwischen 0 und 20 Hertz berücksichtigt. Dies führte auf 13 mitgenommene Frequenzen. Bild 6 zeigt die auf die Bodenbeschleunigung  $a$  bezogene Streuung  $\sigma_{My}/a$  des Biegemomentes  $M_y$ . Dabei wurde jeweils der grösste Wert in den Knotenpunkten genommen und dazwischen linear interpoliert. Für das Einspannmoment am Knoten 1 erhält man  $\sigma_{My} = 1,78 \cdot 10^6 \text{ Nm}$  und eine erwartete Frequenz von  $f = 4,96 \text{ s}^{-1}$ . Für die Gumbel-Verteilung Gl. (3) wurde  $\alpha = 10,8$  und  $u = 0,015$  gewählt. Mit einer jährlichen Eintretenswahrscheinlichkeit von  $p_E = 10^{-2}$  liefert Gl. (21) für ein zulässiges Einspannmoment von  $M_{y,zul}$  von  $1 \cdot 10^7 \text{ Nm}$  und für eine Lebensdauer von 50 Jahren eine Überschreitenswahrscheinlichkeit von  $\Phi = 1,8 \cdot 10^{-2}$ . Dabei wurde als obere Grenze der Bodenbeschleunigung  $a = 4 \text{ ms}^{-2}$  angenommen. Erhöht man  $M_{y,zul}$  um 25%, so verringert sich die Überschreitungswahrscheinlichkeit auf  $\Phi = 6,6 \cdot 10^{-3}$ .

## Schlussbemerkungen

Bei der probabilistischen Erdbebenberechnung wurde vorausgesetzt, dass die seismische Anregung wie auch die Tragwerksgrössen durch stationäre Gauss'sche Prozesse dargestellt werden können und dass lineares Tragwerksverhalten mit proportionaler Dämpfung sowie deterministische Tragwerkseigenschaften vorliegen. Alle diese Voraussetzungen können grundsätzlich fallengelassen werden. Der Preis dafür besteht aber in teilweise erheblich komplexeren Formulierungen und wesentlich grösserem Rechenaufwand. Auf der anderen Seite erlaubt die probabilistische Berechnung in der hier dargestellten Form eine einfache Untersuchung des Einflusses der verschiedenen mit Unsicherheiten ver-

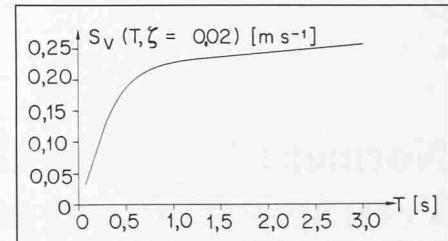


Bild 4. Pseudo-Geschwindigkeitsspektrum nach Housner

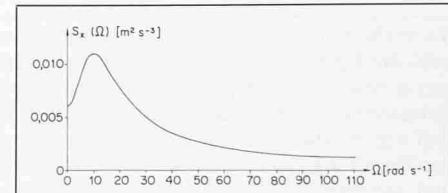


Bild 5. Leistungsspektrum

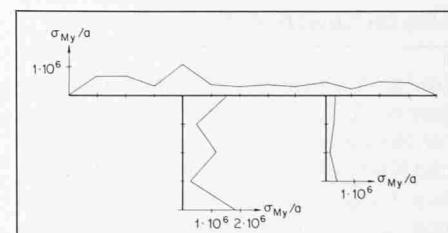


Bild 6. Bezugene Streuung  $\sigma_{My}/a$  des Biegemomentes

## Literatur

- [1] Lomnitz, C., Rosenblueth, E. (Editors) (1976): "Seismic Risk and Engineering Decisions". Elsevier Scientific Publishing Company, New York
- [2] Pfaffinger, D.: "Calculation of Power Spectra from Response Spectra". To appear in: Journal of the Engineering Mechanics Division, American Society of Civil Engineers, New York
- [3] Sägesser, R., Meyer-Rosa, D. (1978): „Erdbebengefährdung in der Schweiz“. Schweizerische Bauzeitung, Heft 7
- [4] Schueller, G. I. (1981): „Einführung in die Sicherheit und Zuverlässigkeit von Tragwerken“. Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin

sehenen Parameter. Aus diesem Grunde ist von Fall zu Fall abzuwegen, ob eine noch genauere Untersuchung den damit verbundenen Mehraufwand rechtfertigt. Es ist möglich, analog zu den Bemessungsspektren standortabhängige Bemessungs-Leistungsspektren zu entwickeln. Damit würde sich die Bestimmung des Leistungsspektrums aus dem Bemessungsspektrum erübrigen. Dem Zufallscharakter der seismischen Anregung wäre dadurch von vorneherein Rechnung getragen.

Probabilistische Überlegungen erlauben, die Wahrscheinlichkeit des Eintretens bestimmter Tragwerksbeanspruchungen während der Lebensdauer des Tragwerks zu bestimmen. Damit können Aussagen über die Tragwerksicherheit gemacht werden. Derartige Ergebnisse erfassen die statistischen Streuungen der Lasten und gegebenenfalls auch der Tragwerkswiderstände, nicht aber grobe Fehler. Probabilistische Überlegungen stehen heute dem Ingenieur noch relativ fern. Es ist aber zu

erwarten, dass mit zunehmender Verfügbarkeit entsprechender Software in den kommenden Jahren probabilistische Untersuchungen in Ergänzung der übrigen Ergebnisse vermehrt zur Beurteilung eines Tragwerks herangezogen werden.

Adresse des Verfassers: PD. Dr. D. D. Pfaffinger, P + W Dr. Pfaffinger + Dr. Walder AG, Karl-Stauffer-Strasse 9, 8029 Zürich.

## Normen: Regeln der Baukunde, Mittel der Vertragsgestaltung und des Abbaues von Handelshemmnissen

Von Max Portmann, Bern

**Versucht man, den Ursprung der Normung zu erkunden, stösst man auf das weit in die Geschichte der Menschheit zurückreichende Bestreben, Ordnung in das Chaos zu bringen. Daraus entstanden vorab Normen des Zusammenlebens, ethische, religiöse, Rechtsnormen. Im industriellen Zeitalter kam schliesslich der Wunsch auf, immer wiederkehrende technische und organisatorische Vorgänge ein für allemal zu regeln, und zwar mit den zum Zeitpunkt der Erstellung einer Norm bekannten Mitteln der Wissenschaften und Technik. Um Geltung und Anerkennung für ein solches Unterfangen zu erreichen, müssen alle daran Interessierten mitwirken können. Normung ist somit stets zeitlich begrenzte technische und wirtschaftliche Optimierung.**

### Die technischen Normen

Im Ingress zum Reglement für das Normenwerk des SIA (R 35) heisst es: «Unter Normung versteht man die begriffliche Klarstellung und Vereinheitlichung von Gegenständen, Randbedingungen und Zielsetzungen sowie Rationalisierung und Qualitätssicherung. Sie hat sich im Rahmen der Gesetze zu halten und bildet ergänzendes Recht. Sie wird durch die interessierten Kreise gemeinsam durchgeführt und darf nicht zu wirtschaftlichen Vorteilen einzelner führen.» Diese Umschreibung bezieht sich auf die technischen Normen, die den aktuellen Stand technischen Wissens auf den verschiedenen Gebieten des Bauwesens in konkrete Regeln und Anordnungen zusammenfassen und von der Fachwelt als *Regeln der Baukunde* anerkannt sind. Kurz zusammengefasst sagen diese Normen, was wie zu machen ist, nicht jedoch wer was zu machen hat.

#### Norminhalt

Die Normen legen *Begriffe, Symbole, Darstellungen, Definitionen* fest und

dienen damit der *Verständigung* der am Bau Beteiligten.

Der *Sicherheit* dienen sie durch Festlegung der den Berechnungen zugrunde zu legenden Belastungen und Beanspruchungen und der erforderlichen Tragfähigkeitsreserven von Tragwerken, durch Festlegung der Anforderungen an die Baustoffe, durch Aufstellung wichtiger konstruktiver Regeln und die Anweisung zur Durchführung des Tragfähigkeitsnachweises für ganze Tragwerke und für Bauteile.

Zur *Erreichung und Erhaltung der Qualität* legen die Normen Mindestanforderungen an Baustoffe, Bauteile und Bauwerke sowie die entsprechenden Prüf- und Messverfahren sowie Regeln zur Sicherstellung der Gebrauchsfähigkeit fest. Zur Qualitätserhaltung gehören auch Vorschriften für Abnahme, Unterhalt und Überwachung der Bauten.

#### Struktur des Normenwerks

Es gibt zwei Arten von Normen: *Generelle Normen*, die Aussagen enthalten, die das ganze Gebiet des Bauens beeinflussen. Dazu gehören z. B. Anforderungen an Baumaterialien mit Prüf-

methoden und Prüfnormen, Belastungsannahmen, Anwendung der SI-Einheiten im Bauwesen, Grundsätze der Maßtoleranzen, Energie im Hochbau, Wärme- und Schallschutz, Brandschutz, Heizlastregeln, kubische Berechnung von Hochbauten u. a. m.

*Spezielle Normen*, welche die Grundlagen für die Ausführung der einzelnen Arbeitsgattungen, Bauteile und Bauwerke enthalten. Dazu gehören z. B. Bauten aus Stahl, Beton, Stahlbeton, Spannbeton, Holz und Mauerwerk; Kanalisationen, Untertagebauten, Pfahlgrundungen, Baugruben, das weite Gebiet des Innenausbau im Hochbau sowie die Anlagen der Haustechnik.

#### Grundlegende Anforderungen

Normen sollen nur geschaffen werden, wenn für sie ein ersichtlicher *Bedarf* vorhanden oder zu erwarten ist. Inhalt und Text sind so knapp wie möglich zu fassen, und es sind klare Werte und Anforderungen festzulegen. Erläuterungen und Ergänzungen sind auf einen Anhang zu verweisen. Normen sollen Regeln für den Normalfall enthalten, können daher keine allgemein gültigen Rezeptbücher und dürfen keinesfalls Lehrbücher sein. Sie sollen jedoch so weit vollständig sein, dass Bauaufgaben auf der Grundlage eines soliden Fachwissens mit ihnen bewältigt werden können. Daraus folgt, dass Inhalt, Form und Umfang einer Norm ein Optimierungsproblem bilden, das in jedem einzelnen Fall gelöst werden muss. Bei der Bearbeitung der Normen sind auch die Forderung nach *Wirtschaftlichkeit* und die Belange des *Umweltschutzes* zu beachten. Schliesslich ist die *Harmonisierung der nationalen Norm mit der internationalen Normung* anzustreben.

Für die *Gruppierung des Inhalts* hat sich, insbesondere für die speziellen Normen, das folgende *Schema* als zweckmäßig erwiesen: