

**Zeitschrift:** Schweizer Ingenieur und Architekt  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 100 (1982)  
**Heft:** 20

**Artikel:** Betrachtung und Versuch der Nachbildung von Strömungsvorgängen beim elektromagnetischen Rühren von Brammen  
**Autor:** Müller, Andreas / Gyr, Albert / Lipton, Jan  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-74808>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 14.01.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Betrachtung und Versuch der Nachbildung von Strömungsvorgängen beim elektromagnetischen Rühren von Brammen

Von Andreas Müller, Albert Gyr und Jan Lipton, Zürich

In der vorliegenden Untersuchung werden die Möglichkeiten und Grenzen der Modellübertragbarkeit sowie der mathematischen Beschreibung der Kräfte beim elektromagnetischen Rühren von flüssigem Stahl in Brammen erörtert. Es ist gelungen, den Strömungsverlauf im flüssigen Teil der Bramme in einem Wassermodell nachzubilden. Dies ermöglichte, die Strömungsgeometrie und die Durchmischungsverhältnisse zu untersuchen und mit den metallurgischen Ergebnissen zu vergleichen. Der Rührantrieb erzeugt stabile, kreisförmige Strömungszellen, die nur begrenzten Längsaustausch der Schmelze zulassen. Entsprechend zeigen Querschliffe von derart gerührten Brammen eine nur ungenügende Beeinflussung der Erstarrungsstruktur und eine unerwünschte Ausbildung von weissen Linien im Bereich der Hauptströmung der Zellen. Das optimierte Rührverfahren, das die gewünschte Beeinflussung der Erstarrungsstruktur ermöglicht, basiert auf der asymmetrischen Speisung der Spulen des Linearrührers. Die daraus resultierende Krafteinkopplung kann allerdings nicht im Wassermodell nachgebildet werden. Deswegen wurde unter Berücksichtigung der Erkenntnisse aus der Modellstudie eine theoretische Untersuchung der Kräfte beim asymmetrischen Antrieb durchgeführt. Hierbei hat sich als wesentliches Ergebnis herausgestellt, dass die asymmetrische Einstellung des Rührers die Transportfähigkeit der Strömung in der Längsrichtung verstärkt und eine Instabilität der Rührströmung bewirkt. Die grossräumige Durchmischung der Schmelze ist ausschlaggebend für die Ausbildung der ungerichteten Erstarrung, während die Instabilität der Strömung die Ausbildung der weissen Linien unterdrückt.

## Stranggiessprozess

Beim Stranggiessen wird der flüssige Stahl in einem kontinuierlichen Arbeitsgang zu einem meist rechteckigen Strang geformt. Gegenüber dem klassischen Blockguss bringt dieses Verfahren erhebliche Vorteile im Blick auf

Ausbringen, Qualität und Energieausnutzung. Bild 1 zeigt einen schematischen Längsschnitt durch eine moderne Stranggiessanlage. Der flüssige Stahl (1) gelangt aus einer Pfanne (2) über einen Zwischenbehälter (3) in eine wassergekühlte, unten offene, oszillierende Kupferkokille (4). Ausgehend vom Badspiegel entsteht im Kontakt mit den

Bild 1. Längsschnitt einer Brammenstranggiessanlage. 1 flüssiger Stahl, 2 Pfanne, 3 Zwischenbehälter, 4 nach unten offene, oszillierende Kupferkokille, 5 Strangschale, 6 flüssiger Kern, 7 Spritzwasser, 8 Rollenpaare, 9 erstarrter Strang

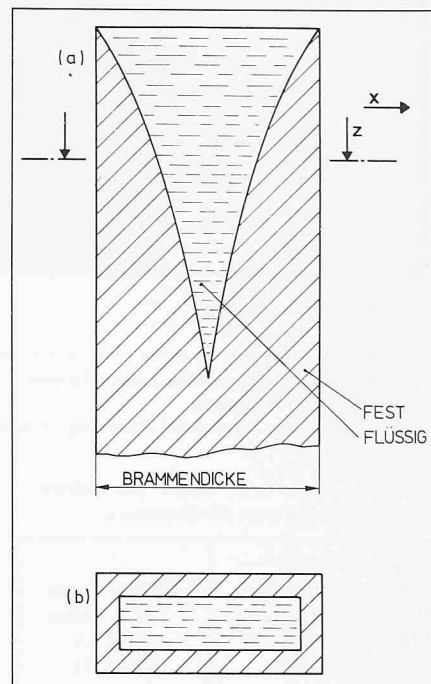
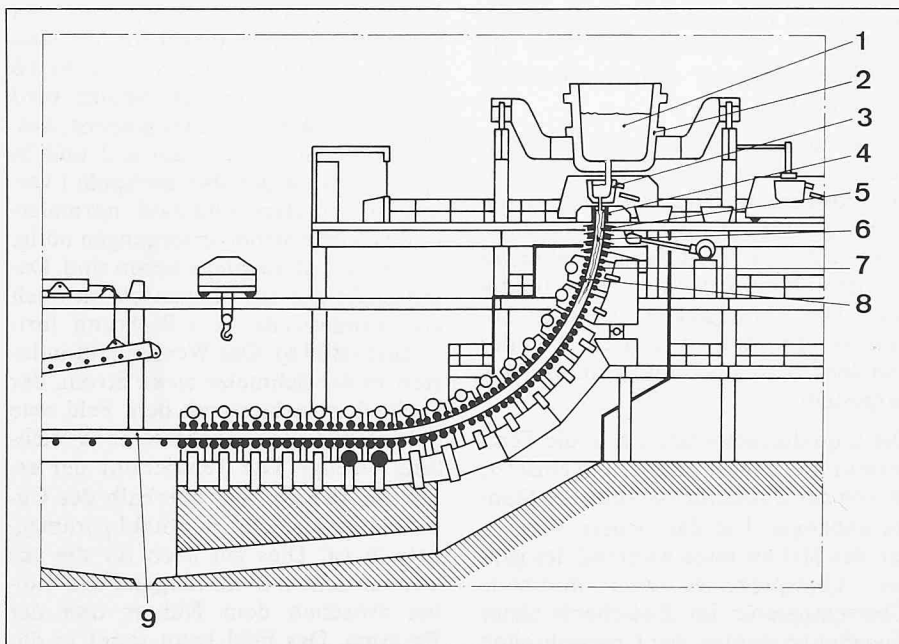


Bild 2. Schematische Darstellung einer erstarrenden Bramme. (a) Längsschnitt, (b) Querschnitt

Kokillenwänden die Strangschale (5), die den flüssigen Kern (6) umschliesst. Beim Austritt aus der Kokille weist die Schale eine Stabilität auf, die – je nach Abmessung und Form – ausreicht oder zusätzlich gestützt werden muss, um den noch flüssigen Kern zu tragen. Die anschliessende Kühlung der Strangoberfläche und dadurch die weitere Erstarrung nach Verlassen der Kokille wird über Menge und Verteilung von Spritzwasser (7) gesteuert. Bei einer Brammenanlage stützen und führen Rollenpaare (8) den teilerstarrten Strang. Der durcherstarnte Strang (9) wird geschnitten und zur Kontrolle und Weiterverarbeitung transportiert.

Die Abmessungen der Stränge liegen heute zwischen Quadraten von 80 bis 300 mm Kantenlänge und rechteckigen Formaten bis zu 305×2640 mm. Entsprechend schwanken die stündlichen Durchsätze für einen Strang zwischen 10 und 300 Tonnen Stahl.

## Beschreibung der Erstarrungsvorgänge

Bild 2 zeigt schematisch den Längs- und Querschnitt einer erstarrenden Bramme. Die jeweilige Lage der Erstarrungsfront lässt sich durch folgende Beziehung annähernd angeben:

$$(1) \quad y_e = k_e \sqrt{t_e}$$

dabei bedeuten  $y_e$  [mm] die Dicke der

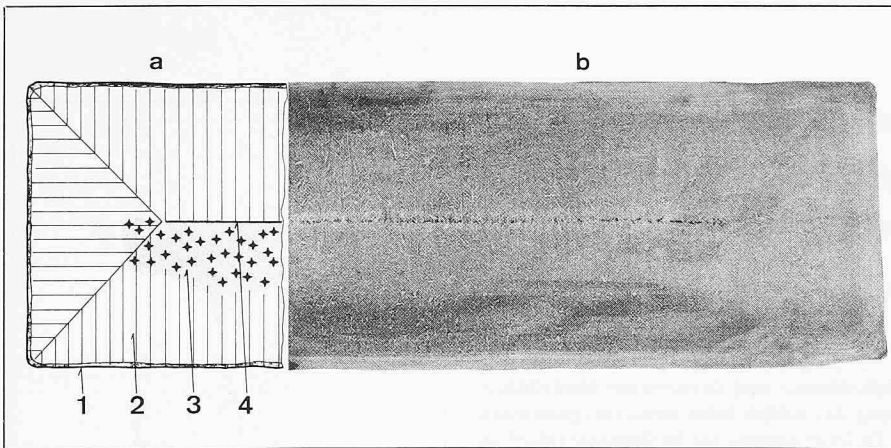


Bild 3. Querschnitt einer durcherstarten Bramme  
(a) schematisch, (b) Tiefätzung

(1) Abschreckschicht, (2) gerichtete Erstarrung, (3) ungerichtete Erstarrung, (4) Zentralseigerung

Tabelle I. Elektrische Daten des elektromagnetischen Rührers für Brammen

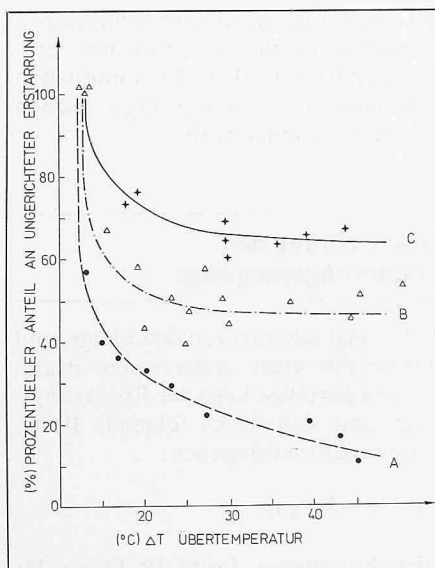
Anzahl Phasen	2
Maximaler Strom	1000 A/Phase
Maximale Spannung	250 V/Phase
Maximale Leistung	500 kVA
Frequenzbereich	0,3–3 Hz

gebildeten Schale,  $t_e$  [min] die Erstarrungszeit und  $k_e$  [mm min<sup>-1/2</sup>] eine Erstarrungskennzahl. Sind  $v_a$  die Abzugs- oder Giessgeschwindigkeit und  $z$  der Abstand vom Badspiegel, lässt sich Gleichung (1) wie folgt ausdrücken:

$$(2) \quad y_e = k_e \sqrt{\frac{z}{v_a}}$$

Je nach Kühlintensität liegt die Erstarrungskennzahl  $k_e$  zwischen 21 und 30 [mm min<sup>-1/2</sup>]. Die Beziehung (1) erlaubt es, die Länge des flüssigen Sumpfes  $z_0$  als Funktion der Abzugsgeschwindigkeit abzuschätzen. Da die

Bild 4. Abhängigkeit der ungerichteten Erstarrung von der Übertemperatur und Rührbedingungen. (A) ohne Rühranwendung, (B) unter Einfluss von nicht optimierten Rührverfahren, (C) unter Einfluss von optimierten Rührverfahren



Schalendicke im Moment der Enderstarrung der halben Brammendicke  $D/2$  entspricht, erhält man durch Umformung:

$$(3) \quad z_0 = v_a \left( \frac{D}{2 k_e} \right)^2$$

Genauer lässt sich der Erstarrungsverlauf bei Ansatz der instationären Wärmeleitungsgleichung mit bewegter Phasengrenze beschreiben; die Lösung ist mit Hilfe numerischer Verfahren möglich. Rechenansätze und Randbedingungen lassen sich für den ersten Teil der Erstarrung über Zugabe von Isotopen überprüfen [Lait et. al., 1973], während der weitere Erstarrungsverlauf z. B. über den Abstand der Sekundärarme der Dendriten ermittelt werden kann.

Zur Beurteilung des Erstarrungsverlaufes werden entsprechend geätzte Quer- oder Längsschnitte von Brammen herangezogen (Bild 3). Die äusserste, nicht gerichtete Zone entspricht der Abschreckschicht. Darunter liegt eine dendritisch, kolumnare Zone, deren Ausbildung vornehmlich von der Überhöhung der Giesstemperatur über die Liquidustemperatur (Übertemperatur) bestimmt wird.

Die erstarrende Schale wird zunächst von den beiden erstgenannten Zonen, der Abschreck- und der gerichteten Zone, gebildet (exogen). Die nicht gerichtete Zone erstarrt dann zunehmend aus dem Innern der Schmelze (endogen). Die Abhängigkeit des nicht kolumnar (endogen) erstarrten Anteiles von der Übertemperatur ist im Bild 4 A dargestellt.

Die Liquidustemperatur, d. h. die Temperatur, bei der die Erstarrung einsetzt, ist von der Zusammensetzung des Stahles abhängig. Für das sichere Vergiessen des Stahles muss während des ganzen Giessprozesses eine minimale Übertemperatur im Zwischenbehälter eingehalten werden; bei Unterschreiten

besteht die Gefahr des Einfrierens der Schmelze im Giessrohr. Eine überhöhte Temperatur bewirkt jedoch eine vorwiegend gerichtete Erstarrung (siehe Bild 4); die Nachteile dieser Erstarrungsart sind im folgenden beschrieben.

Der erstarrende Stahl nimmt in seinem Kristallgitter weniger Fremdelemente auf als im flüssigen Stahl vorhanden sind. Dies führt dazu, dass die Schmelze vor der erstarrenden Front an Fremdelementen, wie beispielsweise Kohlenstoff, Mangan, Phosphor und Schwefel angereichert wird (Seigerung). In der letzten Phase der gerichteten Erstarrung ist die restliche Schmelze mit Fremdelementen stark angereichert. Zwischen den beiden Fronten können sich Brücken bilden und die angereicherte Schmelze einschliessen. In einer Ätzprobe tritt die Zone der Anreicherung deutlich hervor (Zentralseigerung, siehe Bild 3). Die Zone der Zentralseigerung ist wegen der damit verbundenen Inhomogenität der mechanischen Eigenschaften unerwünscht. Gelingt es, durch eine genügend tiefe Übertemperatur oder durch andere Massnahmen die Schmelze so zu aktivieren, dass die nicht gerichtete Erstarrung im Innern der Schmelze einsetzt, wird die Anreicherung an Fremdstoffen über einen grossen Querschnitt verteilt und die Zentralseigerung vermieden. Eine dieser Massnahmen ist die Erzeugung von Strömungen im flüssigen Kern des Stranges mit Hilfe eines elektromagnetischen Rührers.

## Elektromagnetische Rührverfahren

Bild 5 zeigt einen zweiphasigen Linearührer, der quer zur Abzugsrichtung, 5,3 m unterhalb des Badspiegels, am Stranginnenradius eingebaut ist. Das Prinzip des Linearmotors ist in Bild 6 dargestellt. Jede der drei Spulen wird mit einem Wechselstrom gespeist, dessen Phase in Spule 2 um  $\pi/2$  und in Spule 3 um  $\pi$  gegenüber der Spule 1 verschoben ist. Dazu sind zwei, normalerweise gleiche Stromversorgungen nötig, die um  $\pi/2$  phasenverschoben sind. Damit ergibt sich ein Magnetfeld, das sich als Wanderwelle in x-Richtung fortpflanzt (Bild 6). Das Wechselfeld induziert in der Schmelze einen Strom, der in Wechselwirkung mit dem Feld eine pulsierende Volumenkraft in x-Richtung erzeugt. Die Temperatur der erstarrenden Schale liegt oberhalb des Curie-Punktes, so dass der Stahl paramagnetisch ist. Dies gilt auch für die aus austenitischem Stahl hergestellten Rollen zwischen dem Rührer und der Bramme. Das Feld kann somit in das

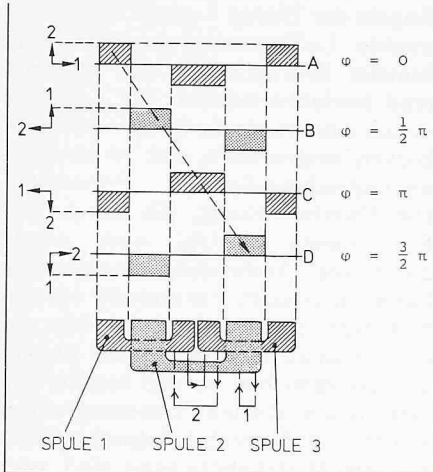


Bild 6. Funktionsweise des Lineararmotors

Innere des Stranges eindringen. Die Daten des Rührers sind in Tabelle I zusammengestellt.

Durch das Rühren wird die gerichtet erstarrende Zone verkleinert und die Zentralseigerung entsprechend vermindert (Bild 7). Als Folge der Rührbewegung können aber im Schliff weisse Linien (negative Seigerung) auftreten, die in eindeutigen Zusammenhang mit der Strömung stehen. Die Kenntnis der Strömungsvorgänge im flüssigen Kern der Bramme ist daher eine Voraussetzung für die gezielte Anwendung des Rührens. Da jedoch eine direkte Beobachtung der Vorgänge nicht möglich ist, wurde versucht, die Strömungsvorgänge im Wasser nachzubilden.

## Modelluntersuchungen mit Wasser

### Modellanordnung

Aufgrund der im vorangegangenen Kapitel erwähnten Zusammenhänge zwischen dem Strömungsfeld im Strang und der daraus resultierenden Erstarrungsstruktur stellte sich die Frage, ob die erzwungene Strömung in der Stahlschmelze nicht in Wasser nachgebildet und so einer Modellstudie zugänglich gemacht werden könnte. Dies war um so naheliegender, als die kinematische Viskosität des Wassers und die des Eisens recht nahe beieinander liegen.

Eisen im Bereich der Kokille

$$6,5 \cdot 10^{-3} [\text{cm}^2/\text{s}]$$

Eisen im Bereich der Sumpfspitze

$$7,4 \cdot 10^{-3} [\text{cm}^2/\text{s}]$$

Wasser bei 18 °C

$$11,0 \cdot 10^{-3} [\text{cm}^2/\text{s}]$$

Im Modell sollten sowohl die Strömung als auch die daraus resultierende Durchmischung in der Bramme nachgebildet werden. Eine Möglichkeit, eine eingekoppelte Volumenkraft nachzu-

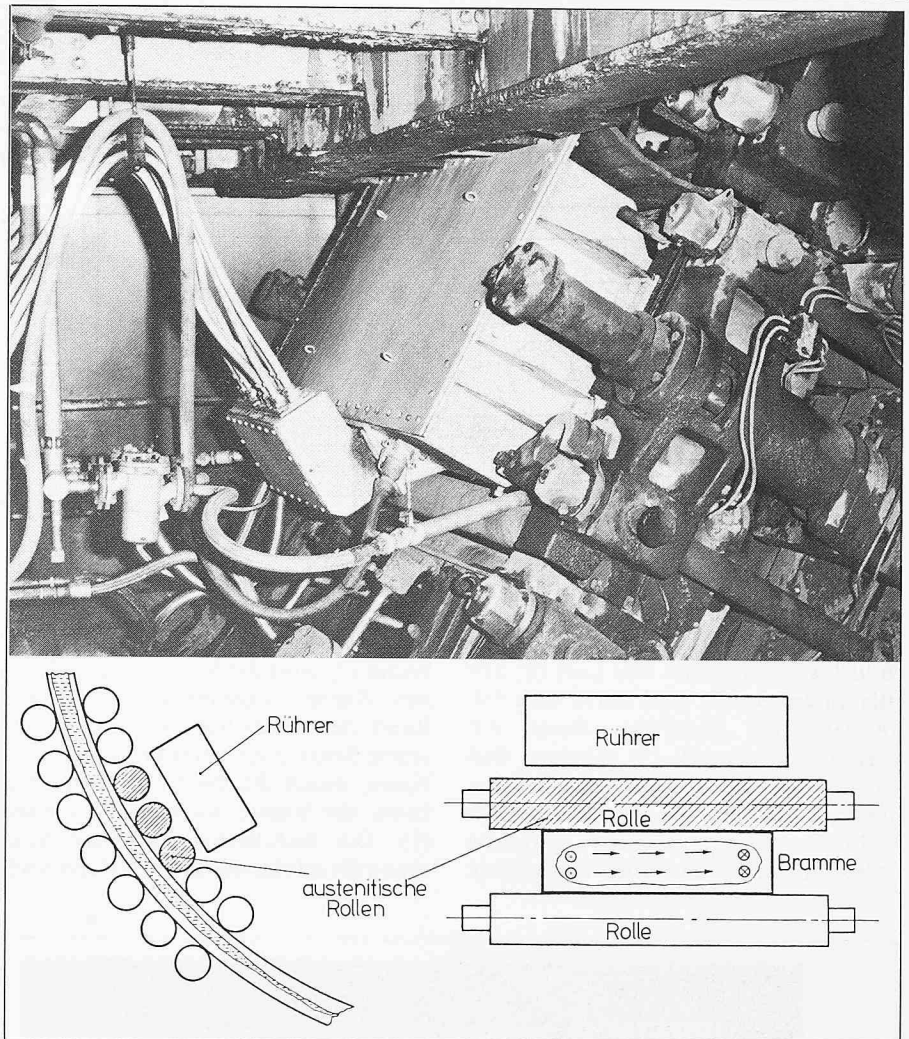


Bild 5. Elektromagnetischer Linearrührer in einer Brammenstrangiessanlage  
Oben: Photographie des Segmentes mit eingebautem Rührer  
Unten: schematische Darstellung

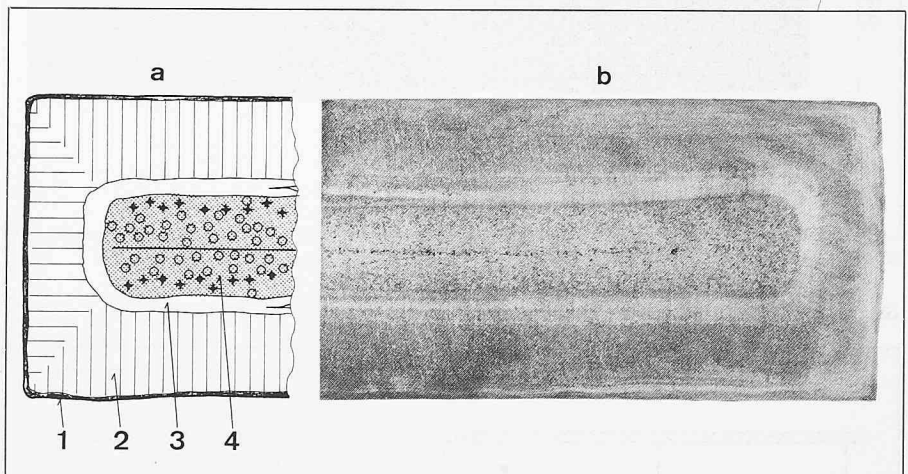


Bild 7. Querschnitt einer durchgestarteten Bramme unter Einfluss von nichtoptimiertem Rührverfahren  
(a) schematisch, (b) Tiefätzung  
(1) Abschreckschicht, (2) gerichtete Erstarrung, (3) weisse Linien, (4) ungerichtete Erstarrung

bilden, besteht darin, die Flüssigkeit durch einen Blasenschleier in Bewegung zu versetzen. Dies entspricht bei kleinen Blasen annähernd einer Volumenkraft. Solche Blasenschleier sind jedoch nur am Blasenaustritt steuerbar; einmal in der Flüssigkeit, treiben sie

diese nur noch durch ihren Dichteunterschied an. Da nur die Dichteunterschiede für den Antrieb entscheidend sind, muss das Modell der Bramme so aufgestellt werden, dass der Motor (d. h. der Blasenschleier) in vertikaler Richtung arbeitet. Der Versuchsaufbau ist in



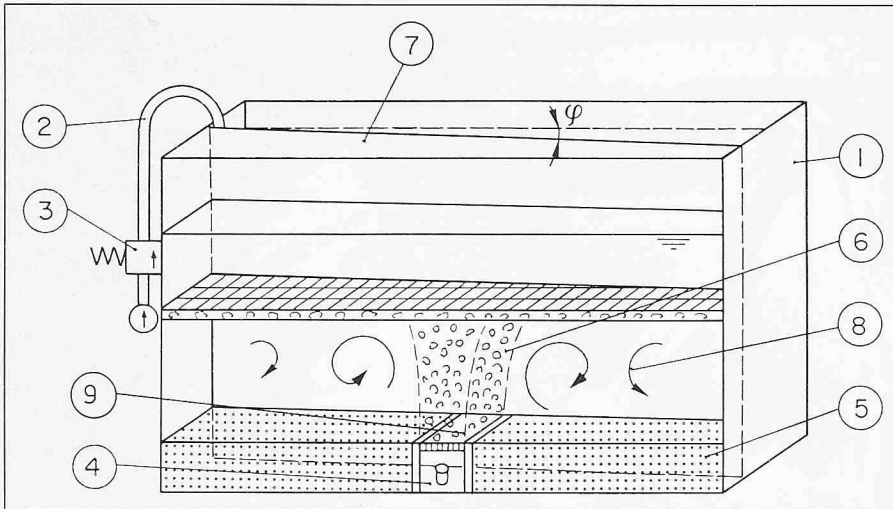


Bild 8. Versuchsaufbau für die Simulation der Strömung in einer Bramme. (1) PVC-Tank, (2) Druckluftzufuhr, (3) Druckreduzierventil, (4) Luftkammer unter Druck, (5) Sandbett, (6) Blasenschleier, (7) verstellbare Wand, (8) angedeutete Strömung; im Versuch mit Polystyrolkugeln sichtbar gemacht, (9) Filterplatte für die Erzeugung von Blasenschleier

Bild 8 wiedergegeben. Die Luft für den Blasenschleier (6) wird durch eine Filterplatte (9) zugeführt, durch ein Druckreduzierventil (3) reguliert und über steife Schläuche (2) in die Kammern (4) geleitet. Die Anlage selbst besteht aus einem mit Wasser gefüllten PVC-Tank (1). Über eine verstellbare

Wand (7) wird die Keilform des flüssigen Kernes angenähert. Der obere Rand des Modellraumes besteht aus einem Schaumstoffstreifen mit offenen Poren, durch die die Luft entweichen kann, der untere aus einem Sandbett (5). Die Sichtbarmachung der Strömung (8) erfolgt mit kleinen Polystyrol-

Kugeln der Dichte  $1 \text{ g/cm}^3$ . Durch getrennte Luftkammern konnten zwei Schleier kontinuierlich oder alternierend betrieben werden. Auf Langzeitaufnahmen wurde die Länge von Bahnkurven ausgemessen und so die Strömungsgeschwindigkeit abgeschätzt. Die Durchmischung, die durch den Rührvorgang bewirkt wird, wurde durch die Ausbreitung zugegebener Farbe untersucht. Vorversuche im Abbildungsmaßstab 1:2 zeigten, dass auf einen pulsierenden Betrieb der Blasenschleier verzichtet werden konnte. Die hier beschriebenen Untersuchungen wurden im Maßstab 1:8 durchgeführt. Für die Modellähnlichkeit sind zwei Reynoldszahlen von Bedeutung:  $Re_s$ , die sich auf die Spaltbreite der Bramme bezieht, und  $Re_B$ , deren Längenmaßstab die Brammenbreite ist, die im Modell der Wassertiefe entspricht. Für die im Modell gemessene Geschwindigkeit des sich ausbildenden Walzensystems von etwa  $10 \text{ cm/s}$  ergaben sich für  $Re_s = 1000$  und  $Re_B = 16000$ . Da diese Zahlen relativ klein sind und  $Re_s$  zudem im Übergangsbereich liegt, können die gewonnenen Aussagen nur qualitativ gültig sein.

#### Versuche und Resultate

Die Versuche mit Polystyrol zeigten, dass die Strömung im wesentlichen aus kreisförmigen Walzensystemen besteht, deren Durchmesser ungefähr der Brammenbreite entsprechen (Bild 9). Jede Seite des Blasenschleiers induziert eine Primärwalze, die imstande ist, eine gleichgrosse Sekundärwalze anzuregen, deren Geschwindigkeit jedoch bedeutend kleiner ist und etwa 20 Prozent der Primärwalze beträgt. Im Bild 10 ist die Zellenstruktur schematisch dargestellt. Zwischen den Primärzellensystemen bestehen gute Durchmischungsverhältnisse. Die Mischung zwischen Primär- und Sekundärwalze ist schwächer, genügt jedoch, um einen Austausch zwischen Primär- und Sekundärwalze in 75 Sekunden zu erreichen (Bild 10, 11). Die Keilform des flüssigen Kernes beeinflusst das Strömungsverhalten nur unwesentlich.

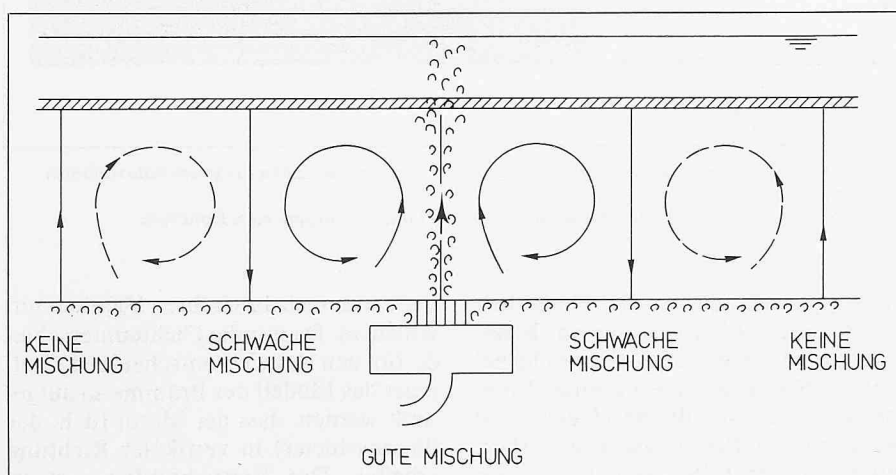
Um den Fall von zwei nahe beisammenliegenden Rührern zu simulieren, wurden zwei benachbarte Schleier kontinuierlich oder alternierend betrieben. Die lokale Vermischung wurde verbessert, nicht jedoch die Mischung über die ganze Länge der abgebildeten Bramme.

Auch der Einsatz von zwei Antrieben im Abstand von vier Strömungszellen verbesserte die Längsdurchmischung nicht; vor allem die mittleren Sekundärzellen erwiesen sich als zu schwach, um Flüssigkeit auszutauschen.



Bild 9. Strömungsverlauf im Wassermodell

Bild 10. Schematische Darstellung der Zellenstrukturen der Strömung



Im vorliegenden Modell wurden die Rauigkeit und die genaue Form der Phasengrenze nicht berücksichtigt, da ihre Abhängigkeit von der jeweiligen Strömungsbildung nicht ausreichend bekannt ist.

### Zusammenhang zwischen Strömung und Erstarrungsprozess

Nachdem die Strömung grundsätzlich verstanden wird, soll im weiteren der Zusammenhang zwischen der Erstarrung einerseits und dem Strömungszustand in der gerührten Schmelze andererseits diskutiert werden. Die in den angeätzten Stahlquerschnitten (Bild 7) sichtbaren weissen Linien treten tatsächlich an jenen Stellen auf, die nach der Modelluntersuchung eine hohe lokale Geschwindigkeit an der Phasengrenze zeigen. Der mittlere weisse Streifen (Bild 7) liegt in einer Entfernung von etwa 85 mm vom Rand. Daraus errechnet sich ein Abstand von ungefähr 5,5 m vom Badspiegel, wenn der Strang mit 0,55 m/min abgezogen und die Erstarrungskennzahl  $k_e$  mit 27 [mm min<sup>-1/2</sup>] angenommen wird. Dieser Abstand entspricht der Position des Rührers in der Stranggiessanlage.

### Optimiertes Rührverfahren

#### Erstarrung

Es hat sich herausgestellt, dass die metallurgischen Ergebnisse bei Anwendung des beschriebenen Rührsystems wesentlich verbessert werden, wenn die beiden Stromversorgungen des linearen Rührers unterschiedliche Stromstärken liefern. Ein Ergebnis solcher asymmetrischer Speisung ist auf dem Bild 12 dargestellt. Die Zone der nicht gerichteten Erstarrung ist wesentlich vergrößert, die weissen Streifen sind unterdrückt. Die Erstarrungsstruktur ist weitgehend von der Übertemperatur unabhängig (Bild 4). Die Strömung, die diesen Ergebnissen zugrunde liegt, lässt sich in der vorliegenden Modelluntersuchung nicht abbilden, da die Kraftfelder eines asymmetrisch betriebenen Rührers im Wasser nicht simuliert werden können. Da die Erstarrungsstruktur des in der Schmelze so durchmischten Stahles jedoch sehr vorteilhaft ist, sollte versucht werden, den Einfluss der asymmetrischen Rührereinstellung durch eine Abschätzung der Feldkräfte auf das Strömungsfeld zu beschreiben. Ergebnisse dieser Untersuchung sind im nächsten Abschnitt zusammengefasst, wobei hydrodynamische Vorstellungen, wie sie in dem vorliegenden Modell gefunden wurden, mit einbezogen sind.

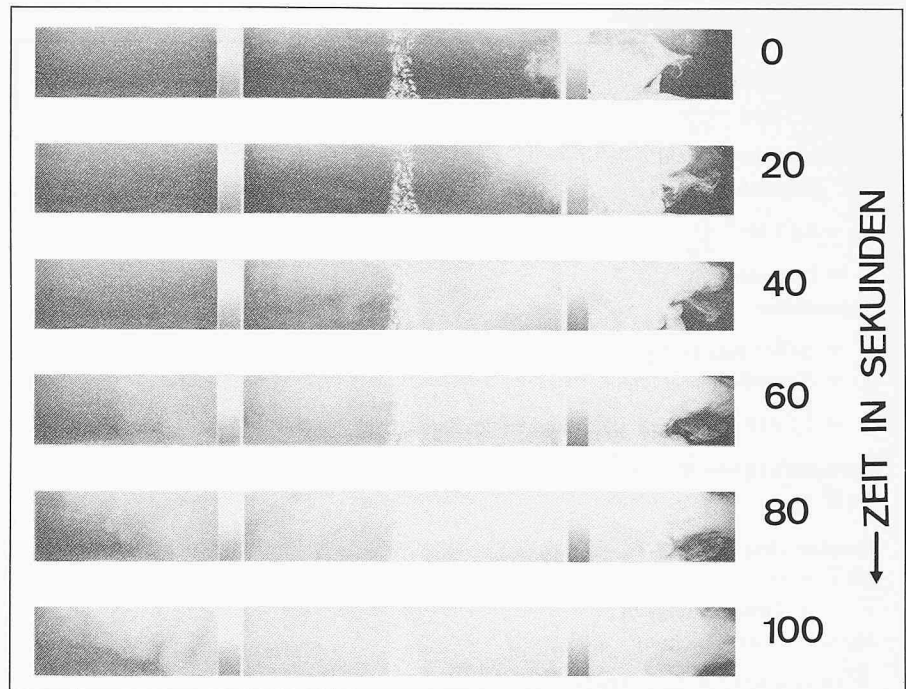


Bild 11. Versuch zur Ermittlung der Durchmischungsverhältnisse im Wassermodell durch Farbzugabe

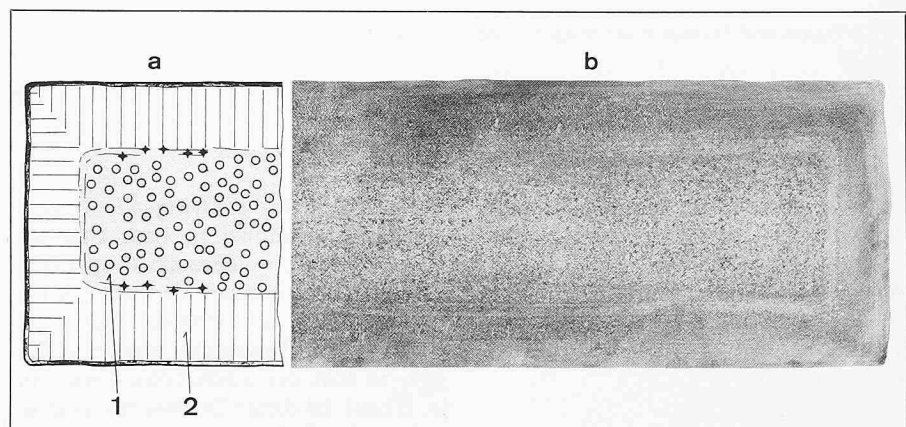


Bild 12. Querschnitt einer durcherstarteten Bramme unter Einfluss von optimiertem Rührverfahren (a) schematisch, (b) Tiefätzung; (1) ungerichtete Erstarrung, (2) gerichtete Erstarrung

#### Theoretische Untersuchung der Kräfte

Die Rechnungen sollen zeigen, welche Mechanismen als Erklärung für das bessere metallurgische Resultat in Frage kommen und welche ausgeschlossen werden müssen. Um den Hintergrund der vereinfachten Beschreibung sichtbar zu machen, sollen im folgenden die Grundgleichungen kurz angegeben (siehe Tabelle II) und der eingeschlagene Lösungsweg skizziert werden.

Die zeitliche Änderung des Magnetfeldes  $\vec{H}$  induziert ein elektrisches Feld  $\vec{E}$  (Gleichung II.1).

Da die Temperatur der Bramme im flüssigen wie im erstarrten Bereich oberhalb der Curie-Temperatur von 760 °C liegt, bleibt  $\mu \approx 1$ . Das elektrische Feld  $\vec{E}$  bewirkt über das Ohmsche Gesetz einen Anteil an der Stromdichte  $\vec{j}$ . Da sich die Schmelze im Magnetfeld mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  bewegt, er-

gibt die Kraft auf die bewegten Ladungen einen zusätzlichen Strom proportional dem Vektorprodukt von  $\vec{v}$  und  $\vec{H}$  (Gleichung II.2). Die Stromdichte ist ihrerseits mit der Rotation des Magnetfeldes verknüpft (II.3). Die Bewegung der Schmelze wird durch die Kontinuitätsgleichung (II.4) und die Navier-Stokes-Gleichung (II.5) beschrieben, wobei die Kraft des Magnetfeldes auf die Ströme im letzten Term berücksichtigt ist.

Die Gleichung (II.6) für das  $\vec{H}$ -Feld als Funktion von  $\vec{v}$  wird erhalten, wenn das elektrische Feld  $\vec{E}$  in Gleichung (II.1) mit Hilfe der Gleichung (II.2) eliminiert und für die Stromdichte  $\vec{j}$  Gleichung (II.3) eingesetzt wird. Sind die Randbedingungen, d. h.  $H(\vec{x}, t)$  am Rand, sowie das Geschwindigkeitsfeld  $\vec{v}$  bekannt, so ist das  $\vec{H}$ -Feld durch (II.6) beschrieben. Ist die Geschwindigkeit  $\vec{v} = 0$ , so reduziert sich (II.6) auf eine

Tabelle II. Grundgleichungen

Induktionsgesetz: $\text{rot } \vec{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$ $\vec{E}$ : Elektrisches Feld $\vec{H}$ : Magnetfeld $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$ $\mu$ = Permeabilität Stromdichte	II. 1
$\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \mu\mu_0 [\vec{v}, \vec{H}])$ $\vec{j}$ = Stromdichte	II. 2
$\sigma = 7,1 \times 10^5 \frac{\text{A}}{\text{Vm}}$ : spez. Leitfähigkeit des Stahles bei 1500 °C Verknüpfung von $\vec{H}$ und $\vec{j}$ $\text{rot } \vec{H} = \vec{j}$	II. 3
Kontinuitätsgleichung $\text{div } \vec{v} = 0$ $\vec{v}$ = Geschwindigkeit	II. 4
Navier-Stokes-Gleichung $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \text{ grad}) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \text{grad } p + \mu\mu_0 [\vec{j}, \vec{H}]$ $\rho = 6900 \text{ kg/m}^3$ : Dichte des Stahles $p$ : Druck	II. 5
Diffusion und Transport des Magnetfeldes im bewegten Leiter $\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \text{rot} [\vec{v}, \vec{H}] + \frac{1}{\sigma\mu\mu_0} (\text{div. grad}) \vec{H}$	II. 6

Diffusionsgleichung mit der Zeitkonstanten

$$(4) \quad \tau = \sigma\mu\mu_0 L^2$$

$L$  ist ein Längenmassstab, der die Grössenordnung von

$$(5) \quad (\text{div. grad}) \vec{H} = \frac{|\vec{H}|}{L^2}$$

angibt. Weil das eindringende  $\vec{H}$ -Feld einen Strom induziert, baut sich ein Gegenfeld auf, welches das Eindringen verzögert; der analoge Vorgang gilt für den Abbau des Feldes. Soll das Feld in einen bewegten Leiter eindringen, so tritt der zusätzliche Term  $\text{rot} [\vec{v}, \vec{H}]$  auf. Ist dieser Driftterm viel grösser als der Diffusionsterm, so bewirkt er, dass sich das Feld durch eine mitbe-

wegte Schlaufe im Strömungsfeld nicht ändert, d. h. das H-Feld wird von der Strömung mitgeschleppt (z. B. Jackson [1962]). Die relative Bedeutung der beiden Terme ist durch die magnetische Reynoldszahl  $\text{Re}_M$  gegeben.

$$(6) \quad \text{Re}_M = \frac{H \cdot v/L}{H/\sigma\mu\mu_0 L^2} = \sigma\mu\mu_0 L v = \frac{v\tau}{L}$$

Ist  $\text{Re}_M$  gross, so dominiert die Drift, ist  $\text{Re}_M$  klein, so ist die Diffusion dominant.

Eine numerische Lösung der Gleichungen ist für die mittlere Strömung möglich, falls die Randbedingungen gegeben sind, und für die Beschreibung der Turbulenz zusätzliche Annahmen gemacht werden. (II.1–II.5) sind die dreizehn Gleichungen, welche die dreizehn Unbekannten  $\vec{H}, \vec{E}, \vec{j}, \vec{v}$  und  $p$  miteinander verknüpfen. In dieser Arbeit wurde versucht, mit Hilfe teilweise grober Abschätzungen die physikalischen Vorgänge zu verstehen.

In Tabelle III sind die Gleichungen zusammengestellt, die für diese Abschätzung verwendet werden: Wird angenommen, der Rührer sei unendlich breit, so wird das Magnetfeld zweidimensional (III.1). Das zugehörige Vektorpotential  $\vec{A}$  (III.2) und damit auch das elektrische Feld  $\vec{E}$  reduzieren sich auf die z-Komponente im Koordinatensystem (Bild 2). Gleichung (III.3) kann dann integriert werden und ergibt einen Ausdruck für  $\vec{E}$ . Da die Bewegung, die der Rührer hervorruft, vornehmlich in x-Richtung geht, wird nur die Komponente  $v_x$  berücksichtigt (III.4). Die magnetischen Kraftkomponenten  $F_x$  und  $F_y$  können mit Hilfe der Gleichungen (II.2) und (III.3) als Funktion von  $A_z$  und  $v_x$  angegeben werden.

Betrachtet man die Situation zunächst ohne Brame und mit einem nach beiden Seiten periodisch fortgesetzten Rührer, so kann die erste Harmonische des A-Feldes und der Komponenten des Magnetfeldes für den symmetrischen Fall durch die Funktionen in Tabelle IV beschrieben werden. Der Term  $\sin(kx - \omega t)$  beschreibt die Wanderwelle des Rührers. Aufgespalten in  $\sin(kx) \cos(\omega t) - \cos(kx) \sin(\omega t)$  zeigt er den Einfluss der zwei Spulensysteme, deren räumliche und zeitliche Abhängigkeiten je um  $\pi/2$  phasenverschoben sind. Die Feldkomponenten  $H_x$  und  $H_y$  sind in Bild 13 für acht Phasen innerhalb einer Periode dargestellt. Die angegebenen Werte sind über  $y$  gemittelt und auf 1 normiert worden.

Ohne Brame wird vorerst der Grenzfall kleiner Leitfähigkeit betrachtet. Dies bedeutet, dass die Zeitkonstante  $\tau$  der Diffusion gegenüber dem Zeitmassstab  $1/\omega$  verschwindet. Die Diffusions-

Tabelle III. 2dimensionales Feld

$\vec{H} = (H_x, H_y, 0) = \text{rot } \vec{A}$	III. 1
$\vec{A} = (0, 0, A_z)$	III. 2
$\text{rot } \vec{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \vec{A}$	III. 3
$\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{A} = (0, 0, -\frac{\partial}{\partial t} A_z)$	
$\vec{v} = (v_x, 0, 0)$	III. 4
$\vec{F} = \mu\mu_0 [\vec{j}, \vec{H}]$	III. 5
$= \sigma(\mu\mu_0)^2 \left[ -\frac{\partial}{\partial t} \vec{A} + [\vec{v}, \text{rot } \vec{A}], \text{rot } \vec{A} \right]$	
$F_x = -\sigma(\mu\mu_0)^2 \left[ \frac{\partial A_z}{\partial t} \frac{\partial A_z}{\partial x} + v_x \left( \frac{\partial A_z}{\partial x} \right)^2 \right]$	III. 6
$F_y = \sigma(\mu\mu_0)^2 \left( \frac{\partial A_z}{\partial t} \frac{\partial A_z}{\partial y} + v_x \frac{\partial A_z}{\partial x} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right)$	III. 7
$F_z = 0$	III. 8

Gleichung (II.6) reduziert sich deshalb auf

$$(7) \quad (\text{div. grad}) \vec{H} = 0$$

Um diese Gleichung zu erfüllen, wird in (IV.1-IV.3) die exponentielle Dämpfung in y-Richtung eingeführt. Der Längenmassstab der Dämpfung ist

$$(8) \quad \frac{1}{k} = \frac{\lambda}{2\pi} = 0,24 \text{ m}$$

Es ist im folgenden zu prüfen, wie gut diese Lösung für das Vakuumfeld auch das Feld in der Bramme beschreibt. Dazu sollen die drei Terme in Gleichung (II.6) abgeschätzt werden:  $\vec{H}$  ändert sich zeitlich und mit dem Zeitmassstab  $1/\omega$ . Aufgrund der metallurgischen Resultate muss die Geschwindigkeit im flüssigen Stahl etwa 1 m/s erreichen. Zusammen mit dem Längenmassstab  $1/k$  erreichen die Terme

$$(9) \quad \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \text{rot} [\vec{v}, \vec{H}] + \frac{1}{\sigma \mu \mu_0} (\text{div. grad}) \vec{H}$$

eine Grössenordnung von

$$\omega H = k \cdot v \cdot H + \frac{k^2}{\sigma \mu \mu_0} \cdot H$$

$$12,5 H = 4,2 \cdot H + 20 H$$

Tabelle IV. Feld und Kräfte für symmetrische Anregung der Spulen

$$A_z = -1/k H_0 e^{-k(y+\delta)} (\sin kx \cos \omega t - \cos kx \sin \omega t) \quad \text{IV. 1}$$

$$= -1/k H_0 e^{-k(y+\delta)} \sin(kx - \omega t)$$

$$H_x = \frac{\partial A}{\partial y} = H_0 e^{-k(y+\delta)} (\sin kx \cos \omega t - \cos kx \sin \omega t) \quad \text{IV. 2}$$

$$= H_0 e^{-k(y+\delta)} \sin(kx - \omega t)$$

$$H_y = -\frac{\partial A_z}{\partial x} = H_0 e^{-k(y+\delta)} (\cos kx \cos \omega t + \sin kx \sin \omega t) \quad \text{IV. 3}$$

$$= +H_0 e^{-k(y+\delta)} \cos(kx - \omega t)$$

$H_0$  : Amplitude des Magnetfeldes

$\delta$  : Abstand des Rührers von der Bramme

$\omega = 12,5 \text{ Hz}$  Radialfrequenz

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 4,2 \text{ m}^{-1}$  Wellenzahl des Rührers

$\lambda = 1,5 \text{ m}$  Länge des Rührers

$$F_x = \sigma (\mu \mu_0)^2 H_0^2 e^{-2k(y+\delta)} (\omega - kv_x) \cos^2 \{kx - \omega t\} \quad \text{IV. 4}$$

$$= \frac{\sigma}{2} (\mu \mu_0)^2 H_0^2 e^{-2k(y+\delta)} (\omega - kv_x) [1 + \cos 2(kx - \omega t)]$$

$$F_y = -\sigma (\mu \mu_0)^2 H_0^2 e^{-2k(y+\delta)} (\omega - kv_x) \cos(kx - \omega t) \sin(kx - \omega t) \quad \text{IV. 5}$$

$$= \frac{\sigma}{2} (\mu \mu_0)^2 H_0^2 e^{-2k(y+\delta)} (\omega - kv_x) \sin 2(kx - \omega t)$$

Bild 13. Feldkomponenten  $H_x$  und  $H_y$ , dargestellt als Funktion von  $x$  für acht verschiedene Zeiten innerhalb einer Periode (Gleichung IV.2 und IV.3 nomiert)

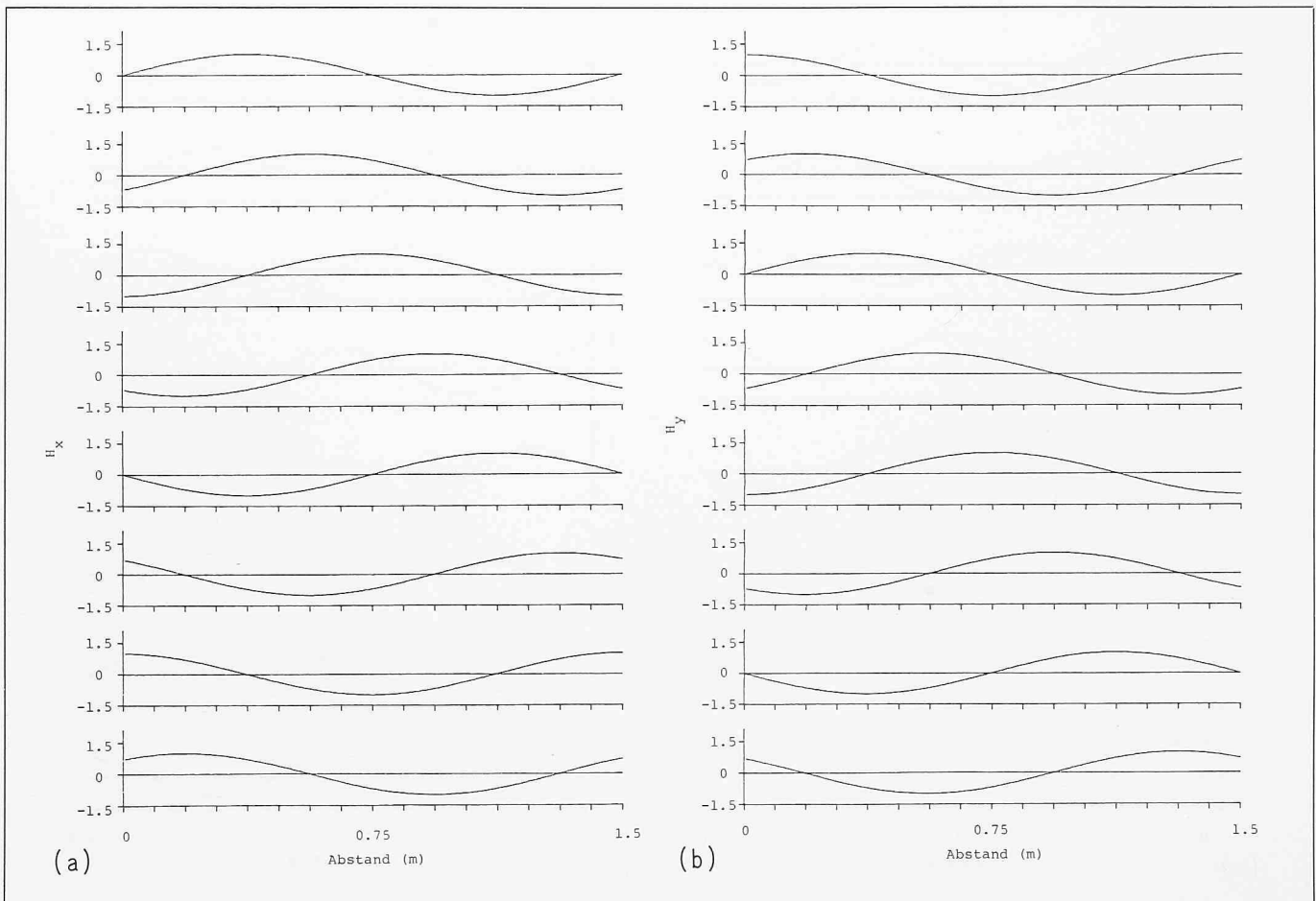




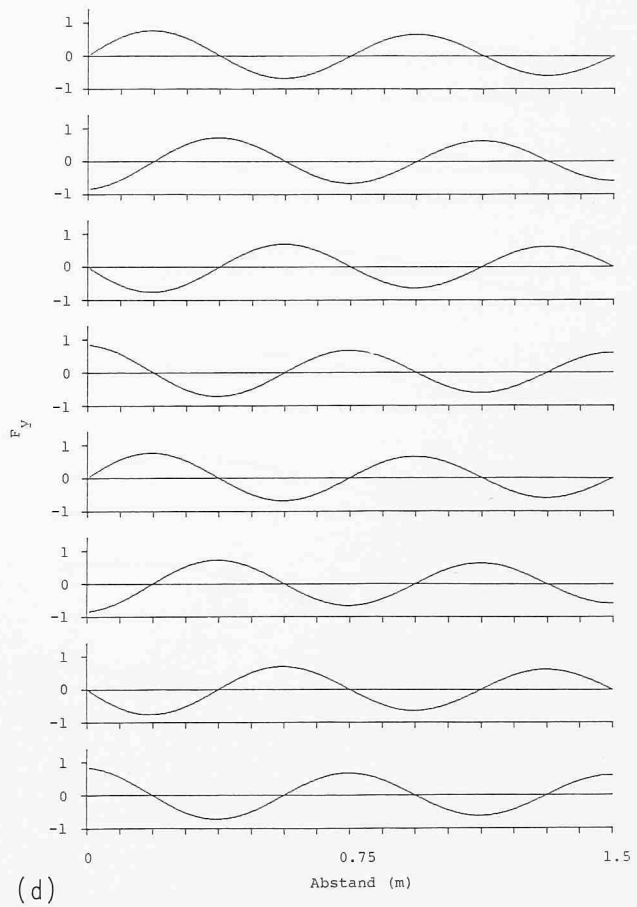
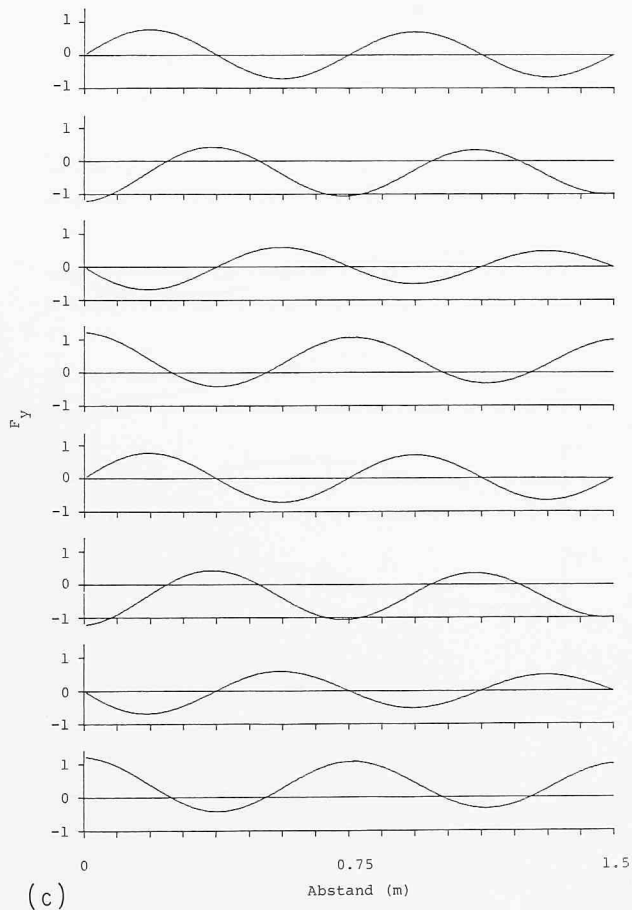
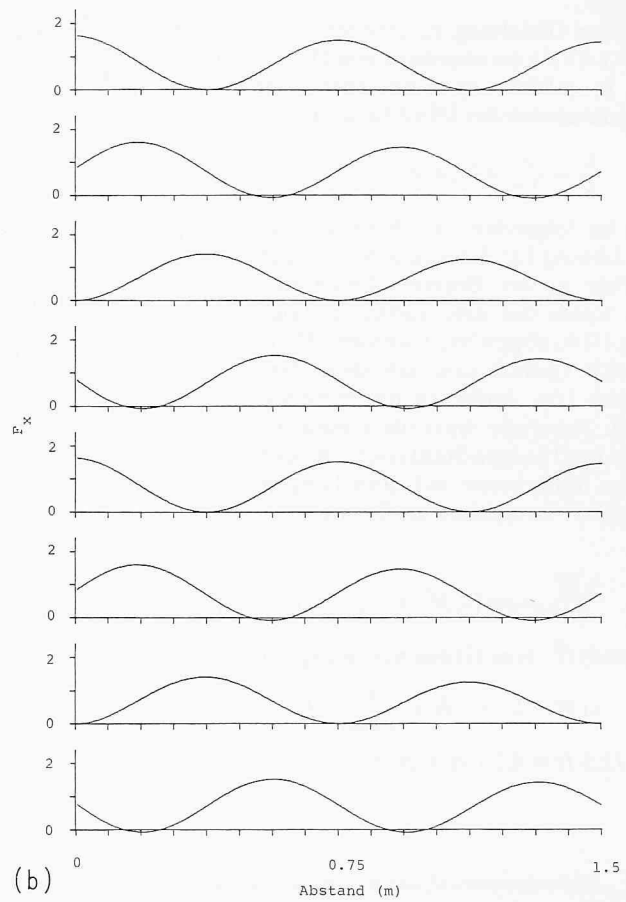
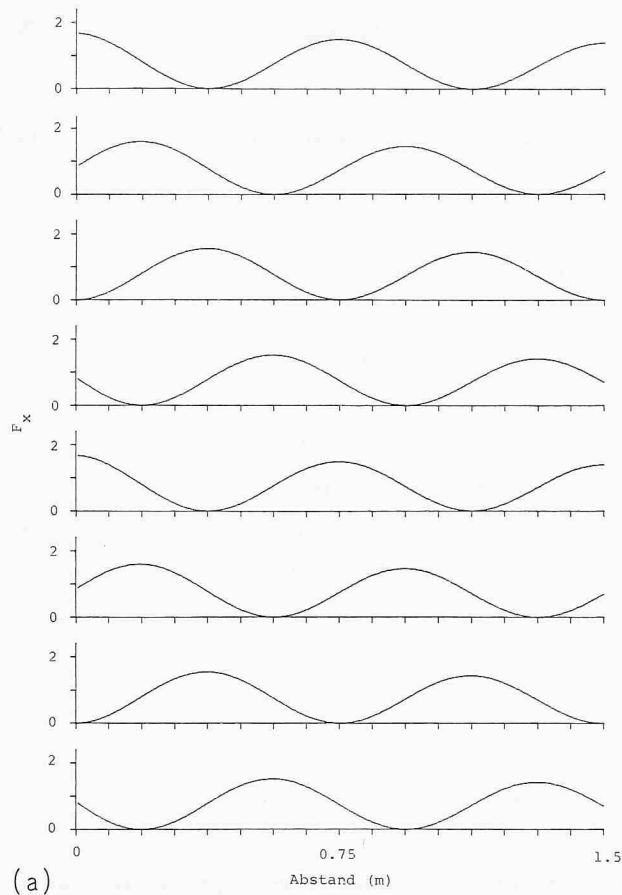
Bild 14. Kraftdichten  $F_x$  und  $F_y$  über  $y$  gemittelt als Funktion von  $x$  für acht verschiedene Zeiten innerhalb einer Periode (normiert).(a)  $F_x$  für symmetrische Anregung der Spulen, (b)  $F_x$  für asymmetrische Anregung der Spulen, (c)  $F_y$  für symmetrische Anregung der Spulen, (d)  $F_y$  für asymmetrische Anregung der Spulen

Bild 15. Geschwindigkeiten  $V_{x0}$  und  $V_x$  eines Flüssigkeitsballens auf dem Weg durch den Rührbereich, dargestellt für acht verschiedene Zeiten.

(a)  $V_{x0}$ ,  $V_x$  symmetrische Anregung der Spulen, (b)  $V_{x0}$ ,  $V_x$  asymmetrische Anregung der Spulen, (c)  $V_y$  symmetrische Anregung der Spulen, (d)  $V_y$  asymmetrische Anregung der Spulen.

Gestrichelte Linie: gerechnet aufgrund der zeitlich gemittelten Kraft. Ausgezogene Linie: Lösungen der Kraftgleichungen für einen Flüssigkeitsballen, der sich mit der Geschwindigkeit  $V_{x0}$  bewegt

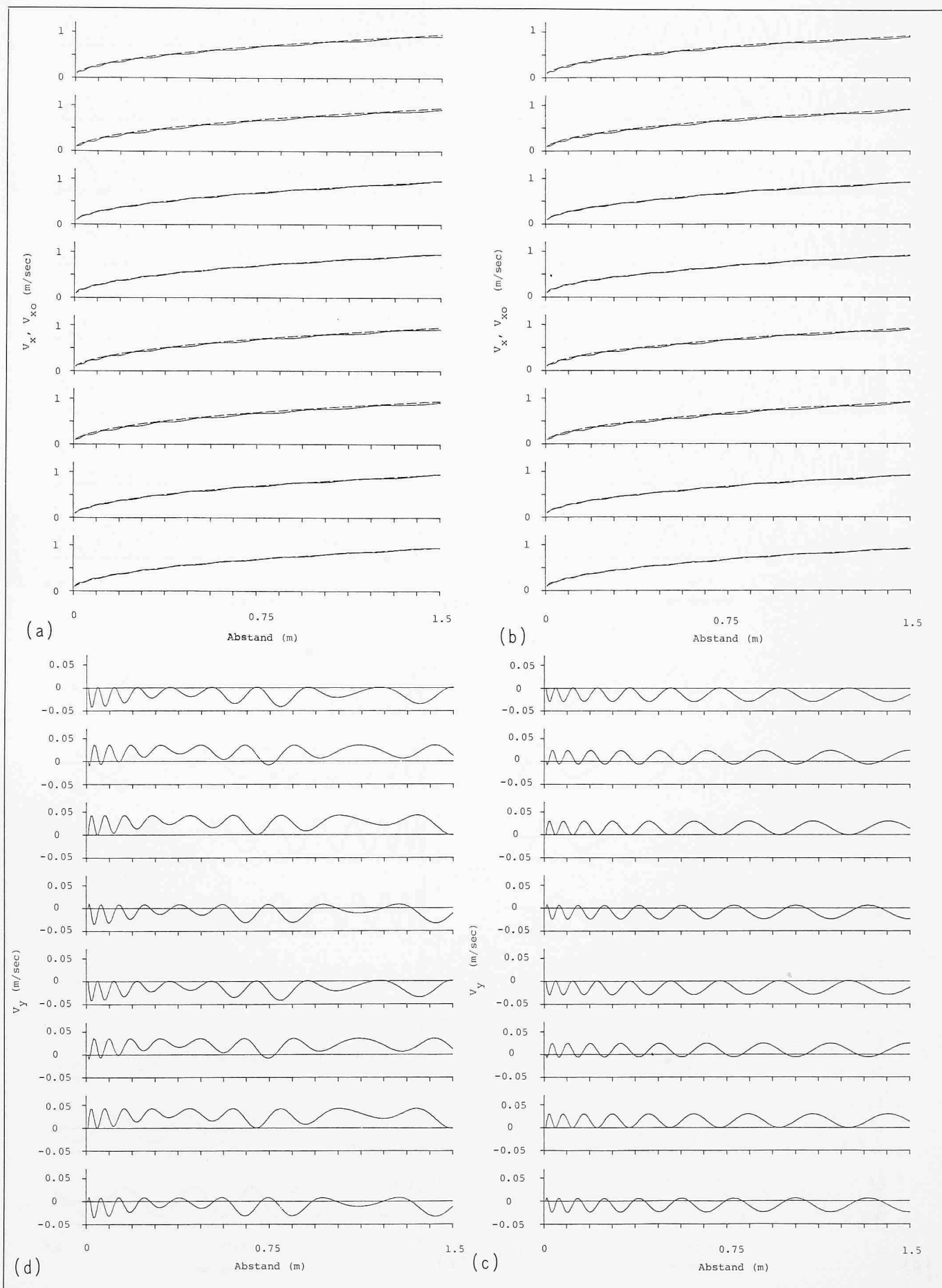
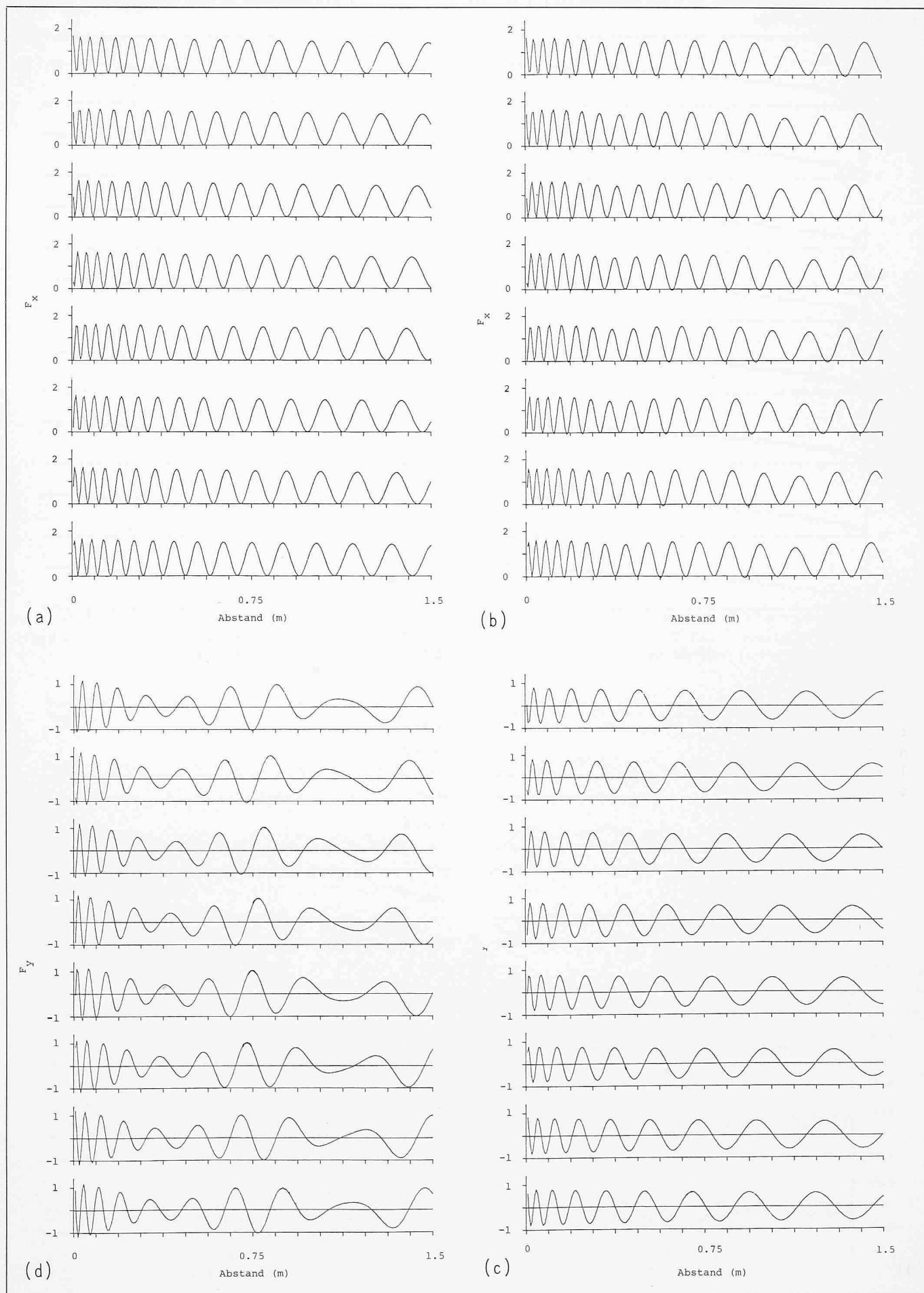


Bild 16. Kräfte  $F_x$  und  $F_y$  auf einen Flüssigkeitsballen auf dem Weg durch den Rührbereich (normiert).(a)  $F_x$  symmetrische Anregung der Spulen, (b)  $F_x$  asymmetrische Anregung der Spulen, (c)  $F_y$  symmetrische Anregung der Spulen, (d)  $F_y$  asymmetrische Anregung der Spulen

Aus den Zahlenwertverhältnissen ist ersichtlich, dass die Formeln in Tabelle IV bestenfalls einer brauchbaren Abschätzung dienen können. Der Driftterm  $k \cdot v \cdot H$  kompensiert den Beitrag von  $\partial H / \partial t$  zum Teil. Die beiden Terme zusammen ergeben  $8 \cdot H$ , d. h. etwa 40 Prozent des dritten Terms, so dass die Diffusion mitberücksichtigt werden müsste. Die Diffusion wird eine zusätzliche, exponentielle Dämpfung des Feldes in y-Richtung bewirken und zudem zu einer Phasenverschiebung gegenüber der Vakuumlösung führen, die mit y zunimmt. Beides wird den Verlauf der Kräfte nicht prinzipiell verändern, so dass weiterhin mit der Vakuumlösung als Näherung gerechnet werden soll.

Beide Kraftkomponenten, wie sie sich aus (III.6) und (III.7) ergeben, bilden Wellen mit der doppelten Wellenzahl und Frequenz des Wanderfeldes des Rührers (Bild 14).  $F_x$  oszilliert um einen Mittelwert und ergibt die gewünschte resultierende Kraftkomponente in x-Richtung;  $F_y$  oszilliert um den Nullpunkt. Da der flüssige Stahl im Rührer beschleunigt wird, nimmt  $v_x$  zu, so dass die Amplitude der Kräfte proportional  $(\omega - kv_x)$  abnimmt. Bleibt die Endgeschwindigkeit kleiner als 1 m/s, bleibt die relative Abnahme  $kv_x/\omega$  kleiner als ein Drittel.

Versuche mit einem pulsierenden Blasen Schleier im Wassermödel haben gezeigt, dass eine entsprechende Pulsation der Geschwindigkeit nicht zu beobachten ist. Um die mittlere Geschwindigkeit  $v_x(x)$  abzuschätzen, wurde deshalb angenommen, der Stahl werde mit der zeitlich und über y gemittelten Kraft beschleunigt. Reibungsverluste der Strömung wurden vernachlässigt. Entlang der Symmetrieachse der Walzen gilt dann die Näherung

$$(10) \quad \bar{v}_x \frac{d\bar{v}_x}{dx} = \frac{\sigma(\mu\mu_0)^2}{\rho} \frac{1}{4k} H_0^2 e^{-2k(\delta+\Delta_1)} \cdot \frac{(1-e^{-2k\Delta_2})}{\Delta_2-\Delta_1} (\omega - k\bar{v}_x)$$

Diese Gleichung wurde numerisch integriert, und  $H_0$  so angepasst, dass eine Endgeschwindigkeit  $\bar{v}_x$  ( $\lambda = 1$  m/s erreicht wurde.  $\Delta_1$  und  $\Delta_2$  sind die y-Koordinaten der unteren und der oberen Phasengrenze in der Bramme. Als Anfangsgeschwindigkeit wurden 10 Prozent der Endgeschwindigkeit eingesetzt. In Bild 15 ist der in dieser Weise abgeschätzte Verlauf der Geschwindigkeit gestrichelt dargestellt. Damit können die über y gemittelten Kräfte  $F_x$  und  $F_y$  als Funktion von x wieder für

Tabelle V. Feld und Kräfte für asymmetrische Anregung der Kräfte

$$A_z = -\frac{1}{k} e^{-k(y+\delta)} \{H_1 \sin kx \cos \omega t - H_2 \cos kx \sin \omega t\} \quad V. 1$$

$$F_x = \frac{\sigma}{k} (\mu\mu_0)^2 e^{-2k} \quad V. 2$$

$$\begin{aligned} & \{ \omega [(H_1^2 + H_2^2) \sin kx \cos kx \sin \omega t \cos \omega t \\ & + H_1 H_2 (\cos^2 kx \cos^2 \omega t + \sin^2 kx \sin^2 \omega t)] \\ & - v_x k [H_1^2 \cos^2 kx \cos^2 \omega t + H_2^2 \sin^2 kx \sin^2 \omega t \\ & + 2 H_1 H_2 \sin kx \cos kx \sin \omega t \cos \omega t] \} \\ F_y &= \frac{\sigma}{k} (\mu\mu_0)^2 e^{-2k(y+\delta)} \quad V. 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \{ \omega [H_1^2 \sin^2 kx - H_2^2 \cos^2 kx] \sin \omega t \cos \omega t \\ & + H_1 H_2 \sin kx \cos kx (\cos^2 \omega t - \sin^2 \omega t) \} \\ & - v_x k [H_1^2 \cos^2 \omega t - H_2^2 \sin^2 \omega t] \sin kx \\ & \cos kx + H_1 H_2 (\sin^2 kx - \cos^2 kx) \sin \omega t \cos \omega t \} \\ \frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda F_x(x, y, t) dx &= \frac{\sigma}{2k} (\mu\mu_0)^2 e^{-2k(y+\delta)} \quad V. 4 \\ & [\omega H_1 H_2 - v_x k (H_1^2 \cos^2 \omega t + H_2^2 \sin^2 \omega t)] \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\lambda} \int_0^\lambda F_y(x, y, t) dx = \frac{\sigma}{2k} (\mu\mu_0)^2 e^{-2k(y+\delta)} \omega (H_1^2 - H_2^2) \sin 2\omega t \quad V. 5$$

acht verschiedene Phasenlagen gerechnet werden (Bild 14).

Von Interesse sind auch die Kräfte, die ein Flüssigkeitsballen auf seinem Weg durch den Rührer erfährt. Solange sich der Ballen bei kleinem x langsam bewegt, erfährt er viele Kraftstöße pro Längeneinheit. Je mehr seine Geschwindigkeit zunimmt, desto grösser wird für ihn die Wellenlänge der Kraftstöße (Bild 16).

Der asymmetrische Fall kann beschrieben werden, wenn den beiden Spulenteilen in den Gleichungen der Feldkomponenten nicht die gleiche Amplitude  $H_0$ , sondern Amplituden  $H_1$  und  $H_2$  zugeordnet werden (vergleiche Tabelle V).

Es ist beachtenswert, dass sich die Asymmetrie im Term proportional  $\omega$  von  $F_x$  nicht auswirkt. Nur im kleineren Term proportional  $v_x k$  können  $H_1$  und  $H_2$  nicht vertauscht werden. Der Effekt der Asymmetrie ist deshalb in den Darstellungen von Bild 14 und Bild 16 kaum zu bemerken. Dagegen zeigt sich der Einfluss der Asymmetrie auf  $F_y$  in beiden Termen der Gleichung V.3. Interessant ist auch das Verhalten der über x gemittelten Kraftkomponenten (V.4 und V.6).

Der Mittelwert über  $F_x$  zeigt die mittlere Kraft des Rührers, die noch schwach, d. h. proportional  $v_x k$  moduliert ist (V.4). Der Mittelwert über  $F_y$  schwankt hingegen proportional  $\omega (H_1^2 - H_2^2)$  mit

der Frequenz  $2\omega$  (Bild 14d). Dieser Effekt führt zu der ausgeprägten Modulation der Kräfte, die ein Teilchen auf seinem Weg durch den Rührer erfährt (Bild 16a).

Um einen möglichen Einfluss dieser Effekte auf die Strömung in der Bramme zu finden, wurde die Geschwindigkeit  $v_y(x)$  eines Flüssigkeitsballens gerechnet, der in y-Richtung mit der Kraftdichte  $F_y$  beschleunigt wird. In Bild 15c, d sind die Resultate für  $v_y(x)$  für verschiedene Anfangszeiten  $t$  dargestellt. Die Werte sind nicht sehr gross, verglichen mit  $v_x$ . Es ist aber bekannt, dass schon kleine Werte von  $v_y$  einen grossen Einfluss auf die Austauschkräfte in der Grenzschicht haben können [Müller (1979)], so dass hier der Schlüssel zum besseren Strömungsverhalten und der günstigeren Erstarrung der Schmelze abzuleiten ist.

#### Literatur

- [1] Lait et al. (1973): «Open Hearth Proceedings». The Metallurgical Society of AIME
- [2] Jackson, J.D. (1962): «Classical Electrodynamics». Wiley 1962
- [3] Müller, A. (1979): «Secondary Flow in an Open Channel». Proc. XVIII IAHR-Congress Cagliari Vol. B, p. 19

Adresse der Verfasser: Dr. A. Müller und Dr. A. Gyr, Institut für Hydromechanik und Wasserwirtschaft, ETH-Hönggerberg, 8093 Zürich; J. Lipton, Entwicklungsabteilung, Concast AG, Tödi, 8027 Zürich.