Zeitschrift: Schweizer Ingenieur und Architekt
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 97 (1979)
Heft: 38

Artikel: Momentenumlagerung und Verformung: Gedanken des Prüfingenieurs
Autor: Favre, Renaud
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-85536

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 08.08.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Momentenumlagerung und Verformung

Gedanken des Prüfingenieurs

Von Renaud Favre, Lausanne

Nachweis des Gebrauchszustandes

Je länger je mehr setzt sich die Erkenntnis durch, dass zur *Beurteilung der Qualität eines Bauwerkes* vor allem, wenn nicht ausschliesslich, der *Dauerzustand* massgebend ist. Dieser wird gekennzeichnet durch die *Beanspruchungen aus Dauerlasten* (Eigengewicht des Bauwerkes, Vorspannung, dauernd wirkende Nutzlasten) und aus *Zwang* (Momentenumlagerung bei Änderung des statischen Systems, aufgezwungene Vorformungen infolge Schwind-, Kriech- und Temperaturunterschiede, Setzungsdifferenzen, usw.).

Nur in Sonderfällen wird man für den Nachweis des Gebrauchszustandes die nicht dauernd auftretenden Nutzlasten berücksichtigen müssen, wie z. B. den Wind für die Schwingungen eines Hochhauses, die Bahnlasten für die Rissbildung einer Eisenbahnbrücke oder den hydrostatischen Druck für die Rissbildung eines Wasserbehälters.

Bei einer Strassenbrücke wie jener von Stein-Säckingen spielen die Nutzlasten für die Beurteilung der Qualität eine untergeordnete Rolle. Es muss höchstens darauf geachtet werden, dass unter dem rollenden Verkehr keine physiologisch unangenehme Schwingungen entstehen. Sonst genügt es, für die sowieso nur ausnahmsweise auftretenden rechnerischen Nutzlasten den Nachweis der Tragfähigkeit (Bruchsicherheit) zu erbringen sowie ein elastisches, d. h. reversibles Verhalten des Bauwerkes wegen des Gebrauchszustandes sicherzustellen.

Sich auf diese Überlegungen stützend, wurde im Quersinn eine Vorspannung der Fahrbahnplatte so gewählt, als dass diese sich im Dauerzustand verformungs- und demnach momentenfrei verhält. Die einzige Dauerbeanspruchung der Platte quer zur Brückenachse ist also eine Normalkraft entsprechend der Vorspannkraft, welche die Zugspannungen infolge Sonnenbestrahlung, unterschiedlichem Schwinden, Nutzlasten etc. z. T. überdrückt und eventuelle Risse nach Abklingen der Beanspruchung wieder schliesst.

Auch wird durch diese, die Dauerlasten aufhebende Quervorspannung erreicht, dass im Dauerzustand keine Momente in die Kastenwände eingeleitet werden. Es ergibt sich daraus eine wirtschaftlich tragbare, geringe Vorspannung von ca. 400 kN/m.

Auch im Längssinn wäre es für eine optimale Qualität von Vorteil, wenn die Vorspannung nach Abklingen der Verluste die Dauerlasten und – Zwängungen voll aufheben würde. Die Brücke wäre dann momenten-, querkraft- und verformungsfrei. Dies ist aber aus wirtschaftlichen Überlegungen nur selten möglich, dann nämlich, wenn diese (grosse) Vorspannung für die Gewährleistung der Bruchsicherheit wirklich nötig ist. Dies ist z. B. bei den leichten, aus vorfabrizierten Kastenträgern hergestellten schweizerischen Standardüberführungen der Fall (siehe «Vérification de la fissuration de structures préfabriquées assemblées par précontrainte» par *R. Favre, J. Rojas* et *A. Vaucher*, Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, Paris, avril 1979).

Bei der Rheinbrücke Stein-Säckingen wurde im Längssinn die Vorspannung so gewählt, dass nirgends wesentliche Dauerzugspannungen auftreten. Die Umlenkkräfte nach Abzug der Verluste betragen im Mittel ca. 80 Prozent der Dauerlasten. Wegen der Ausführung in zwei, zeitlich weit auseinanderliegenden Bauabschnitten kann daraus nicht der Schluss gezogen werden, dass die Beanspruchungen und Verformungen im Dauerzustand jenen aus einer 20prozentigen Dauerlast entsprechen. Deshalb soll nachfolgend auf das wirklichkeitsnahe Erfassen des Dauerzustandes eingegangen werden.

Schnittkraftumlagerung nach der Methode Rüsch/Jungwirth

Wird ein Betonbauwerk in verschiedenen Bauabschnitten oder aus vorfabrizierten Teilen hergestellt, ändert sich mit der Zeit die Lage der Schlusslinie der Momentenfläche aus Dauerlasten. Diese Änderung der Biegemomente und somit auch der Krümmungen und Verformungen ist eine Folge der Kriech- und Relaxationsfähigkeit des Betons.

Nehmen wir das Beispiel eines aus einer Vielzahl von einfachen Balken der Spannweite l zusammengesetzten Durchlaufträgers. Zur Zeit t_o geschehe durch Fugenschluss die Systemänderung von einfachen zu einem durchlaufenden Balken. Dadurch wird diesem die Winkelverdrehung $\alpha_{to} = \frac{gl^3}{24E_oJ}$ an den Auflagern

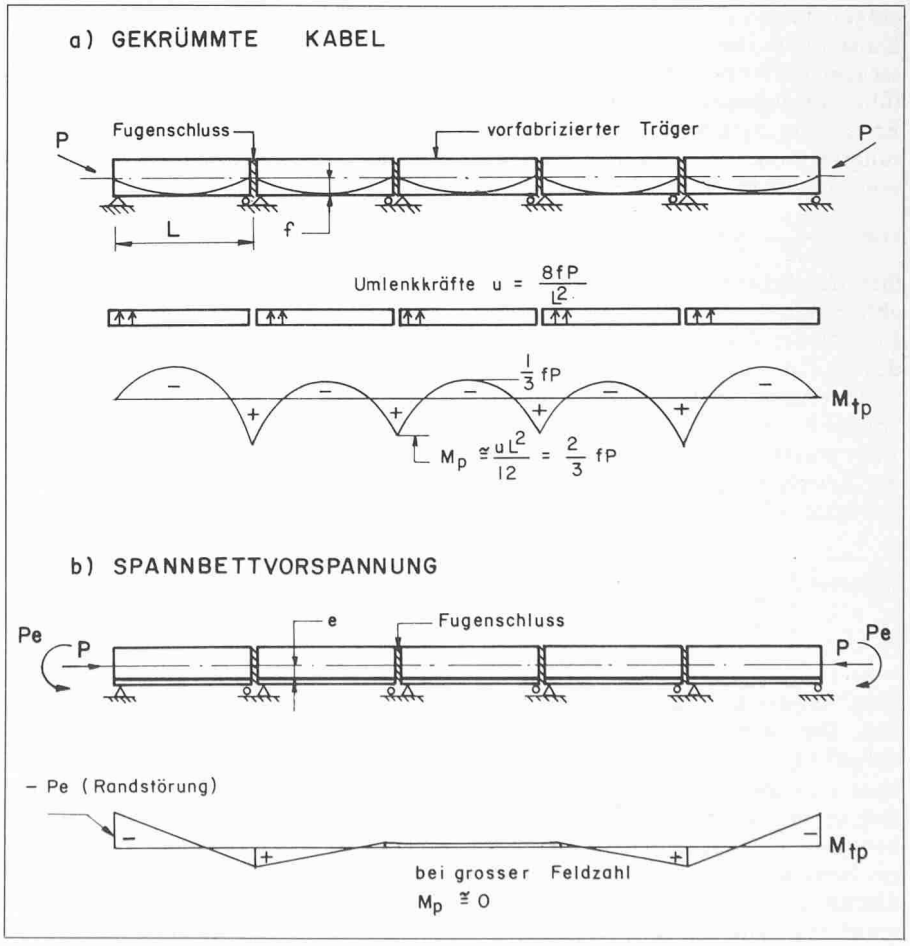

Bild 1. Vergleich der Momentenflächen zur Zeit t_o unter Annahme von $\xi_p = 0$ bei verschiedener Wahl der Vorspannung P

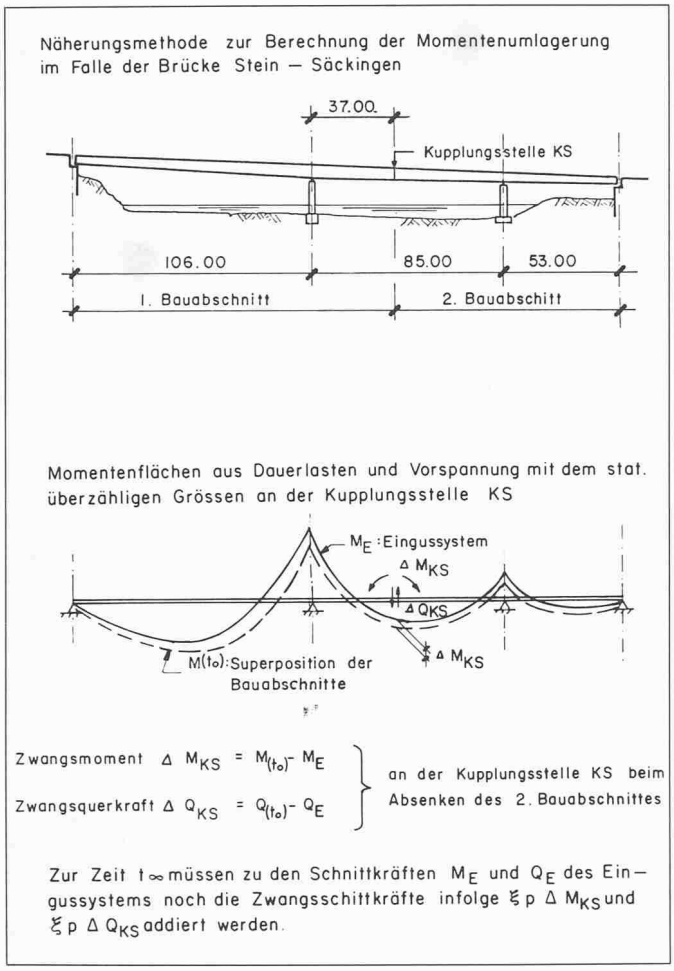

Bild 2. Näherungsmethode zur Berechnung der Momentenumlagerung im Falle der Brücke Stein-Säckingen

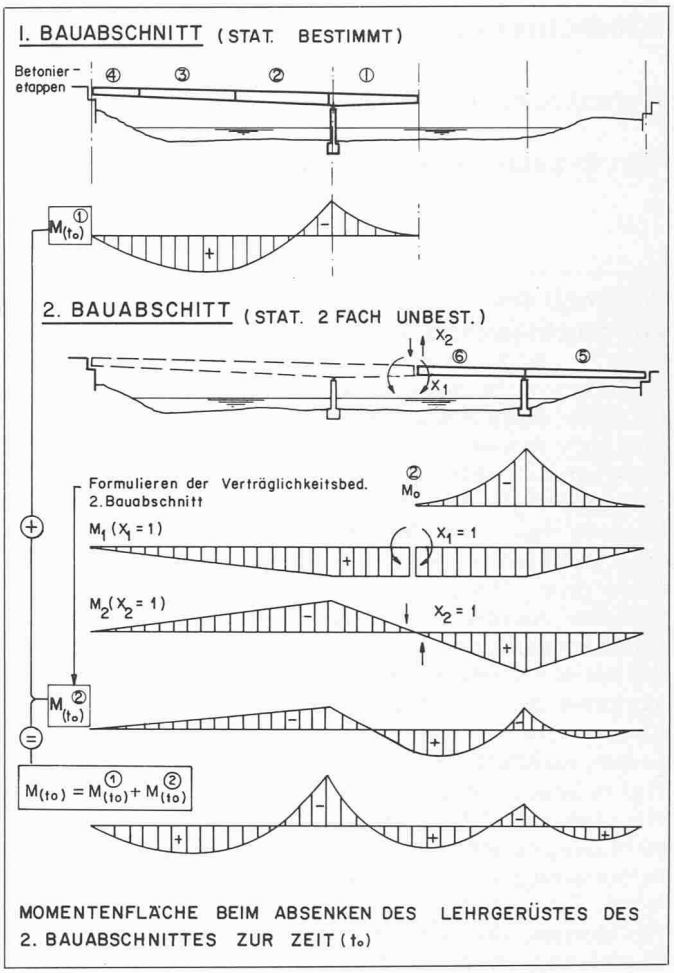

Bild 3. Berechnung der Momente vor der Schnittkraftumlagerung

aufgezwungen (J konstant), die einem Knick in der Biegelinie entspricht. Dieser Knick wäre bei einem normal ausgeführten Eingussträger nicht vorhanden. Er ist dem System durch die Ausführungsmethode aufgezwungen worden und entspricht einem Zwangsmoment von $+ \frac{gl^2}{12}$, das sich infolge Relaxation des Betons mit der Zeit gewaltig abmindert.

Ein solcher Abminderungsfaktor wurde z. B. von *Rüsch-Jungwirth* angegeben und im Anhang e der CEB-FIP Mustervorschrift 1978 in Bild e. 8 als sog. Relaxationswert ξ_p übernommen. ξ_p ist von der Kriechzahl φ (t_∞, t_o) abhängig und beträgt z. B. für

$\varphi(t_\infty, t_o) = 1{,}5$	$\xi_p = 0{,}32$	$e^{-\varphi} = 0{,}22$
$= 2{,}0$	$= 0{,}23$	$= 0{,}14$
$= 3{,}0$	$= 0{,}11$	$= 0{,}05$

Zum Vergleich ist noch der seinerzeit von *Dischinger* angegebene e-φ-Wert aufgeführt.

Dass sich die Momentenfläche mit der Zeit an jene des Eingusssystems annähert, ist wohl allgemein bekannt. Weniger bewusst ist man sich dagegen der Abminderung des Zwanges bei der Vorspannung: wird ξ_p näherungsweise zu Null angesetzt, so bleibt bei einer Spannbettvorspannung mit der Zeit überhaupt kein Biegemoment und nur eine zentrische Normalkraft übrig, ganz im Gegensatz zu einer Vorspannung aus gekrümmten Kabeln (Bild 1). Dieser krasse Qualitätsunterschied für den Gebrauchszustand (Rissgefahr und Durchbiegungen) sollte neben rein wirtschaftlichen Überlegungen bei der Wahl der Vorspannung vermehrt berücksichtigt werden.

Die Berechnung der Abminderung des Zwanges mit Hilfe eines Relaxationswertes ξ_p ist streng nur möglich, wenn alle zusammengefügten Bauteile denselben Kriechwert φ haben. Vereinfachend kann aber verschiedenen Kriechwerten mit Hilfe verschiedener *E*-Moduln Rechnung getragen werden. So konnte näherungsweise die Momentenumlagerung im Falle der Rheinbrücke Stein-Säckingen gemäss Bild 2 berechnet werden. Daraus wird sofort ersichtlich, dass die Umlagerungen von der Grösse der Zwangsschnittkräfte ΔM_{KS} und ΔQ_{KS} abhängen. Diese stellen die am zweifach statisch unbestimmten System durch die Bauausführung den Eingussschnittkräften aufgezwängten überzähligen Grössen dar. Diese sollten möglichst klein gehalten werden. Ein Bauwerk sollte nämlich nicht zu grosse Unterschiede in der Beanspruchung aufweisen. Auch sind diese Unterschiede trotz grossem rechnerischen Aufwand, wie wir es nachfolgend schildern werden, wegen der Streuungen in den Materialkennwerten, nicht sehr genau erfassbar.

Aus diesen Überlegungen heraus ergab sich die Wahl des grossen Kragarmes von 37 m im 1. Bauabschnitt.

Schnittkraftumlagerungen und Verformungen nach Trost/Bazant

Eine der *Hauptschwierigkeiten* beim Bau dieser Brücke war die *ungünstige Verteilung der Spannweiten wegen der vorgesehenen Schiffahrtsöffnung* sowie die Auflage für die Unternehmung, *vom schweizerischen Ufer aus mit der 106 m grossen Hauptöffnung zu beginnen*. Für die Verformungen wäre eine Ausführung Feld um Feld, vom deutschen Ufer aus, günstiger gewesen.

Dank der Wahl eines 1. Bauabschnittes mit einem Kragarm von 37 m wurde das Problem allerdings abgemindert. Trotzdem beträgt die grösste rechnerische Durchbiegung in der Hauptöffnung bei t_∞ infolge Eigengewicht des Betons 63 cm, Restdauerlasten 6 cm und Vorspannung −51 cm. Aus diesen Werten wird ersichtlich, wie heikel die Voraussage der sich als Differenz grosser Zahlen ergebende Enddurchbiegung ist. Im Gegensatz zu Brücken im

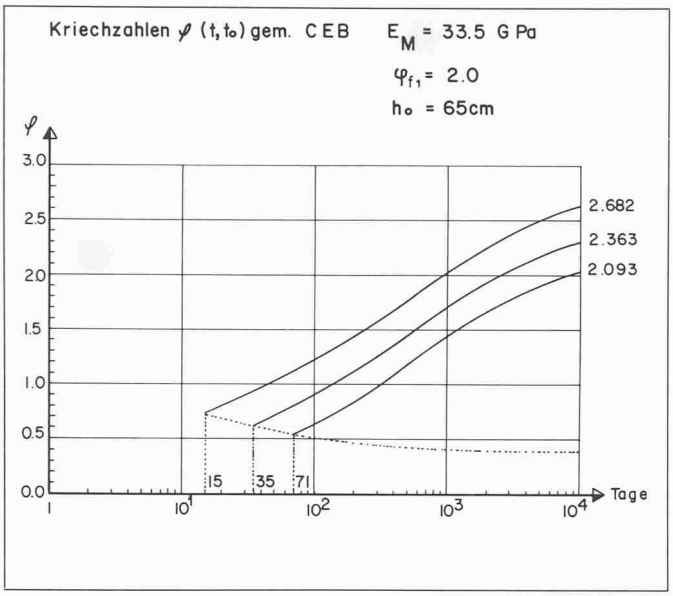

Bild 4. Kriechzahlen φ (t,t₀) gemäss CEB
E_M = 33,5 G PA, φ_{f1} = 2,0, h_0 = 65 cm

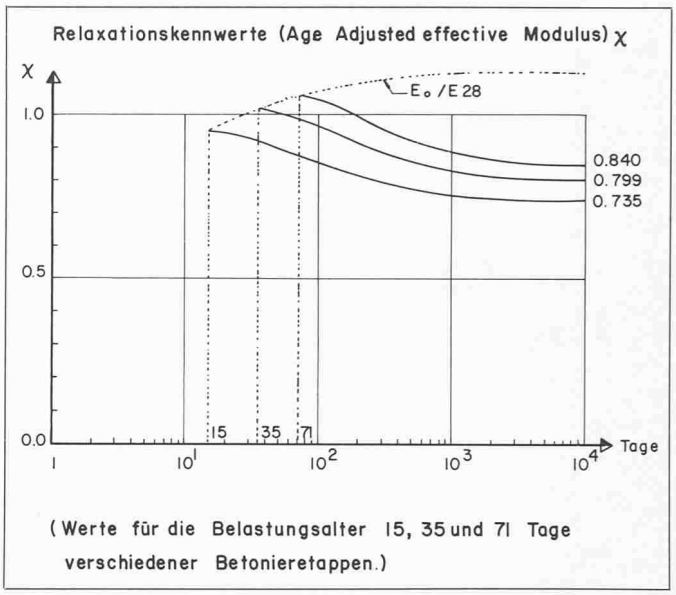

Bild 5. Relaxationskennwert χ (Age Adjusted effective Modulus)

Freivorbau, wo bei jeder Bauetappe die Geometrie den effektiven Durchbiegungen angepasst werden kann, bestehen hier nur geringe Möglichkeiten für eine Korrektur. Zu diesem Zweck wurde hier das Anbringen von Ballast und das nachträgliche Einziehen von Reservekabeln ins Auge gefasst. Die letzte Massnahme wurde in Form von Reservehüllrohren vorgesehen aber nicht ausgenutzt. Dagegen wurde ein Kiesballast von 220 to am Kragarmende vom August 78 bis Januar 79 aufgebracht.

Die genauere Berechnung der Schnittkräfte und Verformungen wurde mit Hilfe von zwei Verträglichkeitsbedingungen an der Kupplungsstelle durchgeführt (Bild 3). Das zweifach statisch unbestimmte System ermöglicht nämlich die Formulierung der beiden Bedingungen, dass nach dem Absenken des 2. Bauabschnittes an der Kupplungsstelle weder eine relative Winkelverdrehung noch eine relative Vertikalverschiebung auftreten kann.

Zuerst muss die Momentenfläche $M(t_0)$ berechnet werden, die sich aus den Bauzuständen beim Absenken des Lehrgerüstes des 2. Bauabschnittes ergibt. Die Lasten setzen sich aus dem Eigengewicht des Betons und den Umlenk- und Ankerkräften der in diesem Zeitpunkt t_0 wirkenden Vorspannung. Da noch kein Kriechen stattgefunden hat, sind die Verträglichkeitsbedingungen reine Elastizitätsgleichungen mit E-Moduln entsprechend dem Betonalter der sechs Betonieretappen. Darauf muss die Änderung von $M(t_0)$, also die Änderung ΔX der überzähligen Grössen X_1 und X_2 infolge Kriechen bestimmt werden.

Die für t_∞ aufzustellenden Verträglichkeitsbedingungen bringen zum Ausdruck, dass während des Zeitintervalls t_0 bis t_∞ die Deformationen infolge der konstanten Momente $M(t_0)$ total den φfachen elastischen Deformatio-

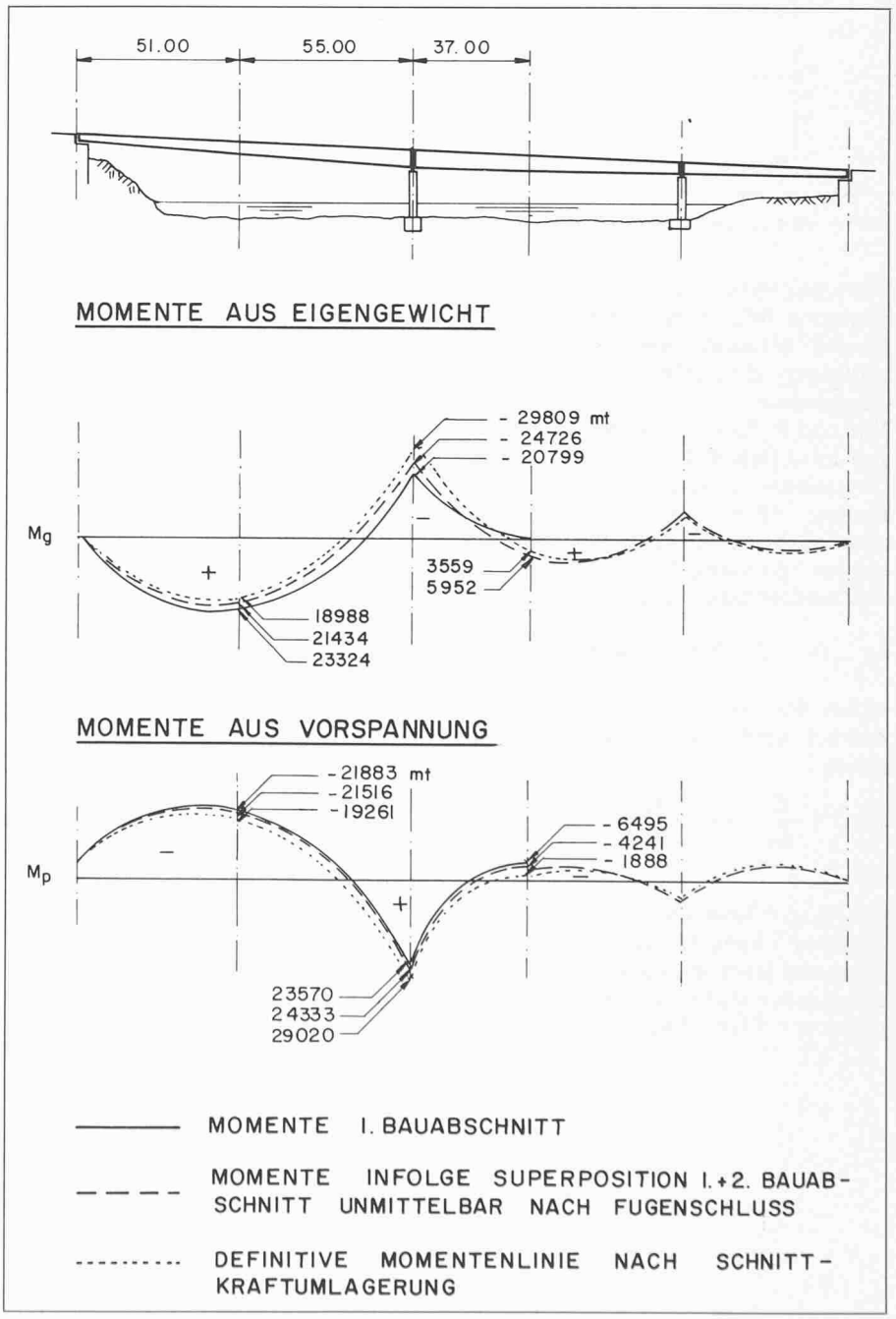

Bild 6. Dauerlastmomentenflächen

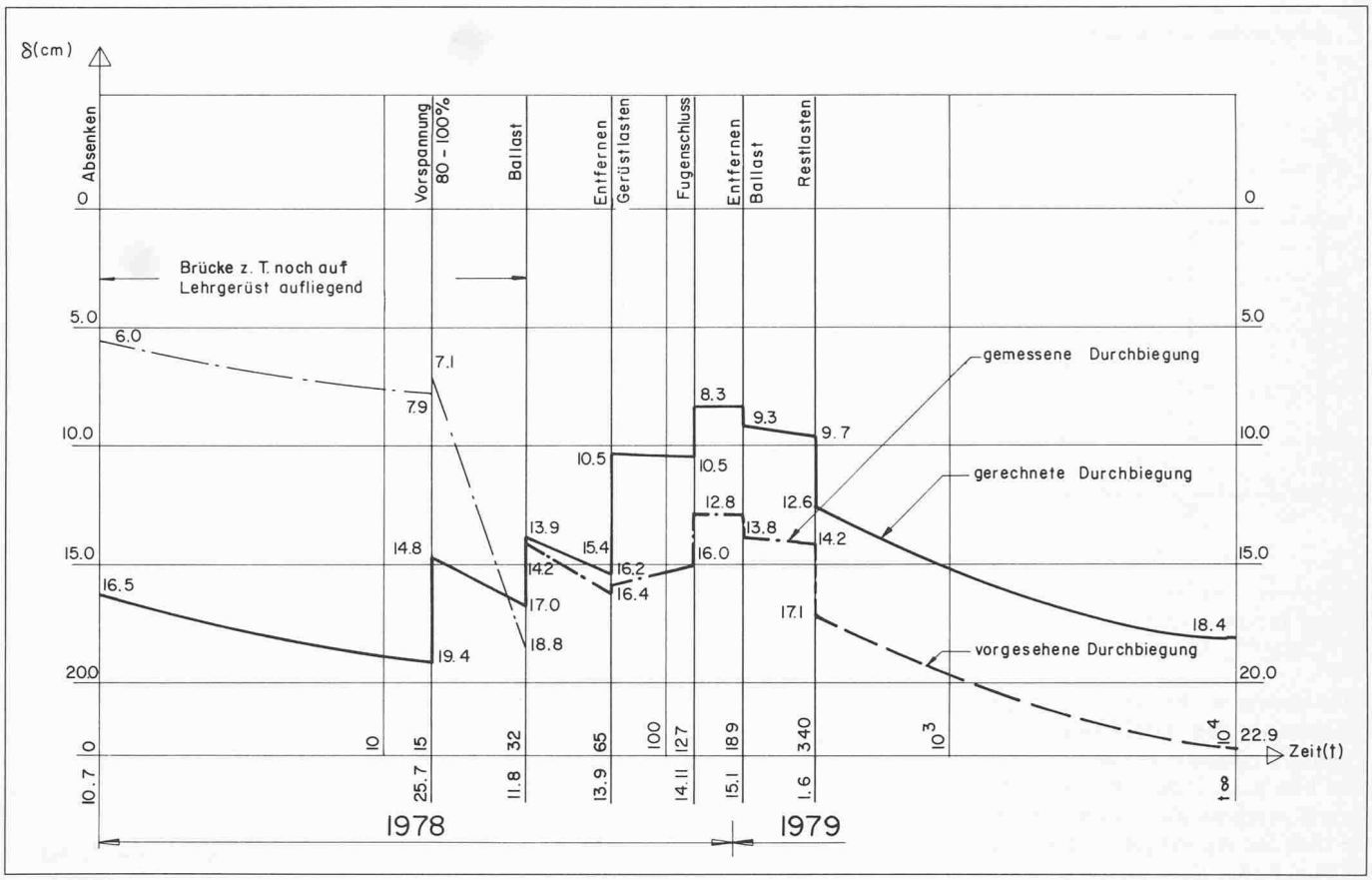

Bild 7. Zeitliche Entwicklung der Durchbiegung δ in der Spannweite L = 106,00 m

nen entsprechen, während die Deformationen infolge der langsam entstehenden Momente aus ΔX den $(1 + \chi\varphi)$fachen elastischen Deformationen entsprechen.

Wie von *R. Favre, M. Koprna, A. Radojicic* in «Effets différés, fissuration, déformations» (Editions Georgi, St-Saphorin, 1979) beschrieben, beträgt nämlich bei einer zeitlich nicht konstanten Spannung die spez. Dehnung ε im Zeitintervall t_o bis t_∞:

$$\varepsilon(t_\infty,t_o) = \frac{1}{E_O}\,[\sigma(t_o)\,(1+\varphi) + \Delta\sigma(1+\chi\varphi)]$$

wobei der Relaxationskennwert χ berechnet werden kann nach der Gleichung

$$\chi(t,t_o) = \frac{E_o}{E_{28}} \cdot \frac{E_o}{E_o - r(t,t_o)} - \frac{1}{\varphi(t,t_o)}$$

mit $r(t,t_o)$ = Relaxationsfunktion. Diese Funktion r kann aus dem Kriechwert φ abgeleitet werden und stellt die Spannungsentwicklung für eine Einheitsdehnung $\varepsilon = 1$ dar. Für $t = t_o$ gilt:

$$r = \sigma = \varepsilon \cdot E_o = E_o,\ \varphi = O \text{ und } \chi \rightarrow \frac{E_o}{E_{28}}$$

Um die mühsame numerische Auswertung von φ, r und χ zu erleichtern, haben wir diese Funktionen an der *ETH-Lausanne* programmiert (siehe Bild 4 und 5). Dabei sind wir von den in der CEB-FIP Mustervorschrift 78 angegebenen φ-Werten ausgegangen.

Da die Krümmungen

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{d}$$ und die Verformungen a_{ik} proportional zu den spez. Dehnungen ε sind, lassen sich folgende *Verträglichkeitsbedingungen zur Zeit* t_∞ anschreiben:

a_{10} und a_{20} berechnen sich aus $M(t_o)$

$$a_{10} \cdot \varphi + \Delta X_1 \cdot a_{11}\,(1+\chi\varphi) + \Delta X_2\, a_{12}\,(1+\chi\varphi) = 0$$

$$a_{20} \cdot \varphi + \Delta X_1 \cdot a_{21}\,(1+\chi\varphi) + \nabla X_2\, a_{22}\,(1+\chi\varphi) = 0$$

woraus ΔX_1 und ΔX_2 folgen.

Dabei sind für $\varphi = \varphi(t_\infty,t_o)$ und $\chi(t_\infty,t_o)$ für t_o die Betonalter entsprechend den sechs verschiedenen Betonnieretappen einzusetzen.

Bei der Berechnung der Langzeitverformungen wurden neben dem hier geschilderten Einfluss aus Eigengewicht und Vorspannung auch die *Vorspannverluste*, durch die Ausführung bedingte *Temperatur- und Schwinddifferenzen zwischen Fahrbahnplatte und Trog*, die *Einwirkung des Ballastes*, des *deponierten Schalungsmaterials* sowie der *Restlasten* (Belag, etc) berücksichtigt (siehe Bild 6 und 7). Der Vergleich mit den gemessenen Durchbiegungen zeigt Abweichungen von maximal ca. 4 cm.

Abschliessend möchte ich noch meinen Mitarbeitern, den Herren *M. Koprna, Ch. Häring* und *G. Rey* für ihren grossen Einsatz bei der anspruchsvollen Nachprüfung dieses Brückenbauwerkes bestens danken.

Adresse des Verfassers: Prof. *R. Favre*, dipl. Ing. ETH, Centre d'étude du béton armé et précontraint, 32, chemin de Bellerive, 1007 Lausanne