

**Zeitschrift:** Schweizer Ingenieur und Architekt  
**Herausgeber:** Verlags-AG der akademischen technischen Vereine  
**Band:** 97 (1979)  
**Heft:** 1/2

**Artikel:** Bemessung von kreisförmigen Tunnelwänden aus unbewehrtem Beton  
**Autor:** Gysel, Martin  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-85394>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. [Mehr erfahren](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. [En savoir plus](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. [Find out more](#)

**Download PDF:** 30.04.2026

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

# Bemessung von kreisförmigen Tunnelendwänden aus unbewehrtem Beton

Von Martin Gysel, Baden

Beim Bau von Untergrundbahnen, aber auch anderswo, wird oft die Stirnseite einer kreisrunden Tunnelröhre mittels einer dickwandigen Beton-Kreisplatte gegen das Erdreich abgeschlossen. Eine typische Anwendung liegt im Bau von U-Bahnstationen, bei denen es bei bergmännischer Ausführung oft darum geht, kreisrunde Tunnelröhren beschränkter Länge durch Stirnwände abzuschliessen. Typische Anordnungen sind in Abbildung 1 dargestellt.

Solche Abschlusswände erfüllen selbstverständlich nicht nur eine statische Funktion; sie müssen auch wasserdicht ausgebildet werden, und oft muss berücksichtigt werden, dass der betreffende Tunnel später verlängert werden soll. Dafür haben sich unbewehrte, relativ dickwandige Betonplatten in manchen Fällen gut bewährt. (Anderes Anwendungsgebiet: Abschlüsse von Senkbrunnen).

Besteht der Baugrund aus Lockergesteinen, so müssen diese Kreisplatten oft auf einen beachtlichen Aussendruck dimensioniert werden. Das Verhältnis Plattendicke ( $h$ ) zu Plattendurchmesser ( $2a$ ) ist dabei oft so, dass die Voraussetzung für die Anwendung der Plattentheorie der dünnen Platten nicht erfüllt ist. Für Verhältnisse  $h:2a > 0,2$  [1] müsste an und für sich auf die räumliche Elastizitätstheorie, auf Berechnungen mittels finiter Elemente oder auf ähnlich aufwendige Methoden zurückgegriffen werden. Oft lohnt sich dies aber nicht, wenn die Tunnelendwände im Gesamtprojekt nur eine bescheidene Rolle spielen und demzufolge so aufwendige Analysen nicht in Frage kommen. Das nachfolgend beschriebene einfache Verfahren erlaubt in diesen Fällen mit kleinem Aufwand eine Bemessung der Tunnelwände.

## Die virtuelle Kugelschale

Die folgenden Ausführungen beschränken sich auf den Fall der vollen Kreisplatte (Bild 1). Die vorgeschlagene Lösung kann aber, falls der Durchmesser des Durchbruchs im Verhältnis zum Tunneldurchmesser genügend klein ist, auch für Abschätzungen an durchbrochenen Tunnelendwänden angewendet werden. Sind die beiden Durchmesser von der gleichen Grössenordnung, so degeneriert die Endplatte zu einem Ring, dessen statische Beanspruchung andersweitig untersucht werden muss bzw. sich dank massiver Ausbildung zu meist erübrigt.

Die dickwandige volle Kreisplatte stehe unter einem Aussendruck  $p$ . Die Bestimmung der absoluten Grösse dieses Druckes ist nicht Gegenstand dieser Arbeit. Es wird lediglich vorausgesetzt,  $p$  weise über die Platte einen konstanten Wert auf, was einem Mittelwert einer tatsächlich beispielsweise glockenförmigen Verteilung entsprechen soll.

Für die Abschätzung der Tragkapazität der dickwandigen Kreisplatte der Dicke  $h$  wird ihr nun ein Ausschnitt

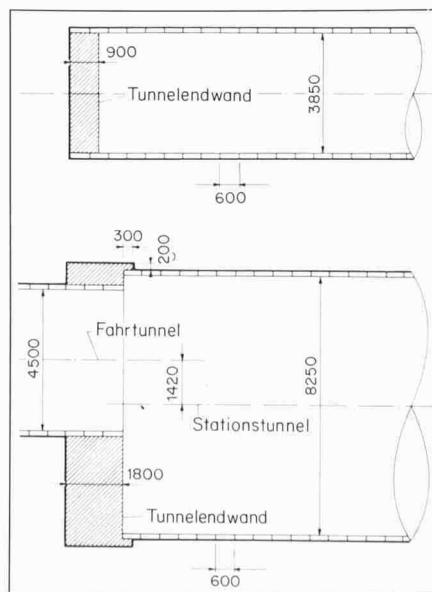


Bild 1 Typische Anordnung von Tunnelendwänden (unbewehrter Beton)  
Oben: einfacher Abschluss  
Unten: Abschluss mit exzentrischem Durchbruch (Masse in mm)

einer gedachten Kugelschale mit der Dicke  $\alpha \cdot h$  und dem Radius  $R_0$  eingeschrieben (Bild 2).!

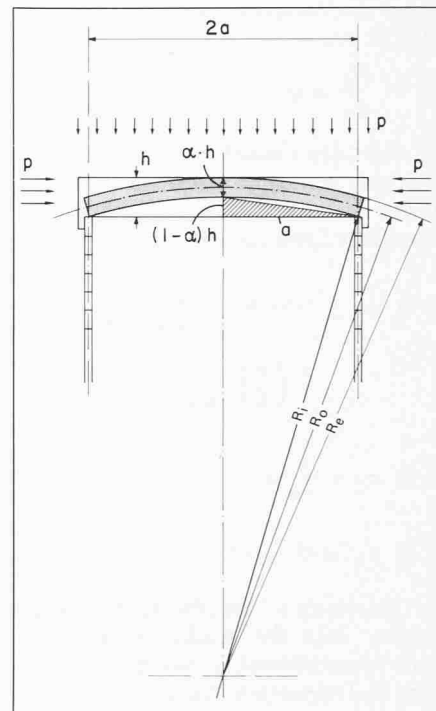


Bild 2 Tunnelendwand: geometrische Konfiguration und Aussendruck  $p$

$\alpha$  und  $R_0$  sind zunächst noch unbekannt. Die Normalkraftbeanspruchung der virtuellen Kugelschale beträgt in deren Mittelpunkt (Tunnelachse)

$$(1) \quad N_t = \frac{R_e p}{2} + \alpha h p$$

Anhand von Bild 2 kann der Radius  $R_i$  durch  $\alpha$  und die bekannten Grössen  $a$  und  $h$  ausgedrückt werden. Zunächst wird aus der Figur gelesen

$$(2) \quad [R_i - (1 - \alpha) h]^2 + a^2 = R_i^2$$

das heisst

$$(3) \quad R_i = \frac{(1 - \alpha)^2 h^2 + a^2}{2 h (1 - \alpha)}$$

Damit wird

$$(4) \quad R_e = R_i + \alpha h = \frac{h(1 + \alpha)}{2} + \frac{a^2}{2 h (1 - \alpha)}$$

Setzt man nun  $R_e$  nach Gleichung (4) in Gleichung (1) ein, so folgt

$$(5) \quad N_t = p \alpha h \left[ \frac{5}{4} + \frac{1}{4 \alpha} + \left( \frac{a}{h} \right)^2 \frac{1}{4 \alpha (1 - \alpha)} \right]$$

bzw. die tangentielle Normalspannung

$$(6) \quad \sigma_t = p \left[ \frac{5}{4} + \frac{1}{4 \alpha} + \left( \frac{a}{h} \right)^2 \frac{1}{4 \alpha (1 - \alpha)} \right]$$

$\alpha$  und damit die Plattenstärke und der Radius der virtuellen Kugelschale folgen aus der Bedingung, dass die innere Arbeit  $U$  (Verzerrungsenergie) minimal wird, d. h.

$$(7) \quad \frac{dU}{d\alpha} = 0$$

Im zentralen Gebiet der virtuellen Kugelschale herrscht unter der Belastung  $p$  in der Faserschicht  $x$  ( $0 < x < \alpha h$ ) der räumliche Spannungszustand

$$(8.1) \quad \sigma_{t_1} = \sigma_{t_2} = \sigma_t = p \left[ \frac{5}{4} + \frac{1}{4\alpha} + \left( \frac{a}{h} \right)^2 \frac{1}{4\alpha(1-\alpha)} \right]$$

$$(8.2) \quad \sigma_r = \frac{p}{\alpha h} x$$

$$(8.3) \quad \tau_{t_1, t_2} = \tau_{t_2, r} = \tau_{t_1, r} = 0$$

In Gleichung 8.2 ist zum Ausdruck gebracht, dass die Radialspannung  $\sigma_r$  vom Normaldruck  $p$  auf der Aussenseite der virtuellen Kugelschale linear auf null auf der Innenseite abnimmt. Nach der allgemeinen Mechanik [2] ergibt sich mit diesen Spannungskomponenten folgende Verzerrungsenergie:

$$(9) \quad U = \int_V \frac{1}{2} (2\sigma_{t_1} \varepsilon_{t_1} + \sigma_r \varepsilon_r) dV$$

Werden die Verzerrungen  $\varepsilon$  nach dem verallgemeinerten Hooke'schen Gesetz noch in Spannungen ausgedrückt, so ergibt sich für den Integranden, d. h. für die Einheitsverzerrungsenergie:

$$(10) \quad \bar{U} = \frac{1}{2} \left[ \sigma_t^2 \frac{2(1-\nu)}{E} - \sigma_t \sigma_r \frac{4\nu}{E} + \frac{1}{E} \sigma_r^2 \right]$$

Drückt man nun  $\sigma_r$  nach Gleichung 8.2 durch  $p$  aus und integriert  $U$  über die ganze Schalendicke, erhält man die Verzerrungsenergie für ein ganzes Schalenelement:

$$(11) \quad U = \int_0^{\alpha h} \bar{U} dx = \frac{\alpha h}{2E} \left[ 2(1-\nu) \sigma_t^2 - 2\nu p \sigma_t + \frac{p^2}{3} \right]$$

Zur Erfüllung der Gleichung [7] wird sodann gesetzt:

$$(12) \quad \frac{dU}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha} \left\{ \frac{\alpha h}{2E} \left[ 2(1-\nu) \sigma_t^2 - 2\nu p \sigma_t + \frac{p^2}{3} \right] \right\} = 0$$

Aus der Gleichung [12] kann mit  $\sigma_t$  nach Gleichung (8.1) der Dickenparameter  $\alpha$  bestimmt werden.

Es zeigt sich, dass die Dicke  $\alpha \cdot h$  der virtuellen Kugelschale von der Quer-

dehnungszahl  $\nu$  des verwendeten Materials (Beton) und vom Verhältnis Plattenradius  $a$  zu Plattendicke  $h$  abhängig ist.

Für die Bemessung von Endwänden aus Beton wird im folgenden der Dickenparameter  $\alpha$  der virtuellen Kugelschale für verschiedene Verhältnisse  $h/a$  berechnet.

Für Beton wird angenommen: Querdehnungszahl  $\nu = 1/6$

Damit bestimmen sich aus Gleichung (12) die in Bild 3 dargestellten Dickenparameter  $\alpha$  der virtuellen Kugelschale.

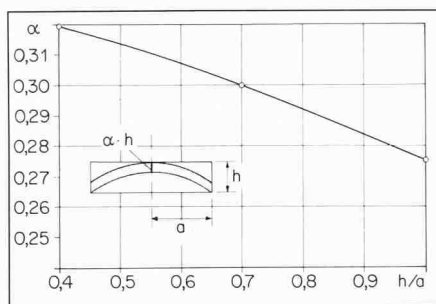


Bild 3 Dickenparameter  $\alpha$  (äquivalente Schalendicke) für Endwand aus Beton in Abhängigkeit von  $h/a$   
 $\alpha =$  berechnete Werte

Aus Bild 3 ist ersichtlich, dass der Dickenparameter  $\alpha$  im untersuchten Bereich von  $h/a = 0,4$  bis  $1,0$  zwischen den Werten  $0,32$  und  $0,275$  variiert. Je nach Schlankheit der Endwand beträgt also die Dicke der virtuellen Kugelschale 32 bis 27,5% der Dicke der Endwand. Der untersuchte Dickenbereich  $h/a$  wird auf der «dünnen» Seite ( $h/a = 0,4$ ) durch den Übergang zur dünnen Schale (Anwendung der Plattentheorie möglich) und auf der «dicken» Seite durch  $h/a = 1$  begrenzt. Noch gedrungener Endwände werden kaum ausgeführt.

Im Sinne einer Diskussion der berechneten Dickenparameter  $\alpha$  ist es interessant zu ermitteln, welche Parameter  $\alpha$  man erhält, wenn nur die Tangentialspannung  $\sigma_t$  berücksichtigt wird. Es wird also die Gleichung (6) nach  $\alpha$  abgeleitet und Null gesetzt. Eine vorherige Bildung der Verzerrungsenergie erübrigt sich, weil Spannungen und Dehnungen über den ganzen Schalenquerschnitt konstant sind. Es folgt somit:

$$(13) \quad (\alpha - 1)^2 + \left( \frac{a}{h} \right)^2 (2\alpha - 1) = 0$$

Daraus erhält man für

$$\frac{h}{a} = 0,4 \rightarrow \alpha = 0,52$$

$$\frac{h}{a} = 1,0 \rightarrow \alpha = 0,585$$

Die nunmehr von der Querdehnungszahl unabhängige Dicke der virtuellen Kugelschale fällt also bei diesem vereinfachten Vorgehen grösser aus als bei

der genaueren Berechnung. Werden also nur die Tangentialspannungen berücksichtigt, so stellt sich das Minimum der Verzerrungsenergie bei einer schwächer gekrümmten, aber dickeren Kugelschale ein als bei der Berücksichtigung des gesamten Spannungszustandes.

Die Tragwirkung der virtuellen Kugelschale kann durch einen Vergleich mit der Biegung der entsprechenden Kreisplatte mit den Abmessungen der Endwand diskutiert werden. Der Vergleich erfolgt für den Grenzfall  $h/a = 0,4$ , für den sowohl die Plattentheorie wie auch die Methode der virtuellen Kugelschale angewendet werden können.

Nach Bares [1] erhält man für eine eingespannte Kreisplatte vom Radius  $a$  in Plattenmitte folgende Biegemomente:

$$(14) \quad M_r = M_\varphi = \frac{pa^2}{16} (1 + \nu)$$

Nimmt man an, am unteren Plattenrand seien die Horizontalspannungen null (keine Zugspannungen), so errechnet sich mit  $\nu = 1/6$  aus dem Druckspannungskeil über den Plattenquerschnitt eine totale Druckkraft aus der Biegung von

$$(15) \quad D = \frac{6M_r}{h} = 6 \cdot \frac{pa^2}{16} (1 + 0,1667) = 0,4375 \frac{pa^2}{h}$$

Superponiert man noch den auf die Plattenkante wirkenden Druck  $p$  (siehe Bild 2), so folgt die totale Druckkraft

$$(16) \quad D_{tot} = p \left( 0,4375 \frac{a^2}{h} + h \right) = 3,734 ph$$

Nach der Methode der virtuellen Kugelschale erhält man durch Einsetzen von  $\alpha = 0,32$  in Gleichung (5)

$$(17) \quad D_{tot} = p \left( 0,3676 \frac{a^2}{h} + 0,6500 h \right) = 2,9475 ph$$

Der Vergleich von (16) und (17) zeigt, dass die total wirkende Druckkraft beim Schalenmodell 79% der des Plattenmodells beträgt.

### Bemessung der Endwand

Die Bemessung einer Tunnelendwand wird nun praktisch folgendermassen ausgeführt: Bei gegebenem Durchmesser  $2a$  der Endwand und anderweitig bestimmter Belastung  $p$  wird ein Verhältnis Plattendicke zu Plattenradius  $h/a$  gewählt. Aus Bild 3 wird das zugehörige  $\alpha$  abgelesen. Mit  $p$  und  $\alpha$  werden aus den Gleichungen (8.1) und (8.2) die Hauptspannungskomponenten in Schalenmitte bestimmt. Dieser Spannungszustand weist, über den Schalen-

querschnitt betrachtet, auf der Unterseite der virtuellen Kugelschale, wo  $\sigma_r = 0$  ist, die kleinste Sicherheit gegen Bruch auf.

Der zweidimensionale Spannungszustand  $\sigma_{11} = \sigma_{22}$  nach Gleichung (8.1) bzw.  $\sigma_{11}/\beta_d = \sigma_{22}/\beta_d$ , wobei  $\beta_d$  die einachsiale Druckfestigkeit des verwendeten Betons bedeutet, wird daher in Bild 4 als Punkt P in die Spannungsebene  $\sigma_{11}, \sigma_{22}$  eingetragen. In derselben, nach Division durch die einachsiale Betondruckfestigkeit  $\beta_d$  dimensionslos gemachten Spannungsebene ist zudem die

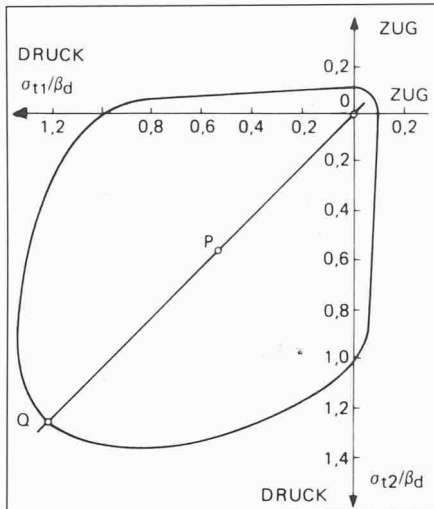


Bild 4 Bestimmung der zweiachsigen Bruchsisicherheit  $s = OQ/OP$  nach Newmann [3]

Bruchfestigkeit von Beton unter zwei-dimensionalen Spannungszuständen nach Newman [3] angegeben.

Aus Bild 4 kann jetzt die erreichte Bruchsicherheit  $s$  abgelesen werden:

$$(18) \quad s = \overline{OQ}/\overline{OP}$$

In Anlehnung an die SIA Richtlinie 162/34 «Bruchwiderstand und Bemessung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken» kann man z. B. eine Bruchsicherheit von  $s \geq 1,8$  fordern. Falls diese Bedingung in Bild 4 für das gewählte Plattendickenverhältnis  $h/a$  erfüllt ist, kann die Platte als richtig bemessen betrachtet werden. Zusätzlich kann noch eine Schubkontrolle am Plattenrand vorgenommen werden. Es soll erfüllt sein:

$$(19) \quad \tau_{\text{vorh}} = \frac{pa}{2h} \leq \tau_1$$

$\tau_1$  beträgt beispielsweise für BH 300 100 N/cm<sup>2</sup>.

Falls bei gegebener Belastung  $p$ , gegebenem Plattenradius  $a$  und angenommenem  $h/a$  die Gleichungen (18) und (19) keine befriedigenden Resultate liefern, kann die Berechnung mit geänderten  $h/a$ -Werten vorgenommen werden. In Fällen, wo auch dies nichts nützt, kann eine Erhöhung der Betongüte oder letztlich eine Änderung des ganzen Entwurfs (z. B. Bewehrung der Endwand) zum Ziele führen.

## Schlussbemerkungen

Mit dem beschriebenen Verfahren können dickwandige Tunnelendwände aus unbewehrtem Beton sehr rasch und mit wenig Aufwand bemessen werden. Die bewusst angestrebte Einfachheit der Methode wurde erkauf durch einige Annahmen, die im Sinne einer Näherung eingeführt wurden und die z. B. das Tragverhalten der Endwände betreffen. Es bleibt dem anwendenden Ingenieur vorbehalten, von Fall zu Fall zu entscheiden, ob eine Berechnung der vorstehenden Art die gestellte Aufgabe mit genügender Genauigkeit lösen kann oder ob zusätzliche, genauere Untersuchungen notwendig sind.

### Literatur

- [1] Bareš, R.: «Berechnungstabellen für Platten und Wandscheiben», Bauverlag GmbH, Wiesbaden, 1969.
- [2] Ziegler, H.: «Mechanik I, Statik der starren und flüssigen Körper sowie Festigkeitslehre». 4. Auflage, Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart, 1962.
- [3] Newman, K.: «The Structure and Engineering Properties of Concrete», enthalten in: J. R. Ryzewski, Theory of Arch Dams, Pergamon Press, 1965.

Adresse des Verfassers: M. Gysel, Dr.-Ing., dipl. Bauing. ETH, Motor-Columbus Ingenieurunternehmung AG, 5400 Baden.

### Sonnenenergie

## Schwierigkeiten bei der Einführung der Solarenergie

Der folgende Beitrag fasst eine ausgedehnte Studie zusammen, die vom Institut für Systemtechnik und Innovationsforschung der Fraunhofer Gesellschaft in Karlsruhe im Auftrag des Bundesministeriums für Forschung und Technologie in Bonn durchgeführt wurde. Obschon die rechtlichen und politischen Folgerungen im Artikel nur teilweise oder gar nicht für unsere Verhältnisse zutreffen, weist er von der Sache her doch auf einige Punkte, die in unserem eher innovations-scheuen Land beherzigenswert sein dürften.

### Überwindung wirtschaftlicher und gesellschaftlicher Hemmnisse

Die Sonnenenergie als scheinbar kostenlose, unerschöpfliche Energiequelle hat in den Jahren seit der Ölkrise viele enthusiastische Befürworter gefunden. Eine neue Industrie ist entstanden; doch der durchschlagende Erfolg am Markt blieb ihr bisher versagt. In der vorliegenden Studie wird das Einsatzpotential von Flachkollektorsystemen

nur zur Erzeugung von Niedrigtemperaturwärme abgeschätzt. Weiterhin werden die wirtschaftlichen und gesellschaftlichen Hemmnisse analysiert, die einer vollen Nutzung des Potentials im Wege stehen und Ansätze für staatliche Massnahmen erarbeitet, die geeignet sind, die aus den Hemmnissen resultierenden Einführungsschwierigkeiten zu mindern oder zu beseitigen.

Das Einsatzpotential der Solartechnik im Niedrigtemperaturbereich hängt wesentlich von den folgenden Faktoren ab:

- dem Angebot von Sonnenenergie,
- der Leistungsfähigkeit der Solartechnik,
- dem Umfang der potentiellen Anwendungsbereiche,
- den Anwendungshemmnissen.

### Abschätzung des Einsatzpotentials

In der Bundesrepublik kann im Mittel von einer jährlichen Globalstrahlung auf einer horizontalen Fläche von etwa 1000 kWh/m<sup>2</sup> · a ausgegangen werden. In ungünstigen Lagen im Norden Deutschlands kann das Sonnenenergieangebot bis zu 20% niedriger, in günstigen Lagen im Süden bis zu 20% höher sein. Hocheffiziente Kollektortypen mit optimaler Orientierung können aus der gesammelten Sonnenenergie bis zu 600 kWh/m<sup>2</sup> · a nutzbare Energie erzeugen. Diese Grösse hängt wesentlich vom Wirkungsgrad der Kollektoren ab. Bei