

Hydraulische Bemessung von Rohrleitungen

Autor(en): **Bruschin, J.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **93 (1975)**

Heft 5

PDF erstellt am: **24.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-72666>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Hydraulische Bemessung von Rohrleitungen

Von J. Bruschin, Lausanne, aus dem Französischen übersetzt von Dr. K. Taubmann, Brugg-Windisch¹⁾

DK 628.223

Die Tätigkeit des Verfassers in einer SIA-Kommission sowie vorangegangene Stellungnahmen [1, 2] zeigen, dass gewisse Unklarheiten im Kreise der Bauingenieure zum Problem der hydraulischen Bemessung von Rohrleitungen bestehen. Die Entwicklung in der auf Leitungen angewandten Hydraulik seit der Jahrhundertwende ist noch nicht Allgemeingut geworden, und die physikalischen Zusammenhänge der Energieumwandlung in Strömungen sind dem Bauingenieur selten genügend bekannt und klar. Dadurch wird die Wahl einer der zur Verfügung stehenden Fliessgesetze erschwert. Dazu kommen noch gewisse Anwendungsgewohnheiten aus Rechenbequemlichkeit.

Es muss noch manche Anstrengung unternommen werden, um die notwendige Klarheit auf diesem Gebiet zu schaffen. Dieser Aufsatz, dem die Veröffentlichung [3] vorausging, möchte in dieser Richtung beitragen.

1. Energieverluste in Strömungen

Wie als bekannt vorausgesetzt werden darf, entspricht die Umwandlung von mechanischer Energie in einer Strömung dem Energieverlust. Der physikalische Mechanismus der Energieumwandlung in einer Strömung sei hier kurz in Erinnerung gerufen.

Im allgemeinsten Fall entsteht ein Energieverlust durch:

- Zähigkeitsreibung direkt an der Wandung des Gerinnes in einer Flüssigkeitsschicht von der Grössenordnung des Zehntels Millimeter Stärke, der sogenannten laminaren Unterschicht.
- Reibung in Wirbeln jeder Grösse. Dieser Wirbelströmungscharakter wird als Turbulenz bezeichnet. Der grösste Teil der Energie wird in den kleineren, in Wandnähe befindlichen Wirbeln umgewandelt.

Diese beiden Energieumwandlungsformen treten praktisch stets gemeinsam auf. Was sich ändert, ist ihr Anteil am Gesamtenergieverlust, der im wesentlichen in unmittelbarer Wandnähe erzeugt wird. Es lassen sich auf Grund der Wandrauhigkeitserhebungen folgende drei Stadien unterscheiden:

1. Bei «glatten Wandungen» lassen die Rauigkeitserhebungen den Kontakt zwischen Flüssigkeit und Wand völlig in der laminaren Unterschicht auftreten. Hier ist die Zähigkeitsreibung für den Energieverlust massgebend.

2. Bei «rauhen Wandungen» sind die Rauigkeitserhebungen im Vergleich zur Dicke der laminaren Unterschicht gross, so dass sich diese wie eine tiefliegende Nebeldecke verhält, aus der Bergspitzen herausragen. Hier ist die in den Turbulenzwirbeln abgebaute Energie massgebend.

3. In einem Übergangsbereich bleiben beide Energieumwandlungsformen für den Gesamtenergieverlust bedeutsam.

Da die Dicke der laminaren Unterschicht für eine gegebene Flüssigkeit und die Geometrie des Trägers (Gerinne, Rohrleitung) umgekehrt proportional der Strömungsgeschwindigkeit ist, kann man für die gleichen Grössen der Rauigkeitserhebungen derselben Wandung den drei genannten Stadien begegnen, wobei ein Übergang vom einen ins andere Stadium mit wachsender Fliessgeschwindigkeit in der Reihenfolge 1 - 3 - 2 erfolgt. Die industriell gefertigten Rohrleitungen, mit denen der Bauingenieur häufig arbeitet, entsprechen fast aus-

schliesslich dem Stadium 3. Demgegenüber folgen die Strömungsvorgänge in künstlichen und natürlichen Gerinnen dem Stadium 2.

2. Fliessgesetze

2.1 Allgemeines

Ein Fliessgesetz ist ein Gesetz über das physikalische Verhalten einer Strömung - vom gleichen Charakter wie das Hookesche Gesetz für Materialfestigkeiten -, das einen massgebenden Parameter (mittlere Fliessgeschwindigkeit oder Abfluss) mit dem Energieverlust in Beziehung bringt und die Randbedingungen einer Strömung mit der Wand als Träger sowie die physikalische Beschaffenheit der Flüssigkeit in Form der Dichte und Zähigkeit berücksichtigt.

Was wird vom Fliessgesetz erwartet, damit dieses - vergleichbar mit dem Hookeschen Gesetz - zum Werkzeug des Ingenieurs wird?

- Es sollte so aufgebaut sein, dass es sich auf einfache Weise aus den Grundgesetzen der Hydraulik herleiten lässt.
- Es sollte in klarer und allgemeiner Form den Mechanismus der Energieumwandlung wiedergeben.
- Es sollte den Einfluss und das Gewicht der verschiedenen Parameter und Konstanten zeigen, die das Phänomen charakterisieren und demzufolge deren Bedeutung den Ingenieur ermessen lassen.
- Es sollte experimentell bestätigt werden, und die darin auftretenden Parameter sollten entweder gemessen oder experimentell bestimmt werden können, wie vergleichsweise der Elastizitätsmodul.
- Es sollte zur Lösung von Ingenieurproblemen leicht zu handhaben sein. Diese Forderung ist als einzige von subjektiver Bedeutung.

Es waren beinahe zwei Jahrhunderte Untersuchungen nötig, um von der Formel von Chézy (1765)

$$(1) \quad V = C \sqrt{RJ}$$

die die erste und teilweise die dritte Bedingung erfüllt, zur Formel von Prandtl-Colebrook (1940) zu gelangen:

$$(2) \quad V = -2 \sqrt{8g} \sqrt{RJ} \log \left[\frac{k}{14,8R} + \frac{2,51\nu}{4\sqrt{8gR}\sqrt{RJ}} \right]$$

V mittlere Fliessgeschwindigkeit

R hydraulischer Radius

J Druck- bzw. Energieverlust pro Längeneinheit

k Wandrauhigkeit

$\nu = \mu/\rho$ kinematische Zähigkeit

μ dynamische Zähigkeit

ρ Flüssigkeitsdichte

Der Aufbau beider Fliessgesetze ist gleichartig; der Parameter C ist jedoch in Gleichung (2) genauer festgelegt. Wenn auch das Fliessgesetz von Prandtl-Colebrook die vier ersten Bedingungen für den allgemeinsten Fall der technischen Wandungen von zufälliger Rauigkeit²⁾ befriedigt, so bleibt doch die Lösung des Problems der Bemessung mit Hilfe eines Rechenschiebers verunmöglicht. Obwohl die Ingenieure seit

¹⁾ Dieser Aufsatz ist bei der Vorbereitung der Norm SIA 190 «Kanalisationen» im Rahmen der Entwurfsarbeit durch die von der SIA-Subkommission E-190 eingesetzte Arbeitsgruppe «Hydraulische Berechnung» abgefasst und zuerst im «Bulletin technique de la Suisse romande» No 11 vom 26. Mai 1973 veröffentlicht worden.

²⁾ Die Rohrleitungswandungen in Schleuderbeton zeigen jedoch ähnlichen Charakter wie die Einheitsrauhigkeit des Sandkornes nach den Versuchen von Nikuradse [9].

langem die Gewohnheit haben, Tabellen und Diagramme für diese Rechnungen zu benutzen – es gibt davon vorzügliche [4, 5], sie sind aber in der Schweiz noch wenig verbreitet –, so gibt es für die Arbeit mit dem Computer nicht mehr Aufwand als bei allen anderen Formeln. Somit wäre dieses das einzige annehmbare Argument derjenigen, die sich seiner Verbreitung in der Schweiz widersetzen und diesem Fließgesetz empirische Potenzgesetze, wie besonders dasjenige von Strickler (1923) [6, 7] vorziehen.

2.2 Fließgesetze von Prandtl-Colebrook und Strickler

Das Gesetz von Prandtl-Colebrook hat seinen Ursprung im Gesetz von Chézy (1) bzw. in demjenigen von Darcy (1845):

$$(3) \quad V = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}} \sqrt{RJ}, \text{ worin}$$

$$(4) \quad C = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}} \text{ bedeutet.}$$

Die Form der Funktion λ bzw. C wurde theoretisch von Prandtl bestimmt, experimentell bestätigt und verfeinert durch Nikuradse in Untersuchungen, die mit künstlicher Einheits-

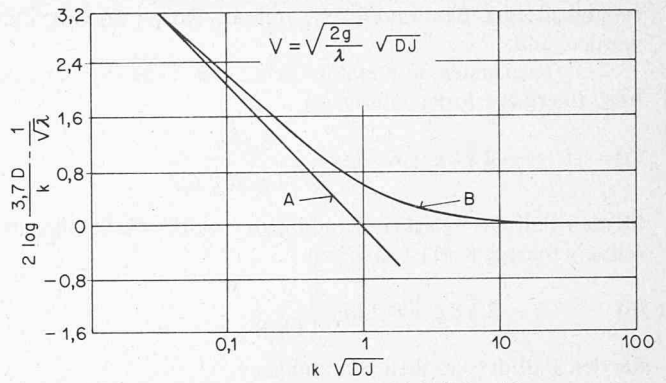


Bild 1. Druckverlustgesetze und ihre Gültigkeitsbereiche

A Glatte Wandungen $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \frac{Re \sqrt{\lambda}}{2,51}$

B Prandtl-Colebrook, technische Wandungen

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left[\frac{k}{3,7 D} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right]$$

Rauhe Wandungen $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \frac{3,7 D}{k}$ oder $V = K R^{2/3} J^{1/2}$

k und D in mm; J in ‰

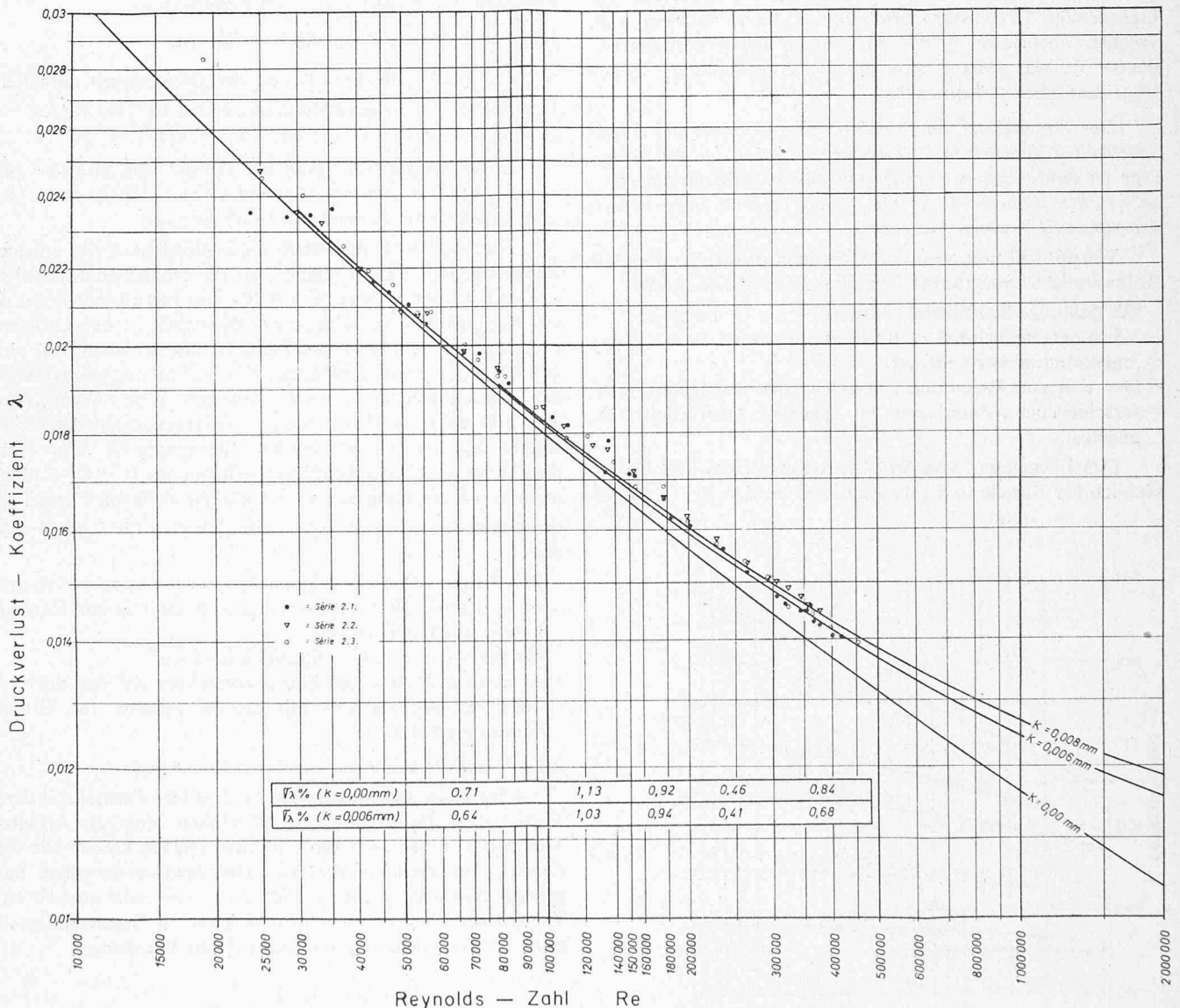


Bild 2. Versuchsergebnisse des hydraulischen Labors der ETHL für extrudierte PVC-Rohre (Symcanal-Rohre) und Kurven von Prandtl-Colebrook
Nennwert NW 160 mm, Innendurchmesser D 152,60 mm; $\sqrt{D} = 0,2013$ mm; $k_{\text{Vorschlag}} = 0,006$ mm; $0,000039 < K/D < 0,000052$; Experimenteller Bereich: $0,17$ m/s $< V < 3,8$ m/s; Druckverlustgesetz: $J = \lambda V^2 / 2gD$ mit $1/(\sqrt{\lambda}) = -2 \log (K/(3,7 D) + 2,51/(Re \sqrt{\lambda}))$; $Re = VD/\nu$

rauhigkeit (der Sandrauhigkeit) nur an Rohre durchgeführt worden sind.

Die zwei ersten, in Kapitel 1 genannten Typen von Druck- bzw. Energieverlusten führen zu

$$(5) \quad V = -2 \sqrt{8g} \sqrt{RJ} \log \frac{2,51 \nu}{4 \sqrt{8g} R \sqrt{RJ}}$$

für den Fall der «glatten Wandungen», wobei die Zähigkeitsreibung massgebend ist sowie zu

$$(6) \quad V = -2 \sqrt{8g} \sqrt{RJ} \log \frac{k}{14,8 R}$$

für den Fall der «rauhen Wandungen».

Wie zu erwarten, war es anfänglich nicht möglich, im Übergangsbereich entsprechend Stadium 3 eine mathematische Einkleidung für die experimentell bestimmten Kurven zu finden. *Colebrook* und *White* kommt das Verdienst zu, experimentell gezeigt zu haben, dass für technische Wandungen der Energieverlust im genannten Stadium einem anderen Gesetz gehorcht als demjenigen, welches für die Einheitsrauhigkeit gilt (Bilder 1 und 2) sowie die Gleichung (2) vorgeschlagen zu haben, die gleichzeitig für die drei erwähnten Stadien des Energieverlustes bzw. der Energieumwandlung gültig ist. Die Koeffizienten in (2), (5) und (6), die von *Nikuradse* für kreisförmige Druckrohrquerschnitte bestimmt worden sind, weichen höchstens $\pm 30\%$ für andere Querschnittsformen davon ab, was jedoch ohne praktische Bedeutung für den logarithmischen Ausdruck ist.

Das Fliessgesetz von *Prandtl-Colebrook* sowie die daraus abgeleiteten Tabellen und Nomogramme haben für die Bemessung der Rohrleitungen unter Druck- und Freispiegelbedingungen universellen Charakter. k und ν sind bekannt oder können experimentell bestimmt werden.

Warum soll man also den Gebrauch dieses Gesetzes auf Rohrleitungen beschränken? Es gibt dafür zwei Gründe:

- Die geläufige Tabellierung hört bei $k = 15 \text{ mm}$ und $D = 2,5 \text{ m}$ entsprechend $R = 0,625 \text{ m}$ auf, wobei D den Rohrinne Durchmesser bedeutet.
- Der Fall von Wandungen verschiedener Rauigkeit, d. h. verschiedener Materialien im gleichen Querschnitt, ist ungelöst.

Das Fliessgesetz von *Strickler* ist empirisch und hauptsächlich für Kanäle und Flüsse geprüft worden [6, 7]. Einige

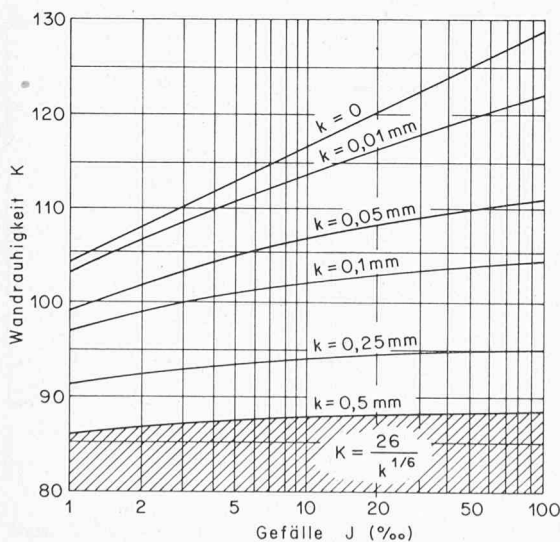


Bild 3. Rauigkeitsbeiwert K nach Strickler infolge des Druck-Energiegefälles J . D Durchmesser

Ergebnisse anderer Herkunft, die von *Strickler* angeführt wurden, zeigen, dass der Rauigkeitsbeiwert K keine Konstante ist. So ergab sich:

- in der Druckrohrleitung *Mühleberg* $67 < K < 77$, wenn $2,2 < V < 9,0 \text{ m/s}$ und
- in Zementtrinnsteinen von *Bazin* $97 < K < 106$, wenn $0,9 < V < 1,8 \text{ m/s}$.

Nun aber sind Flüsse ein typischer Fall von Strömungen an «rauhen Wandungen». Dann lässt sich die *Strickler*-Formel in der Form

$$(7) \quad V = K R^{1/6} \sqrt{RJ}$$

und die Gleichung (6)

$$(8) \quad V = \left[2 \sqrt{8g} \log \frac{14,8 R}{k} \right] \sqrt{RJ}$$

schreiben, und man stellt zwischen beiden Formeln eine Analogie fest. Wenn man die von *Strickler* gefundene Beziehung

$$(9) \quad K = \frac{26}{k^{1/6}}$$

hinzufügt, so fällt auf, dass die Formel (7) eine an (8) angenäherte Form besitzt, d. h. im Bereich, wo

$$(10) \quad \alpha (R/k)^{1/6} \simeq \beta \log (R/k) \text{ erfüllt ist,}$$

wobei α und β die Konstanten der Gleichungen enthalten. Das bewirkt eine Übereinstimmung von $\pm 10\%$ für $k \sqrt{RJ} > 5$ (k und R in mm; J in ‰) und $10^{-3} < k/R < 4 \cdot 10^{-1}$

Daraus ergibt sich, dass die Formel von *Strickler* eine Annäherung im begrenzten Bereich eines Sonderfalles des Fliessgesetzes von *Prandtl-Colebrook* darstellt.

Was geschieht ausserhalb dieses Bereiches? Ein einziges Beispiel genügt, um zu zeigen, dass die erhaltenen Ergebnisse unsinnig werden können. Für PVC- und Eternit-Rohre wurde die Rauigkeit k in zahlreichen Versuchen in der Grössenordnung von 0,01 mm bestimmt. In die Beziehung (9) eingeführt (mit k in m), erhält man $K = 183 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$, einen Wert, den kein Ingenieur ernsthaft erwägen kann. Wenn man $K = 100$ bis $120 \text{ m}^{1/3} \text{ s}^{-1}$ nimmt, basiert man auf der Überlegung der Bemessungssicherheit. Beziehung (2) zeigt aber, dass für sehr geringe Rauigkeitserhebungen ($k \rightarrow 0$) K nicht mehr von k abhängig ist und somit nicht mehr mit Formel (9) berechnet werden kann. Es erweist sich also für $k \sqrt{RJ} < 5$, dass

- der Rauigkeitsbeiwert K nach *Strickler* keine Konstante ist und seine direkte physikalische Beziehung zur Rauigkeit k allmählich verliert
- die Wahl von K recht willkürlich wird und
- es sich nicht mehr um eine Annäherung auf der sicheren Seite handelt, sondern mit groben Fehlern zur Unterbemessung führt.

2.3 Vernünftige Benützung der Strickler-Formel

Man kann sich fragen, ob die *Strickler*-Formel mit dem Vorteil ihrer Einfachheit und Beliebtheit nicht als Arbeitswerkzeug von gleichem Wert erhalten bleiben könnte wie die Formel von *Prandtl-Colebrook*. Die Analyse derselben hat gezeigt, dass dies leicht möglich und sogar sehr einfach ist. Tatsächlich erhält man nach Eliminieren der Geschwindigkeit zwischen den Gleichungen (2) und (7) die Beziehung:

$$(11) \quad K = -2 \sqrt{8g} R^{-1/6} \log \left[\frac{k}{14,8 R} + \frac{2,51 \nu}{4 \sqrt{8g} R \sqrt{RJ}} \right]$$

aus der die dem Computer anvertrauten, in den Bildern 3 bis 5 wiedergegebenen Ergebnisse hervorgehen.

In dem für den Bauingenieur interessantesten Bereich, d. h. $0,3 < D < 1,0$ m, ist K unabhängig von den Abmessungen der Rohrleitung und kann mit einer Genauigkeit gewählt werden, die der Rechenschiebergengenauigkeit entspricht, allein in Abhängigkeit vom Druckverlust pro m bzw. vom Gefälle.

Aus Bild 3 ist zu ersehen: je rauher die Rohrleitung ist, um so weniger variiert K , was dazu berechtigt, nur einen einzigen Wert für K zu wählen, wenn $k > 0,1$ mm. Diese Rechengewohnheit lässt sich gemäss Bild 5 dann nicht rechtfertigen, wenn man diese über den Bereich der üblichen Abmessungen hinaus ausdehnen will; für $k = 0,1$ mm, $J = 10\%$ und $0,1 < D < 2,5$ m variiert K zwischen 95 und 113 $m^{1/3} s^{-1}$, was eine Abweichung von ungefähr 20% bedeutet.

3. Bemessungssicherheit

Rohrleitungen werden in der Regel so bemessen, dass unter festgesetzten Bedingungen ein bestimmter Abfluss gewährleistet ist. Der Begriff der Sicherheit verbindet sich hier mit der Grösse des Abflusses. Demnach ist

$$(12) \quad Q_{proj} = C_s Q_{nom}$$

mit den Bezeichnungen

Q_{proj} Bemessungsabfluss

Q_{nom} Nominalabfluss

C_s Sicherheitsbeiwert

Es sind noch die drei folgenden Fragen zu beantworten.

Was muss der Sicherheitsbeiwert enthalten? Die in der Hypothese eingeführten Vereinfachungen, die wohlüberlegt vernachlässigten Elemente von schätzbare Grössenordnung sowie die bekannten, aber unkontrollierbaren Faktoren bei der Berechnung sind im wesentlichen:

- Einzeldruckverluste in Rohrstössen, Kniestücken, Anschlüssen, Verzweigungen, Kontrollschächten usw. oder Abweichungen, Verschiebungen, Verformungen usw. wegen ungenauer Ausführung
- Alterungserscheinungen in Rohrleitungen, die eine Änderung der Wandrauigkeit oder des Querschnittes bewirken.

Wie lässt sich der Sicherheitsbeiwert schätzen oder wählen? Die Wahl wird immer subjektiv bleiben, aber subjektiv ist nicht willkürlich. Bestimmende Faktoren dürften folgende sein:

- die Herstellungstoleranzen bei den Querschnittswerten
- die Bezugslänge der geradlinigen Leitungsabschnitte, die Zahl und Arten der Rohrstösse, Verzweigungen, Kniestücke, Krümmer, Kontrollschächte usw.
- die Ausführungsart: Abweichungen, Stossverschiebungen, Verformungsgefahr usw. sowie
- die Betriebsart: Strömungsgeschwindigkeiten (Gefahr von Luftgemischbildung, Ablagerungen, Abrieb), Art und Mass der Wasserverunreinigung (Krusten- und Höckerbildung).

Wie wird der Sicherheitsbeiwert am besten in die Berechnung eingeführt? Die einfachste und direkte Art lässt sich in Form der Gleichung (12) vorschlagen. Es ist jedoch möglich, eine andere Form zu gebrauchen:

- wenn das verfügbare Druck- bzw. Energiegefälle J bekannt ist:

$$(13) \quad J_{proj} = \frac{J_{disp}}{1 + 2(C_s - 1)}$$

- wenn gewünscht wird, den Sicherheitsbeiwert schliesslich im berechneten Querschnitt oder Durchmesser einzuführen:

$$(14) \quad D_{proj} = \left[1 + \frac{C_s - 1}{2,5} \right] D_{kalk}$$

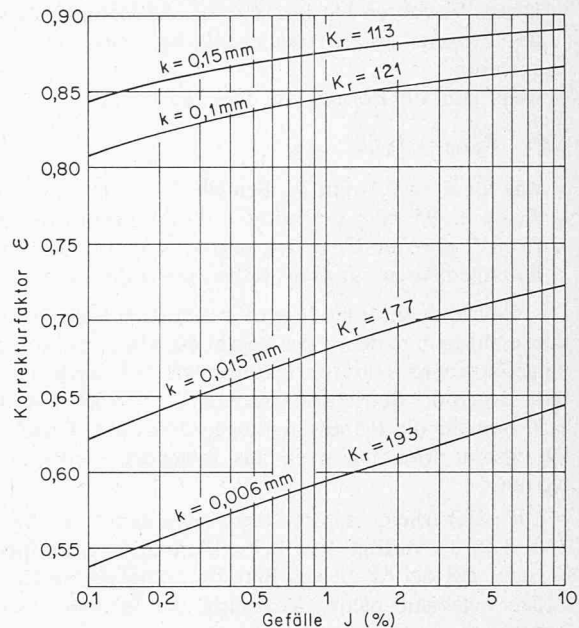


Bild 4. Korrekturfaktor ϵ zur Berechnung von K ausserhalb des Gültigkeitsbereiches der Formel von Strickler. k Wandrauigkeit in m ; K Rauigkeitsbeiwert nach Strickler; D Innendurchmesser des Rohres. $K = \epsilon K_r$; $K_r = 26/k^{1/6}$. Die Genauigkeit von K beträgt $\pm 3\%$ bei $0,3 < D < 1,0$ m

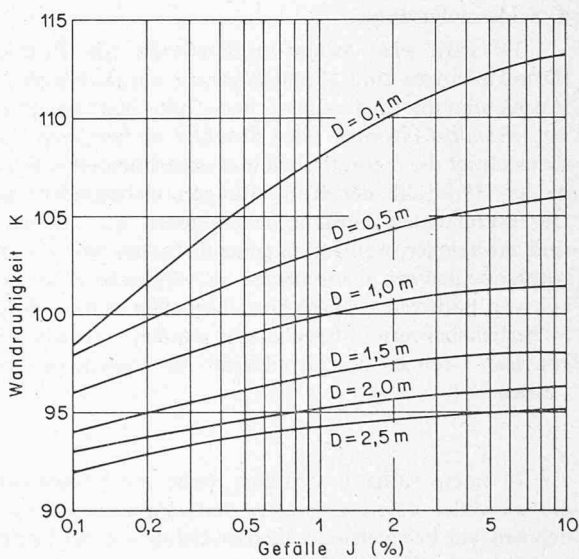


Bild 5. Rauigkeitsbeiwert K nach Strickler in Funktion des Druck- bzw. Energiegefälles J und des Rohrdurchmessers D

Tabelle 1. Sicherheitsbeiwerte $C_s = Q_{proj}/Q_{nom}$

k in mm	Betriebliche Rauigkeiten k_b in mm^1	$Q = 10$ l/s $J = 0,5\%$	900 l/s 1‰	70 l/s 3‰	376 l/s 12‰	2000 l/s 20‰
0,01	0,25	1,12	1,18	1,22	1,15	1,20
0,01	0,40	1,14	1,20	1,28	1,20	1,28
0,01	1,0	1,23	1,30	1,40	1,30	1,38
0,01	1,5	1,29	1,38	1,46	1,35	1,43
0,15	0,25	1,0	1,05	1,05	1,05	1,0
0,15	0,40	1,0	1,10	1,10	1,10	1,05
0,15	1,0	1,10	1,18	1,20	1,20	1,16
0,15	1,5	1,15	1,25	1,25	1,25	1,21

¹⁾ Vgl. Richtlinien der Abwassertechnischen Vereinigung, ATV [8]

Dieses Verfahren hat den Vorteil, die kleinen Anpassungen des Projekts an die handelsüblichen Durchmesser zu erleichtern.

- wenn man die Formel von *Strickler* benutzt

$$(15) K_{proj} = K/C_s$$

was für $k = 0,1$ mm im Bereich $0,3 < D < 1,0$ m, $90 < K_{proj} < 95$ m^{1/3} s⁻¹ mit $C_s = 1,1$ und $70 < K_{proj} < 75$ m^{1/3} s⁻¹ mit $C_s = 1,4$, ergibt, K -Werte, die sämtlichen Bauingenieuren zur Gewohnheit geworden sind.

Eine andere Methode wird in den Richtlinien des ATV [8] vorgeschlagen, in denen der Begriff der «Betriebsrauhigkeit k_b » eingeführt wird. Die Rohrleitungen sind in vier Klassen unterteilt, denen die Betriebsrauhigkeiten $k_b = 0,25, 0,40, 1,00$ und $1,50$ mm für die Bemessung zugeordnet sind. Diese Methode ist unserer Meinung nach aus folgenden Gründen zu verwerfen:

- Die Sicherheit, sofern diese überhaupt vorhanden ist (s. Tab. 1), verfügt über keine klare und vernünftige Erklärung. Bei der Wahl des Betriebsrauhigkeitswertes k_b kann der Ingenieur nicht gleichzeitig die Bemessungssicherheit angeben.
- Wenn $0,25 < k < 0,40$ mm, was für die überwiegende Mehrheit der Fälle zutrifft, befindet man sich im Gültigkeitsbereich der Formel von *Strickler*. Der Gebrauch des in den Richtlinien empfohlenen Fließgesetzes von *Prandtl-Colebrook* ist demzufolge überflüssig (Tabelle 1).

4. Schlussfolgerungen

Es wird eine Bemessungsmethode für Rohrleitungen (Druckleitungen und Kanalisationen) vorgeschlagen, die den Ingenieuren die Freiheit lässt, nach ihrer Wahl das Fließgesetz von *Prandtl-Colebrook* oder *Strickler* zu benutzen. Diese berücksichtigt die theoretischen und experimentellen Fortschritte in der Hydraulik der Rohrleitungen, insbesondere seit 1930. Die bestehenden Unsicherheitsfaktoren auf diesem Gebiet sind zahlreicher, weniger eingehend studiert worden und demzufolge schlechter abzuschätzen als vergleichsweise die Festigkeit von Baustoffen. Diese Unsicherheiten müssen durch einen Sicherheitsbeiwert ausgeglichen werden, dessen Wahl in gewissen Grenzen der Urteilskraft der Ingenieure überlassen werden soll.

*

In einem Anhang wird eine Reihe von Fragen behandelt, die entweder einen grösseren mathematischen Umfang annehmen, wie beispielsweise die Beweisführung der Formeln (13) und (14) oder für die Berechnung von untergeordneter Bedeutung sind: die Wahl der Rauigkeit k , die Schätzung der Einzeldruck- bzw. energieverluste und die Folgen einer Querschnittsverformung infolge Druckwirkung oder eines Herstellungsfehlers.

Literaturverzeichnis

- [1] *W. Munz*: Die Formel von Prandtl-Colebrook und die Kanalisations-technik. «Schweizerische Bauzeitung» 91 (1973), H. 8, S. 175-178.
- [2] *A. Kropf*: Kritische Betrachtungen zur Rohrhydraulik. «Schweizerische Bauzeitung», 84 (1966), H. 23, S. 439-443.
- [3] *J. Bruschin*: Calculs hydrauliques des canalisations dites à parois lisses. «Bulletin technique de la Suisse romande», H. 21, 1970.
- [4] Charts for the Hydraulic Design of Channels and Pipes. Ministry of Technology, 3d edition (metric units), London, 1969.
- [5] Tables for the Hydraulic Design of Stormdrains, Sewers and Pipelines. Ministry of Technology, 2nd edition, London, 1969.
- [6] *A. Strickler*: Beiträge zur Frage der Geschwindigkeitsformel und der Rauigkeitszahlen für Ströme, Kanäle und geschlossene Leitungen. Mitteilung des Eidg. Amtes für Wasserwirtschaft, Bern, 1923.

- [7] *A. Kropf*: Dimensionierung der Kanalisationen. «Schweizerische Bauzeitung», Bd. 125, 1945, H. 19, S. 229-231.
- [8] Richtlinien für die hydraulische Berechnung von Abwasserkanälen. Abwassertechnische Vereinigung, ATV, Arbeitsblatt A 110, Oktober 1965.
- [9] *C. M. Schröder* und *D. Knauf*: Über das hydraulische Widerstandsverhalten von Beton- und Stahlbetonrohren im Übergangsbereich. «gwf-wasser/abwasser», Nr. 113, 1972.

Anhang

1. Beweisführung für die Formeln (13) und (14)

Es handelt sich um die Bestimmung des Einflusses einer Variation der Abflussgrösse Q , die in der Berechnung zu $C_s Q$ mit $1,1 < C_s < 1,4$ wird, auf das Druck- bzw. Energiegefälle und den Durchmesser der Rohrleitung.

Bei turbulenter Strömung zwischen glatten Wandungen gilt:

$$Q = -2 \frac{\pi D^2}{4} \sqrt{2g} \sqrt{DJ} \log \frac{2,51 \nu}{\sqrt{2g} D \sqrt{DJ}}$$

Nach Ableitungen und Abkürzungen erhält man:

$$\frac{dQ}{Q} = 2,5 \left(1 - \frac{0,26}{\log \frac{2,51 \nu}{\sqrt{2g} D \sqrt{DJ}}} \right) \frac{dD}{D}$$

$$\frac{dQ}{Q} = 0,5 \left(1 - \frac{0,43}{\log \frac{2,51}{\sqrt{2g} D \sqrt{DJ}}} \right) \frac{dJ}{J}$$

und daraus:

$$\frac{dQ}{Q} = (2,25 \text{ bis } 2,33) \frac{dD}{D}$$

$$\frac{dQ}{Q} = (0,42 \text{ bis } 0,445) \frac{dJ}{J}$$

wenn $0,3 < D < 1,0$ m und $0,1 < J < 10\%$ für Wasser von 10°C .

Bei turbulenter Strömung zwischen rauhen Wandungen gilt:

$$\frac{dQ}{Q} = \left(2,5 + \frac{0,43}{\log \frac{3,7 D}{k}} \right) \frac{dD}{D}$$

$$\frac{dQ}{Q} = 0,5 \frac{dJ}{J}$$

und daraus:

$$\frac{dQ}{Q} = (2,5 \text{ bis } 2,66) \frac{dD}{D}$$

$$\frac{dQ}{Q} = 0,5 \frac{dJ}{J}$$

für sämtliche Werte $k/D < 10^{-2}$ in der ersten Gleichung.

Im Übergangsbereich, d. h. entsprechend dem allgemeinen Fall bei Verwendung von industriell gefertigten Rohren, liegen die Zahlenwerte dazwischen. Diese wurden in brauchbarer Näherung gewählt zu

$$\frac{dQ}{Q} = 2,5 \frac{dD}{D}$$

und zu

$$\frac{dQ}{Q} = 0,5 \frac{dJ}{J}$$

entsprechend der Formel von *Darcy* (3) mit einem praktisch konstanten Druckverlustbeiwert. Die Formeln (13) und (14) ergeben sich durch Division des Terms $(C_s - 1)$ mit obenstehenden Faktoren.

2. Wahl der Rauigkeit k

Die Laborversuche und die verschiedenen, mehr oder weniger offiziellen Richtlinien, die Rohrhersteller usw. geben oft sehr verschiedene Rauigkeitswerte für die gleiche Wandungsart an. Diese Streuung ist übrigens normal und in gewissen Grenzen selbstverständlich, jedoch ohne praktische Bedeutung, wie bereits in [3] gezeigt worden ist.

$$\frac{dQ}{Q} = - \left(\frac{1}{6} \text{ bis } \frac{1}{12} \right) \frac{dk}{k}$$

bei turbulenter Strömung und rauen Wandungen gleichen Durchmessers für $10^{-5} < k/D < 10^{-2}$. Das heisst, dass eine Vergrößerung der Wandrauigkeit nur nicht mehr als ein Zehntel ihres Wertes im Mittel auf das Abflussvermögen der Rohrleitung wirkt; wenn k sich verdoppelt, vermindert sich Q um 10%.

Im Übergangsbereich sind die numerischen Faktoren noch kleiner, d. h.

$$\frac{dQ}{Q} = \frac{0,43}{\left(1 + \frac{9,3v}{\sqrt{2gDJ}}\right) \log \left[\frac{k}{3,7D} + \frac{2,51v}{\sqrt{2gD}\sqrt{DJ}} \right]} \frac{d(k/D)}{k/D}$$

Für $k = 0,1$ mm im Bereich $0,3 < D < 1,0$ m sowie $0,1 < J < 10\%$ für Wasser von 10°C bei gleichem Durchmesser erhält man:

$$\frac{dQ}{Q} = - \left(\frac{1}{7} \text{ bis } \frac{1}{22} \right) \frac{dk}{k}$$

Unter den gleichen Bedingungen, jedoch mit $k = 0,01$ mm ergibt sich:

$$\frac{dQ}{Q} = - \left(\frac{1}{12} \text{ bis } \frac{1}{142} \right) \frac{dk}{k}$$

wobei die grösseren Faktoren auch dem grösseren Druck- bzw. Energieverlust oder -gefälle entsprechen. Der Benutzer kann also leicht die Auswirkung der Wahl eines Rauigkeitswertes auf die Berechnungsergebnisse abschätzen.

3. Gesamtschätzung von Einzeldruckverlusten

Die Vereinigungen und Spezialrohrstücke (Krümmer, Knie- und T-Stücke, Konus, Verbindungen usw.) sind vom hydraulischen Standpunkt Einzelformen. Die Druckverluste h_s werden als Einzelverluste bezeichnet und als Anteil oder Vielfache der kinetischen Energie geschätzt:

$$h_s = \zeta \frac{V^2}{2g}$$

Der auf diese Art ermittelte Druckverlust bedeutet denjenigen, der durch die Einfügung der Einzelform in einen langen, geradlinigen Rohrabschnitt verursacht wird. Wenn zwei oder mehr Einzelformen auftreten und diese nahe beieinander liegen, können diese nicht mehr getrennt behandelt werden.

Der Beiwert ζ kann nicht theoretisch bestimmt werden, ausser für einige Sonderfälle (z. B. plötzliche Erweiterung nach *Borda-Carnot*). Im Labor bereits ausgeführte, zahlreiche Untersuchungen haben bestätigt, was die Theorie vermuten liess, dass:

$$\zeta = f(Re^3), \text{ geometrische Parameter}$$

³⁾ Reynolds - Zahl $Re = vD/\nu$

Im Falle von Verzweigungen wie T und Y, vergrössert sich die Zahl der Parameter dadurch, dass die Abflussteilung hinzutritt.

Auf Grund der Verschiedenartigkeit der handelsüblichen Formen ist es nicht vorstellbar, eine mathematische Formulierung der für jeden Typ der Einzelform charakteristischen Funktion von ζ und sämtlichen speziellen Bedingungen zur Einfügung längs einer Rohrleitung zu finden. Es bleibt im Ermessen der Ingenieure, mit Sorgfalt diese Druckverluste zu schätzen, sei es allgemein oder einzeln, in Analogie zu den gebräuchlichsten Formen, die bereits experimentell untersucht worden sind.

Um die Berechnungen zu vereinfachen, werden die Einzeldruckverluste als ein Teil des linearen Druck- bzw. Energieverlustes abgeschätzt, also mit:

$$h_r = \lambda \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad \text{und} \quad h_r = \frac{V^2 L}{K^2 R^{4/3}}$$

Man erhält:

$$\eta = \frac{h_s}{h_r} = \frac{D \Sigma \zeta}{\lambda L} \quad \text{oder} \quad \frac{K^2 R^{4/3} \Sigma \zeta}{2g L}$$

In der Grössenordnung mit D und L in m und η in %

$$\eta = 10^4 \Sigma \zeta / L \quad \text{oder} \quad K^2 D^{4/3} \Sigma \zeta / L$$

Hiermit ergibt sich der Gesamtdruckverlust bzw. der Gesamtenergieverlust zu:

$$h_r + \Sigma h_s = (1 + \eta/100) h_r$$

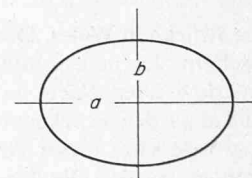
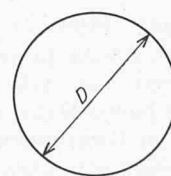
und

$$C_s > 1 + \eta/200$$

4. Verformung des Querschnittes

Wenn die Querschnittsgrössen einen massgebenden Einfluss auf das Abflussvermögen einer Rohrleitung haben, so hat eine Querschnittsverformung derselben nur wenig Auswirkung darauf, wie noch gezeigt wird.

Es wird hier der geläufigste Fall geprüft, bei dem eine Ovalisation von 5 und 10% auftritt.



$$S_k = \pi D^2/4$$

$$S_e = \pi a b$$

$$P_k = \pi D$$

$$P_e = \pi (a + b) = \pi D$$

$$R_k = D/4$$

$$R_e < R_k$$

$$S = \frac{\pi}{4} (0,95 \cdot 1,05) D^2 \quad R = \frac{1}{4} 0,997 D \quad \text{für } 5\%$$

$$S = \frac{\pi}{4} (0,9 \cdot 1,1) D^2 \quad R = \frac{1}{4} 0,99 D \quad \text{für } 10\%$$

Der ovalisierte Querschnitt kann berechnet werden wie ein verminderter Kreisquerschnitt mit $D = 4R$. Es folgt daraus:

Ovalisation	dD/D	dQ/Q	dJ/J
5%	-0,3%	-0,75%	1,5%
10%	-1,0%	-2,9%	5%

Adresse des Verfassers: *J. Bruschin*, Hydraulisches Laboratorium der Eidgenössischen Technischen Hochschule Lausanne, LHYDREP, 65, rue de Genève, 1004 Lausanne.