Schubbemessung von Balken und Platten aus Stahlbeton, Stahlbeton mit Spannzulagen und Spannbeton

Autor(en): **Bachmann, Hugo / Thürlimann, Bruno**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **84 (1966)**

Heft 33

PDF erstellt am: **13.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-68960

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

ORGAN DES SCHWEIZERISCHEN INGENIEUR- UND ARCHITEKTEN-VEREINS S.I.A. UND DER GESELLSCHAFT EHEMALIGER STUDIERENDER DER EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE G.E.P

Schubbemessung von Balken und Platten aus Stahlbeton, Stahlbeton mit Spannzulagen und Spannbeton

Von **Hugo Bachmann,** dipl. Ing., und Prof. Dr. **Bruno Thürlimann,** Institut für Baustatik, ETH, Zürich

DK 624.012.45:539.386.001.1

1. Einleitung

Die Schubbemessung von *Stahlbetonträgern* nach der S.I.A.-Norm Nr. 162 (1956) [1] geht im wesentlichen auf die von E. Mörsch in den Jahren 1903 bis 1929 durchgeführten Versuche zurück. Als Modell für die Wirkungsweise von Stahlbetonbalken im Schubbereich wird nach W. Ritter und E. Mörsch ein parallelgurtiges Fachwerk eingeführt, dessen Druckstreben gegenüber der Balkenaxe unter 45° geneigt sind. Die darin auftretenden vertikalen oder geneigten Zugkräfte sind durch Stahleinlagen voll zu übernehmen. Zum selben Resultat führt die «Abdeckung» schiefer Hauptzugspannungen, wie sie in üblicher Weise in der neutralen Axe eines von Biegerissen durchsetzten Trägers berechnet werden können.

Seit den erwähnten Versuchen hat der Stahlbeton jedoch eine grosse Entwicklung durchgemacht. Dank der modernen Betontechnologie konnte die Betonqualität erheblich gesteigert werden. Die Festigkeitswerte und Verbundeigenschaften der Armierungsstähle sind bedeutend verbessert worden.

In Anpassung an diese veränderten Verhältnisse setzte nach dem zweiten Weltkrieg vor allem in den USA eine intensive Schubforschung ein. Aus Versuchen an über 2000 Trägern wurde ein vertiefter Einblick in das äusserst komplizierte Schubtragverhalten gewonnen. Auch in Europa wurden in den letzten Jahren systematische Versuchsreihen durchgeführt. Sie bestätigen im wesentlichen die Ergebnisse der amerikanischen Untersuchungen.

Beim *Spannbeton* wird nach der S.I.A.-Norm Nr. 162 (1956) [1] die Schubbemessung auf Grund der schiefen Hauptzugspannungen im Gebrauchszustand durchgeführt. Die Schubforschung im Spannbeton hat noch nicht den relativ hohen Stand wie im Stahlbeton erreicht. Insbesondere fehlen systematische Schubversuche an Trägern mit konzentrierten Spannkabeln und angemessener Schubarmierung. Trotzdem lässt sich feststellen, dass das Schubproblem im Spannbeton bedeutend mehr Ähnlichkeiten mit demjenigen im Stahlbeton aufweist als früher angenommen wurde.

Zusammenfassend kann die heutige Situation wie folgt charakterisiert werden:

1. Es hat sich bis jetzt keine allseitig befriedigende Theorie für die Berechnung des Schubbruchmomentes (Schubbruchtheorie), welche alle Brucharten erfasst, durchgesetzt.

2. Auf Grund der in den letzten Jahren gewonnenen Erkenntnisse lassen sich hingegen Regeln für die Schubbemessung angeben, welche gegenüber der Theorie von Ritter-Mörsch, bzw. der Methode mit den schiefen Hauptzugspannungen beim Spannbeton, wesentliche Verbesserungen enthalten.

Im Auftrag der Kommission für die Revision der S.I.A.-Norm Nr. 162 (1956) führte das Institut für Baustatik an der ETH seit dem Jahre 1962 verschiedene Studien über das Schubproblem durch. Die Ergebnisse sind in mehreren Berichten an die Normenkommission sowie teilweise in einer Veröffentlichung [2] dargestellt worden. Als Resultat dieser Arbeiten ist ein Vorschlag für die Schubbemessung von Balken und Platten entstanden, der im folgenden erläutert werden soll. Er gilt für Stahlbeton und Spannbeton sowie für Stahlbeton mit Spannzulagen[1]). Die Anwendung von Stahlbeton mit Spannzulagen wirft noch verschiedene ungelöste Fragen auf. Trotzdem wurde versucht, den nachfolgenden Vorschlag für die Schubbemessung bereits so zu gestalten, dass sich zwischen Stahlbeton und Spannbeton sämtliche Übergänge stetig ergeben.

Die folgenden Bemessungsregeln beruhen auf der *rechnerischen Bruchlast*. Eine Formulierung für Gebrauchslast wäre ebenfalls möglich. Der Vorschlag ist nicht als Normvorschrift, sondern zum besseren Verständnis ausführlicher abgefasst. Trotzdem lässt sich eine gewisse rezeptmässige Darstellung nicht vermeiden, da es sich eben um Bemessungsregeln handelt, denen keine geschlossene Theorie zugrunde liegt. Der Vorschlag gilt ausdrücklich nur für Balken und Platten. Auf Schalen und Scheiben ist er nicht anzuwenden.

2. Vorschlag für die Schubbemessung

2.1 Annahmen, Definitionen

1. Die Schubarmierung kann aus folgenden Elementen bestehen:

a) vertikale Bügel,

b) schräge Bügel, wobei der Winkel α mit der Balkenaxe nicht weniger als 45° betragen soll,

c) Kombination von vertikalen und schrägen Bügeln.

Anstelle von schrägen Bügeln dürfen auch aufgebogene Stahleinlagen verwendet werden. Ihr Anteil an der gesamten Schubarmierung soll jedoch nicht mehr als die Hälfte betragen.

2. Die Längs- und die Schubarmierung müssen einwandfrei verankert sein. Der Biegeradius von aufgebogenen Stahleinlagen muss mindestens 10 Stabdurchmesser betragen.

3. Als Mass für die Schubbeanspruchung eines Querschnittes wird die nominelle Schubspannung

$$\tau = \frac{Q}{b_0\, h} \tag{1}$$

verwendet. Q ist die Querkraft unter rechnerischer Bruchlast, h die statische Nutzhöhe des Querschnittes[2]) und b_0 die minimale Stegbreite.

4. Die Querkraft unter rechnerischer Bruchlast beträgt:

$$Q = s\,(Q_g + Q_p) + Q_v + Q_z \tag{2}$$

Darin bedeuten:

s Allgemeiner Sicherheitsfaktor (normalerweise $s = 1{,}8$)

Q_g Querkraft infolge Eigengewicht

Q_p Querkraft infolge Nutzlast

Q_v Querkraft infolge Neigung einer Spannarmierung gegenüber der Trägeraxe:

$$Q_v = V_0 \sin\alpha \text{ , wenn } |Q_g + Q_p + Q_v| \geq |Q_g + Q_p| \tag{3}$$

$$Q_v = V_\infty \sin\alpha \text{ , wenn } |Q_g + Q_p + Q_v| \leq |Q_g + Q_p| \tag{4}$$

α ist der Winkel zwischen Spannarmierung und Trägeraxe, und V_0 bzw. V_∞ die zugehörige Vorspannkraft vor bzw. nach Schwinden, Kriechen und Relaxation.

Q_z Querkraft infolge Zwängungsmomenten aus Vorspannung, Setzungen, Temperaturwirkungen usw.

[1]) Der Begriff «Stahlbeton mit Spannzulagen» wird für Betontragwerke verwendet, in denen in beliebigem Verhältnis schlaffe und vorgespannte Stahleinlagen angeordnet sind. Unter rechnerischer Gebrauchslast sind daher meist Risse zu erwarten. Beim Spannbeton dagegen sollen die am homogenen Tragwerk gerechneten Zugspannungen einen gewissen Bruchteil der Beton-Biegezugfestigkeit nicht überschreiten.

[2]) Bei Trägern mit veränderlicher Höhe und/oder veränderlicher Lage der Kabelaxe berechnet sich die Nutzhöhe $h = H\,(h_M/H_M)$. Darin ist H die Trägerhöhe des betrachteten Querschnittes, h_M und H_M die Nutzhöhe und die Trägerhöhe des nächstliegenden Querschnittes unter maximalem oder minimalem Biegemoment gleichen Vorzeichens.

Tabelle 1. Werte τ_1 für die Festlegung des Schubwiderstandes der Biegedruckzone und der Schubspannungsgrenzen

β_w (kg/cm²)	200	300	400	≥ 500
τ_1 (kg/cm²)	8	10	12	14

5. Für die Festlegung des Schubwiderstandes der Biegedruckzone sowie der Schubspannungsgrenzen werden die Werte τ_1 nach Tabelle 1 benötigt. Darin bedeutet β_w die Würfeldruckfestigkeit des Betons.

6. Die Schubwiderstände in einem Querschnitt bestehen aus folgenden nominellen Anteilen:

a) Schubwiderstand der Biegedruckzone:

$$(5) \qquad Q_C = \left(1 + \frac{V_\infty}{Z_s}\right) \tau_1 \, b_0 \, h \, ,$$

jedoch nicht grösser als

$$(6) \qquad Q_C = 1{,}5 \, \tau_1 \, b_0 \, h \, .$$

V_∞ ist die Vorspannkraft nach Schwinden, Kriechen und Relaxation, Z_s die Summe der Kräfte in sämtlichen Stahleinlagen der Biegezugzone beim Erreichen ihrer Streckgrenzen.

b) Zusätzlicher Schubwiderstand infolge der Wirkung von Normalspannungen in Balkenbereichen, wo unter rechnerischer Bruchlast die Zugspannungen am Rand der Zugzone den Wert $\beta w/20$ nicht überschreiten:

$$(7) \qquad Q_N = 0{,}2 \, \sigma_N \, b_0 \, h$$

σ_N ist die Spannung im Schwerpunkt des Querschnittes infolge der Vorspannkraft.

c) Widerstand der Schubarmierung:

Für vertikale Bügel:

$$(8) \qquad Q_B = \varrho_B \, \sigma_{sB} \, b_0 \, h \, , \qquad \text{mit } \varrho_B = \frac{F_B}{b_0 \, t_B} \, .$$

Für Schrägarmierung (schräge Bügel oder aufgebogene Stahleinlagen):

$$(9) \qquad Q_D = \varrho_D \, \sigma_{sD} \, b_0 \, h \, (\sin \alpha + \cos \alpha) \, , \quad \text{mit } \varrho_D = \frac{F_D}{b_0 \, t_D} \, .$$

Es bedeuten:

ϱ_B, ϱ_D	Schubarmierungsgehalte für vertikale Bügel bzw. Schrägarmierung;
F_B, F_D	Querschnittsflächen eines Schubarmierungselementes;
t_B, t_D	Horizontale Abstände der Schubarmierungselemente;
σ_{sB}, σ_{sD}	Streckgrenzen (Minimalwerte) der Schubarmierungselemente
α	Winkel zwischen Schrägarmierung und Trägeraxe.

2.2 Bemessung der Schubarmierung

7. Kein Nachweis einer Schubarmierung ist notwendig, wenn die nominelle Schubspannung τ in einem Bereich den Wert τ_1 nicht überschreitet:

$$(10) \qquad \tau \leq \tau_1$$

Für Balken ist aber im allgemeinen eine konstruktive Bügelarmierung über die ganze Länge vorzusehen.

8. Schubarmierung ist in den Bereichen notwendig, in welchen die nominelle Schubspannung τ grösser ist als τ_1:

$$(11) \qquad \tau \geq \tau_1$$

Sie ist über diese Bereiche hinaus um mindestens den Bügelabstand t_B fortzusetzen.

9. Die Schubarmierung ist so zu bemessen, dass die Summe aller nominellen Schubwiderstände mindestens gleich der rechnerischen Bruchlast ist:

$$(12) \qquad Q_C + Q_N + Q_B + Q_D \geq Q$$

10. Der minimale Schubarmierungsgehalt muss so gewählt sein, dass die Bedingung

$$(13) \qquad Q_B + Q_D \geq \frac{1}{2} \tau_1 \, b_0 \, h$$

erfüllt ist.

11. Im Bereich von Auflagern sowie von Einzellasten ist die Schubbemessung in demjenigen Querschnitt durchzuführen, welcher vom Rand des Auflagers bzw. der Last den Abstand $h/2$ hat. Die dort berechnete Schubarmierung muss auch zwischen diesem Querschnitt und dem Rand des Auflagers, bzw. der Last, angeordnet werden.

2.3 Maximale Schubspannungen, maximale Abstände

12. Die maximal zulässigen Schubspannungen sind von der Betondruckfestigkeit und der Aufteilung der Schubarmierung abhängig.

Es werden 2 Fälle unterschieden:

a) *Normale Abstände*

Die nominelle Schubspannung τ darf den Wert $\tau_2 = 4\tau_1$ nicht überschreiten:

$$(14) \qquad \tau \leq \tau_2 = 4 \, \tau_1$$

Die maximalen Abstände der Schubarmierung betragen:

Vertikale Bügel: $t_B = h/2$, jedoch $t_B \leq 30$ cm

Schräge Einlagen unter $\alpha = 45°$: $t_D = h$, jedoch $t_D \leq 40$ cm

b) *Enge Abstände*

Die nominelle Schubspannung τ darf bis auf $\tau_3 = 5\tau_1$ erhöht werden,

$$(15) \qquad \tau \leq \tau_3 = 5 \, \tau_1 \, ,$$

wenn die folgenden Abstände eingehalten werden:

Vertikale Bügel: $t_B = h/3$, jedoch $t_B \leq 20$ cm

Schräge Einlagen unter $\alpha = 45°$: $t_D = h/2$, jedoch $t_D \leq 30$ cm

3. Beispiele

An drei Beispielen wird die Anwendung des Vorschlages auf praktische Bemessungsaufgaben erläutert. Es handelt sich um einen Stahlbetonbalken, einen mit einem Spannkabel armierten Spannbetonbalken sowie um einen im Spannbett vorfabrizierten Spannbetonbalken.

Bild 1 zeigt die Abmessungen der Balken sowie deren Belastungen. Unterhalb der Balkenfiguren sind die Schubarmierungs-Diagramme aufgetragen. Diese wurden einfachheitshalber nur für den Lastfall «Vollast» berechnet und dargestellt. Für weitere Lastkombinationen ist sinngemäss vorzugehen.

In Tabelle 2, S. 586, sind die Rechenwerte der vollständigen Schubbemessung in den massgebenden Schnitten jedes Balkens aufgeführt.

4. Erläuterung des Vorschlages

4.1 Grundsätzliches

Das Ziel jeder Schubbemessung soll die Einhaltung folgender Bedingungen sein:

1. Der *Schubbruch* darf nicht vor dem Biegebruch eintreten, bzw. nicht bevor die Längsarmierung bis mindestens zur Streckgrenze gedehnt ist.

2. Die *Deformationen* (Rissweiten, Durchbiegungen) dürfen unter Gebrauchslast gewisse Grenzen nicht überschreiten.

Wird die Bedingung 1 erfüllt, so ist in den weitaus meisten Fällen auch die Bedingung 2 befriedigt. Die Aufmerksamkeit soll deshalb dem Erreichen einer genügenden Schubbruchsicherheit gelten. Es wird daher nützlich sein, vorerst die Art und Weise des Bruches bei Balken unter kombinierter Beanspruchung von Biegung und Schub kurz zu betrachten.

4.11 *Schubbrucharten*

Ist das Momenten-Schub-Verhältnis gross ($M/Qh > 7$), so ist der Einfluss der Schubbeanspruchung auf das Verhalten des Trägers meist gering (vergleiche z. B. [3]). *Biegerisse* entstehen zuerst in den Zonen der grössten Biegespannungen und pflanzen sich mit wachsender Belastung mehr oder weniger senkrecht zur Trägeraxe fort. In der Gegend des maximalen Momentes tritt wie im Falle reiner Biegung ein Biegebruch auf.

Bei kleinerem Momenten-Schub-Verhältnis ($M/Qh < 7$) entstehen auch geneigte Risse. An Stellen, wo grosse Biegemomente zusammen mit grossen Querkräften wirken, verlaufen sogenannte *Biegeschubrisse* oft vertikal vom Rande her bis zur Zugarmierung und schlagen dann unter dem kombinierten Einfluss von Biegung und Schub einen geneigten Weg ein. Meistens pflanzen sie sich nach der nächsten grösseren Einzellast bzw. Auflagerkraft hin fort.

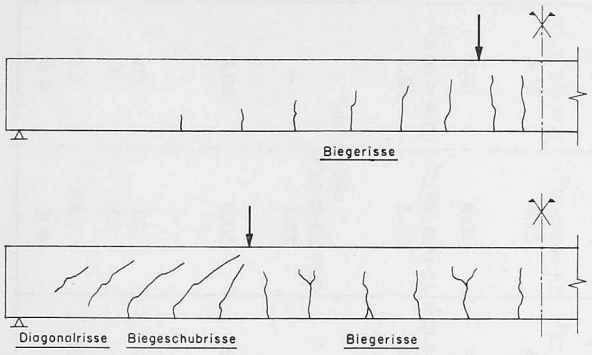


Bild 2. Beispiele für Rissbildungen: Biegerisse, Biegeschubrisse und Diagonalrisse

Ist das Moment gegenüber der Querkraft klein oder ist die Zugarmierung vorgespannt, so werden oft zuerst schiefe Risse in Stegmitte sichtbar, die sich nach aussen hin ausbreiten. Sie werden als schiefe Zugspannungsrisse oder als *Diagonalrisse* bezeichnet. Erreichen solche Risse schliesslich die Zugarmierung, so werden sie zu Biegeschubrissen.

In Bild 2 sind typische Beispiele für Biegerisse, Biegeschubrisse und Diagonalrisse dargestellt.

Im Bruchverhalten können verschiedene Fälle unterschieden werden:

a) *Träger ohne Schubarmierung*

Träger ohne Schubarmierung können sehr plötzlich unter Ausbildung von Diagonalrissen versagen. Der Riss breitet sich fast augenblicklich über die mittlere Zone des Trägers aus, worauf er rasch und mit flacher Neigung zur Zugarmierung und in die Biegedruckzone hinein wandert. Dabei wird entweder die ganze Druckzone des Trägers durchgerissen oder ein Stück derselben gestaucht. Diese Art von Bruch kann zu katastrophalen Folgen führen, da sie plötzlich eintritt und einen totalen Zusammenbruch bewirkt. Sie kann als *diagonaler Schubbruch* bezeichnet werden.

Handelt es sich bei den schrägen Rissen um Biegeschubrisse, so wird durch die Ausdehnung derselben die Druckzone verkleinert. Zuletzt wird die geschwächte Druckzone zerstört, und es entsteht ein sog. *Biegeschubbruch.*

b) *Träger mit Schubarmierung*

Die Einlage einer Diagonal- oder Bügel-Armierung verhindert die Entstehung von Schubrissen nicht. Auch die Risslast, bei der sich die Risse ausbilden, wird dadurch nicht beeinflusst. Dagegen hemmt die Schubarmierung merkbar das Öffnen und Ausbreiten der Risse und erhöht damit die Tragfähigkeit. In Trägern mit Schubarmierung tritt in der Regel ein Biegeschubbruch auf [4, 5]. Nachdem sich Biegeschubrisse gebildet haben, wird die Querkraft durch die Schubarmierung und die Betondruckzone gemeinsam aufgenommen. Erleidet die Schubarmierung plastische Deformationen, so muss eine weitere Steigerung der Querkraft vor allem durch die Biegedruckzone getragen werden. Die Belastung kann meist noch ein wenig erhöht werden, bis die Biegedruckzone am Ende des geneigten Schubrisses unter der kombinierten Beanspruchung von Druck und Schub zerstört wird.

Eine weitere Bruchart ist der sogenannte *Schubdruckbruch.* Das Versagen erfolgt durch Stauchen oder Ausbrechen des Betons in geneigten Streifen, die parallel zu den schiefen Rissen liegen (entsprechend den Druckstreben nach Fachwerk-Analogie), bevor die Schubarmierung plastische Deformationen erfährt. Diese Bruchart tritt nur bei einer sehr hohen Schubbeanspruchung bzw. einer sehr starken Schubarmierung ein.

Durch mangelnde konstruktive Ausbildung können weitere Versagensfälle eintreten, zum Beispiel:

1. Wenn die Längsarmierung ungenügende Betonumhüllung aufweist, werden die schiefen Schubrisse in horizontaler Richtung entlang der Längsarmierung abgebogen, sprengen die Betonumhüllung ab und verursachen einen Verbundbruch.
2. Bei ungenügender Haftung bzw. Verankerung der Längsarmierung kann diese gleiten, und es entsteht ebenfalls ein längs des Balkens fortschreitender Verbundbruch.
3. Ist die Schubarmierung nicht genügend verankert, so kann ihre Wirkung durch Gleiten stark vermindert werden. Die Schubrisse werden sich öffnen und fast ungehindert ausdehnen, worauf ein vorzeitiger Bruch erfolgt.
4. Ist bei aufgebogenen Stahleinlagen der Biegeradius zu klein, so können die konzentrierten Umlenkkräfte einen Spaltbruch erzeugen.

Anderseits können spezielle konstruktive Ausbildungen den Schubwiderstand auch merklich erhöhen:

1. In Trägern mit sehr schweren Flanschen, mit vertikalen Verstärkungsrippen und mit starker Längsarmierung kann ein beträchtlicher Teil der Schubbeanspruchung durch *Rahmenwirkung* aufgenommen werden.
2. Wirkt eine Belastung sehr nahe beim Auflager ($M/Qh < 2$), so wird ein grosser Teil davon auf direktem Weg durch eine Art *Gewölbewirkung* in das Auflager geleitet.
3. Die Längsarmierung ist oft steif genug, um einen Teil der Querkraft durch *Dübelwirkung* zu übertragen.

Obgleich jeder der in den beiden letzten Abschnitten behandelten Fälle den Schubwiderstand eines Trägers stark beeinflussen kann, müssen sie als Spezialfälle aufgefasst werden. Sie können daher in der Entwicklung eines allgemeinen Bemessungsverfahrens nicht berücksichtigt werden.

4.12 *Grundlagen des Vorschlages*

Im Bruchbereich eines Trägers unter kombinierter Beanspruchung durch Biegung und Schub müssen grundsätzlich 3 Bedingungen erfüllt sein [6]:

1. *Gleichgewicht:* Die inneren Kräfte müssen mit den äusseren Lasten im Gleichgewicht sein.
2. *Kompatibilität:* Die Verformungen müssen geometrisch verträglich sein.
3. *Bruchkriterium:* Der Spannungszustand muss eine solche Intensität erreicht haben, dass keine weitere Laststeigerung mehr möglich ist und somit Bruch eintritt.

Jedes mechanische Modell des Bruches sollte zum mindesten die Gleichgewichtsbedingungen erfüllen. Nach dem gegenwärtigen Stand der Kenntnisse ist eine zutreffende Erfassung der andern zwei Bedingungen äusserst schwierig. Sowohl das Bruchkriterium wie auch die Kompatibilitätsbedingungen bei unelastischen Verformungen lassen eine genaue mathematische Formulierung kaum zu.

Im vorliegenden Vorschlag wird eine Gleichgewichtsbetrachtung verwendet. Die äussere Querkraft unter rechnerischer Bruchlast muss kleiner oder höchstens gleich sein wie die Summe der folgenden Schubwiderstände:

— Schubwiderstand der Biegedruckzone in Bereichen, wo unter rechnerischer Bruchlast Biegeschubrisse auftreten,
— Schubwiderstand der Druckzonen in Bereichen, wo unter rechnerischer Bruchlast nur Diagonalrisse auftreten,
— Schubwiderstand der Schubarmierung.

Es handelt sich somit nicht um eine geschlossene Schubbruchtheorie, da auf die Einbeziehung einer eigentlichen Kompatibilitätsbedingung verzichtet wird. In Wirklichkeit ist diese für die tatsächliche Aufteilung der äussern Querkraft auf Schubarmierung und Druckzonen verantwortlich. Der Widerstand der Druckzonen wurde unter Berücksichtigung von Versuchsresultaten derart angesetzt, dass die Gefahr vorzeitiger Schubbrüche äusserst gering ist.

Der formulierte Widerstand der Schubarmierung entspricht der Vorstellung aus der Fachwerkanalogie. Deshalb kann die vorgeschlagene Bemessung der Schubarmierung auch als «modifizierte Fachwerkanalogie» bezeichnet werden.

4.2 Nominelle Schubspannung

Die üblichen Verfahren zur Dimensionierung der Schubarmierung in Stahlbeton beruhen entweder auf der Berechnung der grössten Hauptzugspannung σ_{hz} oder der grössten Schubspannung τ im Querschnitt. Zur Berechnung der grössten Hauptzugspannung wird in der Regel ein Balkenelement mit vertikalen Biegerissen betrachtet und folgende Beziehung hergeleitet:

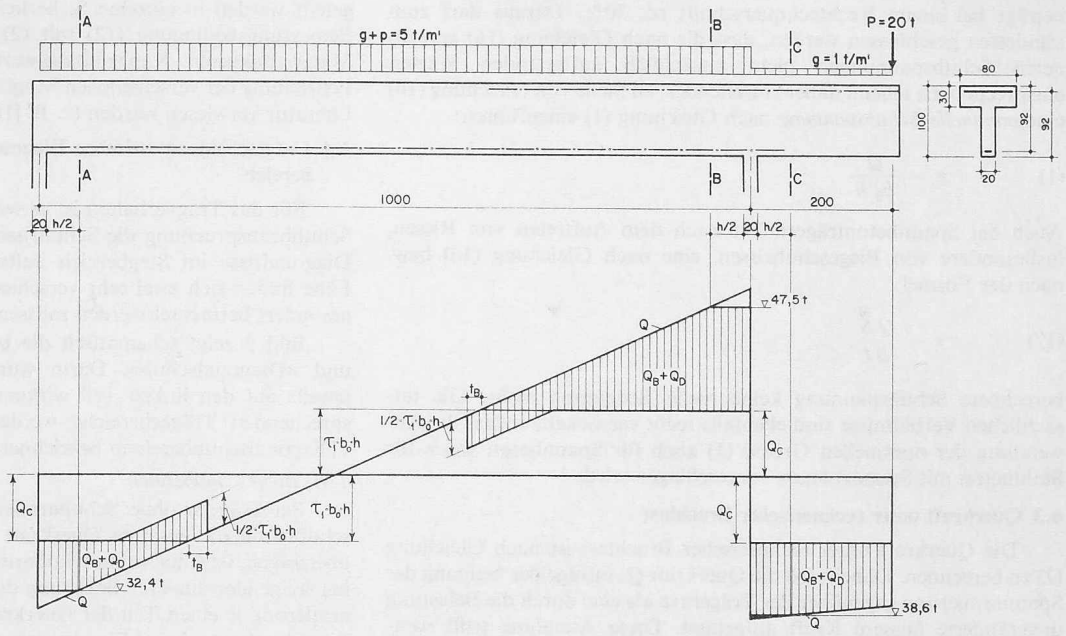
$$(16) \qquad \sigma_{hz} = \tau = \frac{Q}{b_0 \, \eta \, h}$$

Diese Betrachtungsweise ist jedoch willkürlich und sogar widersprüchlich. Denn dort, wo die Schubbeanspruchung wesentlich ist, verlaufen die Risse nicht vertikal, sondern schräg. Es entsteht somit ein gänzlich anderes inneres Tragsystem als angenommen. Zudem sind die so gerechneten Schubspannungen kleiner als die am ungerissenen (homogenen) Querschnitt bestimmten Schubspannungen. Die Differenz

Tabelle 2. Rechenwerte für die Schubbemessung der Beispiele von Bild 1

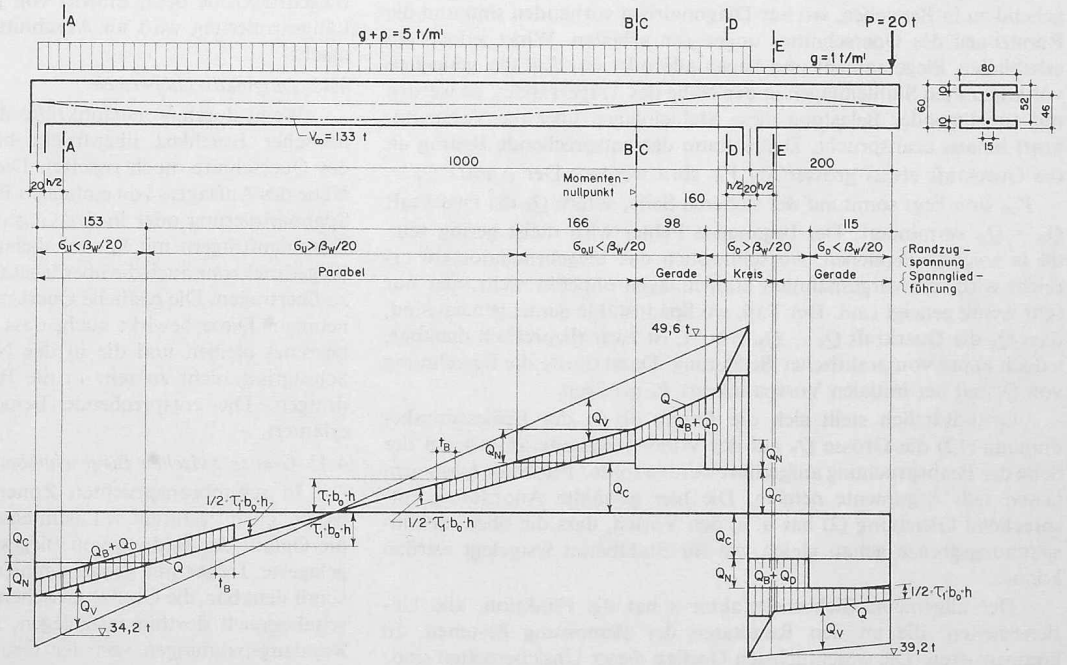
Balken	Stahlbetonbalken			Spannbetonbalken (mit Spannkabel vorgespannt)					Spannbetonbalken (im Spannbett vorfabriziert)	
Charakteristische Werte	β_w=300 kg/cm²; τ_1=10 kg/cm² V_∞/Z_s=0 ; σ_{sB}=4,0 t/cm²; h=92 cm			β_w=400 kg/cm²; τ_1=12 kg/cm² V_∞/Z_s>0,5 ; σ_N=60 kg/cm²; σ_{sB}=4,0 t/cm² h=52 cm	h=52 cm	h=46 cm	h=46 cm	h=46 cm	β_w=500 kg/cm²; τ_1=14 kg/cm² V_∞/Z_s>0,5 ; σ_N=75 kg/cm² σ_{sB}=4,0 t/cm² ; h=110 cm	
Balkenschnitte	A—A	B—B	C—C	A—A	B—B	C—C	D—D	E—E	A—A	B—B
Querkraft infolge Gebrauchslasten g, p, P: Q_g+Q_p t	18,0	26,4	21,3	19,0	21,2	21,2	27,5	21,7	58,7	51,1
1,8-fache Querkraft infolge g, p, P: $Q=1{,}8\cdot(Q_g+Q_p)$ t	32,4	47,5	38,6	34,2	38,2	38,2	49,6	39,2	105,7	92,0
Querkraft infolge Neigung einer Spannarmierung (4): $Q_v=V_\infty\cdot\sin\alpha$ t	—	—	—	$-133\cdot0{,}096=$ $-12{,}8$	$-133\cdot0{,}110=$ $-14{,}6$	$-133\cdot0{,}110=$ $-14{,}6$	$-133\cdot0{,}082=$ $-10{,}9$	$-133\cdot0{,}082=$ $-10{,}9$	—	—
Querkraft unter rechnerischer Bruchlast (2): $Q=1{,}8\cdot(Q_g+Q_p)+Q_v$ t	32,4	47,5	38,6	21,4	23,6	23,6	38,7	28,3	105,7	92,0
Nominelle Schubspannung (1): $\tau=Q/b_0\cdot h$ kg/cm²	$\frac{32'400}{20\cdot92}=$ 17,6	$\frac{47'500}{20\cdot92}=$ 25,8	$\frac{38'400}{20\cdot92}=$ 20,9	$\frac{21'400}{15\cdot52}=$ 27,4	$\frac{23'600}{15\cdot52}=$ 30,3	$\frac{23'600}{15\cdot46}=$ 34,2	$\frac{38'700}{15\cdot46}=$ 56,1	$\frac{28'300}{15\cdot46}=$ 41,0	$\frac{105'700}{14\cdot110}=$ 68,1	$\frac{92'000}{14\cdot110}=$ 59,7
Maximale Schubspannung (14), (15): $\tau_2=4\tau_1$ resp. $\tau_3=5\tau_1$ kg/cm² Vergleich:	τ_2=40 $\tau<\tau_2$	τ_2=40 $\tau<\tau_2$	τ_2=40 $\tau<\tau_2$	τ_2=48 $\tau<\tau_2$	τ_2=48 $\tau<\tau_2$	τ_2=48 $\tau<\tau_2$	τ_3=60 $\tau<\tau_3$	τ_2=48 $\tau<\tau_2$	τ_3=70 $\tau<\tau_3$	τ_3=70 $\tau<\tau_3$
Kein Nachweis einer Schubarmierung (10): $\tau_1 b_0\cdot h$ t	$10\cdot20\cdot92\cdot10^{-3}=$ 18,4	18,4	18,4	$12\cdot15\cdot52\cdot10^{-3}=$ 9,4	$12\cdot15\cdot52\cdot10^{-3}=$ 9,4	$12\cdot15\cdot46\cdot10^{-3}=$ 8,3	$12\cdot15\cdot46\cdot10^{-3}=$ 8,3	$12\cdot15\cdot46\cdot10^{-3}=$ 8,3	$14\cdot14\cdot110\cdot10^{-3}=$ 21,6	$14\cdot14\cdot110\cdot10^{-3}=$ 21,6
Minimale Schubarmierung (13): $Q_B+Q_D>1/2\ \tau_1 b_0\cdot h$ t	9,2	9,2	9,2	4,7	4,7	4,2	4,2	4,2	10,8	10,8
Schubwiderstand der Biegedruckzone (5), (6): $Q_C=(1+V_\infty/Z_s)\cdot\tau_1 b_0\cdot h$, jedoch $Q_C\leq1{,}5\cdot\tau_1 b_0\cdot h$ t	$10\cdot20\cdot92\cdot10^{-3}$ 18,4	18,4	18,4	$1{,}5\cdot12\cdot15\cdot52\cdot10^{-3}=$ 14,0	$1{,}5\cdot12\cdot15\cdot52\cdot10^{-3}=$ 14,0	$1{,}5\cdot12\cdot15\cdot46\cdot10^{-3}=$ 12,4	$1{,}5\cdot12\cdot15\cdot46\cdot10^{-3}=$ 12,4	$1{,}5\cdot12\cdot15\cdot46\cdot10^{-3}=$ 12,4	$1{,}5\cdot14\cdot14\cdot110\cdot10^{-3}=$ 32,3	$1{,}5\cdot14\cdot14\cdot110\cdot10^{-3}=$ 32,3
Zusätzlicher Schubwiderstand inf. Normalspannungen (7): Bereich, wo Zugspannung am Zugrand $\leq\beta_w/20$:	—	—	—	siehe Figur					siehe Figur	
$Q_N=0{,}2\cdot\sigma_N b_0\cdot h$ t	—	—	—	$0{,}2\cdot60\cdot15\cdot52\cdot10^{-3}=$ 9,3	$0{,}2\cdot60\cdot15\cdot52\cdot10^{-3}=$ 9,3	$0{,}2\cdot60\cdot15\cdot46\cdot10^{-3}=$ 8,3	—	—	$0{,}2\cdot75\cdot14\cdot110\cdot10^{-3}=$ 23,1	—
Schubwiderstand der Schubarmierung (12): $Q_B+Q_D\geq Q-Q_C-Q_N$ t	14,0	29,1	20,2	$-1{,}9$ (massg.: 4,7)	0,3 (massg.: 4,7)	2,9 (massg.: 4,2)	26,3	15,9	50,3	59,7
Schubdeckung durch vertikale Bügel allein (8): Maximal möglicher Abstand: $t_B\leq h/2$ resp. h/3, jedoch $t_B\leq30$ resp. 20 cm : cm	30	30	30	26	26	23	15	23	20	20
Gewählter Abstand : cm	26	20	28	26	26	23	11	11	20	16
$F_B=\frac{Q_B}{\sigma_{sB}}\cdot\frac{t_B}{h}$ cm²	0,99	1,58	1,53	0,59	0,59	0,53	1,57	0,95	2,28	2,17
Zweischnittige Bügel : mm	ø 8	ø 10	ø 10	ø 8	ø 8	ø 8	ø 10	ø 8	ø 12	ø 12

Stahlbetonbalken



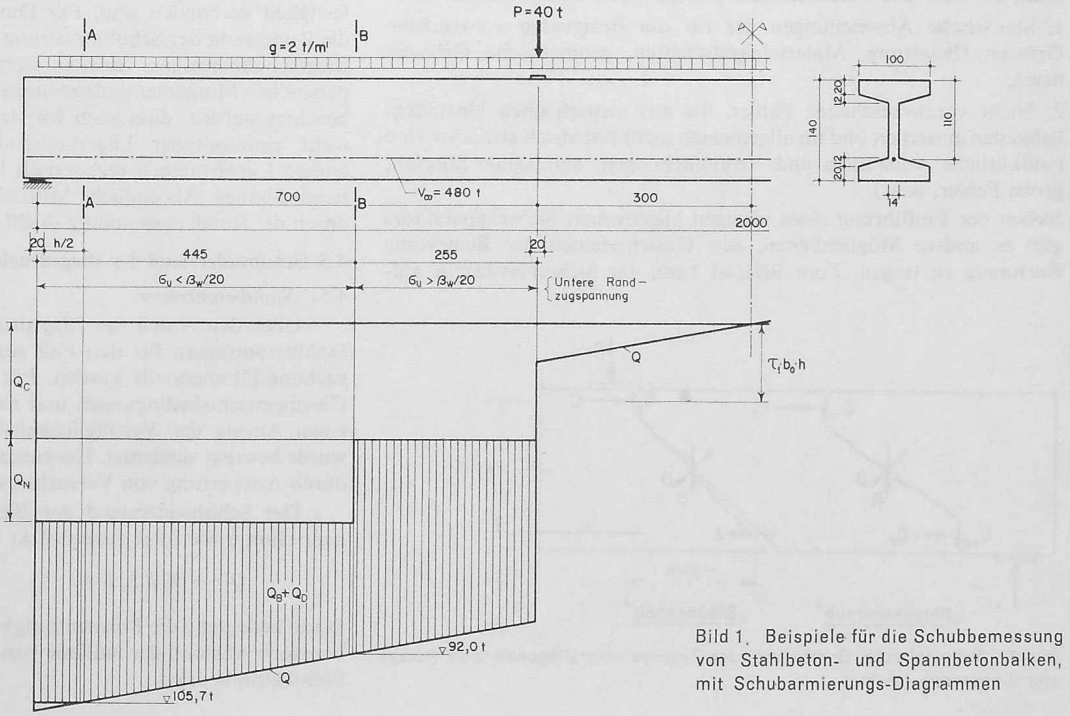
Schubarmierungs-Diagramm

Spannbetonbalken
(mit Spannkabel vorgespannt)



Schubarmierungs-Diagramm

Spannbetonbalken
(im Spannbett vorfabriziert)



Schubarmierungs-Diagramm

Bild 1. Beispiele für die Schubbemessung von Stahlbeton- und Spannbetonbalken, mit Schubarmierungs-Diagrammen

beträgt bei einem Rechteckquerschnitt rd. 30%. Daraus darf zum mindesten geschlossen werden, dass die nach Gleichung (16) gerechneten Schubspannungen nicht tatsächlich auftretenden Werten entsprechen. Es scheint daher zutreffender, an Stelle von Gleichung (16) eine *nominelle Schubspannung* nach Gleichung (1) einzuführen:

$$(1) \qquad \tau = \frac{Q}{b_0\, h}$$

Auch bei Spannbetonträgern hat nach dem Auftreten von Rissen, insbesondere von Biegeschubrissen, eine nach Gleichung (16) bzw. nach der Formel

$$(17) \qquad \tau = \frac{Q\, S}{b\, I}$$

berechnete Schubspannung keine reelle Bedeutung mehr. Die tatsächlichen Verhältnisse sind ebenfalls recht verwickelt, sodass die Anwendung der nominellen Grösse (1) auch für Spannbeton sowie für Stahlbeton mit Spannzulagen vorgeschlagen wird.

4.3 Querkraft unter rechnerischer Bruchlast

Die Querkraft unter rechnerischer Bruchlast ist nach Gleichung (2) zu berechnen. Dabei wird die Querkraft Q_v infolge der Neigung der Spannarmierung gegenüber der Trägeraxe als eine durch die Belastung unveränderte äussere Kraft aufgefasst. Diese Annahme trifft weitgehend zu in Bereichen, wo nur Diagonalrisse vorhanden sind und die Randzonen des Querschnittes ungerissen arbeiten. Wirkt jedoch ein erhebliches Biegemoment und liegen alle oder ein Teil der geneigten vorgespannten Stahleinlagen in der Nähe des Trägerrandes, so werden mit zunehmender Belastung diese Stahleinlagen über die Vorspannkraft hinaus beansprucht. Damit kann der entsprechende Beitrag an die Querkraft etwas grösser als $V_\infty \sin\alpha$ werden. Der Ansatz $Q_v = V_\infty \sin\alpha$ liegt somit auf der sicheren Seite, sofern Q_v die Querkraft $Q_g + Q_p$ vermindert. Der begangene Fehler wird meist gering sein, da in solchen Bereichen, wo schliesslich das Biegebruchmoment erreicht wird, die vorgespannten Stahleinlagen ohnehin nicht oder nur sehr wenig geneigt sind. Der Fall, wo Spannstähle derart geneigt sind, dass Q_v die Querkraft $Q_g + Q_p$ erhöht, ist zwar theoretisch denkbar, jedoch kaum von praktischer Bedeutung. Dann dürfte die Berechnung von Q_v mit der initialen Vorspannkraft V_0 genügen.

Grundsätzlich stellt sich die Frage, ob in der Bemessungsbedingung (12) die Grösse Q_v auf der Widerstandsseite anstatt auf der Seite der Beanspruchung aufgeführt werden sollte. Für beide Lösungen lassen sich Argumente nennen. Die hier gewählte Anordnung entsprechend Gleichung (2) hat u. a. den Vorteil, dass die obere Schubspannungsgrenze genau gleich wie für Stahlbeton festgelegt werden konnte.

Der allgemeine Sicherheitsfaktor s hat die Funktion, alle Unsicherheiten, die an den Resultaten der Bemessung bestehen, zu kompensieren. Die wesentlichsten Quellen dieser Unsicherheiten sind:

1. Statistische Abweichungen der für die Bemessung verwendeten Grössen (Belastung, Materialeigenschaften, geometrische Grössen, usw.),
2. Nicht vorauszusehende Fehler, die aus menschlichen Unzulänglichkeiten entstehen und im allgemeinen nicht statistisch erfassbar sind (willkürliche Annahmen und Vereinfachungen, mangelnde Sorgfalt, grobe Fehler, usw.).

Neben der Einführung eines einzigen allgemeinen Sicherheitsfaktors gibt es andere Möglichkeiten, den Unsicherheiten der Bemessung Rechnung zu tragen. Zum Beispiel kann der Sicherheitsfaktor aufgeteilt werden in einzelne Sicherheitsbeiwerte, die den Gliedern der Bemessungsbedingung (12) mit (2) zuzuordnen sind (Lastfaktoren, Materialfaktoren, Kapazitätsbeiwerte, usw.). Für eine umfassendere Beurteilung der verschiedenen Möglichkeiten muss auf die einschlägige Literatur verwiesen werden (z. B. [16]).

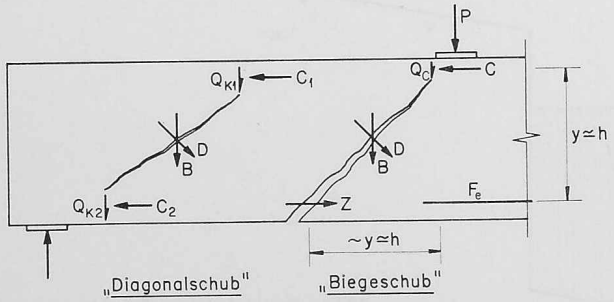


Bild 3. Schematische Darstellung der Tragsysteme Diagonalschub (links) und Biegeschub (rechts)

4.4 Unterscheidung zwischen Biegeschubbereich und Diagonalschubbereich

Für das Tragverhalten ist es wesentlich, ob an einer Stelle hoher Schubbeanspruchung die Schubrisse als Biegeschubrisse oder nur als Diagonalrisse im Stegbereich auftreten (vgl. 4.11). Für die beiden Fälle bilden sich zwei sehr verschiedene innere Tragsysteme aus, die gesondert betrachtet werden müssen.

Bild 3 zeigt schematisch die beiden Tragsysteme «Biegeschub» und «Diagonalschub». Darin wurden im Riss, bzw. Schnitt, die jeweils auf den linken Teil wirkenden Kräfte eingetragen. Die entsprechenden Trägerbereiche werden mit «Biegeschubbereich» und «Diagonalschubbereich» bezeichnet.

4.41 *Biegeschubbereich*

Bei Trägern ohne Schubarmierung wird im Bereich von Biegeschubrissen die gesamte Querkraft durch die Biegedruckzone allein übertragen. Ist jedoch eine Schubarmierung vorhanden, so übernehmen bei steigender äusserer Belastung die Biegedruckzone und die Schubarmierung je einen Teil der Querkraft. Für den Schubwiderstand der Biegedruckzone beim Eintritt von plastischen Deformationen in der Längsarmierung wird im Abschnitt 4.5 ein quantitativer Ansatz gemacht.

4.42 *Diagonalschubbereich*

Wenn durch Vorspannkräfte die Biegezugzone auch unter rechnerischer Bruchlast überdrückt bleibt, so sind beide Randzonen des Querschnitts noch rissefrei. Dies kann u. a. der Fall sein in der Nähe des Auflagers von einfachen Balken mit zur Balkenaxe paralleler Spannarmierung oder in der Gegend des Momentennullpunktes von Durchlaufträgern mit Spannkabelarmierung. Hier vermag ausser der Biegedruckzone auch die überdrückte Zugzone einen Teil der Querkraft zu übertragen. Die restliche Querkraft muss die Schubarmierung übernehmen. Diese bewirkt auch, dass die Schubdeformationen im Steg begrenzt bleiben und die in der Nähe der Schweraxe entstandenen Schrägrisse nicht zu sehr in die Randzonen des Querschnittes vordringen. Die entsprechende Bemessungsgleichung wird unter 4.6 erläutert.

4.43 *Grenze zwischen Biegeschubbereich und Diagonalschubbereich*

In schubbeanspruchten Zonen besteht praktisch überall dort, wo bei einer bestimmten Lastintensität Biegeanrisse zu erwarten sind, die Gefahr der Bildung von Biegeschubrissen. Für statisch bestimmt gelagerte Träger mit genau definierter Belastungsanordnung wäre es somit denkbar, die Grenze zwischen Biegeschubbereich und Diagonalschubbereich dorthin festzulegen, wo unter rechnerischer Bruchlast Randzugspannungen von der Grössenordnung der Beton-Biegezugfestigkeit vorhanden sind. Für Durchlaufträger hingegen könnte für die Bemessung der Schubarmierung eine beträchtliche Ausweitung des Biegeschubbereiches verlangt werden, um den stets auftretenden plastischen Momentenumlagerungen Rechnung zu tragen. Zudem muss beachtet werden, dass auch bei statisch bestimmten Trägern infolge nicht einwandfreier Lagerkonstruktionen, durch Schwinden oder andere Einwirkungen rechnerisch kaum erfassbare Längskräfte auftreten können. Als einfache Mittellösung ist im Vorschlag die Grenze durch die Randzugspannung $\beta_w/20$ festgelegt worden.

4.5 Schubwiderstand der Biegedruckzone

4.51 *Stahlbetonträger*

Über den Anteil der Biegedruckzone am Schubwiderstand von Stahlbetonträgern für den Fall einer Bügelarmierung ist die Untersuchung [2] angestellt worden. Für den Biegeschubbruch wurden die Gleichgewichtsbedingungen und das Bruchkriterium formuliert. Auf einen Ansatz der Verträglichkeitsbedingung für die Verformungen wurde bewusst verzichtet. Die entsprechenden Terme wurden vielmehr durch Auswertung von Versuchsresultaten bestimmt.

Der Schubwiderstand der Biegedruckzone kann für Rechteckquerschnitte wie folgt ausgedrückt werden:

$$Q_C = K\, \beta\, \xi_0\, b\, h$$

Darin bedeutet β die Prismenfestigkeit. ξ_0 ist der auf die statische Höhe bezogene Abstand der Nullinie von der Druckkante nach der üblichen Eisenbetontheorie:

(18) $\xi_0 = \sqrt{(n\,\mu)^2 + 2\,n\,\mu} - n\,\mu$

n ist das Verhältnis der Elastizitätsmoduli von Stahl und Beton und μ der Längsarmierungsgehalt.
Für (18) ist

(19) $\xi_0 = 3{,}5\sqrt{\mu}$

eine gute Näherung, sofern das Verhältnis n den Wert 10 annimmt.

Die empirisch bestimmte Funktion K hängt im wesentlichen von den folgenden Parametern ab:

— Eigenschaften des betrachteten Querschnittes (Abmessungen, Armierungsgehalt, Materialfestigkeiten),
— Momenten-Schubverhältnis M/Qh,
— Momentenverhältnis M/M_{Br},
— Schubarmierungsgehalt.

Die in [2] hergeleiteten Gleichungen ergeben folgenden Bereich für K:

$$0{,}125 \leq K \leq 0{,}250$$

Der Schubwiderstand der Biegedruckzone beträgt mit $\beta = 0{,}8\beta_w$ mindestens

(20) $Q_C = 0{,}35\sqrt{\mu}\;\beta_w\;b\;h\;.$

Diese Formel drückt u. a. aus, dass der Schubwiderstand der Biegedruckzone mit steigendem Längsarmierungsgehalt μ anwächst. Von μ abhängig ist die Lage der neutralen Axe und somit die Grösse der Biegedruckzone. Tatsächlich zeigt die angeführte Untersuchung, dass in den massgebenden Beanspruchungsbereichen die Schubtragfähigkeit mit steigendem μ, d. h. mit grösserer Biegedruckzone und steigender Druckkraft zunimmt.

Im Vorschlag wurde jedoch Q_C nicht von μ abhängig gemacht, sondern für eine bestimmte Betonfestigkeit konstant angesetzt. Gleichzeitig wurde dessen Gültigkeitsbereich auf Schrägarmierung erweitert und die Anwendung auf Plattenbalkenquerschnitte zugelassen, sofern anstelle der Druckplattenbreite b nur die Stegbreite b_0 eingesetzt wird. Somit gilt für *Stahlbetonträger*

(5a) $Q_C = \tau_1\,b_0\,h\;.$

Zu diesem Ansatz führten folgende Gründe:

1. Wegen der Bedingung Gleichung (13) kommt für die Bemessung der Schubarmierung $Q_C = \tau_1 b_0 h$ erst zum vollen Abzug, wenn $\tau \geq 1{,}5\tau_1$. Der für die Erzeugung von $\tau = 1{,}5\tau$ nötige Längsarmierungsgehalt μ ist für gebräuchliche Werte M/Qh und Streckgrenzen σ_s so gross, dass Gleichung (20) in den weitaus meisten Fällen grössere Werte als Gleichung (5a) ergibt.
2. Die vorgeschlagene Bemessungsbedingung (12) wurde mit den Resultaten von fast 100 Balkenversuchen überprüft, bei denen sowohl Rechteckquerschnitte und vertikale Bügelarmierungen als auch Plattenbalken- und I-Querschnitte sowie schräge Bügel und Aufbiegungen vorkamen. Der Wert Q_C wurde nach Gleichung (5a) eingesetzt, wobei τ_1 entsprechend der Betonfestigkeit nach Tabelle 1 interpoliert wurde. Die zahlreichen, neulich durchgeführten Schubversuche von Leonhardt-Walther [3], [7], sowie die Versuche von Clark [8] und Moretto [9] wurden zu diesem Zweck herangezogen. Dabei wurden Balken, deren Versagen als Biege- oder Verankerungsbruch bezeichnet war, nicht berücksichtigt. Bild 4 zeigt die Verhältnisse zwischen der im Versuch festgestellten Querkraft beim Bruch Q_{Br} und dem entsprechend der Bemessungsbedingung (12) berechneten maximalen Wert

(21) $Q_r = Q_C + Q_B + Q_D$

in Abhängigkeit von der Würfeldruckfestigkeit. Mit Ausnahme von drei Punkten liegen sämtliche Werte über 1,0. Beim Versuch, der dem Wert 0,78 entspricht, war $Q_{Br} < Q_B$ (wobei $Q_D = 0$), so dass es fraglich ist, ob es sich um einen normalen Biegeschubbruch handelte. Da die weitaus meisten Punkte über 1,0 liegen, sind die vorgeschlagenen Bemessungsgleichungen auf der sicheren Seite.
3. Der im folgenden Abschnitt durchgeführte Vergleich (Bild 6) zeigt, dass sich Q_C nach Gleichung (5a) durchaus im Rahmen der für die Bemessung der Schubarmierung gleichbedeutenden Werte Q_C^* nach den Normen des ACI [10] sowie des Vorschlages von Leonhardt [12] hält.
4. Schliesslich ist die Ermittlung von Q_C bei abgestufter Längsarmierung (z. B. Aufbiegungen) nach (20) aufwendig und unpraktisch. Ein konstanter Wert Q_C vereinfacht die Bemessung der Schubarmierung wesentlich.

4.52 *Spannbetonträger*

a) *Vergleich mit Stahlbetonträger*

Für eine vorerst mehr qualitative Beurteilung des Schubwiderstandes der Biegedruckzone von Spannbetonträgern ist ein Vergleich nützlich. Dieser wird zwischen einem Spannbetonträger und einem Stahlbetonträger durchgeführt, welche genau dieselben äusseren Abmessungen und dieselbe statische Nutzhöhe haben und gleich belastet sein sollen (Bild 6). Ferner sollen beide Träger dasselbe Biegebruchmoment bzw. dieselbe Zugkraft in der Längsarmierung beim Erreichen der jeweiligen Streckgrenze aufweisen. Betrachtet wird der durch Moment und Querkraft stark beanspruchte Biegeschubbereich unmittelbar neben der Last gegen das Auflager zu.

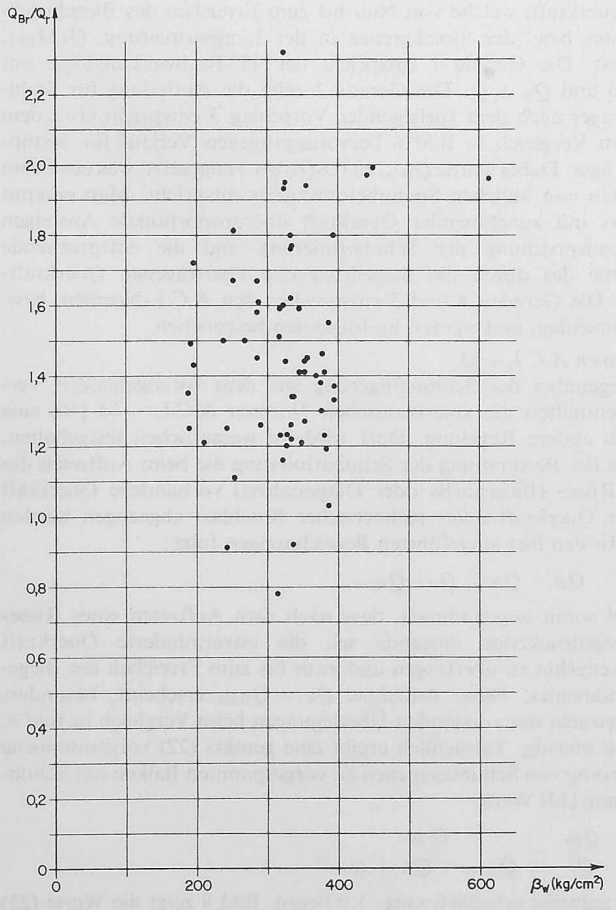


Bild 4. Verhältnis zwischen der gemessenen und der berechneten Querkraft beim Schubbruch von Versuchsbalken aus Stahlbeton [3], [7], [8], [9]

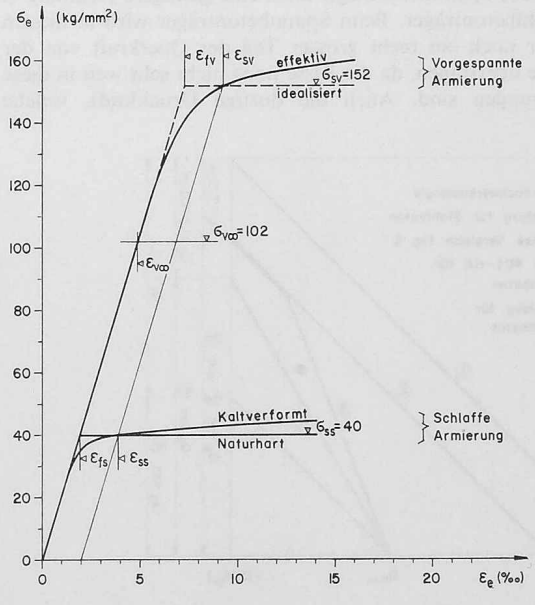


Bild 5. Spannungs-Dehnungs-Diagramme und Kennwerte der dem in Bild 6 dargestellten Vergleich zugrundegelegten Armierungsstähle

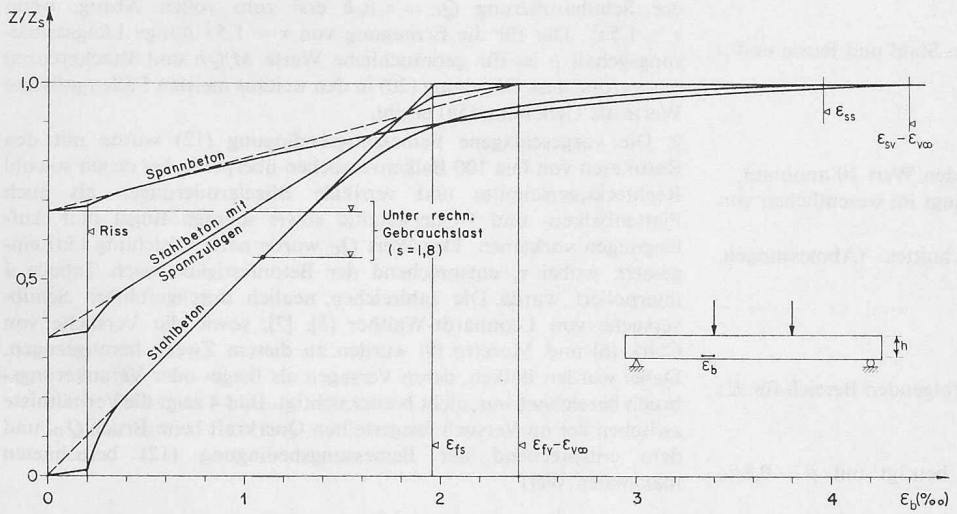


Bild 6. Vergleich des Verformungsverhaltens verschiedenartig armierter Träger mit gleichem Biegebruchmoment

In Bild 5 sind die angenommenen Spannungs-Dehnungslinien der schlaffen und der vorgespannten Stahleinlagen mit den entsprechenden Kennwerten dargestellt. Es handelt sich um kaltverformten bzw. naturharten Armierungsstahl der Gruppe II gemäss S.I.A.-Norm Nr. 162, sowie um patentierten gezogenen Spanndraht, wie sie in der Schweiz am häufigsten verwendet werden.

Aus Bild 6 ist der grundsätzliche Unterschied im Verformungsverhalten der verschiedenartig armierten Träger im Zusammenhang mit der Beanspruchung der Zugarmierung ersichtlich. Auf der Abszisse ist die Dehnung ε_b in Höhe der Zugarmierung abgetragen, wobei der Nullpunkt die Betondehnung $\varepsilon_b = 0$ bedeutet. Dies entspricht beim Spannbetonträger etwa dem Gebrauchszustand, beim Stahlbetonträger hingegen dem unbelasteten Zustand. Auf der Ordinate ist das Verhältnis der Zugkraft Z in der gesamten Längsarmierung zu derjenigen beim Erreichen der Streckengrenze, Z_s, dargestellt. Die Zugkraft in der Längsarmierung ist auch etwa gleich der Horizontalkomponente der Druckkraft in der Biegedruckzone.

Unter rechnerischer Gebrauchslast beträgt beim Stahlbetonträger die Dehnung $\varepsilon_b \cong 1‰$. Es sind Biege- bzw. Biegeschubrisse vorhanden, und nebst der Biegedruckzone beteiligt sich die Schubarmierung bereits massgeblich an der Schubübertragung. Der Spannbetonträger hingegen weist die Dehnung $\varepsilon_b \cong 0$ auf, d. h. er ist noch frei von Biegeanrissen. Abgesehen von allfälligen Diagonalrissen wird die Querkraft durch den ganzen Betonquerschnitt übertragen.

Bei einer Steigerung der Beanspruchung erweist sich nach der Rissebildung der Spannbetonträger jedoch als bedeutend «weicher» als der Stahlbetonträger, d. h. die Dehnung ε_b pro Beanspruchungseinheit ist entsprechend dem etwa 4mal kleineren Armierungsgehalt ungefähr 4mal grösser. Bei einer Überbeanspruchung von z. B. 20% weist trotzdem der Spannbetonträger noch eine geringere Dehnung ε_b auf als der Stahlbetonträger. Beim Spannbetonträger wird in diesem Stadium immer noch ein recht grosser Teil der Querkraft von der Biegedruckzone übertragen, da die Risse noch nicht sehr weit in diese hinein vorgedrungen sind. Auch die dortige Druckkraft, welche grösser als die Vorspannkraft ist, übersteigt immer noch diejenige im Stahlbetonträger.

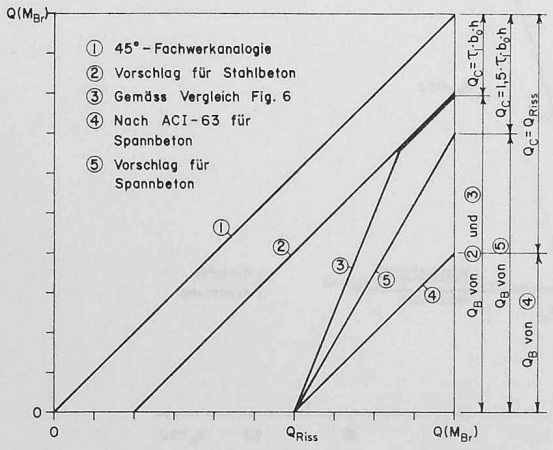


Bild 7. Aufteilung der äusseren Querkraft auf Biegedruckzone und Schubarmierung

Für $Z/Z_s \geq 0{,}85$, was einer Überbeanspruchung von fast 60% und mehr entspricht, weisen dann aber die Dehnungen ε_b sowie die Druckkräfte in der Biegedruckzone der beiden Träger etwa den gleichen Betrag auf. Das Verformungsverhalten im betrachteten Bereich dürfte damit weitgehend ähnlich geworden sein. Setzt man voraus, dass allgemein sich die Schubarmierung etwa in demselben Masse an der Übertragung der Querkraft beteiligt wie die Dehnung ε_b anwächst, so könnte aus diesem Vergleich geschlossen werden, dass der Schubwiderstand der Biegedruckzone bei beiden Trägern ungefähr derselbe wäre. Dies würde aber bedeuten, dass Spannbetonbalken im Biegeschubbereich mit genau derselben Schubarmierung versehen werden sollten wie entsprechende Stahlbetonbalken, sofern der Schubbruch nicht vor dem Biegebruch eintreten darf.

In Bild 7 ist die Aufteilung der äusseren Querkraft auf die Schubarmierung und die Biegedruckzone nach verschiedenen Normen und Vorschlägen festgehalten. Dargestellt ist der ganze Bereich einer Querkraft, welche von Null bis zum Erreichen des Biegebruchmomentes bzw. der Streckgrenze in der Längsarmierung, $Q(M_{Br})$, anwächst. Die Gerade 1 entspricht der 45°-Fachwerkanalogie mit $Q_C = 0$ und $Q_B = Q$. Die Gerade 2 zeigt die Aufteilung für Stahlbetonträger nach dem vorliegenden Vorschlag. 3 entspricht etwa dem aus dem Vergleich in Bild 6 hervorgegangenen Verlauf für Spannbetonträger. Dabei wurde Q_{Riss} zu $0{,}6Q(M_{Br})$ angesetzt, was etwa dem Verhalten von üblichen Spannbetonträgern entspricht. Man erkennt hier das mit zunehmender Querkraft überproportionale Ansteigen der Beanspruchung der Schubarmierung und die entsprechende Abnahme des durch die Biegedruckzone übertragenen Querkraftanteils. Die Geraden 4 und 5 entsprechen den A.C.I.-Normen, bzw. dem Vorschlag, und werden im folgenden besprochen.

b) *Normen A.C.I.* – 63

Gegenüber der Schlussfolgerung aus dem vorangehenden Vergleich enthalten die amerikanischen Normen A.C.I. – 63 [10] eine ziemlich andere Regelung. Dort wird im wesentlichen festgehalten, dass bei der Bestimmung der Schubarmierung die beim Auftreten des ersten Risses (Biegeanriss oder Diagonalriss) vorhandene Querkraft von der Querkraft unter rechnerischer Bruchlast abgezogen werden darf. Mit den hier eingeführten Bezeichnungen folgt:

$$(22) \qquad Q_B + Q_D \geq Q - Q_{Riss}$$

Es wird somit angenommen, dass nach dem Auftreten eines Risses die Biegedruckzone imstande sei, die unverminderte Querkraft Q_{Riss} weiterhin zu übertragen und zwar bis zum Erreichen des Biegebruchmomentes. Diese Annahme $Q_C = Q_{Riss}$ erscheint, besonders in Anbetracht der vorstenden Überlegungen beim Vergleich in Bild 6, als allzu günstig. Tatsächlich ergibt eine gemäss (22) vorgenommene Auswertung von Schubversuchen an vorgespannten Balken mit Schubarmierung [14] Werte

$$(23) \qquad \frac{Q_{Br}}{Q_r} = \frac{Q_{Br}}{Q_{Riss} + Q_B + Q_D},$$

welche teilweise erheblich unter 1,0 liegen. Bild 8 zeigt die Werte (23) von 29 Balken mit parallel zur Balkenaxe angeordneter Spannarmierung, welche einen Schubbruch erlitten. Die Streuung ist, wie stets

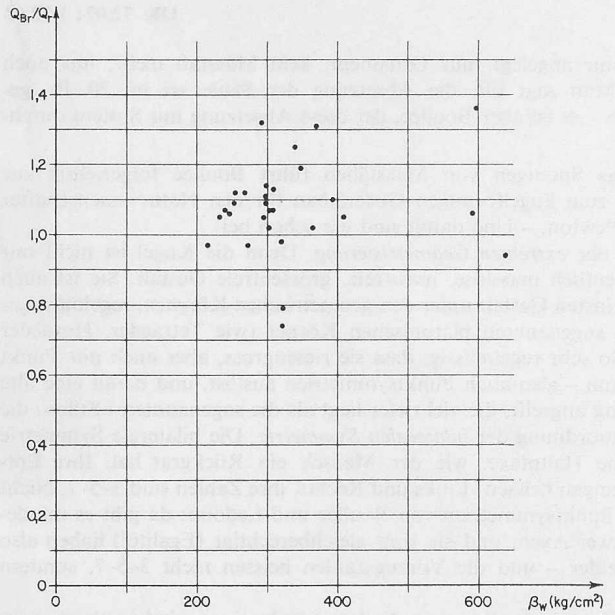


Bild 8. Verhältnis zwischen der gemessenen und der berechneten Querkraft beim Schubbruch von Versuchsbalken aus Spannbeton gemäss ACI-63. Werte aus [14] entnommen

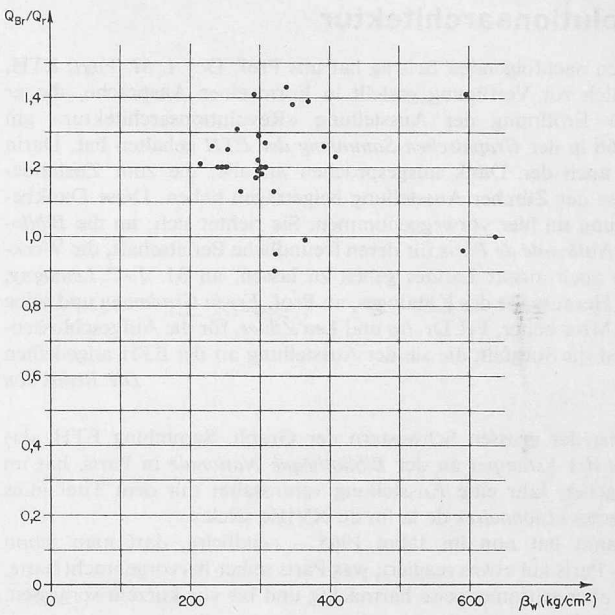


Bild 9. Verhältnis zwischen der gemessenen und der berechneten Querkraft beim Schubbruch von Versuchsbalken aus Spannbeton gemäss Vorschlag. Werte aus [14] entnommen

bei Schubversuchen, recht beträchtlich. Immerhin treten 6 Werte unter 1,0 auf, wobei der kleinste nur 0,74 beträgt.

In Bild 7 entspricht die Gerade 4 der Aufteilung der Querkraft auf Schubarmierung und Biegedruckzone im Biegeschubbereich gemäss A.C.I. – 63.

c) *Vorschlag*

Wenn die Annahme $Q_C = Q_{\text{Riss}}$ gemäss A.C.I. – 63 somit zu günstig ist, kann immerhin aus den Versuchen [14] und auch [15] geschlossen werden, dass der Schubwiderstand der Biegedruckzone von Spannbetonträgern doch grösser ist als derjenige von entsprechenden Stahlbetonträgern. Es ist zu vermuten, dass die von Rissbeginn an erhebliche Biegedruckkraft, welche stets grösser als die Vorspannkraft ist, das Vordringen der Risse in die Biegedruckzone etwas hemmt und dadurch deren Schubwiderstand erhöht wird. Im vorliegenden Vorschlag wurden deshalb die folgenden Ansätze gewählt:

$$(5) \qquad Q_C = \left(1 + \frac{V_\infty}{Z_s}\right) \tau_1 \, b_0 \, h \, ,$$

jedoch

$$(6) \qquad Q_C \leq 1{,}5 \, \tau_1 \, b_0 \, h \, .$$

Der Schubwiderstand der Biegedruckzone von Spannbetonträgern wird somit maximal zu 50% höher angenommen als derjenige von entsprechenden Stahlbetonträgern. Dem Ansatz (6) entspricht in Bild 7 die Gerade 5, sofern die vorstehend getroffenen Voraussetzungen übernommen werden. Sie verläuft zwischen der Linie gemäss Vergleich in Bild 6 und derjenigen nach A.C.I. – 63.

Interessant ist wiederum der Vergleich mit Versuchsresultaten. Dabei ist zu beachten, dass (5) bzw. (6) nur für denjenigen Zustand und die entsprechende Querkraft $Q\,(M_{\text{Br}})$ gilt, wo das Biegebruchmoment bzw. die Streckgrenze in der Längsarmierung erreicht ist. Für Querkräfte, welche kleiner als $Q(M_{\text{Br}})$ sind, ist die durch die Biegedruckzone übertragene Querkraft verschieden von Q_C. Wird die Linie 5 näherungsweise als Gerade angenommen, so beträgt die rechnerische Querkraft Q_r beim vorzeitigen Schubbruch

$$(24) \qquad Q_r = Q_{\text{Riss}} + (Q_B + Q_D) \left[\frac{Q\,(M_{\text{Br}}) - Q_{\text{Riss}}}{Q\,(M_{\text{Br}}) - Q_C}\right] \, .$$

Wird Q_r jedoch grösser als $Q(M_{\text{Br}})$, so entspricht dies einem Biegebruch. In diesem Fall gilt für die Auswertung

$$Q_r = Q\,(M_{\text{Br}}) \, .$$

Würde in der Formel (24) $Q_C = Q_{\text{Riss}}$ eingesetzt, so ergäbe sich für Q_r der Wert nach A.C.I. – 63.

In Bild 9 sind die Punkte Q_{Br}/Q_r für dieselben Versuchsbalken wie in Bild 8 aufgetragen worden. Dabei wurden die den rechnerischen Werten Q_{Riss}, $Q(M_{\text{Br}})$ und Q_B direkt entsprechenden Grössen der Publikation [14] entnommen. Man erkennt, dass sich gegenüber Bild 8 die meisten Punkte etwas nach oben verschoben haben. Insbesondere liegen keine Werte mehr unter 0,90. Daraus kann geschlossen werden, dass der Ansatz (5) und (6) zusammen mit den übrigen verwendeten Bemessungsbedingungen des Vorschlages eine recht gute Grundlage für die Bestimmung der Schubarmierung im Biegeschubbereich von Spannbetonträgern darstellt. Diese Feststellung gilt unter der Voraussetzung, dass solange kein Schubbruch auftreten darf, bis in der Längsarmierung etwa die Streckgrenze erreicht ist. Soll ein durch Biegung und Schub beanspruchter Balkenbereich sich jedoch noch stärker deformieren können, um durch plastische Verformungen (sog. Rotation in plastischen Gelenken) eine Momentenumlagerung zu erhalten, so ist zweifelhaft, ob der mit (5) und (6) bestimmte Schubwiderstand der Biegedruckzone erhalten bleibt. Wie die Untersuchung [13] zeigt, ist dies bei Stahlbetonbalken mit $Q_C = \tau_1 b_0 h$ der Fall. Auf Grund des Vergleiches in Bild 6 ist eher anzunehmen, dass mit fortschreitender Deformation der Längsarmierung die Wirkung einer ursprünglichen Vorspannung auf den Schubwiderstand der Biegedruckzone verschwindet. Solange darüber keine Versuche existieren, ist zu empfehlen, *die Schubarmierung von Spannbetonträgern im Bereiche plastischer Gelenke* – z. B. über Zwischenstützen von Durchlaufträgern – mindestens auf eine Länge $2h$ *wie diejenige von Stahlbetonträgern* zu bemessen. Dies gilt besonders für Träger, welche mit konzentrierten Spannkabeln in Hüllrohren armiert sind. Dort muss erwartet werden, dass im Laufe der Rotation unter Umständen nur wenige breite Biegeschubrisse entstehen, welche weit in die Biegedruckzone hinein vordringen.

Abschliessend kann hier festgestellt werden, dass systematische Schubversuche an Spannbetonträgern mit Kabelarmierung noch fehlen. Sie sind notwendig, um die Schubbemessung und die plastische Verformbarkeit (Rotationsfähigkeit) überprüfen zu können.

4.53 *Träger aus Stahlbeton mit Spannzulagen*

Der Schubwiderstand der Biegedruckzone von Trägern aus Stahlbeton mit Spannzulagen liegt zwischen den Widerständen entsprechender Spannbeton- und Stahlbetonträger. Er ist umso kleiner, je geringer die Vorspannkraft im Verhältnis zum Gesamtwiderstand der Zugarmierung ist. Im Ansatz (5) und (6) bedeutet V_∞ die nach Schwinden, Kriechen und Relaxation noch vorhandene Vorspannkraft. Z_s ist die Summe der Zugkräfte in sämtlichen Stahleinlagen der Biegezugzone beim Erreichen ihrer Streckgrenzen. Sind F_{ev} und σ_{sv} der Querschnitt, bzw. die Streckgrenze des Spannstahles, und F_{es} und σ_{ss} die entsprechenden Grössen für die schlaffe Armierung, so folgt

$$Z_s = F_{ev} \, \sigma_{sv} + F_{es} \, \sigma_{ss} \, .$$

Damit ist auch rechnerisch ein stetiger Übergang zwischen voll vorgespannten und schlaff armierten Trägern gegeben.

Schluss folgt