

# Zum Problem der Gasbewegung durch porige Güter: der Einfluss der Gutsstruktur auf die Bewegung von Gasen durch porige Güter bei Molekularbewegung, Diffusion und laminarer oder turbulenter Bewegung

Autor(en): **Krischer, O.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **80 (1962)**

Heft 49

PDF erstellt am: **23.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-66275>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## An unsere Leser

Wie wir bereits mitgeteilt haben, ist Architekt *Hans Marti* zum Delegierten des Stadtrates für die Stadtplanung von Zürich berufen worden, und zwar schon auf den 1. Dezember dieses Jahres. Dabei machte der Stadtrat sein Ausscheiden aus unserer Redaktion zu einer — für uns sehr schmerzlichen — Bedingung. Doch haben wir das Opfer gern gebracht, weil wir diese neue Stellung, für die Hans Marti unter allen schweizerischen Fachleuten der bestausgewiesene ist, als Erfüllung seiner Lebensaufgabe betrachten. Waren seine Kräfte früher an über hundert Orten eingesetzt, so sollen sie jetzt je länger desto mehr nur dieser einen, äusserst schweren Aufgabe gehören. Kaum jemand hatte in den vergangenen 13½ Jahren besser Gelegenheit als wir, aus der Nähe zu verfolgen, mit welcher unerbittlichen Logik und Zähigkeit Marti an die Probleme herangeht. Unsere Leser haben seinen Kampf um die Planung als Methode miterlebt (ebenso die Angriffe auf ihn, die seinem empfindsamen Gemüte schwer zu schaffen machten), und sie werden sich mit uns über diese glückliche Wahl freuen. Mit uns danken sie Hans Marti auch für die 95 grossen und kleinen Aufsätze aus allen Sparten der Planung und Architektur, die er seit dem 1. Mai 1949 hier, oft bahnbrechend, veröffentlicht hat.

Als unverdiente Gabe werten wir die Tatsache, dass in der heutigen Hochkonjunktur ein Kollege bereit gewesen ist, in die Lücke zu springen und mit dem 1. Dezember 1962 als Redaktor Martis Nachfolge anzutreten: *Gaudenz Risch*, dipl. Arch. Geboren 1911 in Chur, ist er 1923 nach Zürich gekommen, wo er am Realgymnasium die Maturität und 1936 an der ETH bei Prof. Otto Salvisberg das Diplom erworben hat. Nach sieben Praxis-Jahren wurde unser S. I. A.- und G. E. P.-Kollege 1944 Geschäftsführer der Lignum; als solcher ist er in 17 arbeitsreichen Jahren weiten Kreisen bekannt geworden. Der Sohn unseres unvergessenen Martin Risch ist von Haus aus der Baukunst verbunden, und als Mensch bringt er jene Eigenschaften mit, die unseren Architekten-Kollegen den Umgang mit ihm leicht machen sollten. So bitten wir Sie denn, ihn bei seiner Aufgabe nach Kräften zu unterstützen.

W. Jegher & A. Ostertag

## Zum Problem der Gasbewegung durch porige Güter

DK 66.02:533.72

Der Einfluss der Gutsstruktur auf die Bewegung von Gasen durch porige Güter bei Molekularbewegung, Diffusion und laminarer oder turbulenter Bewegung

Von Prof. Dr.-Ing. **O. Krischer**, Technische Hochschule Darmstadt \*)

Vorgänge der Stoffbewegung durch porige Güter spielen bei sehr vielen Problemen der Technik eine bedeutsame Rolle. Erwähnt sei die Wasserdampfdiffusion in Wohn- und Kühlhauswänden, die oft besondere Massnahmen der Feuchtigkeitsdämmung notwendig macht, oder das gesamte Gebiet der Trocknungstechnik, in dem die Bewegung des Dampfes von der oft im Innern des Gutes gelegenen Verdunstungsstelle durch Gutsteile hindurch an das Trockenmittel von besonderem Interesse ist. Bei der Strömung des Grundwassers in der Erde oder beim Filtern von Flüssigkeiten handelt es sich um Vorgänge der Stoffbewegung, bei denen ein anderer Transportmechanismus in ähnlichen Porenräumen vonstatten geht.

Im Rahmen der Verfahrenstechnik wird nach der Charakterisierung der Struktur technischer Stoffe (Füllkörper, Haufwerke, porige Güter usw.) in Hinsicht auf irgendwelche Austauschvorgänge (Wärmeleitung, Elektrizitätsleitung, Diffusion und Durchströmung) gefragt. Je nach der Art des physikalischen Vorgangs, der sich im Stoff abspielt, muss man seine strukturell bedingten Eigenschaften bei der mathematischen Beschreibung durch irgendwelche «Strukturfaktoren» berücksichtigen. Bei Fragen des Energieaustausches (der Wärme- und Elektrizitätsleitung) nahm man früher an, dass für beide Vorgänge die gleichen Formfaktoren verwendet werden könnten. Es wurde gezeigt, dass dies grundsätzlich nur dann einigermassen zutrifft, wenn die Verhältnisse

der bei den Einzelvorgängen wichtigen Stoffgrössen der Bestandteile (elektrische und thermische Leitfähigkeit von Festsubstanz und Luft oder Wasser in den Poren) ähnlich sind [5].

Bei den Vorgängen des Stofftransports spielen ausser der geometrischen Gestalt der Porenwände die physikalischen Gesetze der jeweiligen Bewegung des Mediums eine wesentliche Rolle. Als solche kommen allgemein die folgenden in Frage:

## 1. Knudsensche Molekularbewegung

In der Trocknungstechnik kommt diese Bewegungsart meist bei hohem Vakuum vor, wie es bei der Sublimationstrocknung — die auch häufig Gefriertrocknung genannt wird — angewandt werden muss. Dabei sind unter Umständen so wenig Moleküle in einem Porenquerschnitt vorhanden, dass keine Zusammenstösse der Moleküle untereinander stattfinden; dann tritt der durch einen Druckunterschied bewirkten Bewegung ein Widerstand nur durch das Anstossen der Moleküle an den Porenwänden entgegen. Bei Normaldruck kommt diese Bewegungsart in ausserordentlich feinporigen Gütern vor, bei denen die mittlere Porenweite klein ist gegenüber der freien Weglänge der wandernden Moleküle.

## 2. Verdunstung oder Diffusion

Ist der Druck so gross, dass sehr viele Moleküle im Porenquerschnitt vorhanden sind, so stossen diese vorwiegend untereinander zusammen. Solche Vorgänge sind bei der Verdunstung in Dampf-Gas-Gemischen unter konstantem Absolutdruck möglich. Wirkende Kraft sind Teildruckunterschiede des Dampfes, und der Widerstand gegen die Bewegung ist in Zusammenstössen der Dampf- und Luftmoleküle zu sehen.

\*) Vortrag, gehalten im Kolloquium für Mechanik und Thermodynamik der Eidg. Techn. Hochschule Zürich am 1. 12. 1961. — über die Ergebnisse der Untersuchung wurde bereits auf dem Jahrestreffen der Verfahrens-Ingenieure am 3. 10. 1961 in Wien berichtet, veröffentlicht in «Chemie - Ingenieur - Technik» 1962, S. 154 bis 162.

### 3. Durchströmung

Wird z. B. beim Trocknen die Verdunstung immer mächtiger, so dass der entstehende Dampf allein die Poren ausfüllt — also kein Trägergas mehr vorhanden ist —, dann nennt man den Vorgang Verdampfung, und der auf Grund eines absoluten Druckunterschieds strömende Dampf findet einen Widerstand durch *Reibung* an den Wänden der Poren. Der Fall ist grundsätzlich der gleiche wie bei jeder *Durchströmung* eines porigen Körpers durch Luft, eines Filters durch eine Flüssigkeit oder dergleichen. In diesem Fall sind je nach der Abhängigkeit des Druckverlustes vom Durchsatz zwei Möglichkeiten — laminare oder turbulente Durchströmung — gegeben.

Bei der Abfassung eines Buches über die wissenschaftlichen Grundlagen der Trocknungstechnik [1] zeigte sich die Notwendigkeit, der allgemeinen Problematik der Stoffbewegung durch porige Güter und Haufwerke aller Art nachzugehen und sich darum zu bemühen, zu gewissen allgemeingültigen Grundgedanken zu kommen, auf Grund deren man in allen praktischen Fällen wenigstens grössenordnungsmässige Abschätzungen für den Einfluss der Stoffstruktur auf die Widerstände bei den verschiedenen Bewegungsarten finden kann.

Wenn man sich die Literatur ansieht, in der Fragen der Dampf-, Gas- oder Flüssigkeitsbewegung durch porige Festkörper behandelt werden, und absieht von den rein heuristischen Arbeiten, die nur spezielle Versuchsergebnisse an Körpern bestimmter Form und Anordnung in Abhängigkeit — letztlich von der Geschwindigkeit — darstellen, und sich auf diejenigen beschränkt, die auf die Erkenntnis allgemeinerer Gesetzmässigkeiten ausgehen, so kann man bei den am häufigsten behandelten Fragen der Durchströmung von Haufwerken zwei Betrachtungsweisen unterscheiden:

Die eine Gruppe von Forschern geht von den Gesetzmässigkeiten der Rohrströmung aus, die für alle Kanalströmungen massgeblich sind, und bestimmt irgendwelche Koeffizienten, die das verworrene Kanalsystem im porigen Körper berücksichtigen sollen. Dieser Weg liegt vielen Arbeiten aus dem Gebiet der Bodenmechanik — mehr oder minder konsequent durchgeführt — zugrunde, ebenso den Arbeiten von Barth und Esser [2] und denen des Autors.

Die andere Gruppe [3] geht aus von den Gesetzmässigkeiten der Umströmung von Einzelkörpern — im Grunde des Standardkörpers «Kugel» — und berücksichtigt durch entsprechende Koeffizienten die Abweichungen, die durch die Vielzahl und die Packung der Einzelkörper verschiedener Form im Haufwerk bedingt sind. Dies ist der in den bekannten Untersuchungen von Fehling über den Druckabfall bei der Durchströmung von Schüttungen beschrittene Weg.

Insofern beide Betrachtungsweisen von echten physikalischen Gesetzmässigkeiten ausgehen, müssen sich auch eindeutige Beziehungen zwischen den verschiedenen Koeffizienten herstellen lassen. Dies wurde zuerst von Krischer [1] gezeigt. Aber es kann hier nicht auf diese Zusammenhänge eingegangen werden. Auch können manche Merkwürdigkeiten nicht mitgeteilt werden, die es nahelegten, bei den weiteren Untersuchungen als zweckmässigstes Analogon für die Stoffbewegung durch porige Körper, Schüttungen und Haufwerke aller Art die Durchströmung von Kanälen — also eigentlich von Rohren — anzusehen und davon ausgehend Faktoren zu bestimmen, die die Struktur des porigen Körpers berücksichtigen. Der entscheidende Grund jedenfalls war der, dass man mit Hilfe dieser Vorstellung alle verschiedenen Bewegungsvorgänge, wie Diffusion, Molekularbewegung und Strömung, in gleicher Weise behandeln kann, was nicht möglich ist, wenn man vom Ansatz für die Umströmung von Einzelkörpern ausgeht.

#### 1. Einheitlicher Ansatz für alle Stoffbewegungen in porigen Stoffen

Bei allen Stoffbewegungen in geraden Rohren von gleichbleibendem Querschnitt ist folgende Erscheinung gleich: Der eine Fläche  $f$  durchdringende Stoffstrom  $G$  bewegt sich auf Grund eines Druckunterschiedes  $\Delta P$ , und zwar entweder einer Absolutdruckdifferenz bei Vorgängen der Strömung oder einer Teildruckdifferenz bei Diffusionsvorgängen; bei der

Molekularbewegung können sowohl absolute als auch Teildruckunterschiede auftreten. Es empfiehlt sich daher für alle Bewegungsarten der gleiche Ansatz:

$$(1) \quad G = f b \frac{\Delta P}{l} = -f b \cdot \frac{dP}{dl},$$

worin  $b$  einen durch die jeweilige Bewegungsart bestimmten Bewegungsbeiwert,  $\Delta P$  die wirksame Druckdifferenz und  $l$  die Länge des Kanals bedeuten. Wendet man die physikalischen Gesetze der jeweiligen Bewegung auf die Bewegung in geraden Rohren an, so erhält man folgende Definitionsgleichungen:

$$(2) \quad b_{diff} = \frac{D}{RT} \cdot \frac{P}{P - P_{Dm}}$$

Dieser nach dem Stefanschen Gesetz für einseitige Diffusion berechnete Bewegungsbeiwert  $b_{diff}$  ist also unabhängig vom Durchmesser  $d$  des Rohres.

$$(3) \quad b_{mol} = \frac{4}{3} d \sqrt{\frac{g}{2\pi \mathfrak{H}}} \cdot \sqrt{\frac{M}{T}}$$

Der Bewegungsbeiwert für Molekularbewegung nach Knudsen ist proportional  $d$  oder  $\sqrt{f}$ .

$$(4) \quad b_{lam} = \frac{d^2 \cdot \gamma}{32 \cdot \eta}$$

Der Bewegungsbeiwert für laminare Durchströmung ist proportional  $d^2$  oder  $f$  (Hagen-Poiseuille).

In diesen Gleichungen bedeuten  $D$  = Diffusionskoeffizient,  $P$  = Gesamtdruck,  $P_{Dm}$  = mittlerer Dampfdruck,  $R$  = individuelle Gaskonstante,  $\mathfrak{H} = MR$  = universelle Gaskonstante,  $M$  = Molekulargewicht,  $T$  = absolute Temperatur,  $g$  = Erdbeschleunigung,  $\gamma$  = spez. Gewicht,  $\eta$  = dynamische Zähigkeit.

Will man, von diesen Beziehungen ausgehend, einen allgemeinen Ansatz für porige Güter formulieren, so muss man zunächst drei Dinge berücksichtigen:

1. Die Durchgangsfläche  $f$  ist nicht konstant und nicht durch einen Rohrdurchmesser gegeben. Man wird von der Gesamtdurchgangsfläche  $F$  ausgehen müssen und eine mittlere Durchgangsfläche einführen:

$$(5) \quad f_m = F \psi,$$

worin  $\psi$  die Porosität des Gutes darstellt.

2. Die Wege, die ein bewegtes Teilchen in gewundenen und verengten und erweiterten Poren zurücklegt, sind immer länger als der gerade Weg  $l$ , so dass man einen Wegfaktor  $\mu_l$  einführen muss, der diese Einflüsse berücksichtigt:

$$(6) \quad l_p = \mu_l \cdot l$$

worin  $l$  die Schichtdicke oder Gutdicke und  $l_p$  die scheinbare Länge des Porenwegs bedeuten.

3. Soweit die Bewegungsbeiwerte  $b$  bei der Bewegung in geraden Rohren vom Durchmesser abhängen, muss eine äquivalente Grösse eingeführt werden, die bei porigen Feststoffen zwar schwer bestimmbar ist, bei Haufwerken und Schüttungen jedoch in Analogie zum hydraulischen Durchmesser angesetzt werden kann:

$$(7) \quad d' = \frac{4V_L}{O} = \frac{4\psi Fl}{O},$$

worin also  $O$  die innere Oberfläche eines Haufwerks von der freien Durchgangsfläche  $F$  und der Schichtdicke  $l$  bedeuten. Der für porige Güter aller Art gültige allgemeine Ansatz soll also lauten:

$$(8) \quad G = F \psi \frac{b' \Delta P}{\mu_l l}$$

#### 2. Der Wegfaktor in Kanälen von veränderlichem Querschnitt

Es scheint wichtig, sich über die Natur des hier eingeführten Wegfaktors  $\mu_l$  näher zu informieren. Es sollen daher die Grössen  $\mu_l$  für einige einfache Modelle von Kanälen mit veränderlichem Querschnitt (Bild 1) berechnet werden, wozu



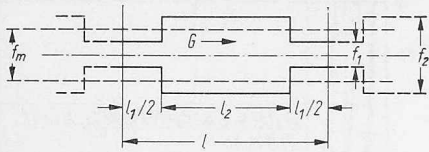
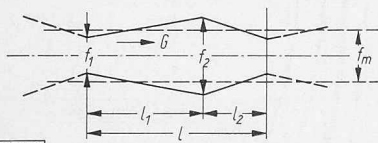


Bild 1. Die betrachteten Porenmodelle mit abschnittsweise gleichem Durchmesser und mit stetig erweiterten und verengten Kanälen



B.1411.1

einerseits unstetig erweiterte gerade Rohre von abschnittsweise gleichem Durchmesser, andererseits stetig erweiterte und verengte Kanäle gewählt werden. Dabei führen wir die Berechnungen in der einfachen Weise aus, die man bei technischen Berechnungen üblicherweise anwendet, indem man von allen Querbewegungen absieht und nur die Axialbewegung absatzweise oder — bei den konischen Rohren — für jedes differentielle Wegelement betrachtet. Bei diesen Berechnungen stellt sich heraus, dass die Wegfaktoren  $\mu_l$  für jede Bewegungsart verschieden sind und in jedem Fall von der geometrischen Form der Kanäle in charakteristischer Weise abhängen.

Zunächst sei der Rechnungsgang kurz angedeutet: Für Rohre mit veränderlichem Querschnitt gilt allgemein

$$(9) \quad G = -f(z) \cdot b(z) \frac{dP}{dz} = \frac{\Delta P}{\int_0^l \frac{dz}{f(z) b(z)}}$$

Weiter setzen wir

$$(10) \quad G = f_m \cdot \frac{b_m}{\mu_l} \cdot \frac{\Delta P}{l}$$

worin

$$(11) \quad f_m = \frac{1}{l} \int_0^l f(z) dz$$

und  $b_m$  der zu dieser mittleren Fläche gehörige Bewegungsbeiwert nach den Gleichungen (2) bis (4) ist. Es folgt

$$(12) \quad \mu_l = \frac{f_m b_m}{l} \int_0^l \frac{dz}{f(z) b(z)}$$

Für Rohre von absatzweise verschiedenem Querschnitt (Bild 1) gilt:

$$\int_0^l \frac{dz}{f(z) b(z)} = \frac{l_1}{f_1 b_1} + \frac{l_2}{f_2 b_2}$$

Damit wird:

$$(13) \quad \mu_l = \frac{b_m}{b_1} \frac{1 + \frac{l_2}{l_1} \frac{f_1}{f_2} \frac{b_1}{b_2}}{1 + \frac{l_2}{l_1}} \cdot \frac{1 + \frac{l_2}{l_1} \frac{f_2}{f_1}}{1 + \frac{l_2}{l_1}}$$

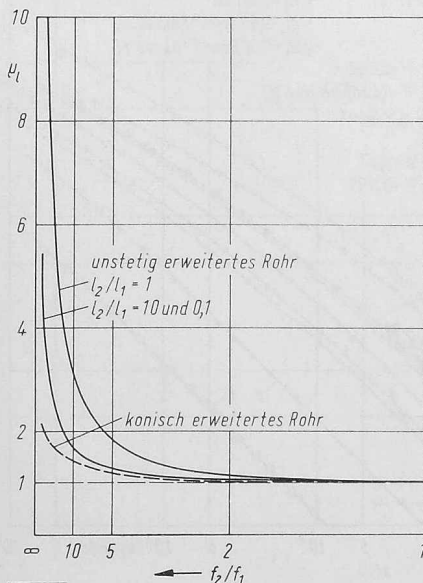
Für Rohre von linear mit dem Weg veränderlichem Querschnitt (in Abkürzung «konische Röhrenanordnung» genannt) muss bei der Berechnung von  $\mu_l$  nach Gl. (12) der Zusammenhang zwischen den Bewegungsbeiwerten  $b_m$  und  $b(z)$  mit der Querschnittsfläche für die verschiedenen Bewegungsarten beachtet werden.

Da man alle Gleichungen so schreiben kann, dass nur Verhältniswerte der  $b$ -Werte für verschiedene Flächenstücke  $f_1, f_m$  usw. vorkommen, ist also nur das Verhältnis der Bewegungsbeiwerte bei verschiedenen Flächen wichtig, das entweder nicht vom Flächenverhältnis abhängt — wie bei der Diffusion — oder — wie bei der Molekularbewegung — der Wurzel aus dem Flächenverhältnis oder — wie bei der Laminarbewegung — dem Flächenverhältnis direkt proportional ist. Aus den früher mitgeteilten Definitionsgleichungen für die Bewegungsbeiwerte  $b$  ergibt sich:

$$(14) \quad \frac{b_m \text{ diff}}{b(z) \text{ diff}} = 1; \quad \frac{b_m \text{ mol}}{b(z) \text{ mol}} = \sqrt{\frac{f_m}{f(z)}}; \quad \frac{b_m \text{ lam}}{b(z) \text{ lam}} = \frac{f_m}{f(z)}$$

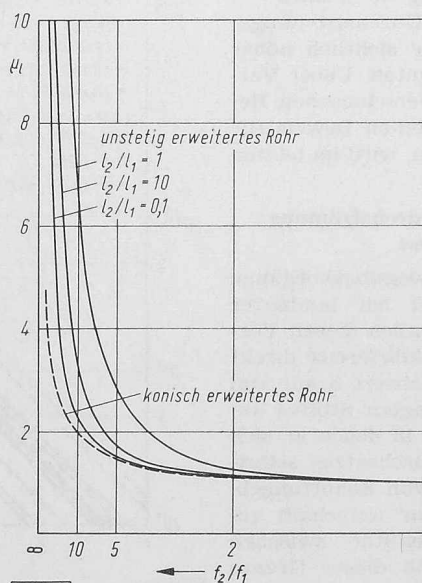
Für die konische Röhrenanordnung wird: für Diffusion:

$$(15) \quad \mu_l \text{ diff} = \frac{f_2/f_1 + 1}{f_2/f_1 - 1} \cdot \frac{\ln(f_2/f_1)}{2}$$



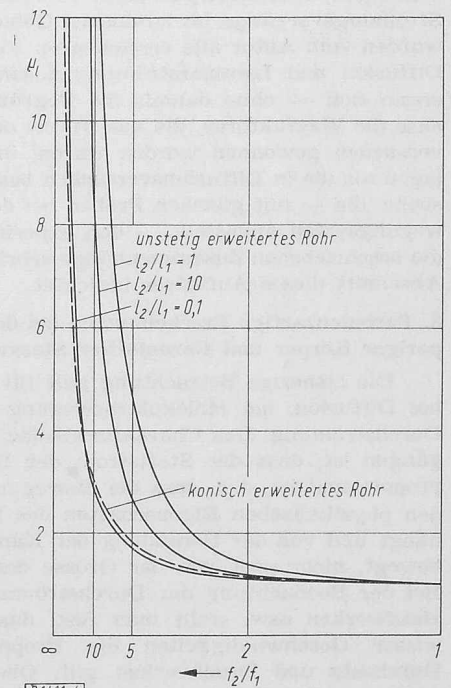
B.1411.2

Bild 2. Wegfaktor  $\mu_l$  bei Stefanscher Diffusion



B.1411.3

Bild 3. Wegfaktor  $\mu_l$  bei Knudsencher Molekularbewegung



B.1411.4

Bild 4. Wegfaktor  $\mu_l$  bei Laminarströmung



für Molekularbewegung:

$$(16) \quad \mu_{l\ mol} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{((f_2/f_1) + 1)^{3/2}}{((f_2/f_1) - 1)} \left\{ 1 - \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^{1/2} \right\}$$

für Laminarströmung:

$$(17) \quad \mu_{l\ lam} = \frac{1}{4} \frac{f_1}{f_2} \left( 1 + \frac{f_2}{f_1} \right)^2$$

Die Bilder 2 bis 4 zeigen die Rechnungsergebnisse für Diffusion, Molekularbewegung und laminare Strömung.

Stets wächst  $\mu_l$  für alle Bewegungsmechanismen sehr stark mit dem Flächenerweiterungsverhältnis und strebt für  $f_2/f_1 \rightarrow \infty$  auch gegen Unendlich. Die Abhängigkeit vom Längenverhältnis des Rohres von absatzweise verschiedenem Querschnitt ist ebenfalls deutlich. Innerhalb der hier gezeigten Grenzen ergeben fast stets die konischen Rohre die niedrigsten Werte.

In Bild 5 sind die Ergebnisse für die verschiedenen Bewegungsarten für zwei charakteristische Modelle — einerseits Rohre von un stetig geändertem Querschnitt bei einem Längenverhältnis  $l_2/l_1 = 1$ , andererseits konische Rohre — einander gegenübergestellt.

Die Wegfaktoren für Diffusion sind für jedes Modell die niedrigsten. Das liegt daran, dass bei der Diffusion der Bewegungsbeiwert  $b$  nicht vom Durchmesser oder dem Querschnitt des Rohres abhängt, in der die Bewegung auftritt. Hingegen ist  $b$  bei der Molekularbewegung dem Durchmesser bzw. der Wurzel aus der durchteilten Querschnittsfläche proportional und bei der Laminarbewegung der Fläche bzw. dem Quadrat des Durchmessers. In grösster Näherung kann man setzen:

$$(18) \quad \mu_{l\ lam} \approx (\mu_{l\ mol})^{3/2} \approx (\mu_{l\ diff})^3$$

Für  $f_2/f_1 = 10$  staffeln sich die Wegfaktoren, die das Verhältnis des Widerstands in Rohren von veränderlichem Querschnitt gegenüber dem durch ein gerades Rohr gleichen mittleren Querschnitts darstellen, folgendermassen für die Rohrordnung mit un stetiger Querschnittserweiterung

$$\mu_{l\ diff} = 3 \quad ; \quad \mu_{l\ mol} = 6,5 \quad ; \quad \mu_{l\ lam} = 30$$

und bei absatzweise konischen Rohren

$$\mu_{l\ diff} = 1,4 \quad ; \quad \mu_{l\ mol} = 1,95 \quad ; \quad \mu_{l\ lam} = 3.$$

Diese Ergebnisse decken sich grundsätzlich mit allen bisherigen Versuchsergebnissen für Diffusionsvorgänge und Strömungsvorgänge im laminaren Gebiet. Vor vielen Jahren wurden vom Autor alle erreichbaren Versuchsergebnisse für Diffusion und Laminarströmung zusammengestellt [1]; es ergab sich — ohne damals die Begründung zu kennen —, dass die Wegfaktoren, die aus Filter- oder Durchströmungsversuchen gewonnen worden waren, immer sichtlich höher lagen als die in Diffusionsversuchen bestimmten. Ueber Versuche, die — mit gleichen Proben bei den verschiedenen Bewegungsarten angestellt — den experimentellen Beweis für die beschriebenen Zusammenhänge erbringen, wird im letzten Abschnitt dieses Aufsatzes berichtet.

### 3. Turbulenzartige Erscheinungen bei der Durchströmung poriger Körper und Carnotscher Stossverlust

Die bisherige Betrachtung galt für Bewegungsvorgänge bei Diffusion, bei Molekularbewegung und bei laminarer Durchströmung. Das Charakteristische bei allen diesen Vorgängen ist, dass der Stoffstrom der Druckdifferenz direkt proportional ist, d. h. dass der Bewegungsbeiwert  $b$  nur von den physikalischen Eigenschaften des bewegten Stoffes abhängt und von der Berandung der Kanäle, in denen er sich bewegt, nicht aber von der Grösse des Durchsatzes selbst. Bei der Beobachtung der Durchströmung von Schüttungen, Haufwerken usw. stellt man fest, dass nur unterhalb gewisser Geschwindigkeiten die Proportionalität zwischen Durchsatz und Druckverlust gilt. Oberhalb dieser Grenze gibt es ein Uebergangsgebiet und dann einen anderen Bereich, in dem der Durchsatz der Wurzel aus dem Druckverlust proportional ist. Den letztgenannten Bereich bezeichnet

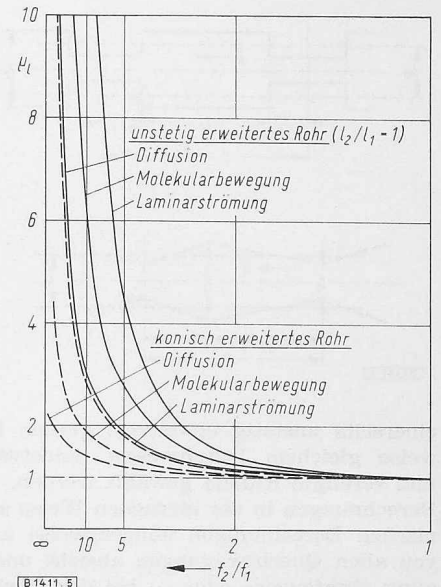


Bild 5. Vergleich der Wegfaktoren für die drei Bewegungsmechanismen: Diffusion, Molekularbewegung und Laminarströmung

man oft als turbulente Durchströmung, weil er demselben Ansatz wie diese folgt. Bild 6 soll nochmals an den allgemein bekannten Zusammenhang erinnern, der bei allen Durchströmungsversuchen festgestellt wird, und der nur in einer Aenderung der Gesetzmässigkeit der Stoffbewegung seine Ursache haben kann.

Beim Suchen nach einem physikalischen Grund für diese Erscheinung stösst man als Ingenieur, der an Rohrnetz-berechnungen gewöhnt ist, auf die Frage, ob nicht der Carnotsche Stossverlust dafür verantwortlich sein könne. Wir haben daher einmal auf Vorgänge, die sich innerhalb sehr kleiner Poren abspielen, die Berechnungen angewandt, die für verengte und erweiterte Rohrleitungen gelten, um die Phänomene, die wir im Versuch feststellten, aufzuklären.

#### a. Carnotscher Stossverlust und Widerstandsbeiwert

Für den Carnotschen Stossverlust machen wir den üblichen Ansatz:

$$(19) \quad \Delta P_c = \frac{\gamma}{2g} (w_1 - w_2)^2 = \frac{\gamma}{2g} w_1^2 \left( 1 - \frac{f_1}{f_2} \right)^2$$

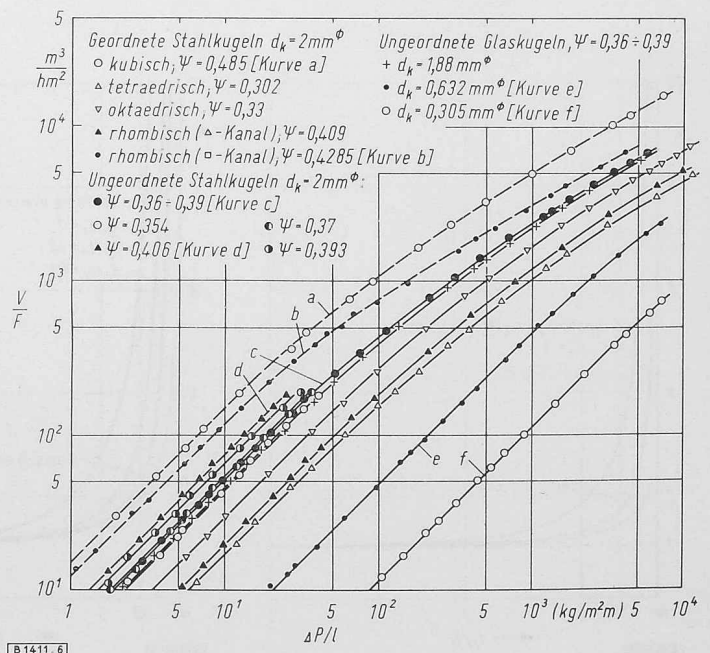


Bild 6. Luftdurchlässigkeit in Abhängigkeit vom Druckgefälle.  $d_k$ : Kugeldurchmesser,  $\psi$  Porosität des Haufwerkes

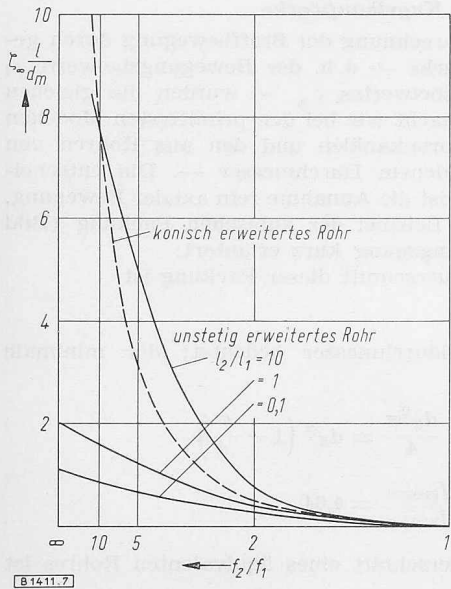


Bild 7. Widerstandsbeiwert  $\xi_\infty$  berechnet aus dem Stossverlust

Dabei bedeuten  $w_1$  und  $w_2$  die Geschwindigkeiten in den Querschnitten  $f_1$  und  $f_2$ .

Setzt man diesen Druckverlust in üblicher Weise proportional dem dynamischen Druck und dem Verhältnis von Länge zu Durchmesser, so erhält man einen konstanten Widerstandsbeiwert  $\zeta_\infty$ , wie er bei der turbulenten Rohrströmung im Bereich hoher  $Re$ -Zahlen festgestellt wird:

$$(20) \quad \Delta P_c = \frac{\gamma}{2g} w_1^2 \left(1 - \frac{f_2}{f_1}\right)^2 = \zeta_\infty \frac{\mu_{1 \text{ lam}} \cdot l}{d_m} \frac{\gamma}{2g} w_m^2$$

Darin bedeuten  $\zeta_\infty$  den Widerstandsbeiwert,  $\frac{\gamma}{2g} w_m^2$  den dynamischen Druck in einem Rohr vom mittleren Durchmesser  $d_m$  und die Grösse  $\mu_{1 \text{ lam}} \cdot l$  die Länge eines geraden Rohres, das im laminaren Bereich den gleichen Druckverlust hat wie das laminar durchströmte Rohr von veränderlichem Querschnitt. Drückt man die Geschwindigkeitsverhältnisse durch Flächenverhältnisse aus, so ergibt sich:

$$(21) \quad \zeta_\infty = \frac{d_m}{\mu_{1 \text{ lam}} \cdot l} \left(\frac{f_m}{f_1}\right)^2 \left(1 - \frac{f_2}{f_1}\right)^2$$

Diese Grösse ist, wie die Formel zeigt, nur von den geometrischen Gegebenheiten abhängig, also unabhängig von der Geschwindigkeit bzw. der  $Re$ -Zahl. Zu den charakteristi-

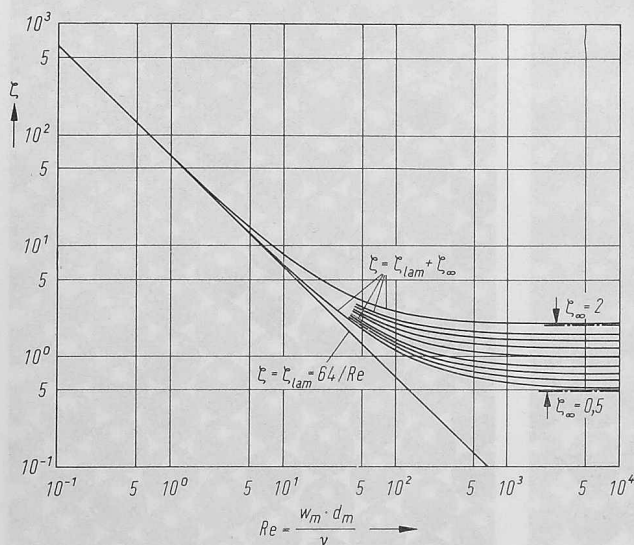


Bild 8. Widerstandszahl  $\zeta$  nach Gl. (23) in Abhängigkeit von der Reynoldszahl

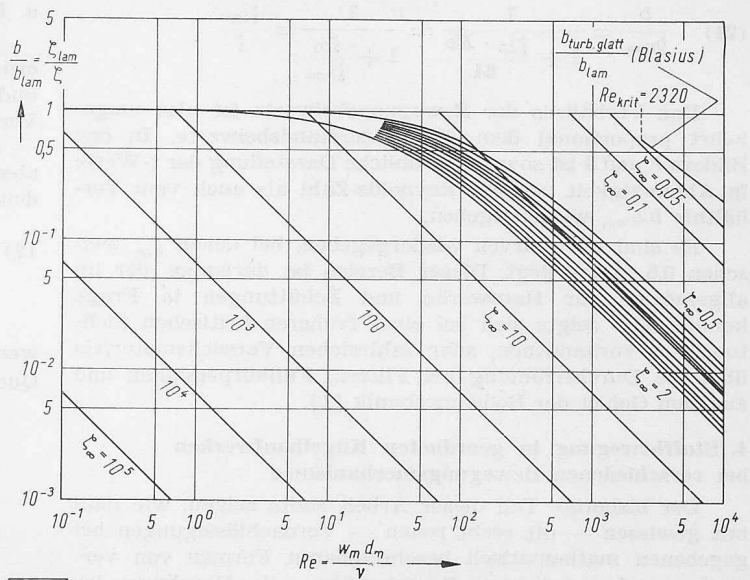


Bild 9. Abhängigkeit des Verhältnisses  $b/b_{lam}$  von der Reynoldszahl

schen Grössenverhältnissen, und Flächen- und Längenverhältnissen  $f_2/f_1$  und  $l_2/l_1$  tritt hier jedoch als weitere kennzeichnende Grösse noch das Verhältnis des mittleren Porendurchmessers  $d_m$  zur Porenlänge  $l$  auf. Um mit einem Bild auszukommen, ist in Bild 7 nicht der durch den Carnotschen Stossverlust bewirkte Widerstandsbeiwert unmittelbar, sondern mit dem Verhältnis von Porenlänge zu Durchmesser multipliziert aufgetragen. Man sieht, dass  $\zeta_\infty \cdot l/d_m$  auch bei allen unstetig erweiterten Kanälen mit dem Flächenerweiterungsverhältnis  $f_2/f_1$  zunimmt, jedoch nicht, wie die vorher besprochenen Wegfaktoren  $\mu_1$  bei  $f_2/f_1 \rightarrow \infty$  auch gegen Unendlich geht, sondern endliche Grenzwerte hat. Für die konisch erweiterten und verengten Poren strebt jedoch merkwürdigerweise der Wert  $\zeta_\infty \cdot l/d_m$  dem Wert  $\infty$  zu.

#### b) Summation der Widerstände

##### für Wandreibung und Stossverlust

Den durch den Carnotschen Stossverlust bewirkten Druckabfall  $\Delta P_c$  nehmen wir als zusätzlich zu dem durch laminare Wandreibung bewirkten Druckverlust  $\Delta P_{lam}$ , der in der bisherigen Betrachtung allein berücksichtigt war. Aus Gl. (20) und

$$\Delta P_{lam} = \zeta_{lam} \frac{\mu_{1 \text{ lam}} \cdot l}{d_m} \frac{w_m^2 \gamma}{2g}$$

erhält man also:

$$(22) \quad \Delta P = \Delta P_c + \Delta P_{lam} = (\zeta_\infty + \zeta_{lam}) \frac{\mu_{1 \text{ lam}} \cdot l}{d_m} \frac{w_m^2 \gamma}{2g}$$

worin  $\zeta_\infty + \zeta_{lam} = \zeta$  den Widerstandsbeiwert im Uebergangsbereich bedeutet mit

$$\zeta_{lam} = \frac{64}{Re} \quad \text{und} \quad Re = \frac{w_m d_m}{\nu}$$

Es ist also

$$(23) \quad \zeta = \frac{\Delta P \cdot d_m}{\mu_{1 \text{ lam}} \cdot l \frac{w_m^2 \cdot \gamma}{2g}}$$

Statt der Widerstandsbeiwerte  $\zeta$  kann man ebensogut Bewegungsbeiwerte  $b$  nach der Definitionsgleichung (Gl. (8)) bestimmen:

$$G = f_m \frac{b}{\mu_{1 \text{ lam}}} \frac{\Delta P}{l}$$

Dann ergibt sich für den Bewegungsbeiwert  $b$  bei Berücksichtigung des Carnotschen Stossverlustes:

$$b = b_{lam} \frac{1}{1 + \frac{\zeta_\infty \cdot Re}{64}}$$



$$(24) \quad \frac{b}{b_{lam}} = \frac{1}{1 + \frac{\zeta_{\infty} \cdot Re}{64}} = \frac{1}{1 + \frac{\zeta_{\infty}}{\zeta_{lam}}} = \frac{\zeta_{lam}}{\zeta}$$

Das Verhältnis der Bewegungsbeiwerte ist also umgekehrt proportional dem der Widerstandsbeiwerte. In den Bildern 8 und 9 ist sowohl die übliche Darstellung der  $\zeta$ -Werte in Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl als auch vom Verhältnis  $b/b_{lam}$  wiedergegeben.

Es sind nur Kurven wiedergegeben, bei denen  $\zeta_{\infty}$  zwischen 0,5 und 2 liegt. Dieser Bereich ist derjenige, der im allgemeinen für Haufwerke und Schüttungen in Frage kommt. Das zeigte sich bei einer früheren kritischen Sichtung des vorhandenen, sehr zahlreichen Versuchsmaterials über die Durchströmung bei Filtern, Füllkörpersäulen und aus dem Gebiet der Bodenmechanik [1].

#### 4. Stoffbewegung in geordneten Kugelhauferwerken bei verschiedenen Bewegungsmechanismen

Der bisherige Teil dieser Arbeit sollte zeigen, wie man mit gewissen — oft recht rohen — Vernachlässigungen bei gegebenen mathematisch beschreibbaren Formen von verengten und erweiterten Porenkanälen alle Vorgänge der Stoffbewegung — also der Diffusion, der Molekularbewegung und Strömung im laminaren und turbulenten Bereich — im voraus berechnen kann. Die experimentelle Bestätigung der Berechtigung dieser Vereinfachungen hat H. G. Kessler [4] geliefert.

Kessler hat einerseits geordnete Kugelhauferwerke, die er aus Stahlkugeln von 2 mm Dmr. zusammengesetzt hat, andererseits ungeordnete Schüttungen der gleichen Kugeln und aus Glaskugeln mit kleinerem Durchmesser (1,88; 0,63; 0,305 mm) als Versuchskörper benutzt und die Stoffbewegung unter Bedingungen verwirklicht, wie sie für die verschiedenen Mechanismen (Diffusion, Molekularbewegung und Strömung) erforderlich waren.

Bei den regelmässigen Anordnungen sind die Porenkanäle geometrisch definiert. Diese regelmässigen Kugelpackungen wurden dadurch erreicht, dass ebene Schichten von Kugeln durch Zusammenschweissen in verschiedener Ordnung — in quadratischer oder Dreiecksordnung — hergestellt und dann die verschiedenen Schichten entweder zentrisch oder versetzt übereinander gepackt wurden.

Bild 10 zeigt die Ordnung der zusammengeschweissten Schichten. So schön die Bilder auch auf den ersten Blick aussehen, so erkennt man doch bei näherem Hinsehen die Unvollkommenheiten der Lagen gegenüber geometrisch idealen Gebilden. Durch entsprechendes Zusammenfügen der Schichten konnten die in Bild 11 dargestellten Kugelpackungen verifiziert werden.

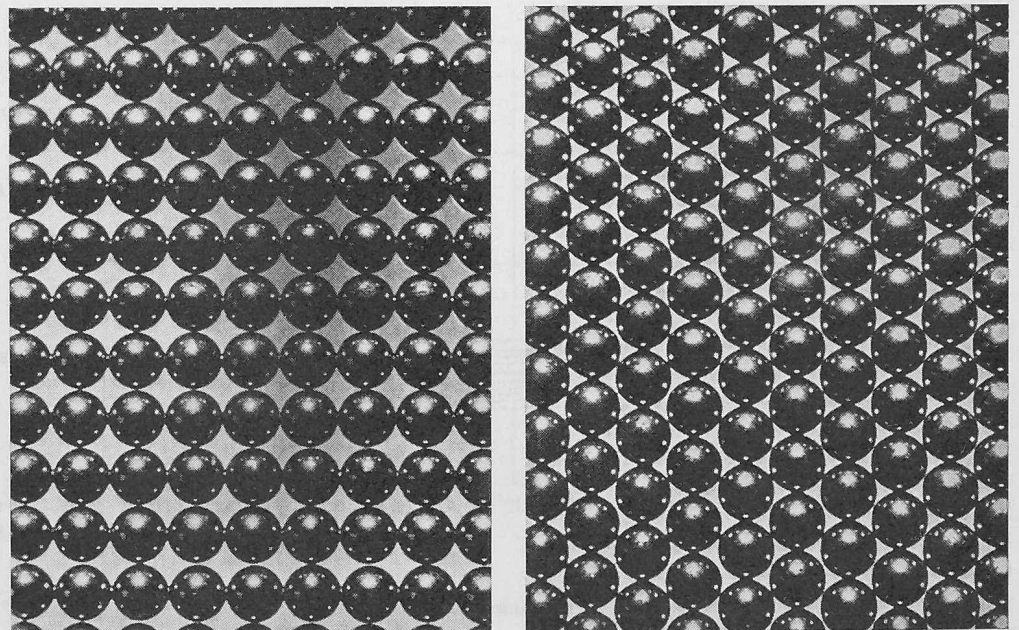


Bild 10. Kugelschichten in Quadratanordnung (links) und Dreieckanordnung (rechts)

#### a. Berechnungen für Kugelhauferwerke

Bei der Vorausberechnung der Stoffbewegung durch geordnete Kugelhauferwerke — d.h. der Bewegungsbeiwerte  $\mu_l$  und des Widerstandsbeiwertes  $\zeta_{\infty}$  — wurden die gleichen Vereinfachungen gemacht wie bei den primitivsten Modellen — den konischen Porenkanälen und den aus Rohren von absatzweise verschiedenem Durchmesser —. Die entscheidende Vereinfachung ist die Annahme rein axialer Bewegung.

Am einfachsten Beispiel der kubischen Packung (Bild 12) sei der Berechnungsgang kurz erläutert:

Der maximale Querschnitt dieser Packung ist

$$f_{groesst} = d_K^2,$$

wenn  $d_K$  den Kugeldurchmesser bedeutet; der minimale Querschnitt ist

$$f_{kleinst} = d_K^2 - \frac{d_K^2 \pi}{4} = d_K^2 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right),$$

$$\frac{f_{groesst}}{f_{kleinst}} = 4,64.$$

Der mittlere Querschnitt eines äquivalenten Rohres ist

$$f_m = \frac{1}{l} \int_0^l f dl = \psi d_K^2; \quad d_m = \sqrt{\frac{4}{\pi} f_m};$$

$$\psi = 1 - \frac{\pi}{6} = 0,4764.$$

Für den Querschnitt in Abhängigkeit von der Strömungsrichtung findet man:

$$(25) \quad f(z) = \frac{\pi}{4} \left[ \left( \frac{4}{\pi} - 1 \right) d_K^2 + 4z^2 \right]$$

Für den benetzten Umfang  $U(z)$  wird

$$(26) \quad U(z) = \pi \sqrt{d_K^2 - 4z^2}$$

Um zu einem hydraulischen Durchmesser  $d'(z)$  zu kommen, der bei molekularer und strömender Bewegung von Einfluss auf die Stoffbewegung ist, kann man für jeden Querschnitt aus dem Querschnitt und dem benetzten Umfang  $U(z)$  einen äquivalenten Durchmesser bestimmen:

$$(27) \quad d'(z) = 4 \frac{f(z)}{U(z)}$$

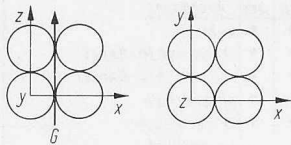
Mit Hilfe dieses Durchmessers wurde bei der Berechnung von  $\mu_{l mol}$  und  $\mu_{l lam}$  der Bewegungsbeiwert  $b$  gebildet.



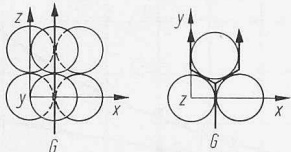
Kugelanordnung

Schema

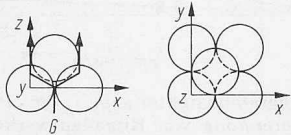
kubisch  
 $\psi = 0,4764$



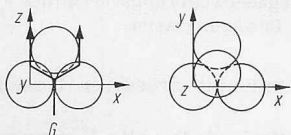
rhombisch  
 $\psi = 0,3955$



oktaedrisch  
 $\psi = 0,2595$



tetraedrisch  
 $\psi = 0,2595$



B 1411 11

Bild 11. Untersuchte Kugelanordnungen  
 $\psi$  Porosität,  $G$  = Stoffstrom

Als dann kann nach Gl. (9)

$$(28) \quad G = \frac{\Delta P}{l} \frac{b_m}{\int_0^l \frac{dz}{f(z) b(z)}} = f_m \frac{b_m}{\mu_l} \frac{\Delta P}{l}$$

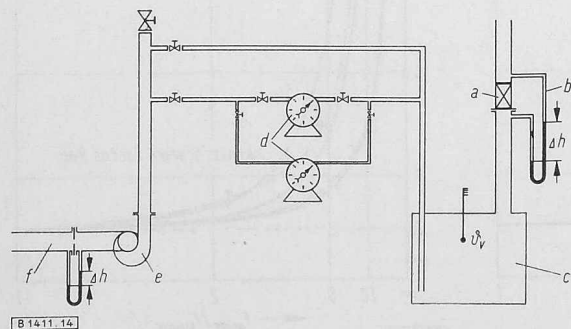
die Grösse  $\mu_l$  ermittelt und  $\zeta_\infty$  bestimmt werden:

$$(29) \quad \zeta_\infty = \frac{d_m}{\mu_l \lambda_m \cdot l} \left( \frac{f_m}{f_{\text{kleinst}}} \right)^2 \left( 1 - \frac{f_{\text{kleinst}}}{f_{\text{grösst}}} \right)^2$$

Auf diese Weise konnten also alle hier interessierenden Grössen näherungsweise berechnet werden — wenigstens bei den Kugelanordnungen mit gerade durchgehenden Kanälen, also der kubischen Packung und der rhombischen mit Dreieckskanälen. Bei allen anderen Packungen verzweigen sich die Wege im Haufwerk, die Kanäle gehen im Zickzack zwischen den Kugeln durch. Mit einiger Berechtigung kann man auch diese Verhältnisse durch Einführung eines Umwegfaktors und unter Beachtung der Aufteilung des Stoffstroms in den Verzweigungen in der Berechnung berücksichtigen.

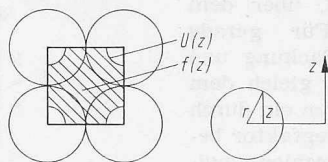
b. Versuche mit Kugelhauferwerken

Zur Kontrolle der theoretischen Berechnungen dienten Versuche, die Kessler [4] über die verschiedenen Bewegungsarten angestellt hat. Die Prinzipien der Messungen zur Diffusion und Strömung sind so einfach, dass die Schemata der beiden benutzten Apparaturen, Bilder 13 und 14, zum Verständnis ausreichen. Bei den Versuchen über Diffusion wurde der Mengenstrom durch Wägung der mit Wasser oder Eis gefüllten Schale bestimmt. Die Partialdruckdifferenz



B 1411 14

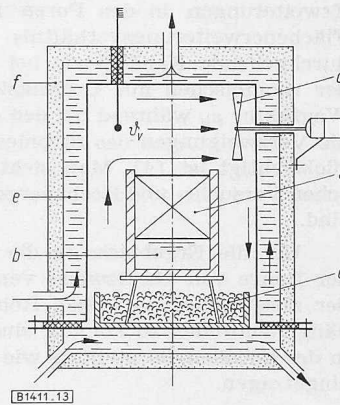
Bild 14. Apparatur für Durchströmungsmessungen.  
a Probe, b Miniskop, c Windkessel, d Gasuhren, e Ventilator, f Blendenmesstrecke



B 1411 12

Bild 12. Beziehungen zwischen den einzelnen Kugeln bei kubischer Packung

Bild 13 (rechts). Apparatur für Diffusionsversuche. a Probe, b Eis bzw. Wasser, c Absorptionsmittel, d Ventilator, e Kühlmantel, f Isolation



B 1411 13

zwischen Wasseroberfläche und dem Luftraum wurde durch ein Absorptionsmittel ( $P_2O_5$ ) aufrechterhalten.

Die Durchströmungsversuche wurden mit Mengemessung, je nach der Grösse des Durchsatzes mittels Blenden oder einer von zwei verschiedenen grossen Gasuhren, und Druckdifferenzmessung mittels Wassersäulenmessung und Miniskop ausgeführt.

Während sich bei den Diffusions- und den Durchströmungsversuchen keine über das übliche Mass hinausgehenden Schwierigkeiten ergaben, führte bei der Apparatur für die Versuche über Molekularbewegung das relativ hohe Vakuum (bis  $10^{-3}$  Torr) bei der vollkommenen Abdichtung der Apparatur, aus der viele Thermoelmentdrähte herausgeführt werden mussten, zu grossen Schwierigkeiten. Ausser zu den hier beschriebenen Versuchen diente die Apparatur gleichzeitig für eine grössere Untersuchung über Fragen der Sublimations- oder Gefriertrocknung [4].

Bild 15 zeigt das Schema der Versuchsanlage: Ueber die starkwandige Vakuumkammer ist die Vakuumwaage mit einer Genauigkeit von  $\pm 0,2$  mg in unmittelbarer Verbindung mit der Kammer montiert. An ihr kann eine Probe, die im allgemeinen auf dem Probenteller ruht, zur Wägung angehoben werden. Die andere Probe dient zur Temperaturmessung der Eisoberfläche. Um sicher zu gehen, wurde die Temperatur des Eises an zahlreichen Stellen in verschiedener Tiefe gemessen, so dass man aus der Verteilung auf die Temperatur in der Oberfläche mit recht guter Genauigkeit schliessen konnte. Die Schwierigkeit der Abdichtung bei der Ausführung aus der Kammer wurde so behoben, dass durchbohrte Zylinderkopfschrauben in eine Plexiglasscheibe mit Gummi eingedichtet wurden. Die durch die Bohrungen geführten Thermoelmentdrähte wurden mit den Schrauben verlötet.

c. Gegenüberstellung von Rechnungs- und Versuchsergebnissen an Kugelhauferwerken

Bild 16 zeigt die Ergebnisse der Versuche und der Berechnungen für die verschiedenen Bewegungsarten (Diffusion, Molekularbewegung und Laminarströmung) bei den untersuchten Kugelanordnungen. Aufgetragen ist der Wegwiderstandsfaktor  $\mu_{lE_{TW}}$ , der nur durch die Verengungen und

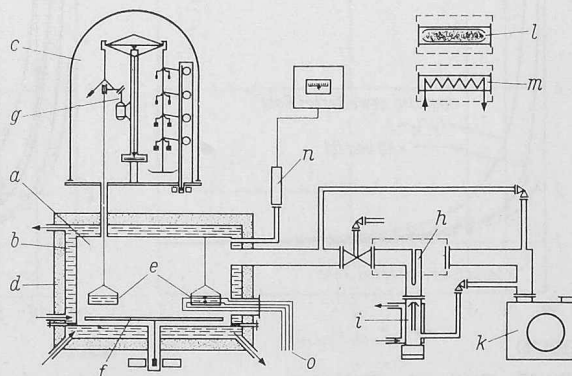


Bild 15. Apparatur zur Messung der Knudsen'schen Molekularbewegung

Erweiterungen in den Poren zustande kommt, über dem Flächenerweiterungsverhältnis  $f_{\text{groest}}/f_{\text{kleinst}}$ . Für gerade durchgehende Kanäle, wie bei der kubischen Packung und der rhombischen mit Dreieckskanälen, ist  $\mu_{\text{Erw}}$  gleich dem Wegfaktor  $\mu_l$ , während bei den übrigen Packungen ein durch die Verzweigungen des Stromes bedingter Umwegfaktor berücksichtigt ist [4]. Man sieht, dass die Unterschiede zwischen Versuchs- und Rechenergebnissen nicht allzu bedeutend sind.

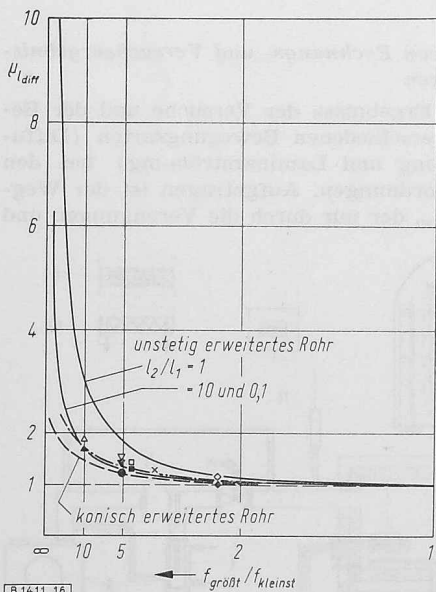
Um die Ergebnisse in die für die primitivsten Modelle der Rohre von absatzweise verschiedenem Querschnitt oder der absatzweise konischen Röhren berechneten Zusammenhänge einordnen zu können, sind sie in den Bildern 17 bis 19 in der gleichen Darstellung wie derjenigen der Bilder 2 bis 4 eingetragen.

Bild 17 zeigt die Ergebnisse über Diffusion. Die Rechenergebnisse sind durch volle Zeichen dargestellt, die Versuchsergebnisse durch umrandete. Man sieht, dass die Abweichungen zwischen Rechnung und Versuch sich in erträglichen Grenzen halten und dass die Ergebnisse — im ganzen gesehen — sich recht gut in die qualitative Abhängigkeit des Wegfaktors  $\mu_l$  vom Flächenerweiterungsverhältnis einfügen.  $\mu_l$  ist für gleich lange Rohrstücke verschiedenen Durchmessers ( $l_1/l_2 = 1$ ) stets grösser als für absatzweise konische Porenkanäle und stets kleiner als für Porenkanäle von un stetig geändertem Querschnitt. Man kann — obwohl das streng genommen sicherlich nicht erlaubt ist — eine mittlere Kurve für geordnete Kugelhauferwerke annehmen, von der sich Versuchs- und Rechenergebnisse um nicht mehr als etwa  $\pm 10\%$  unterscheiden.

Grundsätzlich das gleiche gilt für die in Bild 18 dargestellten Ergebnisse über Molekularbewegung an Kugelhauferwerken. Die Abweichungen zwischen Rechnung und Experiment liegen zwischen 0 und 15%. Die mittelnde strichpunktierte Kurve fügt sich etwa in gleicher Weise in das für die Extremmodelle gewonnene Diagramm ein wie bei der Diffusion.

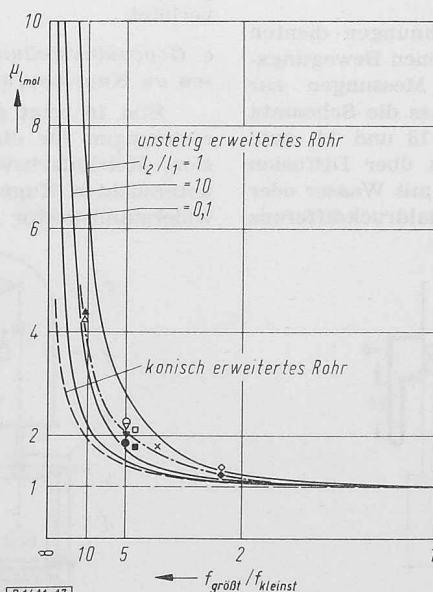
Auch bei den Versuchen über laminare Durchströmung (Bild 19) treten keine übermässigen Abweichungen zwischen Rechnung und Experiment sowie hinsichtlich Einordnung in die Abhängigkeit von den Extremmodellen auf.

Das gleiche gilt für die Abhängigkeit der Widerstandsziffer vom Flächenerweiterungsverhältnis  $f_{\text{groest}}/f_{\text{kleinst}}$ , die Bild 20 zeigt. Hier allerdings sind nur zwei Werte eingetragen, die für Kugelanordnungen mit gerade durchgehenden Porenkanälen — der kubischen Packung und der rhombischen mit Dreieckskanälen — gelten. Bei allen anderen Anordnungen sind wegen der Wegverzweigungen die Carnot-



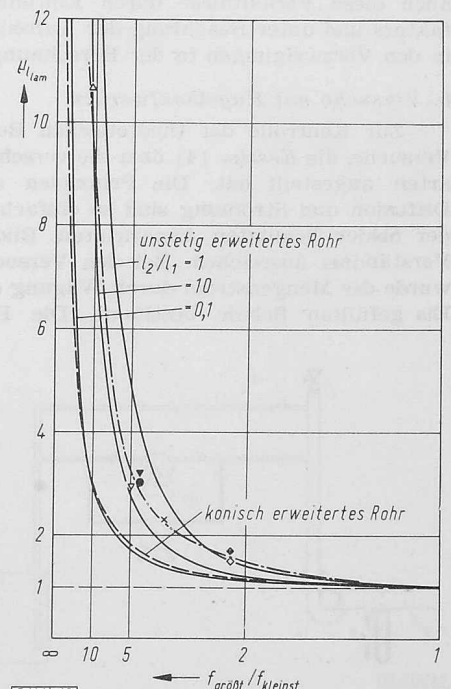
B 14.11.16

Bild 17. Stefansche Diffusion



B 14.11.17

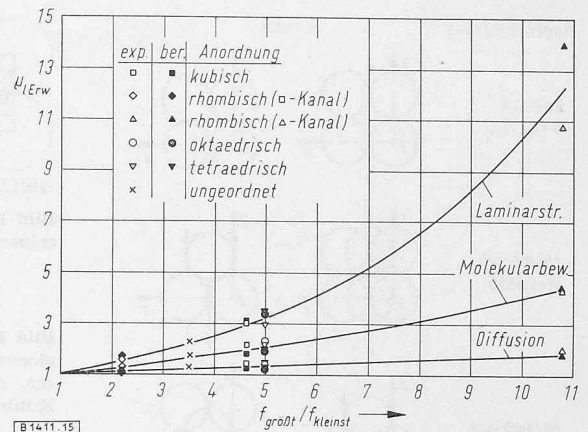
Bild 18. Knudsen-Molekularbewegung



B 14.11.18

Bild 19. Laminarströmung

Bilder 17 bis 19. Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Wegfaktoren  $\mu_l$  (Kurvenzeichen wie in Bild 16)



B 14.11.15

Bild 16. Widerstandsfaktor  $\mu_{l,Erw}$  für Porenverengung bzw. Porenverengung von Kugelhauferwerken in Abhängigkeit vom Flächenerweiterungsverhältnis  $f_{\text{groest}}/f_{\text{kleinst}}$  für verschiedene Bewegungsarten

schen Stossverluste nur mit grösserer Unsicherheit zu berechnen.

In Bild 21 aber sind wieder alle Versuchsergebnisse für laminare und turbulente Durchströmung dargestellt. Aufgetragen ist der Widerstandsbeiwert  $\zeta$  in Abhängigkeit von der  $Re$ -Zahl. Man sieht, dass alle Versuchskurven die gleiche einheitliche Tendenz haben, wie sie sich aus Wandreibung und Carnotschem Stossverlust berechnen lässt. Dies darf nicht darüber hinwegtäuschen, dass zwischen Rechnung und Versuchsergebnissen im Bereich relativ hoher  $Re$ -Zahlen eine Abweichung bis zu etwa 30% auftritt. Um dies zu veranschaulichen, sind in Bild 22 die Rechnungs- und Versuchsergebnisse für die zwei einigermaßen gesicherten Versuchsgruppen an Hauferwerken in kubischer und rhombischer Packung mit Dreieckskanälen gegenübergestellt. Die Abweichungen betragen — was man bei der logarithmischen Darstellung nicht so bemerkt — bis zu 30%.

Aber man muss dazu folgendes sagen:

1. Die Berechnungen, die für ideale Anordnungen ausgeführt wurden, enthalten erhebliche Vereinfachungen und können daher nur rohe Annäherungen liefern.
2. Die Modelle der einzelnen Kugelpackungen sind nicht ideal, sondern durch die Herstellung aus Lagen zusammen-



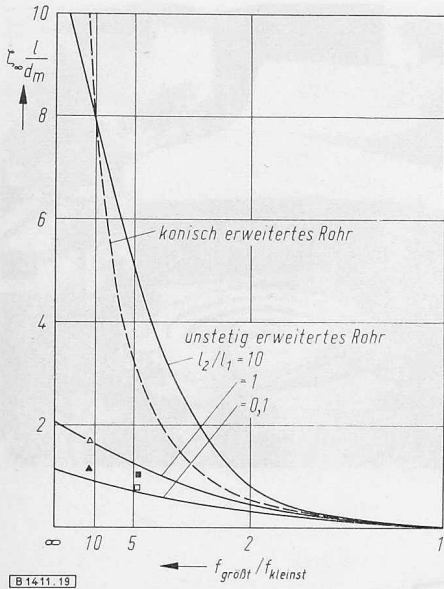


Bild 20. Vergleich zwischen berechneten und gemessenen Werten von  $\zeta_{\infty} \cdot l/d_m$  für Kugelhafwerke (Kurvenzeichen wie in Bild 16)

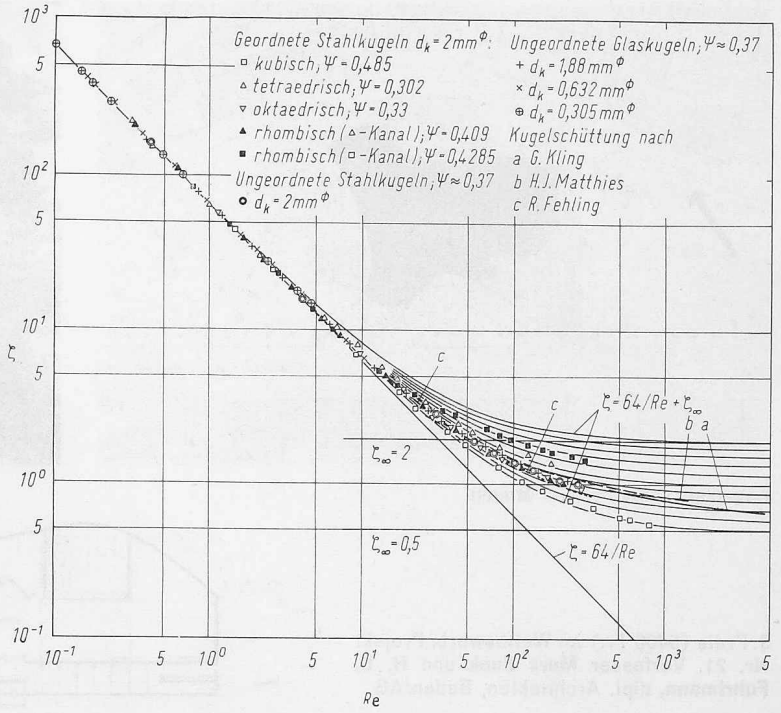


Bild 21.

Widerstandszahl  $\zeta$  nach Gl. (23) in Abhängigkeit von  $Re = wd/\nu$

geschweisster Kugeln, wie Bild 10 zeigt, mangelhaft. Ferner liessen sich bei unseren Versuchen Randeinflüsse nicht ganz vermeiden.

3. Die Versuchsfehler allein, die hier nicht behandelt wurden, können unter Umständen  $\pm 8\%$  betragen.

Alles in allem aber scheint der Schluss berechtigt, dass die Grundüberlegungen zur Frage der Stoffbewegung durch porige Körper bei den verschiedenen Bewegungsmechanismen durch die Versuche bestätigt werden.

### 5. Zusammenfassung

Es ist zweckmässig, bei der Beschreibung der Stoffbewegung durch porige Stoffe und Hafwerke als Modell das gerade Rohr anzunehmen und durch geeignete Faktoren die Auswirkung der Porenstruktur auf die Bewegung zu berücksichtigen.

Als wichtigster Faktor erscheint ein Wegfaktor  $\mu_l$ , der angibt, um wievielfach länger der Weg in einem geraden Rohr konstanten, gleichwertigen Durchmessers gegenüber einem porigen Gut mit verengten und erweiterten Kanälen sein muss, um auf den gleichen Druckabfall zu kommen wie den im porigen Gut beobachteten. Dieser Wegfaktor ist abhängig von der Geometrie des Porensystems, in entscheidendem Masse von dem Porenerweiterungsverhältnis  $f_{gro\ddot{u}st}/f_{kleinst}$ . Er ist ebenfalls abhängig von den physikalischen Gesetzmässigkeiten, die bei der Stoffbewegung vorliegen. Diese Gesetzmässigkeiten sind verschieden bei Diffusion, Molekularbewegung und laminarer Strömung, je nachdem, ob der Bewegungsbeiwert unabhängig vom Durchmesser des gleichwertigen Rohres konstanten Durchmessers ist oder ihm direkt proportional oder seinem Quadrat proportional ist. Grössenordnungsmässig sind sie etwa folgendermassen gestaffelt:

$$\mu_{l \text{ lam}} \approx \mu_{l \text{ mol}}^{3/2} \approx \mu_{l \text{ diff}}^3$$

Mit Berechnungen über die Stoffbewegung in Kugelhafwerken unter den einfachsten Voraussetzungen rein axialer Bewegung stehen Versuchsergebnisse für alle Bewegungsmechanismen in guter Uebereinstimmung.

Die turbulenzartigen Erscheinungen bei der Durchströmung von Hafwerken oder porigen Stoffen erklären sich durch den Carnotschen Stossverlust und können bei gegebenen einfachen geometrischen Anordnungen im voraus berechnet werden.

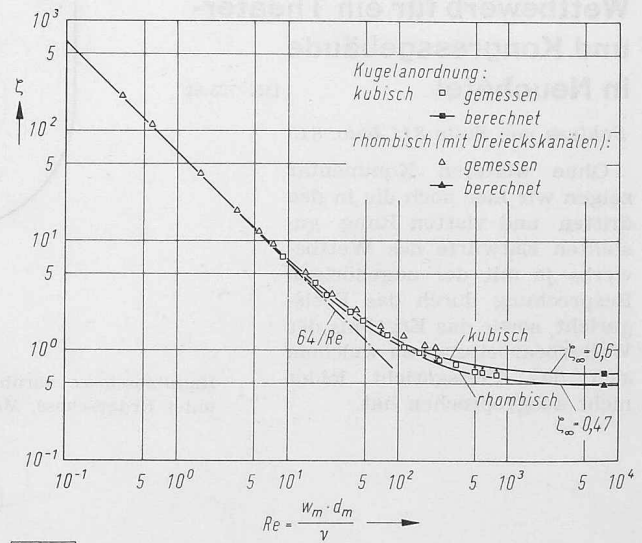


Bild 22.

Vergleich von berechneten und gemessenen Widerstandsbeiwerten  $\zeta$  nach Gl. (23) für die kubische und rhombische Kugelpackung.

### Literatur

- [1] O. Krischer: Die wissenschaftlichen Grundlagen der Trocknungstechnik. Berlin-Göttingen-Heidelberg 1956.
- [2] W. Barth und W. Esser: Der Druckverlust in geschichteten Stoffen. Forsch.-Gebiete Ing.-Wes. 4, 82/86 (1933).
- [3] R. Fehling: Der Strömungswiderstand ruhender Schüttungen. Feuerungstechn. 27, 33/34 (1939).
- [4] H. G. Kessler: Ueber die Einzelvorgänge des Wärme- und Stoffaustausches bei der Sublimationstrocknung und deren Verknüpfungen. Diss. Techn. Hochschule Darmstadt 1961, D 17.
- [5] O. Krischer und K. Mahler: Ueber die Bestimmung des Diffusionswiderstandes und der kapillaren Flüssigkeitsleitfähigkeit aus stationären und instationären Vorgängen. VDI-Forschungsheft 473 (1959).

Die Clichés zu den Bildern 1 bis 9, 11 bis 14 und 16 bis 22 sind uns von der Zeitschrift «Chemie-Ingenieur-Technik» in verdankenswerter Weise zur Verfügung gestellt worden.