

# Bogenbrücken: Zusammenwirken von Bogen und Aufbau: Berechnung nach der von O. Schubert angewandten Methode

Autor(en): **Unsel, M.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **77 (1959)**

Heft 52

PDF erstellt am: **20.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-84373>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Betriebsjahren vermehrt abzuschreiben, um die Kosten der von ihnen erzeugten Energie so weit zu senken, dass sie bei Beginn der früher erwähnten dritten Etappe unserer Energieversorgung nicht von der Atomenergie unterboten werden können. Bei den hochgelegenen Akkumulierwerken, deren Wasser aus stark vergletscherten Einzugsgebieten stammt, ist durch grössere Abschreibungen dem Umstand Rechnung zu tragen, dass die Ergiebigkeit der Gletscher von Jahr zu Jahr zurückgeht. Wir leben hier schon seit Jahrzehnten von Energiereserven, die von der Natur nicht mehr ergänzt worden sind.

Die Stärkung der Ertragskraft eines grossen Teils unserer Elektrizitätswerke ist ein Gebot der Stunde. Von allen Seiten werden erhöhte Ansprüche an die Energieversorgungsunternehmen gestellt. Man erwartet, dass sie der Einführung der Atomenergie durch die Beteiligung am Bau von Pilotanlagen ihre Unterstützung leihen, mit namhaften Beiträgen an der Erdölforschung in der Schweiz mitwirken und schliesslich beim Erwerb von Konzessionen für den weiteren Ausbau der Wasserkraft immer höhere zusätzliche Verpflichtungen auf sich nehmen. Es sollte zum mindesten damit gerechnet werden dürfen, dass sowohl der Bund wie die Kantone sich entsprechend grosszügig zeigen in der Zulassung steuerfreier Abschreibungen und Rückstellungen für Investitionen und Risiken, welche die Werke durch ihre finanzielle Beteiligung an Forschungen und Entwicklungen auf sich nehmen, die im allgemeinen Interesse liegen.

## Architektur in der Altstadt

DK 711.524:7.013

Unter diesem Titel veröffentlichte *Eva auf der Maur* in Heft 48, S. 797, eine Abhandlung über das Bauen in der Altstadt im allgemeinen und über ein Neubau-Projekt in Luzern im speziellen. Da ihr Aufsatz eine Fülle von unangebrachten Schlagwörtern und Trugschlüssen enthält, ruft er einer Erwidern.

Man erlaube mir, zu Anfang wieder einmal die uralte Frage in Erinnerung zu rufen: «Sind wir Architekten für die andern da oder die andern für uns?»

## Bogenbrücken: Zusammenwirken von Bogen und Aufbau

DK 624.072.326

Berechnung nach der von O. Schubert angewandten Methode

Von **M. Unseld**, dipl. Ing. ETH, in Firma Schubert & Schwarzenbach, dipl. Ingenieure, Zürich

Otto Schubert, dipl. Ing., der uns Ende August dieses Jahres durch den Tod entrissen wurde\*), hat als erfolgreicher projektierender Ingenieur und erfahrener Statiker zeitlebens die Arbeitsweise seiner Bauwerke verfolgt, bis deren Sicherheit und Wirtschaftlichkeit zu seiner Sicherheit und Ueberzeugung wurden. Vor etwa 20 Jahren hat er das Problem des Zusammenwirkens von Gewölbe und Aufbau von Bogenbrücken mit biegesteifer Fahrbahn, dessen grosse Bedeutung bei Brückenmessungen immer wieder hervortritt (EMPA-Bericht Nr. 99), in einer von Prof. M. Ritter anerkannten Weise angepackt<sup>1) 2)</sup>.

Bei der dadurch angeregten fruchtbaren Diskussion<sup>3)</sup> hat Prof. Fritz Stüssi die Empfindlichkeit der angewandten Methode bezüglich der Genauigkeit der numerischen Berechnung demonstriert<sup>4)</sup>. Die erforderliche Genauigkeit ist neuerdings durch elektronische Rechenmaschinen mit kleinem Zeitaufwand erzielbar. Die auf acht numerische Stellen genaue Bestimmung der elf Stützkräfte aus elf Gleichungen erfordert heute 1 Stunde Programmierarbeit und

\*) Siehe den Nachruf auf S. 859 dieses Heftes.

1) Wettbewerbsentwurf Kräzernbrücke 1936, Ing.-Büro Schubert & Schwarzenbach, Zürich; veröffentlicht in SBZ Bd. 108, S. 235, 28. Nov. 1936.

2) Siehe «Mitteilungen aus dem Institut für Baustatik an der ETH Zürich», Mitteilung Nr. 14, Beitrag von O. Schubert, dipl. Ing.; Zürich 1944, Verlag Leemann.

3) Veröffentlicht in SBZ Bd. 109, S. 86, 20. Febr. 1937.

4) Vgl. E. Stüssi: Baustatik II, Verl. Birkhäuser, Basel 1954.

Es scheint mir, dass E. A. die Kernfrage, um die es bei der Erhaltung der Altstädte geht, nicht verstehen will. Sie glaubt, dass nur einzelne Gebäude markant und deshalb erhaltenswert sein können, und ignoriert die Tatsache, dass es markante Quartiere (auch ohne spezielle Kunstdenkmäler) und markante Städte gibt, um die uns die neue Welt beneidet. Es geht beileibe nicht darum, «in einem willkürlich herausgegriffenen Jahrhundert zu verharren» noch um «Mittel, die den Anschein von Vergangenheit und Stillstand tragen», um die Phrasen der Einsenderin zu gebrauchen. Vielmehr handelt es sich darum, ob wir unsere originellen Städtebilder gegen importierten «Mischmasch aus brasilianischen und amerikanischen Stilelementen» und Allerwelts-Architektur tauschen wollen, oder ob wir, sowohl im Bereich der Altstadt als auch in der modernen Baukunst, eigenständig bleiben wollen. Auf die Kunst übertragen, kann man vergleichsweise fragen: «Was ist wertvoller, ein Originalbild von Albert Anker oder das Zeitungsbild einer südamerikanischen Malerei» oder ganz allgemein: «Haben wir lieber Einzelaufgaben oder Serien-Artikel?» Eigenständig sein wollen hat nun mit «Isoliertheit» und «gemeinsamen Problemen» wirklich rein nichts zu tun. Wenn E. A. internationale Architektur und gemeinsame Probleme in einen Topf wirft, so könnte sie gerade so gut behaupten, wenn alle Männer auf der Welt die gleichen Hosen trügen, so diene das den gemeinsamen Problemen.

E. A. bemerkt in ihrem geschichtlichen Rückblick sehr richtig, dass zu allen Zeiten Könige, Adelige, Kirchen und Klöster ihre Neubauten stets nach der neuesten, hie und da auch ausländischen, Manier erstellt haben. Es hätte aber ins Kapitel gehört, auch zu sagen, dass es in allen Jahrhunderten und bei allen Völkern der Erde im Städtebau eine geschriebene oder ungeschriebene Rangordnung gab. Den ersten Rang hatten die Kirchen und Tempel als Wohnungen Gottes sowie der Palast des Fürsten. Im zweiten Rang standen die Gemeinschaftsbauten der Bürgerschaft, als da waren Rathaus, Kornhaus, Zeughaus und Wehrtürme. Alle andern Bauten hatten sich diesen unterzuordnen, und es wäre keinem Bürger eingefallen, sein Haus oder sein Geschäft so hoch oder noch höher zu bauen als die Kirche

Schluss siehe Seite 858

40 Minuten Maschinenrechnung im Institut für angewandte Mathematik der ETH.

Die wichtigsten Ergebnisse, die einen guten Einblick in das statische Verhalten der Bogenbrücken mit biegesteifer Fahrbahn vermitteln, werden hiemit zum Andenken an unsern verstorbenen Kollegen Otto Schubert bekanntgegeben.

Dr. A. Voellmy, EMPA, Zürich

### 1. Allgemeines

Bei Bogenbrücken mit verhältnismässig grossem Trägheitsmoment der Fahrbahn gegenüber dem Bogen ist das Zusammenwirken von Bogen und Fahrbahn zu berücksichtigen. Es sollen hier an einem konkreten Beispiel (Bild 1) ein Berechnungsweg dargestellt, das Resultat kommentiert und mögliche Schlussfolgerungen gezogen werden. Wir erinnern dabei an den von Ing. Otto Schubert im Jahre 1936 veröffentlichten Aufsatz in dieser Zeitschrift<sup>1)</sup>. Die damalige Rechnung konnte in ihrem numerischen Teil leider nicht befriedigen, als Folge ungenügender Berücksichtigung der relativ grossen Empfindlichkeit der gewählten Grundsysteme.

### 2. Statische Berechnung

Für die Berechnung werden folgende Voraussetzungen und vereinfachende Annahmen gemacht:

a) das Eigengewicht der Brücke wird durch den Bogen allein aufgenommen (Bogenmittellinie = Stützlinie für Eigengewicht).

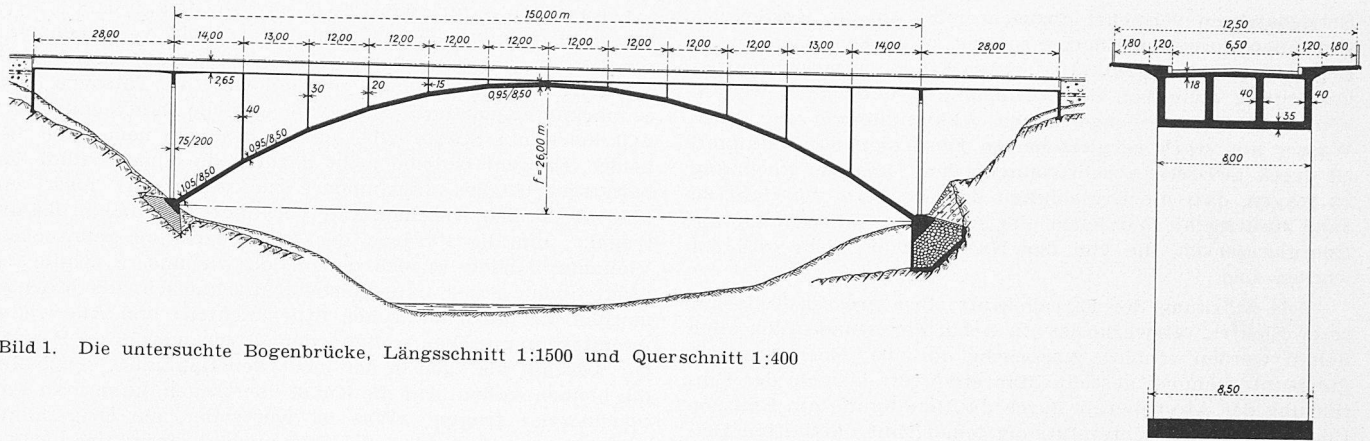


Bild 1. Die untersuchte Bogenbrücke, Längsschnitt 1:1500 und Querschnitt 1:400

b) die Fahrbahnstützen sind gelenkig gelagert (dünne Wandscheiben).

c)  $J \cdot \cos \varphi$  des Bogens =  $J_B$  = konstant =  $1/10 J_{\text{Fahrh.}}$ .

d) der Einfluss der Normal- und Querkkräfte auf die Deformationen wird vernachlässigt.

Als Grundlage für die Berechnung werden der durchlaufende Balken 8, 7, 7', 8' und der eingespannte Bogen A-B gewählt, die durch eine Trennung von Bogen und Fahrbahn entstehen (Bild 2). Die beiden Grundsysteme sind wohl wieder statisch unbestimmt, ihre Berechnung ist aber eine relativ einfache Grundaufgabe. Die überzähligen Grössen sind die Stabkräfte  $X_6$  bis  $X_6'$  der Pendelwände. Die Elastizitätsbedingung in den elf Schnitten der Fahrbahnstützen lautet:

$$(1) \quad \delta_i^F - \delta_i^B = 0$$

$\delta_i^F$  ist die Durchbiegung des durchlaufenden Balkens (Fahrbahn) infolge der äusseren Belastung 0 und der überzähligen Grössen,  $\delta_i^B$  diejenige des eingespannten Bogens infolge der überzähligen Grössen. Die Bestimmungsgleichungen für diese Durchbiegungen der beiden Grundsysteme lauten:

$$\delta_i^F = \delta_{i0}^F - \sum_6 X_k \delta_{ik}^F$$

$$\delta_i^B = \sum_6 X_k \delta_{ik}^B$$

$$(2) \quad 0 = \delta_i^F - \delta_i^B = \delta_{i0}^F - \sum_6 X_k (\delta_{ik}^F + \delta_{ik}^B)$$

und ihre Einsetzung in der Elastizitätsbedingung (1) ergibt die Elastizitätsgleichung (2). Die Elastizitätsgleichung wird in den elf ( $i = 6 - 6'$ ) Schnitten formuliert und wir erhalten elf Gleichungen mit je elf Unbekannten. Das System der Elastizitätsgleichungen für eine äussere Belastung 0 der Fahrbahn lautet:

$$(3) \quad \begin{cases} \delta_{60}^F - \sum_6 X_k (\delta_{6k}^F + \delta_{6k}^B) = 0 \\ \delta_{50}^F - \sum_6 X_k (\delta_{5k}^F + \delta_{5k}^B) = 0 \\ \dots \\ \delta_{6'0}^F - \sum_6 X_k (\delta_{6'k}^F + \delta_{6'k}^B) = 0 \end{cases}$$

Für die Ermittlung der Einflusslinien der Fahrbahn und des Bogens in den Schnitten 1 bis 7 ist die äussere Belastung  $P_0 = 1$  in den Schnitten 1 bis 6 anzubringen. Diese sechs Belastungsfälle ergeben sechs Gruppen von je elf Gleichungen mit elf Unbekannten. Der Arbeitsvorgang für die Bestimmung der Einflusslinien ist der folgende:

a) Ermittlung der Biegelinien des durchlaufenden Balkens (Fahrbahn) infolge  $P = 1$  in  $i = 1 - 6$ .

b) Ermittlung der Biegelinien des eingespannten Bogens infolge  $P = 1$  in  $i = 1 - 6$ .

Die Biegelinien liefern die Verschiebungsgrössen für die Elastizitätsgleichungen.

c) Aufstellung der Elastizitätsgleichungen.

d) Auflösung der Elastizitätsgleichungen.

e) Ermittlung der effektiven Momentenlinien der Fahrbahn infolge  $P_0 = 1$  in 1-6 und den entsprechenden X-Werten.

f) Ermittlung der effektiven Momentenlinien im Bogen infolge der Belastungen  $X_6 - X_6'$  verursacht durch die Belastung der Fahrbahn mit  $P_0 = 1$  in  $i = 1 - 6$ .

g) Ermittlung der Einflusslinien für die Fahrbahn und den Bogen infolge einer Belastung der Fahrbahn mit  $P_0 = 1$  in 6-1-6'.

Die oben skizzierten Etappen der Berechnung sind einfache Grundaufgaben. Die Ausführung der Berechnung muss mit genügend grosser Genauigkeit erfolgen. Mit der Elektronenrechenmaschine für die Auflösung der Elastizitätsgleichungen wird die Forderung nach grösster Genauigkeit erfüllt und der Arbeitsaufwand stark vermindert.

In den Abbildungen 3 bis 7 sind die Ergebnisse der Berechnungsetappen in zwei bzw. drei Schnitten dargestellt. Bild 8 zeigt die Grenzwerte der Momente der Fahrbahn infolge Eigengewicht und Verkehrsbelastung. Bild 9 stellt den Vergleich zwischen den Durchbiegungen des eingespannten Bogens (ohne Mitwirkung der Fahrbahn) und des versteiften Bogens dar.

### 3. Kommentar und Schlussfolgerungen

Die skizzierte Berechnung ist einfach und übersichtlich. Ihr Resultat ist sehr genau (illustriert durch die unabhängige Berechnung der Biegelinie der Fahrbahn bzw. des Bogens aus den entsprechenden Momentenflächen, Bild 10).

Bild 7 zeigt anschaulich die Aufteilung der Momente in die beiden Anteile der Fahrbahn und des Bogens. Wählt man

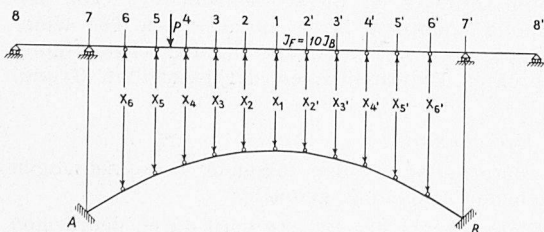


Bild 2. Grundsysteme: Durchlaufender Balken 8-7-7'-8' Eingespannter Bogen A-B

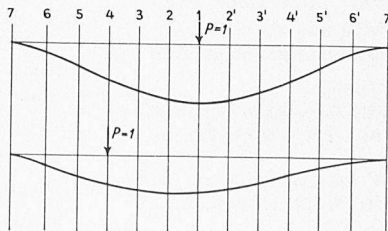


Bild 3. Biegelinien des durchlaufenden Balkens

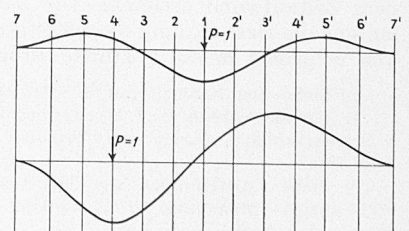


Bild 4. Biegelinien des eingespannten Bogens



die Anzahl der Zwischenstützen mit  $i = \infty$ , dann sind die Biegemomente der Fahrbahn bzw. des Bogens, bei gleichen Auflagerbedingungen, bekanntlich:

$$(4) \begin{cases} M_F = \frac{J_F}{J_B + J_F} M' \\ M_B = \frac{J_B}{J_B + J_F} M' \end{cases}$$

wobei  $M'$  das Moment des eingespannten freien Bogens, mit dem ideellen Trägheitsmoment  $J_B + J_F$  bedeutet <sup>2)</sup>. Die Berechnung mit endlich vielen Stützen führt im Prinzip zur gleichen Aufteilung der Biegemomente für Fahrbahn und Bogen. Bild 11 zeigt einen Vergleich der Einflussliniensumme für Fahrbahn und Bogen mit endlich vielen Stützen und den entsprechenden Einflusslinien des eingespannten Bogens. Die prozentualen Abweichungen der positiven bzw. nega-

tiven Flächen bezogen auf die Werte des eingespannten Bogens betragen im «massgebenden» Schnitt 4 rund 15%. Die Abweichungen werden gegen das Auflager grösser (u. a. verschiedene Auflagerbedingungen). Für eine erste Dimensionierung der Fahrbahn und des Bogens dürfte eine Berechnung nach Gleichung 4 genügen.

Adresse des Verfassers: M. Unseld, dipl. Ing., in Firma Schubert & Schwarzenbach, Löwenstrasse 1, Zürich 1.

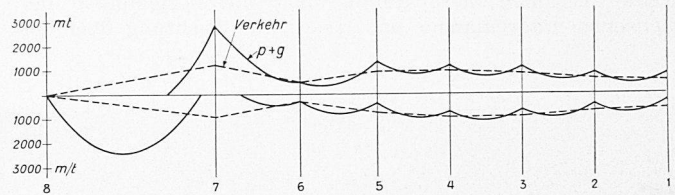


Bild 8. Momentengrenzwerte der Fahrbahn

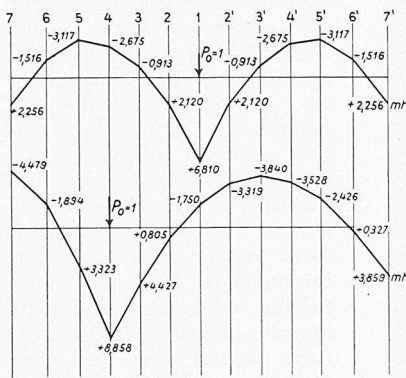


Bild 5. Momentenlinien der Fahrbahn infolge  $P_0 = 1$  und den entsprechenden X-Werten

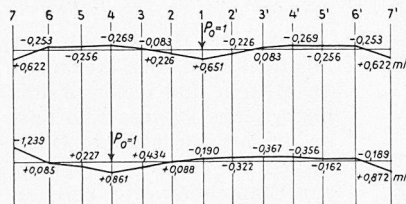


Bild 6. Momentenlinien des Bogens infolge  $X_6 - X_6'$  aus Fahrbahnbelastung  $P_0 = 1$

Bild 7 (rechts)

----- Einflusslinien der Fahrbahn  $\eta_F$   
 \_\_\_\_\_ Einflusslinien des Bogens  $\eta_B$

Bild 11 (rechts aussen). Einflusslinienvergleich

\_\_\_\_\_  $\eta_F + \eta_B$   
 -----  $\eta_B'$  (Freier Bogen)

Bild 9 (rechts). Einflusslinien der  $EJ_B$ -fachen Durchbiegung im Viertelpunkt

\_\_\_\_\_ Versteifter Bogen  $\delta$   
 ----- Frei eingespannter Bogen  $\delta'$

$$\sum \delta^+ = \frac{\sum \delta'^+}{8,6}; \quad \sum \delta^- = \frac{\sum \delta'^-}{10,55};$$

$$\delta_\infty = \frac{\delta'}{11} (\infty \text{ viele Stützen})$$

Bild 10. (rechts aussen).  $EJ_B$ -fache Durchbiegungen der Brücke infolge  $P_0 = 1$

